




Lehrstuhl für Mechanik

Masterarbeit



Untersuchung des Rissverhaltens von
Squats unterhalb der Schienenoberfläche

Deni Avgustinovic, BSc

Januar 2024



MONTANUNIVERSITÄT LEOBEN

www.unileoben.ac.at

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt, den Einsatz von generativen Methoden und Modellen der künstlichen Intelligenz vollständig und wahrheitsgetreu ausgewiesen habe, und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.

Ich erkläre, dass ich den Satzungsteil „Gute wissenschaftliche Praxis“ der Montanuniversität Leoben gelesen, verstanden und befolgt habe.

Weiters erkläre ich, dass die elektronische und gedruckte Version der eingereichten wissenschaftlichen Abschlussarbeit formal und inhaltlich identisch sind.

Datum 29.01.2024

Deni Avgustinovic

Unterschrift Verfasser/in
Deni Avgustinovic

Danksagung

Zuallererst möchte ich all jenen meinen Dank aussprechen, die mich während der Ausarbeitung dieser Masterarbeit unterstützt und begleitet haben. Ein besonderes Dankeschön geht an Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. mont. Thomas Antretter, sowie an meine Betreuer Dr. Werner Daves und Dipl.Ing Timna Gschwandl für ihre Unterstützung und ihr hilfreiches Feedback.

Des Weiteren bedanke ich mich bei meiner Familie und Freunden für ihre Motivation und Unterstützung während des Ausarbeitens dieser Masterarbeit.

Die Autoren bedanken sich für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des COMET-Programms im K2 Zentrum „Integrated Computational Material, Process and Product Engineering (IC-MPPE)“ (Projektnummer 886385). Dieses Programm wird von den österreichischen Bundesministerien für Klimaschutz, Umwelt, Energie, Mobilität, Innovation und Technologie (BMK) und für Arbeit und Wirtschaft (BMAW), vertreten durch die österreichische Forschungsförderungsgesellschaft (FFG), und den Bundesländern Steiermark, Oberösterreich und Tirol gefördert.

Kurzfassung

Eisenbahnschienen können unterschiedliche Fehler aufweisen. Einer dieser Schienenfehler sind die sogenannten Squats. Bei einem Squat handelt es sich um einen halbkreisförmigen oder V-förmigen Riss an der Schienenoberfläche. An dieser Stelle entsteht eine dunkel verfärbte und verbreitete Fläche. Squats verringern die Lebensdauer der Schiene. Die Maßnahmen zur Bewältigung dieser Fehler sind mit sehr hohen Kosten und Aufwand verbunden. In dieser Arbeit wurde auf das Verhalten dieser Squats während eines Rad-Schiene Kontakts eingegangen.

Die Beschreibung der lokalen Verhältnisse im Rad-Schiene Kontakt ist sehr komplex. In dieser Arbeit stand das jedoch nicht im Fokus und daher wurde dieser Kontakt vereinfacht dargestellt. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt in der Ermittlung der Risstreibkräfte, der Auswertung der J-Integrale und der Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren eines bereits existierenden Risses. Des Weiteren wurden die Einflüsse unterschiedlicher Rissparameter untersucht. Zu den wichtigsten Parametern zählen die Rissgröße, die Risttiefe, die Risslage sowie der Reibwert zwischen den Rissflanken.

Die Berechnungen und die Auswertungen erfolgten weitestgehend über die Finite Elemente Software Abaqus®, wobei die Belastungssituation durch den Rad-Schiene Kontakt über zusätzliche Subroutinen in das Modell implementiert wurde.

Die erzielten Ergebnisse zeigen, dass größere Risse eher zu einem Risswachstum neigen als kleinere Risse. Des Weiteren spielt die Lage der Kraftaufbringung eine große Rolle in Bezug auf die Risstreibkräfte.

Mit Hilfe dieses Berechnungsmodells können in Zukunft abgesehen von Rissgröße, -tiefe und -lage sowie Reibwert noch weitere Einflussgrößen untersucht werden.

Abstract

Railway tracks can have various types of defects. One of these rail defects is the so-called squat. A squat is a semi-circular or V-shaped crack on the rail surface. At this location, a dark discolored and widened area appears. Squats reduce the life cycle of the rail. The current methods of dealing with these defects are associated with very high costs and effort. This study focuses on the behavior of these squats during wheel-rail contact.

The wheel-rail contact situation is very complex. However, as its analysis was not the scope of the present thesis, a simplified approach has been chosen. The main focus of this thesis is the determination of the crack driving forces, the evaluation of the J-integrals and the determination of the stress intensity factors of a preexisting crack. Furthermore, the influences of different crack parameters were investigated. The most important parameters are the crack size, the crack depth, the crack position and the coefficient of friction between the crack flanks. The calculations and evaluations were largely carried out using the finite element software Abaqus®, where the loading situation due to wheel-rail contact had to be implemented in the model using additional subroutines.

The results that were achieved show that larger cracks are more prone to crack growth than smaller cracks. Furthermore, the position of the force application plays a major role with regard to the crack driving forces.

With the help of this calculation model, in the future further influence factors, aside from the ones mentioned above can be investigated.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Zielsetzung	2
2	Rad-Schiene Kontakt	3
2.1	Belastungen im Rad-Schienen Kontakt	3
2.1.1	Normalbelastung	4
2.1.2	Tangentialbelastung	6
3	Schienenfehler	8
3.1	Squats	9
4	Bruchmechanik	12
4.1	Allgemein	12
4.2	Risse	13
4.3	Spannungsintensitätsfaktor	14
4.4	J-Integral	16
4.4.1	FEM-Berechnung des J-Integrals	18
4.4.2	FEM-Berechnung eines Risses	19
4.5	Risstreibkräfte	20
5	FE-Modell	24
5.1	Aufbau des FE-Modells	25
5.1.1	Rissmodellierung	27
5.1.2	Vernetzung	27
5.1.3	Belastung	32
5.2	Risskonfigurationen	34
6	Ergebnisse	36
6.1	Rissgröße 0.25 mm	38
6.1.1	Rissflankenreibung	38
6.1.2	Exzentrizität	42
6.2	Rissgröße 5 mm	43
6.3	Rissgrößenvergleich	45
6.4	Spannungsintensitätsfaktoren	46
7	Schlussfolgerung	48
8	Literaturverzeichnis	50
A	Appendix	52
A.1	Subroutinen	52
A.2	Auswertungsskript	53

A.3 Parametrisierungsskript	56
A.4 Rissgröße 0. 25 mm	59
A.4.1 J-Integral Exzentrizität.....	59
A.4.2 Risstreibkräfte – Vektorielle Darstellung	59
A.5 Rissgröße 1 mm.....	63
A.5.1 Risstreibkräfte – J-Integrale	63
A.5.2 Risstreibkräfte – Vektorielle Darstellung	65
A.6 Rissgröße 5 mm.....	69
A.6.1 Risstreibkräfte – J-Integrale	69
A.6.2 Risstreibkräfte – Vektorielle Darstellung	71

1 Einleitung

Die steigenden Anforderungen an das Bahnwesen, stellen den Maschinenbau und sein Umfeld vor immer neue Herausforderungen. Eine dieser Herausforderungen ist der Rad-Schiene Kontakt, welcher eine essenzielle Herausforderung im Bahnwesen darstellt. Der Rad-Schiene Kontakt liefert den Stoff für ein weites Spektrum an Forschungsfeldern. Eines dieser Forschungsfelder fokussiert sich auf die Schienenfehler, die durch den Kontakt zwischen Rad und Schiene hervorgerufen werden. Der Anstieg solcher Schienenfehler ist deutlich mit den steigenden Belastungen verbunden.

Es gibt eine große Anzahl an unterschiedlichen Schienenfehlern. Bei einem dieser Schienenfehler handelt es sich um sogenannte Squats. Bei einem Squat handelt es sich um einen Oberflächendefekt, welcher ein dunkles Erscheinungsbild aufweist. Die Schiene ist auf der Oberfläche eingedrückt, was auf Risse unterhalb der Oberfläche zurückgeführt wird. Squats wurden schon in den 1950er Jahren auf Schienen in Japan entdeckt. Seitdem liefert die Thematik rund um die Squats den Stoff für ein weites Spektrum an Forschungsfeldern. Zu diesen Forschungsfeldern gehören unter anderem die Rissinitiierung, das Risswachstum, sowie Maßnahmen zur Prävention der Rissinitiierung bzw. des Risswachstums. Die genauen Entstehungsmechanismen eines Squats sind noch nicht zur Gänze bekannt.

Schienenfehler, darunter auch Squats wirken sich negativ auf die Lebensdauer einer Schiene aus. Die bisherigen Methoden solche Fehler zu beseitigen, bestehen darin, den Fehler durch mechanische Bearbeitungen der Schiene zu entfernen. Dadurch wird gewährleistet, dass die Risse keine kritische Risslänge erreichen. Dieser Vorgang ist jedoch mit sehr viel Aufwand und Kosten verbunden. Aus diesem Grund wächst auch das wirtschaftliche Interesse an der Untersuchung von Squats, um Kosten zu sparen. Neben den wirtschaftlichen Aspekten ist das richtige Verständnis über Squats auch von hoher sicherheitstechnischer Relevanz. Bei nicht fachgerechtem Umgang mit Squats können erhebliche Schäden entstehen. Aus diesem Grund gibt es zahlreiche Studien zum Thema Squats, um ein breiteres und tieferes Verständnis über die Entstehungsmechanismen, Wachstum und vielen weiteren Thematiken zu erlangen.

In einer Arbeit von T.J.Gschwandl et al. [20] wird auf das Squat-Verhalten während des Überrollens eingegangen. Dabei wird mit Hilfe eines dreidimensionalen Finite Elemente Modells ein mögliches Squat-Wachstum an einem bereits vorhandenen Oberflächenriss untersucht.

1.1 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Masterarbeit soll eine ähnliche Studie, wie sie bereits in der Arbeit von T. J. Gschwandl et al. erfolgte, durchgeführt werden, jedoch soll als Ausgangslage ein Riss unter der Oberfläche dienen. Da sowohl Oberflächendefekte als auch Defekte unter der Oberfläche zum Squat-Wachstum führen können, ist eine solche Untersuchung von großer Bedeutung. Eine der grundlegenden Ideen, welche im Zusammenhang mit dem Squat-Verhalten stehen, ist das Risse unter bestimmten Bedingungen nicht zum Risswachstum neigen, sondern sogar zum Riss schließen. Diese Masterarbeit soll mit Hilfe eines vereinfachten Finite Elemente Modells erste Erkenntnisse über das Rissverhalten eines unter der Oberfläche bestehenden Risses liefern. Im Rahmen dieser Masterarbeit sollen folgende Punkte erarbeitet werden:

- Generierung eines parametrisierten FE-Modells zur Untersuchung des Rissverhaltens bei Belastung
- Ermittlung der relevantesten Rissparameter wie J-Integral und Spannungsintensitätsfaktor
- Ermittlung der Risstreibkräfte für unterschiedliche Risskonfigurationen und Belastungspositionen
- Graphische Darstellung der Resultate

2 Rad-Schiene Kontakt

Der Rad-Schiene Kontakt bestimmt die Leistungsfähigkeit des Systems Eisenbahn. Aufgrund der Dynamik und der hohen Kontaktspannungen ist er der kritische Punkt bei allen Bahnen, ganz besonders jedoch bei Hochgeschwindigkeits- und Schwerlastverkehr. Der Kontakt Rad-Schiene ist aber auch maßgeblich für Lärm und Verschleiß verantwortlich. Hinzu kommt, dass das Durchfahren von engeren Bögen durch Eisenbahnfahrzeuge mit erheblichen Gleitanteilen (Schlupfen) verbunden ist, die Räder also eher rutschen als rollen [1], S.1. Durch die offene Natur des Kontaktes und aufgrund unterschiedlichster Umweltbedingungen stellt die Analyse des Rad-Schiene Kontakts ein sehr komplexes Thema dar.

2.1 Belastungen im Rad-Schienen Kontakt

Die Kräfte, welche im Rad-Schiene Kontakt herrschen, wirken auf eine etwa $1,5 \text{ cm}^2$ große Kontaktfläche [2], S.33. Die nachfolgende Abbildung 1 zeigt die wirkenden Kräfte. Im Rahmen dieser Masterarbeit werden dabei nur die Normalkraft N und die beiden Tangentialkräfte T_η und T_ξ berücksichtigt.

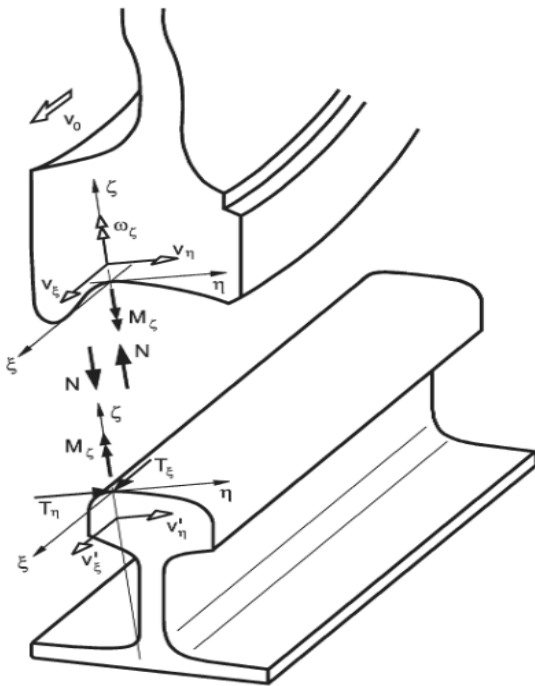


Abbildung 1: Kräfte im Rad-Schienen Kontakt [2], S.33

2.1.1 Normalbelastung

Durch den Kontakt zwischen Rad und Schiene werden Normalkräfte hervorgerufen, welche durch das Gewicht des Waggons entstehen. Diese Normalbelastung kann durch das Kontaktmodell von Hertz beschrieben werden. Das Kontaktmodell nach Hertz besagt, dass bei zwei berührenden Wälzkörpern senkrecht zur Berührebene Oberflächenpressungen hervorgerufen werden. Mit Hilfe dieses Modell lässt sich die Spannungs- und Verformungssituation im Kontaktbereich beschreiben. Damit die Hertz'sche Theorie stimmt, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Homogen-isotropes Material
- Linear-elastisches Materialverhalten
- In der Berührungsfläche wirken nur Normalspannungen

Einflüsse der Oberflächenbeschaffenheit und der Temperaturentwicklung im Kontaktbereich werden nicht berücksichtigt. Für praktische Anwendungen wurden Formeln entwickelt, welche die üblichen Paarungen an Grundgeometrien wie Kugel-Kugel, Kugel-Zylinder und Kugel-Ebene beschreiben. Die nachfolgende Abbildung 2 zeigt diese Paarungen und die dazugehörige Kontaktfläche.

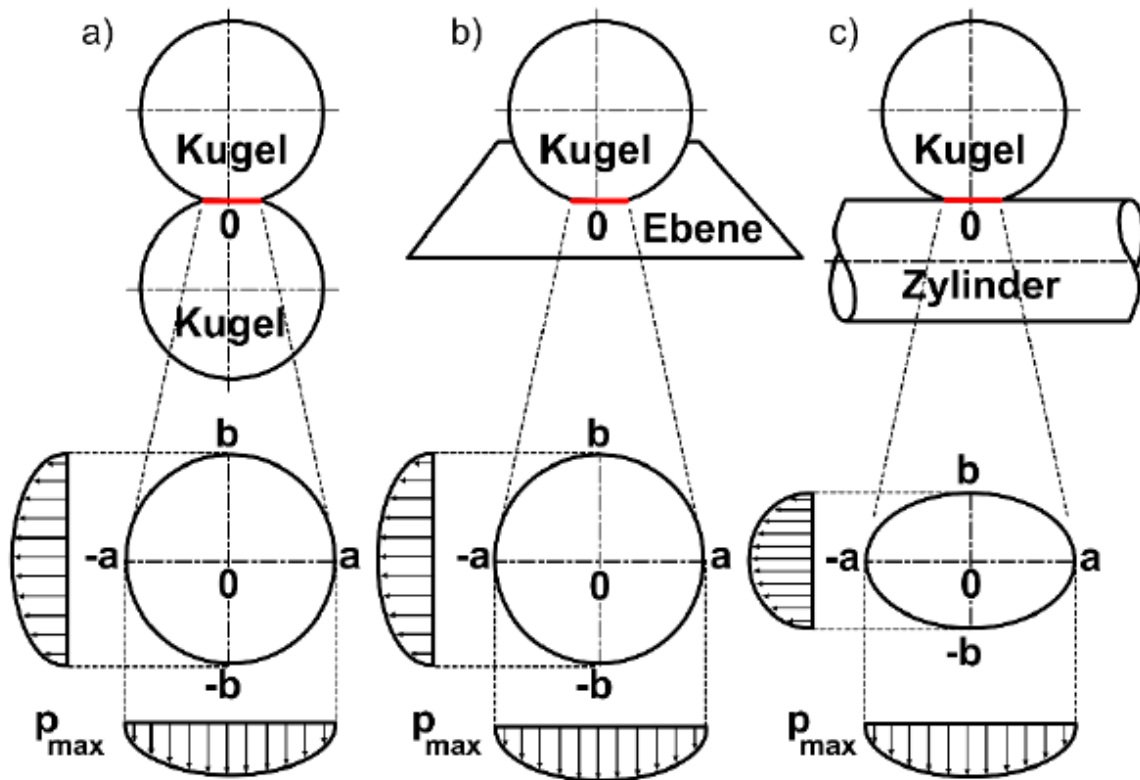


Abbildung 2: Hertz'sche Kontakte: a) Kugel-Kugel, b) Kugel-Ebene, c) Kugel-Zylinder [3], S.17

Der Rad-Schiene Kontakt entspricht am ehesten dem Kontakt zwischen Kugel und Zylinder. In diesem Fall bildet sich eine elliptische Kontaktfläche aus. Die Druckverteilung kann mit Hilfe der Gleichungen (1) und (2) berechnet werden. Dabei handelt es sich um eine zwei-dimensionale Druckverteilung. Die Variablen a und b stellen die Halbachsen der Ellipse dar. In Abbildung 3 ist dies grafisch dargestellt.

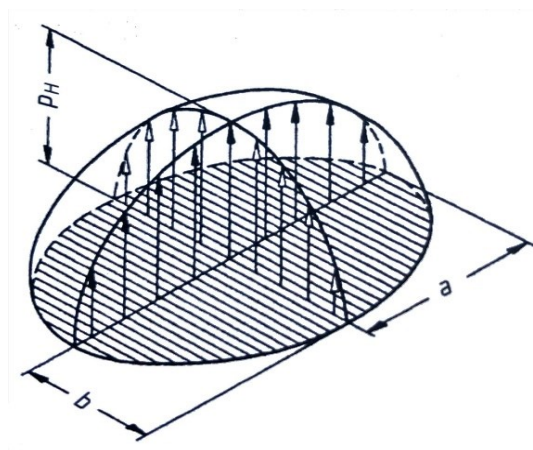


Abbildung 3: Hertz'sche Druckverteilung einer elliptischen Grundfläche [4], S.76

$$p = p_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (1)$$

$$p_{max} = 1.5 \frac{F}{ab\pi} \quad (2)$$

Innerhalb der Kontaktfläche treten Druckspannungen auf, wobei der Maximalwert in der Mitte der Kontaktfläche auf der Oberfläche auftritt. Neben Druckspannungen treten außerhalb der Kontaktfläche auch Zugspannungen auf. Die größten Zugspannungen befinden sich an den Kontaktenden und sind ausschlaggebend für die Rissbildung.

2.1.2 Tangentialbelastung

Neben den Normalbelastungen entsteht aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten der berührenden Flächen Schlupf, welcher zusätzliche Tangentialkräfte hervorruft. Der Schlupf kann sowohl in Längsrichtung T_ξ als auch in Querrichtung T_η auftreten. Zusätzlich entsteht auch eine Schlupfbelastung in vertikaler Richtung, der sogenannte Bohrschlupf. Unterschieden wird zwischen einem Mikro- und Makroschlupfbereich. Im Mikroschlupfbereich ist die Materialdehnung ausschlaggebend für die Tangentialkräfte, während im Makroschlupfbereich die Reibung den entscheidenden Faktor darstellt. Im Vergleich zu einem mit steigendem Schlupf abnehmenden Reibwert entsteht bei konstantem Reibwert im Bereich der Sättigung eine konstante Kraft, siehe Abbildung 4.

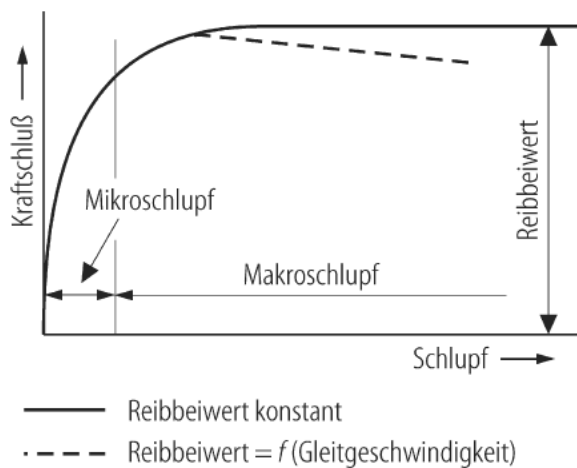


Abbildung 4: Kraft-Schlupf Diagramm [10], S.Q56

Die exakte Berechnung der Tangentialkräfte aufgrund des Schlupfs kann über die Kalker-Gleichungen [1] erfolgen. Im Rahmen dieser Masterarbeit werden jedoch die Tangentialkräfte vereinfacht über das Coulomb'sche Reibungsgesetz berücksichtigt.

3 Schienenfehler

Durch die kontinuierlichen Belastungen, welche Räder auf die Schienen ausüben, kann die Schiene unterschiedliche Defekte aufweisen. Der internationale Eisenbahnverband (UIC) hat diese Schienenfehler in einem Katalog zusammengefasst, um eine bessere Vergleichbarkeit zu gewährleisten. In Tabelle 1 sind die häufigsten Schienenfehler aufgelistet. Im Rahmen dieser Masterarbeit wird nur auf die Squats näher eingegangen.

Tabelle 1: Schienenfehler [5], S.105

Schienenfehler
Rissartige Fehler durch Rollkontaktermüdung <ul style="list-style-type: none">• Nierenbruch• Shelling• Head Checks• Squats
Rissartige Fehler durch Fahrzeugeinwirkung <ul style="list-style-type: none">• Eindrückungen• Schleuderstellen
Fehler durch Werkstoffumwandlung und Verschleiß <ul style="list-style-type: none">• Riffel• Wellen
Fehler bei Verbindungsschweißungen <ul style="list-style-type: none">• Querriss (bei Verbindungsschweißungen)

3.1 Squats

Ein Squat bezeichnet einen halbkreisförmigen oder V-förmigen Riss an der Schienenkopfoberfläche. Der Schienenkopf besitzt an dieser Stelle eine eingesenkte, dunkel verfärbte und verbreitete Fläche. Squats treten hauptsächlich bei geraden oder beinahe geraden Gleisführungen auf. Neben den Oberflächenerscheinungen weisen Squats auch ein Rissystem auf, welches sich unterhalb der Schienenoberfläche ausbreitet. Die nachfolgende Abbildung 5 zeigt einen solchen Squat.



Abbildung 5: Squat auf einer Schienenoberfläche [5], S.108

Bereits in den 1950-er Jahren wurden Squats in Japan detektiert und wurden zunächst aufgrund ihres äußeren Erscheinungsbildes „Black-Spot“ genannt. Die Bezeichnung „Squat“ wurde erst später eingeführt. Aufgrund der Komplexität des Rad-Schiene Kontakts lässt sich die Ursache, die zur Entstehung von Squats führt, nicht genau erklären. Es gibt mehrere Ansätze, um den Entstehungsmechanismus zu definieren. Einen dieser Ansätze liefert die Arbeit von Clayton [17]. In dieser wird behauptet, dass durch Rollkontaktermüdung plastische Deformationen an der Schienenoberfläche entstehen und diese als Rissinitiierung dienen. Laut dem UIC entstehen in dieser deformierten Schicht Mikrorisse, welche als Ausgangspunkt für die Entstehung von Squats dienen [5].

Ein weiterer Aspekt, welcher laut Al-Juboori et al. in Verbindung mit der Entstehung von Squats gebracht wird, sind sogenannte White Etching Layers (WELs) [6]. Als White Etching Layer werden im Eisenbahnwesen und teilweise auch in anderen Ingenieurbereichen Materialschichten genannt, welche im mit Nital geätzten Zustand weiß erscheinen [7], S.1. Diese haben für gewöhnlich eine harte und spröde Struktur, welche eine hohe Affinität zur Rissbildung aufweist. WELs können eine Dicke bis zu 100 µm aufweisen. Abbildung 6 zeigt eine solche WEL auf einer Schienenoberfläche.

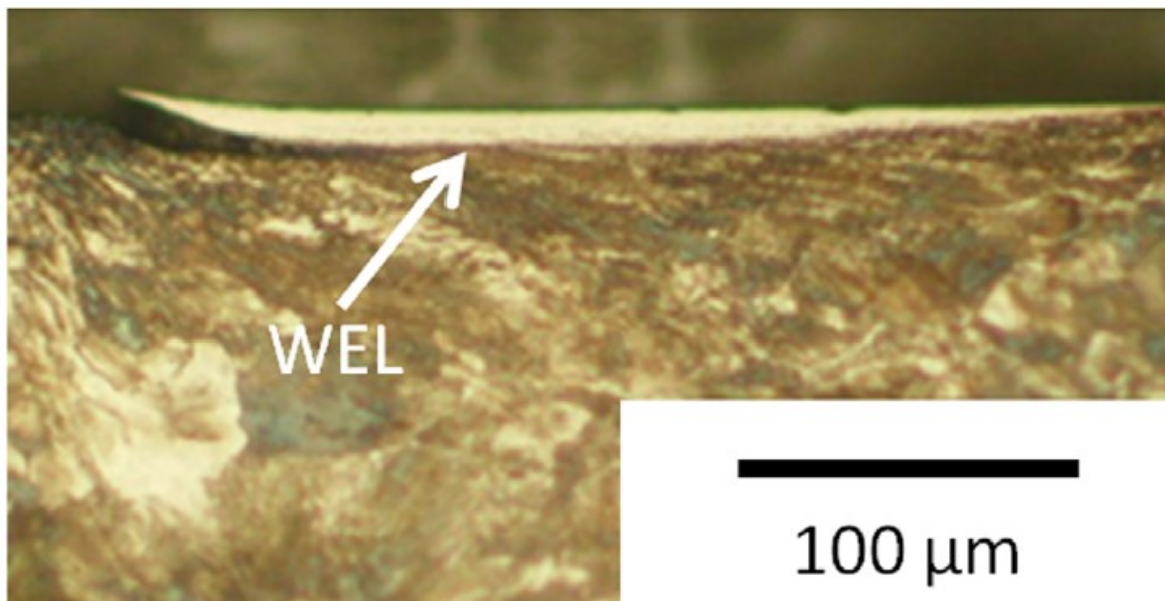


Abbildung 6: White Etching Layer (WEL) auf einer Schienenoberfläche im Schlibbild [18]

Im Allgemeinen gibt es zwei Theorien zur Entstehung solcher Schichten. Die erste Theorie vermutet, dass WELs ebenfalls durch plastische Deformation entstehen. Die zweite Theorie sieht die thermischen Prozesse zwischen Rad und Schiene als Grund für die Entstehung.

Die Ergebnisse der Untersuchung von Al-Juboori et al. [6] deuten auf einen Zusammenhang zwischen WELs und der Initiierung von Squats. Durch den Rad-Schiene Kontakt können sich innerhalb dieser WELs Risse bilden, welche bis ins Schienenmaterial reichen können und so den Ausgangspunkt für die Squatformation bilden. Diese Prämisse konnte das Team um Al-Juboori auch experimentell nachweisen. Abbildung 7 zeigt eine solche Squatformation in der Nähe von WELs.

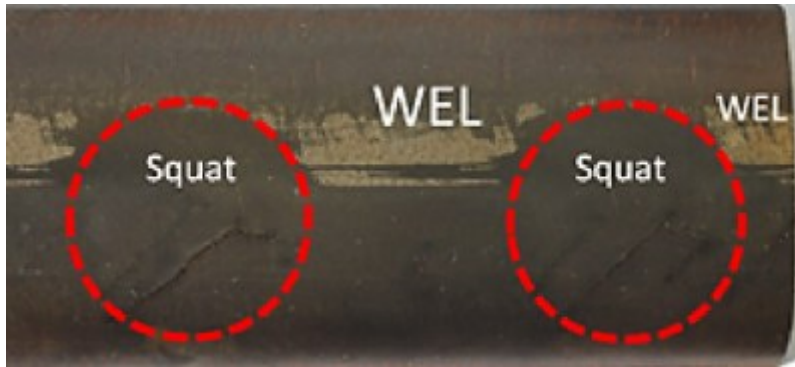


Abbildung 7: WEL-Squat Formation [6]

Squats werden im Allgemeinen durch folgende Charakteristika beschrieben:

- Individuelle Squats sind lokal sichtbare Oberflächendeformationen an der Schienenoberfläche.
- Squats beginnen an kleinen Irregularitäten an der Schienenoberfläche. Von dort beginnt das dreidimensionale Wachstum.
- Squats treten für gewöhnlich in geraden Streckenabschnitten, sowie in Kurven mit großen Radien auf.
- Sie treten oft vereinzelt und scheinbar zufällig auf.
- Squats besitzen im fortgeschrittenen Stadium sichtbare V- bzw. U-Risse.

Ein weiterer Schienenfehler, welcher nicht unerwähnt gelassen sollte sind sogenannte „Studs“. Bei einem Stud handelt es sich um einen squatähnlichen Fehler. Das äußere Erscheinungsbild ähnelt sehr dem eines Squats. Studs besitzen ebenfalls dieses lungenförmige Aussehen. Laut der Arbeit von Grassie [19] wurden Studs jedoch an Schienen festgestellt, die keine großen plastischen Deformationen aufweisen. Wie oben bereits beschrieben, ist dies jedoch nicht charakteristisch für Squats. Ähnlich wie bei den Squats ist der genaue Entstehungsmechanismus für Studs noch nicht zur Gänze erforscht.

4 Bruchmechanik

Für die oben beschriebene Aufgabenstellung werden die Methoden der Bruchmechanik, insbesondere der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM) herangezogen. Dieses Kapitel soll einen kurzen Überblick über die Bruchmechanik und die verwendeten Methoden wiedergeben.

4.1 Allgemein

Bauteile und Strukturen werden im Allgemeinen nach der klassischen Festigkeitslehre nach Spannungs-, Verformungs- oder Stabilitätsgesichtspunkten ausgelegt. Dabei werden z. B. beim Festigkeitsnachweis die maximalen Spannungen mit zulässigen Spannungswerten verglichen. Die zulässigen Spannungen werden im Allgemeinen aus den entsprechenden Werkstoffkennwerten, Oberflächenbeiwerten, Größenbeiwerten, Stützziffern und Sicherheitsbeiwerten ermittelt.

In zahlreichen Fällen ist zusätzlich zum Festigkeitsnachweis ein bruchmechanischer Nachweis erforderlich. D. h., es ist einerseits zu untersuchen, unter welchen Bedingungen sich ein im Bauteil befindlicher Fehler oder Riss instabil ausbreiten kann und somit einen plötzlichen Bruch des Bauteils hervorruft, andererseits ist zu prüfen, ob der Riss zum Beispiel unter zyklischer Belastung (d.h. bei Ermüdungsbedingungen) stabil wächst, welche Risswachstumsrate oder Rissgeschwindigkeit vorliegt und welche Restlebensdauer das Bauteil oder die Struktur besitzt, bevor ein Versagen eintritt.

Grundlage für bruchmechanische Konzepte und Methoden sind die Untersuchungen der Gegebenheiten in unmittelbarer Umgebung der Risspitze. Durch die Betrachtungen der lokalen Beanspruchungen am Riss, der am Riss auftretenden Spannungs- und Verschiebungsfelder, der Spannungsintensitätsfaktoren und der für Risse bedeutsamen bruchmechanischen Werkstoffkennwerte werden Konzepte und Methoden erarbeitet, die eine Beurteilung und eine Vorhersage des stabilen und instabilen Risswachstums ermöglichen.

[8,] S.51

4.2 Risse

Risse sind lokale Trennungen im Material. Diese können bereits vor Inbetriebnahme als Material- oder Fertigungsfehler vorliegen oder sich erst im Betriebszustand ausbilden. Es gibt verschiedene Arten der Rissentstehung. Im Allgemeinen werden drei Arten von Rissbildungen unterschieden. Bei der ersten Art handelt es sich um eine Rissbildung an einer glatten Oberfläche. Diese entsteht vorrangig durch Gleitvorgänge, welche durch die Hauptschubspannungen hervorgerufen werden. Des Weiteren kann die Bildung eines Risses an einer Kerbe erfolgen. Dies erfolgt im Gebiet der höchsten Kerbspannung und verläuft senkrecht zur höchsten Normalspannung. Ist bereits ein Defekt im Bauteil vorhanden, kann in den meisten Fällen dieser Defekt bereits als Anriss betrachtet werden. In Abbildung 8 sind diese eben beschriebenen Rissbildungen dargestellt.

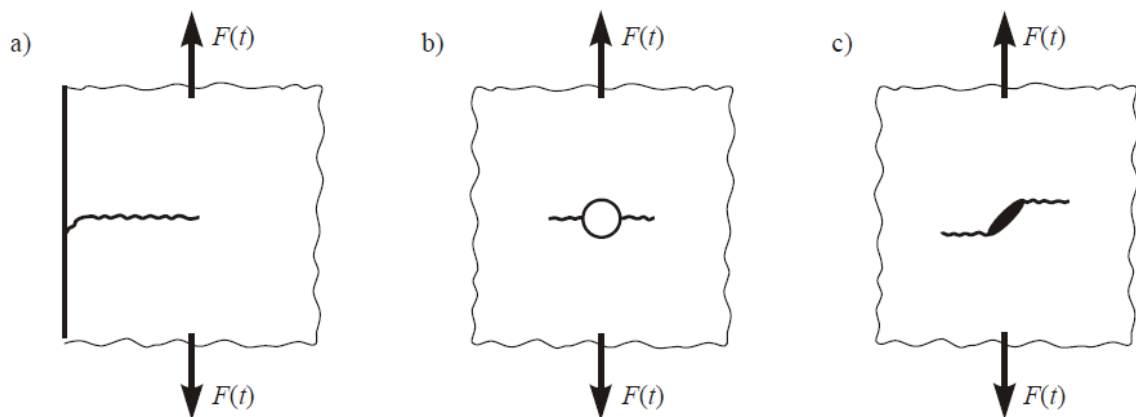


Abbildung 8: a) Rissbildung an einer glatten Oberfläche, b) Rissbildung an einer Kerbe, c) Rissbildung an einem Defekt [8], S.26

In der Bruchmechanik werden Risse als mathematische Diskontinuität betrachtet. Aufgrund der Einfachheit der Rissgeometrie existieren nur drei Rissbeanspruchungsarten, welche in Abbildung 9 dargestellt sind. Dabei handelt es sich um folgende Rissbeanspruchungsarten:

- Mode I
- Mode II
- Mode III

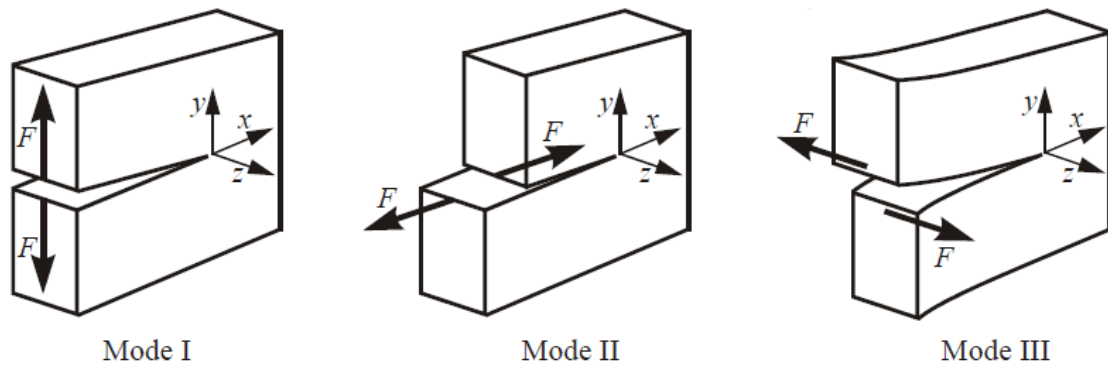


Abbildung 9: Rissöffnungsarten [8], S.52

Mode I kennzeichnet eine symmetrische Rissöffnung unter Normalbeanspruchung. Die Mode I Beanspruchung tritt bei zug- und biegebelasteten Bauteilen auf, falls der Riss senkrecht zur Normalspannung verläuft. Die zweite Rissöffnungsart Mode II gilt für Schubbeanspruchungen und hat eine asymmetrische Rissöffnung zur Folge. Die letzte Rissöffnungsart Mode III entsteht bei nichtebenen Schubspannungsproblemen wie torsionsbelasteten Wellen. Diese drei Rissöffnungsarten können auch in Kombination auftreten. In einem solchen Fall wird von einer Mixed-Mode-Beanspruchung gesprochen.

4.3 Spannungsintensitätsfaktor

Wie bereits oben erwähnt ist die Grundlage für bruchmechanische Konzepte und Methoden die Untersuchung der Gegebenheiten an der Risspitze, welche in der linear elastischen Bruchmechanik durch Spannungsfelder repräsentiert werden. Betrachten wir zunächst die Umgebung rund um die Risspitze mit Radius R für einen geraden Riss in einem zweidimensionalen Körper, siehe Abbildung 10.

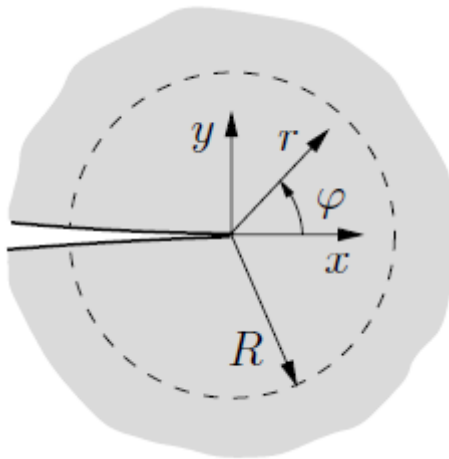


Abbildung 10: Risspitzenumgebung eines zweidimensionalen geraden Risses, [16], S63.

Durch Einführung von Polarkoordinaten r und ϕ an der Risspitze, ergeben sich Reihenentwicklungen für die Risspitzen Spannungsfelder mit Reihengliedern, die abhängig von dem Faktor $r^{(n/2)-1}$ sind, mit $n = 1, 2, 3, \dots$ Berücksichtigt man nur das erste Reihenglied mit $r^{-1/2}$ so ergibt sich für ebene Rissprobleme die Spannungsverteilung:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} [K_I f_{ij}^I(\varphi) + K_{II} f_{ij}^{II}(\varphi)] \quad (3)$$

mit $i, j = x, y$ und $f_{ij}^I(\varphi)$ und $f_{ij}^{II}(\varphi)$ als dimensionslose Funktionen, die nur vom Winkel φ abhängen [8], S.55. K_I und K_{II} sind die sogenannten Spannungsintensitätsfaktoren für Mode I und Mode II. Nähert sich $r \rightarrow 0$ gibt die Gleichung (3) die elastischen Spannungsfelder in unmittelbarer Umgebung der Risspitze exakt wieder. Diese $1/\sqrt{r}$ -Singularität ist charakteristisch für eine Risspitze. Dieses Verhalten ist auch für räumliche Rissprobleme anwendbar. Dazu wird die Gleichung (3) durch den Spannungsintensitätsfaktor für Mode III K_{III} erweitert.

Die Spannungsintensitätsfaktoren beschreiben die Intensität der singulären Spannungsfelder und sind gleichzeitig ein Maß für die Größe der Verschiebungen in der Rissumgebung, d.h. auch ein Maß für die Rissöffnung oder die Verschiebungen der Rissoberflächen gegeneinander. Die Spannungsintensitätsfaktoren sind abhängig von:

- der äußeren Belastung des Bauteils,
- der Rissgeometrie oder der Risslänge bzw. der Risstiefe,
- der Risslage, der Rissanordnung, der Geometrie des Bauteils sowie von der Art und der Stelle der Lasteinleitung.

Sie beschreiben also die Intensität, nicht aber die Verteilung der Spannungen und Verschiebungen in der Rissumgebung [8], S.62. Für jeden der drei oben erwähnten Moden lässt sich der Spannungsintensitätsfaktor wie folgt berechnen:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}Y_I \quad (4)$$

$$K_{II} = \tau\sqrt{\pi a}Y_{II} \quad (5)$$

$$K_{III} = \tau_z\sqrt{\pi a}Y_{III} \quad (6)$$

Die Geometriefaktoren Y_I , Y_{II} und Y_{III} sind für die jeweilige Mode-Beanspruchung zu wählen und für die meisten Fälle aus einer genormten Tabelle zu entnehmen. Die Rissgröße wird durch a repräsentiert, während die Belastung durch die Normalspannung σ und die Schubspannungen τ bzw. τ_z abgebildet werden.

4.4 J-Integral

Die Methoden der LEBM sind jedoch nur bedingt anwendbar, da in realen Werkstoffen um die Risspitze plastische Verformungen auftreten. Diese sind durch die hohen Spannungen um die Risspitze bedingt. Ist dieser Bereich jedoch klein im Vergleich zur Größe des Risses, spricht man vom Kleinbereichsfließen. Für große plastische Verformungen bedient man sich der Methoden der elastisch-plastischen Bruchmechanik (EPBM). Bei einer dieser Methoden handelt es sich um das sogenannte J-Integral.

Bei dem J-Integral handelt es sich um ein wegunabhängiges Linienintegral mit einem geschlossenem Integrationsweg um die Risspitze. Diese Wegunabhängigkeit ist jedoch nur

dann gegeben, solange es sich um ein homogenes und nicht-linear elastisches Material handelt. Das J-Integral kann auch für ein elastisch-plastisches Material angewandt werden, jedoch nur unter der Bedingung, dass die Deformationstheorie der Plastizität eingehalten wird. Die Abbildung 11 zeigt einen solchen geschlossenen Integrationsweg um eine Risspitze.

Die Deformationstheorie behandelt also ein elastisch-plastisches Material, als wäre es nichtlinear-elastisch. Das heißt, dass die Vorgeschichte bei der Verformung keinen Einfluss auf den Spannungszustand hat. Daher ist diese Theorie nicht in der Lage, das reale plastische Materialverhalten bei Entlastungsvorgängen zu beschreiben [14], S15.

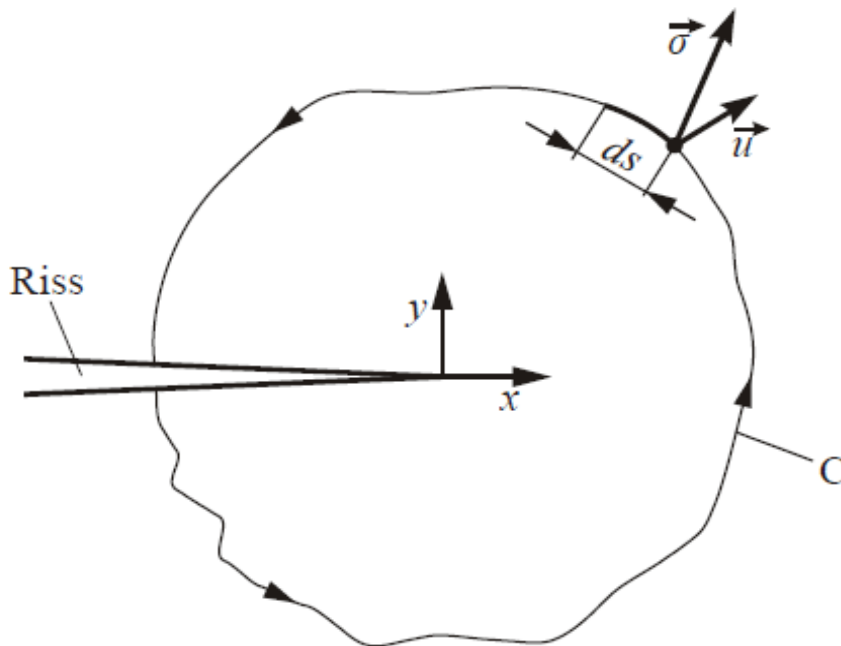


Abbildung 11: J-Integral mit geschlossenem Integrationsweg C um die Risspitze mit Verschiebungsvektor \vec{u} und Spannungsvektor $\vec{\sigma}$ [8], S.84

Der Integrationsweg wird durch C und die Wegkoordinate durch ds dargestellt. Das J-Integral lässt sich mit Gleichung (7) berechnen, wobei U die Verzerrungsenergie pro Volumeneinheit, $\vec{\sigma}$ den Spannungsvektor, \vec{u} den Verschiebevektor, $\boldsymbol{\sigma}$ den Spannungstensor und $\boldsymbol{\epsilon}$ den Dehnungstensor darstellen.

$$J = \int_C (U dy - \vec{\sigma} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds) \quad (7)$$

$$U = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon \quad (8)$$

In der linear elastischen Bruchmechanik ist der Wert des J-Integrals äquivalent der Energiefreisetzungsrate G und dem Spannungsintensitätsfaktor K . Für reine Mode I - Beanspruchung kann auch der Spannungsintensitätsfaktor K_I aus dem Wert des J-Integrals ermittelt werden. Diese Umrechnung erfolgt für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) über folgende Gleichung:

$$J = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2 \quad (9)$$

4.4.1 FEM-Berechnung des J-Integrals

Zunächst wird die numerische Berechnung anhand eines ebenen Problems erläutert. Die Berechnung für räumliche Probleme basiert jedoch auf demselben Prinzip. Der für das J-Integral benötigte Integrationsweg Γ wird in Teilstücke Γ_e je Element aufgeteilt, wie das in der Abbildung 12 dargestellt ist. Dieser Integrationsweg wird meistens durch die Integrationspunkte (IP) des Elements gelegt, da dort die Spannungen aus der FEM-Berechnung bekannt sind. Diese Vorgehensweise liefert auch die genauesten Ergebnisse.

Mit Hilfe dieses Teilstückes wird das J-Integral $J^{(e)}$ über ein Element ermittelt. Der Gesamtwert des J-Integrals ergibt sich als Summe der einzelnen J-Integrale aller Elemente im Integrationsweg.

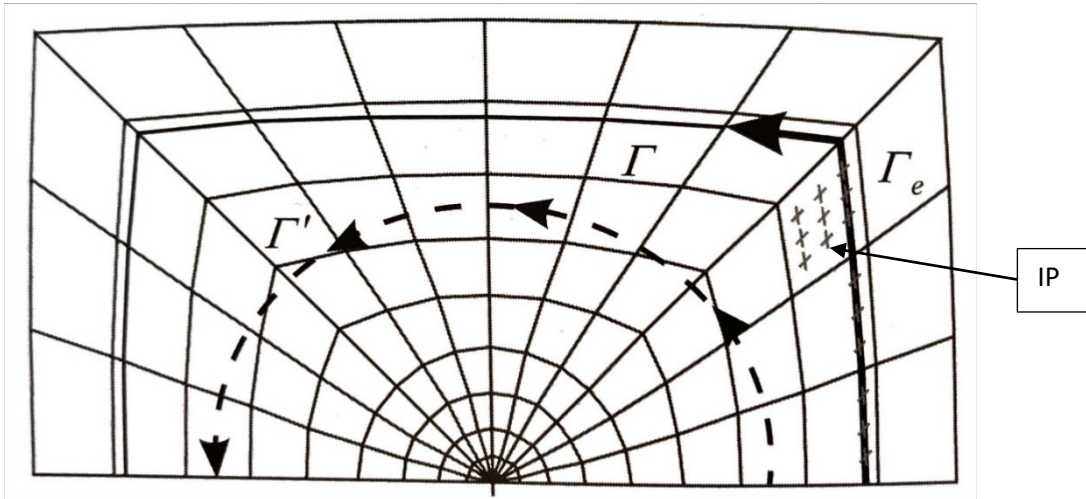


Abbildung 12: Numerische Berechnung des J-Integrals anhand eines ebenen Beispiels mit dem Integrationsweg Γ durch die Integrationspunkte des Elements und einem alternativen Integrationsweg Γ' [9], S.234

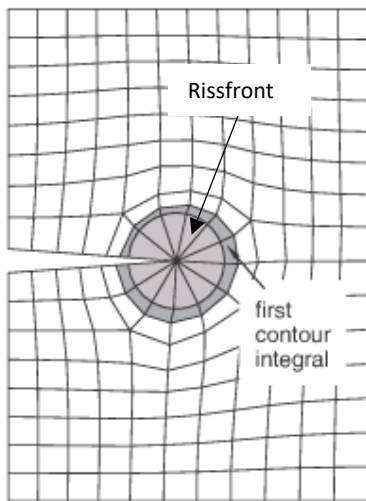
$$J = \sum_{e=1}^{n_E} J^{(e)} \quad (10)$$

Es besteht auch die Möglichkeit eine vereinfachte Kontur für die Berechnung des J-Integrals zu verwenden, wie das in Abbildung 12 durch Γ' dargestellt wird. Um jedoch diese Berechnungsvariante zu verwenden, müssen die Ergebnisse der FEM-Berechnung entlang dieses Pfades bekannt sein. Dies kann jedoch zu numerischen Ungenauigkeiten führen. Da die Berechnung des J-Integrals in direktem Zusammenhang mit der Vernetzung steht, ist auf die Wahl des Elementtyps, sowie auf die Netzfeinheit und Qualität zu achten. Dies wird im Kapitel 5.1.2 näher behandelt.

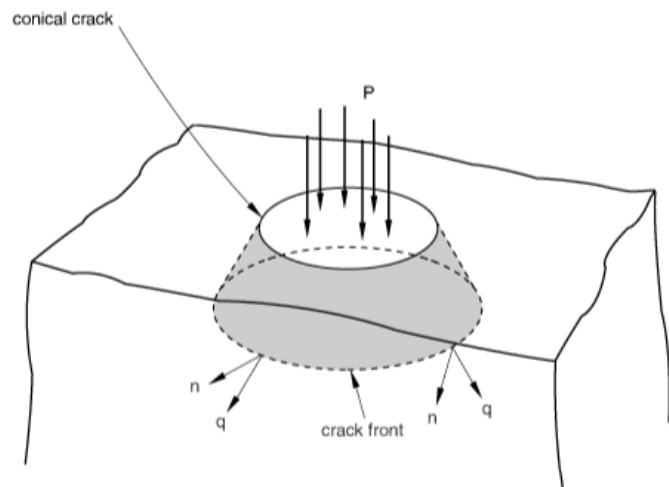
4.4.2 FEM-Berechnung eines Risses

Um in Abaqus Risse abbilden zu können, müssen bestimmte Parameter definiert werden. Der erste dieser Parameter ist die Bruchfläche des Risses. Der zweite Parameter zu definierende Parameter ist die sogenannte Rissfront. Diese wird benötigt, um die erste Kontur zu berechnen. Dabei werden alle Elemente innerhalb dieser Rissfront, sowie die Elemente der ersten Schicht außerhalb dieser Rissfront verwendet. Da die ersten beiden Konturen zu großen numerischen Ungenauigkeiten neigen, empfiehlt es sich eine ausreichend hohe Anzahl an zu rechnenden Konturen zu wählen. Der nächste Schritt bei der Modellierung eines Risses ist die Definition der Rissausbreitungsrichtung. Dies wird über sogenannte q-Vektoren abgebildet, welche für jeden Knoten entlang der Rissfront einen Rissausbreitungsvektor vorgibt. Die

Abbildung 13 zeigt sowohl die Rissfront anhand eines zweidimensionalen Bauteils als auch die q-Vektoren anhand eines dreidimensionalen konischen Risses.



a)



b)

Abbildung 13: Numerische Rissmodellierung in Abaqus: a) Definition der Rissfront und der ersten Kontur zur Berechnung des J-Integrals, b) Definition der q-Vektoren anhand eines konischen dreidimensionalen Risses [11]

4.5 Risstreibkräfte

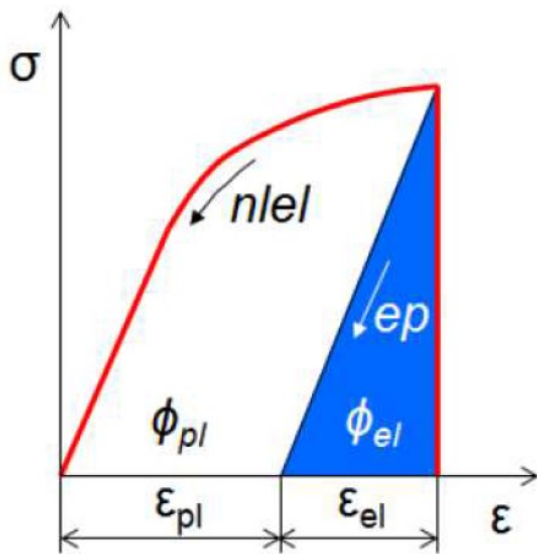
Die oben beschriebenen Ansätze der Bruchmechanik sind nur unter gewissen Bedingungen gültig. Das Rissöffnungsverschiebungskonzept wurde im Rahmen dieser Masterarbeit nicht behandelt, jedoch wurde es der Vollständigkeit halber in diese Tabelle eingefügt. Tabelle 2 [13] zeigt die Gültigkeitsbereiche dieser Methoden.

Tabelle 2: Übersicht über die Ansätze der Bruchmechanik

Bruchmechanischer Ansatz	Gültigkeitsbereich
Energiefreisetzungsrate G [J/m^2]	<ul style="list-style-type: none"> • LEBM • Kleinbereichsfließen
Spannungsintensitätsfaktor K [$MPa\sqrt{m}$]	<ul style="list-style-type: none"> • LEBM • Kleinbereichsfließen
Rissöffnungsverschiebung (CTOD) δ [mm]	<ul style="list-style-type: none"> • Kleinbereichsfließen • Großbereichsfließen • Allgemeine Fließvorgänge
J-Integral [J/m^2]	<ul style="list-style-type: none"> • LEBM • Kleinbereichsfließen • Großbereichsfließen • Allgemeine Fließvorgänge
Risstreibkräfte [J/m^2]	<ul style="list-style-type: none"> • LEBM • Kleinbereichsfließen • Großbereichsfließen • Allgemeine Fließvorgänge • Zyklisch-plastisch Belastung

Aus Tabelle 2 wird ersichtlich, dass das Konzept der Risstreibkräfte auch bei zyklisch-plastischer Belastung anwendbar ist. Wie bereits in Kapitel 4.3 erwähnt, ist die Wegunabhängigkeit des J-Integrals nur unter Einhaltung der Deformationstheorie der Plastizität gegeben. Um das Rissverhalten in einem elastisch-plastischen Material realitätsgetreu abbilden zu können, muss die inkrementelle Plastizitätstheorie angewandt werden.

Die inkrementelle Plastizitätstheorie berücksichtigt die bleibende plastische Verformung eines Materials und beschreibt daher das plastische Materialverhalten auch im entlasteten Zustand [14], S16. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 14 dargestellt.



ϵ ...Gesamtdehnung

ϵ_{el} ...elastischer Anteil der Gesamtdehnung

ϵ_{pl} ...plastischer Anteil der Gesamtdehnung

Abbildung 14: Spannungs-Dehnungs-Kurve eines elastisch-plastischen Materials mit der blauen Fläche als elastischen Anteil der Verzerrungsenergiedichte und der weißen Fläche als plastischer Anteil der Verzerrungsenergiedichte [13], S.5

Abbildung 14 zeigt einen Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines elastisch-plastischen Materials. Dabei stellt die Fläche unter der roten Kurve die gesamte Verzerrungsenergie dar, welche nach der Deformationstheorie zur Verfügung steht. In der inkrementellen Plastizitätstheorie steht jedoch nur der elastische Anteil der Verzerrungsenergiedichte Φ_{el} (blaue Fläche) für die Risstreibkraft zur Verfügung, da der plastische Anteil der Verzerrungsenergiedichte Φ_{pl} (weiße Fläche) während der Plastifizierung verbraucht wird. Das Konzept der Risstreibkräfte stellt also eine Erweiterung des J-Integrals dar.

Als Risstreibkräfte werden thermodynamische Kräfte bezeichnet, welche für die Bewegung von Defekten wie Risse verantwortlich sind [12]. Mit Hilfe des „Energie-Impuls-Tensors“ nach Eshelby [12] lassen sich diese Risstreibkräfte berechnen. Bei diesem Tensor handelt es sich um einen Tensor 2. Stufe, der nach Gleichung (11) berechnet wird. Die nähere Beschreibung der angeführten Gleichungen sind in der Arbeit von Simha et.al. [15] näher beschrieben. Die fettmarkierten Buchstaben stellen Tensoren dar.

$$\mathbf{C} = \Phi \mathbf{I} - \mathbf{F}^T \mathbf{S} \quad (11)$$

wobei Φ das Helmholtz-Potential, I die Einheitsmatrix, \mathbf{F} den Deformationsgradienten und \mathbf{S} den Piola-Kirchhoff-Spannungstensor darstellt. Die Risstreibkräfte errechnen sich aus der Divergenz dieses Tensors, wie das in der Gleichung (12) beschrieben ist. Die Divergenz dieses Tensors ist an einem Defekt ungleich Null.

$$\vec{f} = -\nabla^T \mathbf{C} \quad (12)$$

Der daraus resultierende Vektor \vec{f} definiert die Größe und die Richtung der Risstreibkraft. Im Vergleich dazu beschreibt das im vorherigen Kapitel beschriebene J-Integral nur die Spannungsintensität um die Rissspitze, jedoch nicht die Richtung der Rissausbreitung. Der allgemeine Zusammenhang zwischen J-Integral und Risstreibkraft f lautet wie folgt:

$$J_{\text{Rissspitze}} = -\vec{f}_{\text{Rissspitze}} \cdot \vec{e} \quad (13)$$

Das J-Integral um die Rissspitze ergibt sich als Skalarprodukt der Risstreibkraft um die Rissspitze mit dem nominellen Risswachstumsvektor \vec{e} . Somit ergibt sich für das J-Integral ein skalarer Wert.

5 FE-Modell

Die Simulation wird mit dem Programm Abaqus® durchgeführt. Für die Simulation wird das Rad-Schiene Modell vereinfacht ausgeführt. Der Schienenschnitt, in welchem sich der Riss befindet, wird als Quader modelliert. Das Rad und die durch das Rad hervorgerufene Belastung werden durch eine bewegte Last abgebildet. Um die Simulation einfach zu halten, wird der Riss als Kreis modelliert. Das FE-Modell wird an das sogenannte Penny-Shaped-Crack Modell angelehnt. Bei dem Penny – Shaped-Crack Modell handelt es sich um Rissmodell, in welchem sich in einem unendlich großen Bauteil ein kreisförmiger Innenriss befindet. Dieses Bauteil wird durch eine reine Zugbeanspruchung belastet. Die Abbildung 15 zeigt dieses Modell mit der Rissgröße a und der Zugbeanspruchung σ .

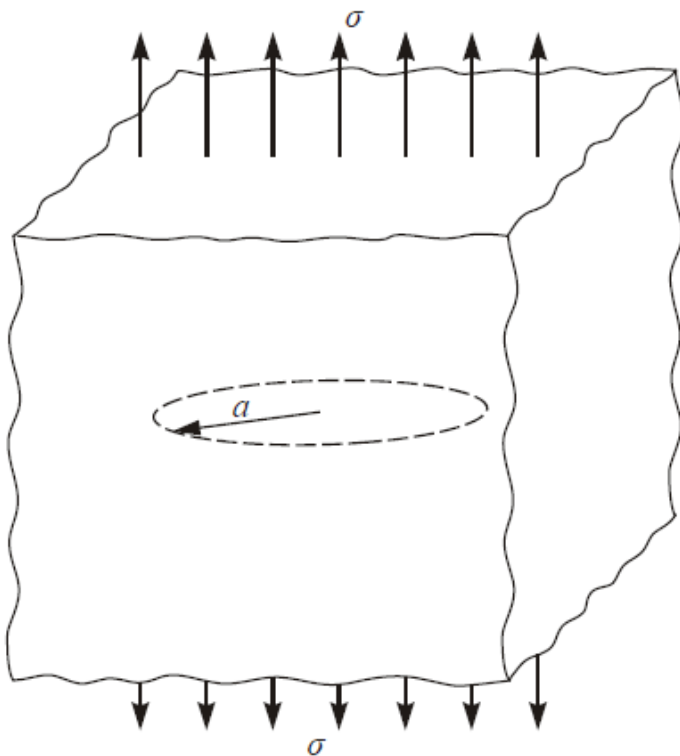


Abbildung 15: Penny Shaped Cracked Modell in einem unendlich großen Bauteil mit Rissgröße a und Zugspannung σ [8], S.55

5.1 Aufbau des FE-Modells

Wie zu Beginn dieses Kapitels erwähnt, wird das Rad-Schiene Modell vereinfacht als Quader modelliert. Das theoretische Penny-Shaped-Crack Modell sieht ein unendlich ausgedehntes Bauteil vor, so dass es keinen Einfluss der Bauteilränder gibt. Da es nicht möglich ist ein unendlich ausgedehntes Bauteil numerisch abzubilden, wurde darauf geachtet, dass die Quaderabmessungen im Vergleich zur Rissgröße ein Vielfaches betragen. Die Quaderabmessungen betragen 100x100x50 mm, siehe Abbildung 16.

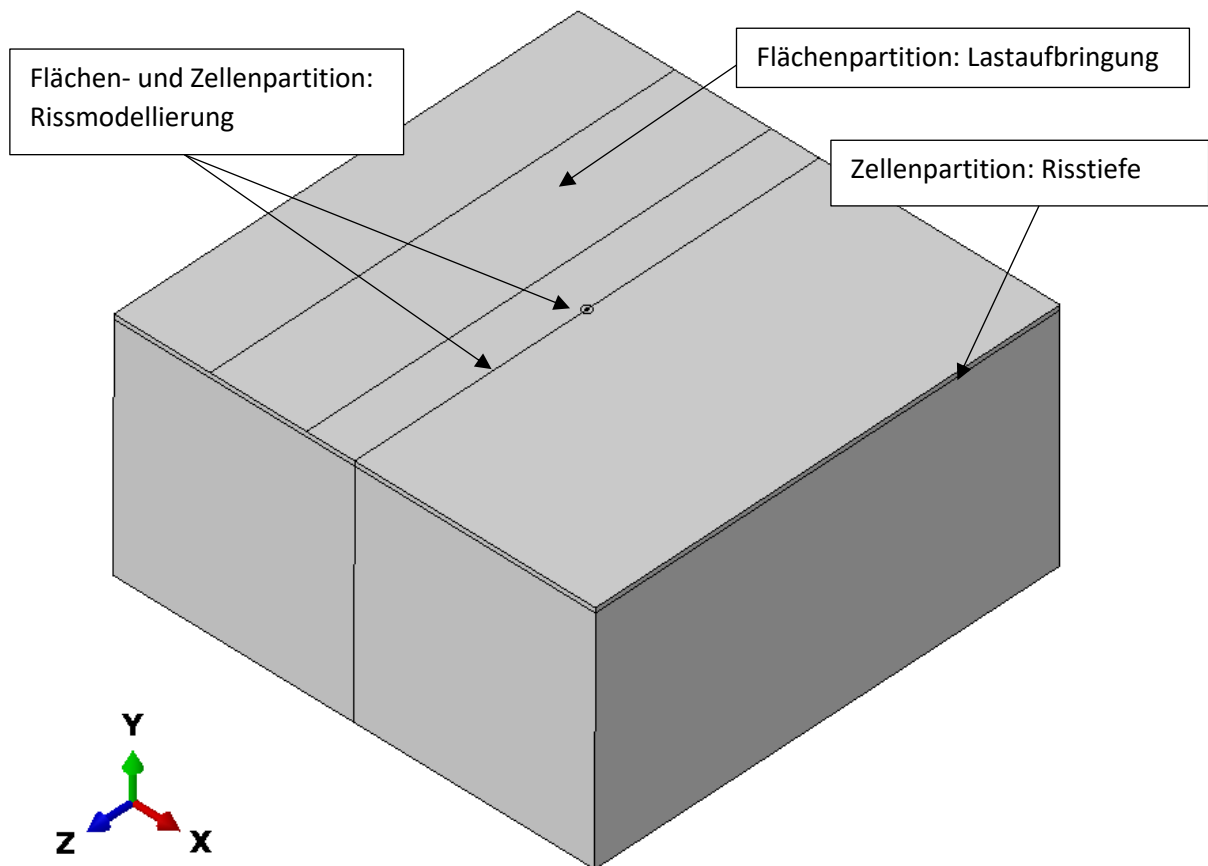


Abbildung 16: FEM-Modell mit den dazugehörigen Partitionen

Das Modell wird dabei so modelliert, dass damit unterschiedliche Risskonfigurationen und Belastungen berechnet werden können, um so die unterschiedlichen Einflüsse analysieren zu können. Die wichtigsten Rissparameter, welche in Abbildung 17 dargestellt sind, sind folgende:

- Rissgröße a
- Risstiefe d
- Risslage α
- Rissflankenreibung μ
- Normalbelastung σ_n
- Oberflächenreibwert μ_o

Da es sich um einen kreisförmigen Riss handelt, entspricht der Durchmesser des Risses der Rissgröße. Als Risstiefe wird der Abstand des Risses von der Oberfläche verstanden. Diese beiden bilden die wichtigsten Parameter. Unter der Risslage wird der Winkel des Risses zur Oberfläche bezeichnet, während die Rissflankenreibung den Reibwert zwischen den beiden Rissflanken angibt. Die Normalbelastung entspricht der Normalkraft N aus Abbildung 1, während der Oberflächenreibwert zur Berechnung der Traktionskräfte T_η und T_ξ darstellt. Diese Parametrisierung erfolgt über ein Python-Skript, welches sich im Anhang A.3 befindet.

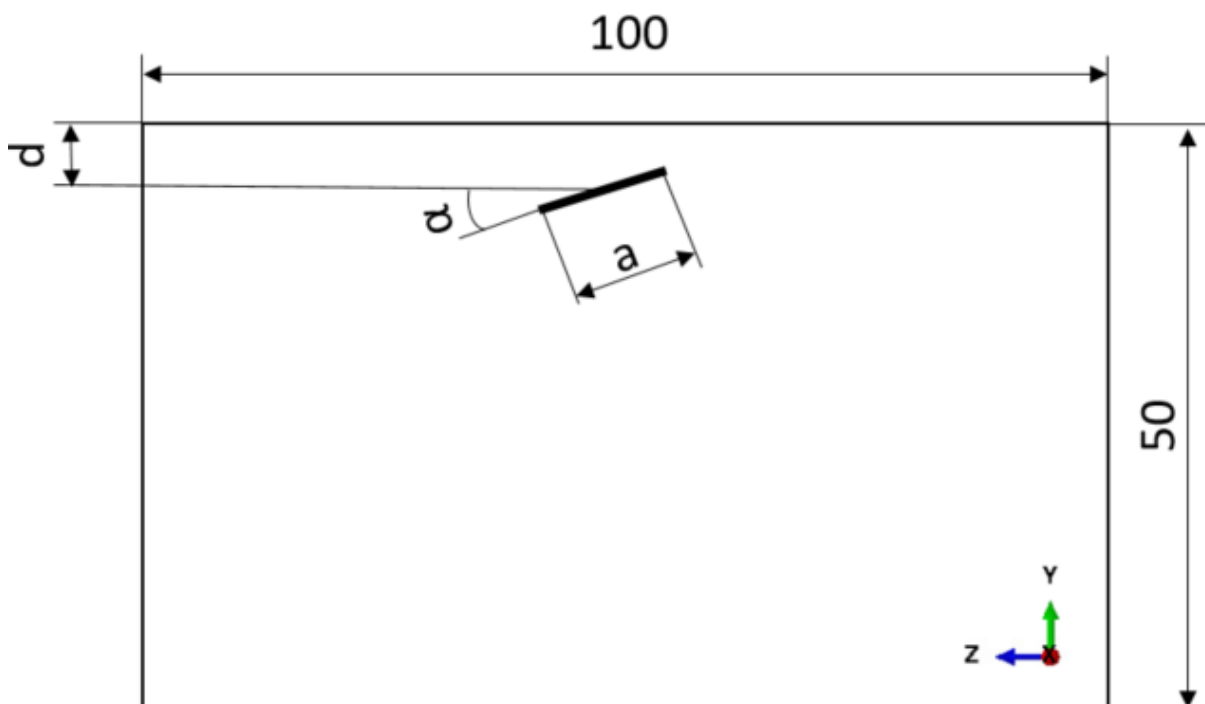


Abbildung 17: Übersicht über die wichtigsten Modellparameter

5.1.1 Rissmodellierung

In Kapitel 4.4.2 wird auf die notwendigen Parameter, welche für eine Rissmodellierung notwendig sind, hingewiesen. Für das betrachtete Modell wird die in Abbildung 18 dargestellte Fläche als Bruchfläche verwendet. Als Rissfront gilt die kreisförmige Kontur des Risses. Die Rissausbreitungsrichtung ist normal zu Rissfront gewählt.

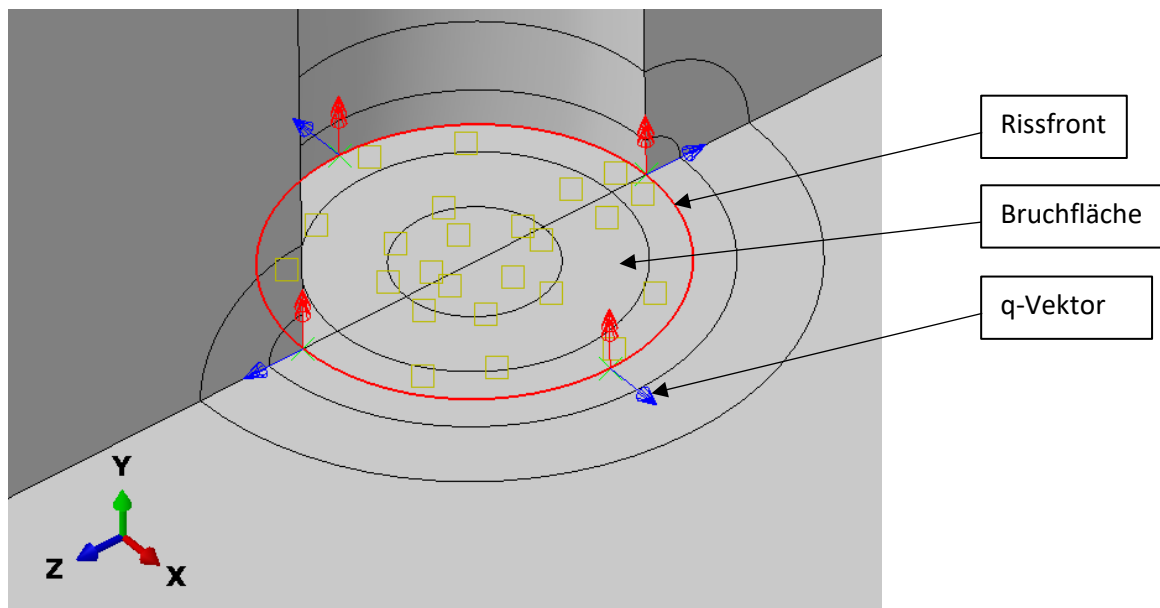


Abbildung 18: Rissmodellierung mit dazugehöriger Rissfront, Bruchfläche und q-Vektoren

5.1.2 Vernetzung

Wie bereits in Kapitel 4.4.1 erwähnt, hat die Elementwahl einen großen Einfluss auf das Ergebnis. Um die im Kapitel 4.3 erwähnte Singularität um die Risspitze beschreiben und numerisch abbilden zu können, wird der Bereich um die Risspitze mit speziellen Risspitzelementen vernetzt. Bei diesem Elementtyp handelt es sich um 8-knotige Viereckselemente, bei welchen eine Seite zu einem Punkt kollabiert werden. Abbildung 19 zeigt dies. Dabei fallen die Knoten 1 und 4 mit dem Knoten 8 zusammen.

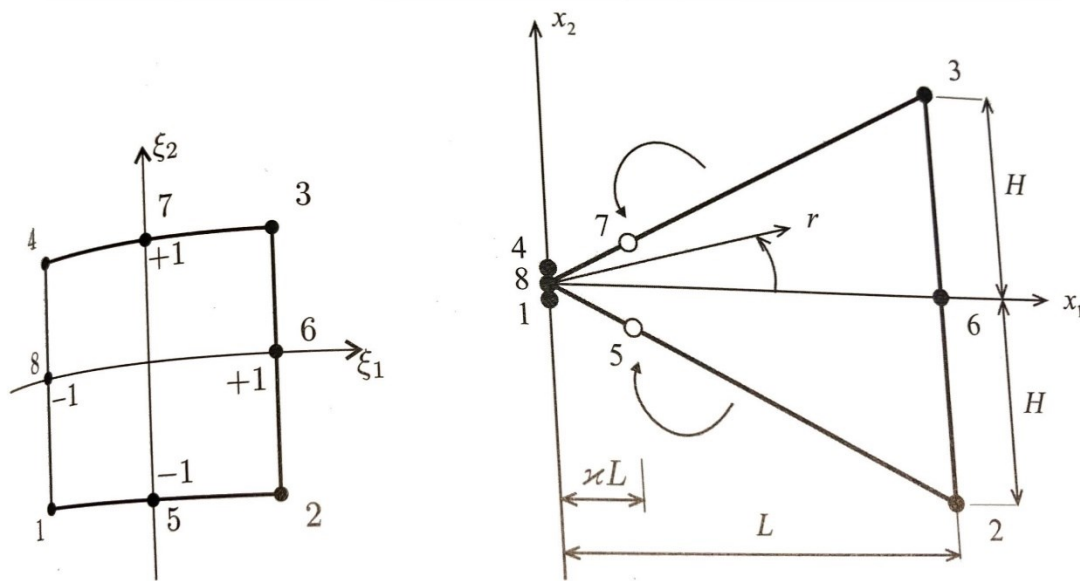


Abbildung 19: 2D-kollabierte Viereckselemente mit Elementlänge L . Knoten 1 und 4 fallen mit Knoten 8 zusammen. [9], S.195

Der Vorteil dieser Elemente ist, dass die Risspitze vollständig umhüllt werden kann. Des Weiteren erkennt man in der Abbildung 19, dass die Knoten 5 und 7 variable Positionen einnehmen können. Dies wird durch die Beziehung χL gekennzeichnet, in welcher χ die Position der Knoten 5 und 7 angibt. Um die $1/\sqrt{r}$ – Singularität zu reproduzieren werden die Knoten 5 und 7 auf ein Viertel der Elementlänge L geschoben. Werden Elemente ohne diese Viertelknoten verwendet, besteht die Gefahr, dass die singulären Rissansätze nicht mit den regulären Formfunktionen an den Rändern zu den Nachbarelementen kompatibel sind [9], S.192. Die Viertelknoten verschaffen Abhilfe, in dem Koordinaten der Knoten von der Mitte in Richtung Risspitze auf die Viertelposition bei allen Elementkanten, die auf die Risspitze zulaufen, verschoben werden [9], S.192. Das Konzept der Viertel-elemente lässt sich auch auf räumliche Elemente anwenden. Dazu werden die 2D-Elemente und eine weitere Dimension erweitert, wie das in Abbildung 20 dargestellt ist.

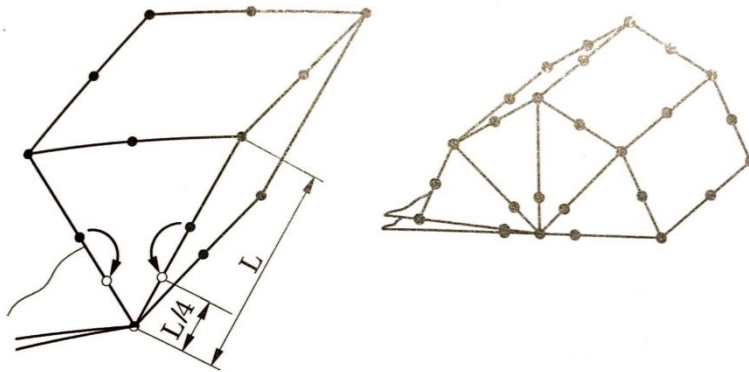


Abbildung 20: 3D-Risspitzenelemente mit Viertelknoten bei $L/4$ [9], S.199

Für diese Masterarbeit wird der Bereich um die Risspitze mit sogenannten „Wedge“ Elementen vernetzt. Dabei handelt es sich um 6-knotige lineare triangulare Prismen. Aufgrund der linearen Ansatzfunktionen dieses Elementtyps, gibt es keine Zwischenknoten und dementsprechend auch keine Viertelknotenpositionen. Da sich diese Masterarbeit jedoch mit der Auswertung des J-Integrals befasst, kann die Singularität ignoriert werden [11]. Der restliche Bereich wird mit 8-knotigen linearen Hexaedern vernetzt. Abbildung 21 zeigt die beiden verwendeten Elementtypen.

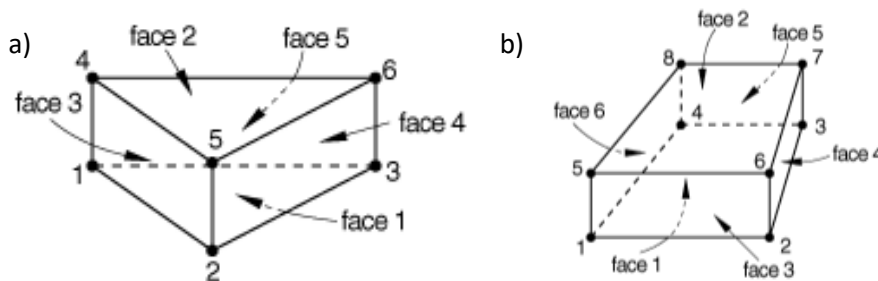


Abbildung 21: a) Wedge-Element, b) Hexaeder [11]

In Abbildung 22 ist die Vernetzung des gesamten Würfels dargestellt. Es ist zu erkennen, dass im Bereich der Lastaufbringung und im Bereich des Risses ein feineres Netz gewählt wird.

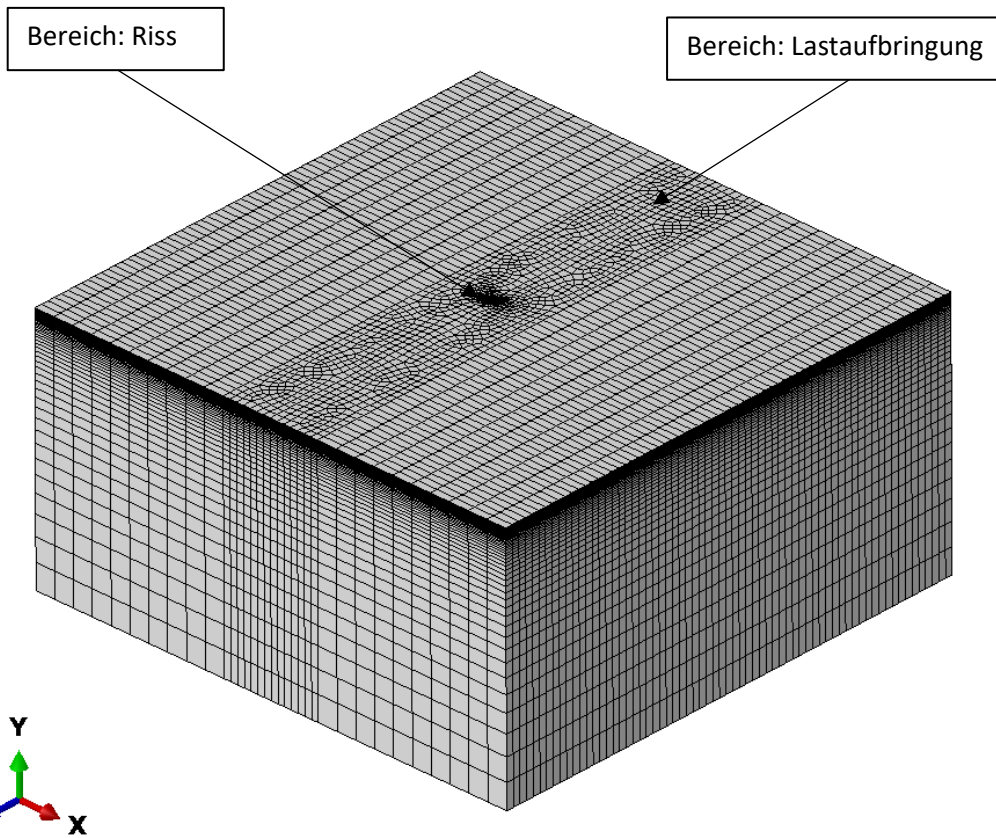


Abbildung 22: Vernetzung Würfel

Der Bereich um den Riss wird in Abbildung 23 detaillierter dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Bereich um die Rissfront sehr fein vernetzt wird.

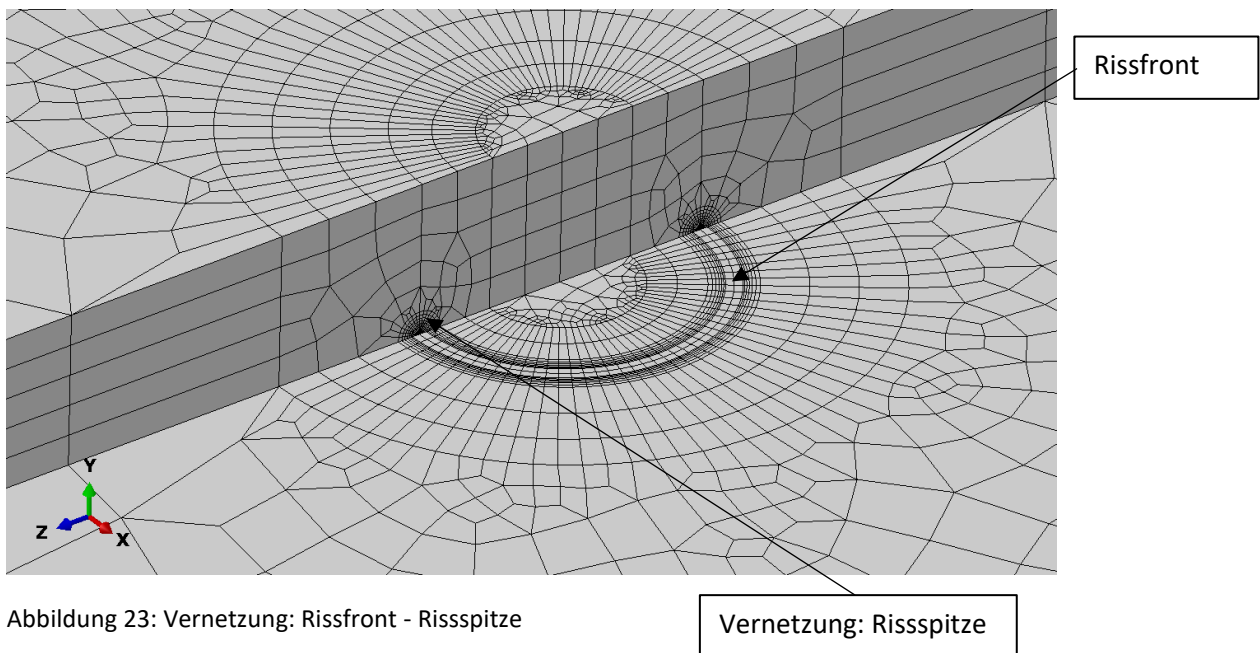


Abbildung 23: Vernetzung: Rissfront - Risspitze

Damit das J-Integral richtig berechnet werden kann, wird das Netz um die Risspitze ebenfalls fein ausgeführt. Dadurch wird gewährleistet, dass genügend Konturen vorhanden sind, welche für die Berechnung des J-Integrals benötigt werden. In Summe werden fünf Konturen berechnet. Da die ersten beiden Konturen ungenaue Ergebnisse liefern, wird für die Auswertung des J-Integrals die dritte Kontur herangezogen. Die nachfolgende Abbildung 24 zeigt die Vernetzung der Risspitze durch die Wedge-Elemente, sowie die Vernetzung rund um die Risspitze.

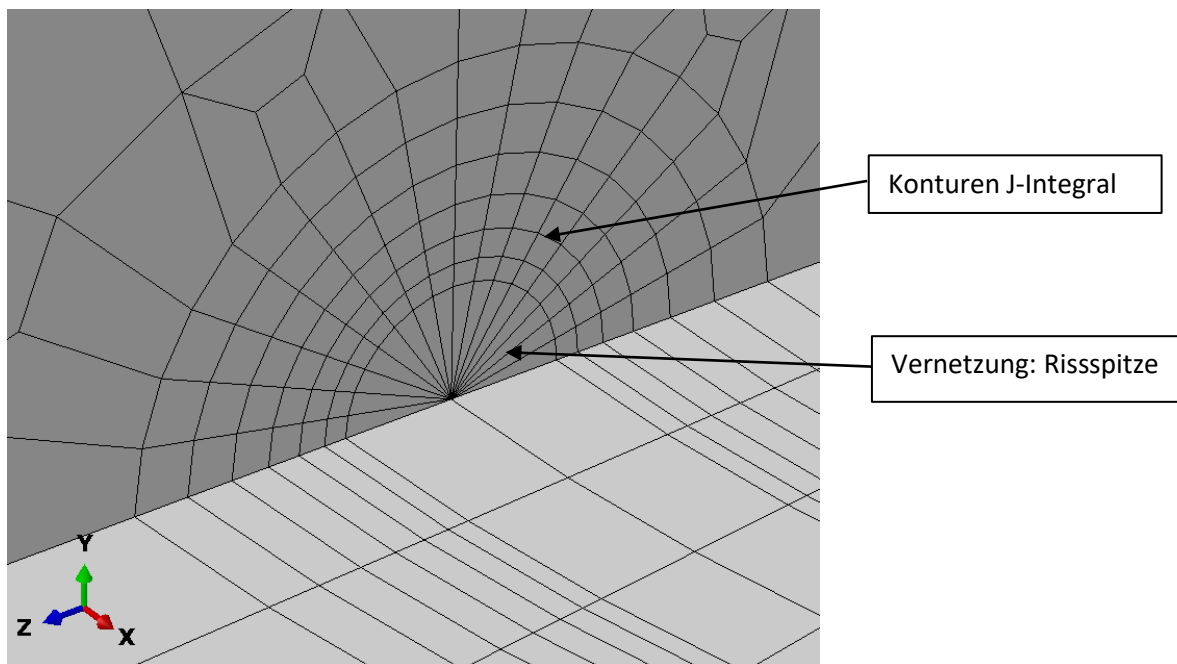


Abbildung 24: Risspitzenvernetzung durch Wedge-Elemente

Die Elementgröße an der Rissfront wird für die Berechnung der unterschiedlichen Rissgrößen nicht gleich groß gewählt. Der Grund liegt in der hohen Anzahl der Elemente, welche sich bei größeren Rissen einstellt und dadurch die Rechenzeiten maßgeblich erhöht. Die verwendeten Elementgrößen für die betrachteten Risse sind in Tabelle 3 abgebildet.

Tabelle 3: Elementgröße

Rissgröße	Elementgröße
0.25 mm	0.05 mm
1 mm	0.075 mm
5 mm	0.3 mm

5.1.3 Belastung

Um die Belastungen, welche im Rad-Schiene Kontakt herrscht, realitätsgetreu abbilden zu können, müssen sowohl die Normalbelastung als auch die Traktion berücksichtigt werden. Die Normalbelastung wird der Schiene nach dem oben beschriebenen Hertz'schen Kontaktmodell aufgeprägt. Die vorherrschende elliptische Druckverteilung wird vollständig parametrisiert, sodass auch eine kreisförmige Druckverteilung vorliegen kann. Für die Traktion wird dieselbe Verteilungsfunktion herangezogen, jedoch mit einem anderen Richtungsvektor und einer reduzierten Amplitude.

Die Schwierigkeit bei der Abbildung der Belastung liegt darin, diese als bewegte Last darzustellen, ohne jedoch den gesamten Rad-Schienen Kontakt zu modellieren. Um dieses Problem zu lösen, werden zwei unterschiedliche Subroutinen verwendet:

- DLOAD
- UTRACLOAD

Die Subroutine DLOAD generiert einen flächig verteilten Druck, während die Subroutine UTRACLOAD eine flächig verteilte Traktionsbelastung generiert. Beide Subroutinen sind Funktionen von Position, Zeit, Elementnummer und anderen Variablen. Mit Hilfe dieser Subroutinen wird die Belastung auf eine definierte Fläche aufgebracht und über die Oberfläche bewegt. Der Fortran-Code beider Subroutinen befindet sich im Anhang A.1.

Die Belastung wird auf die Oberfläche des Würfels aufgebracht. Diese ist zunächst homogen über die Fläche verteilt. Die genaue Verteilung erfolgt dann über die jeweilige Subroutine. Die Position des Lastangriffspunktes ist variabel gestaltet. Die allgemeine Lastverteilung, sowie die Position des Lastangriffspunktes sind in Abbildung 25 zu sehen.

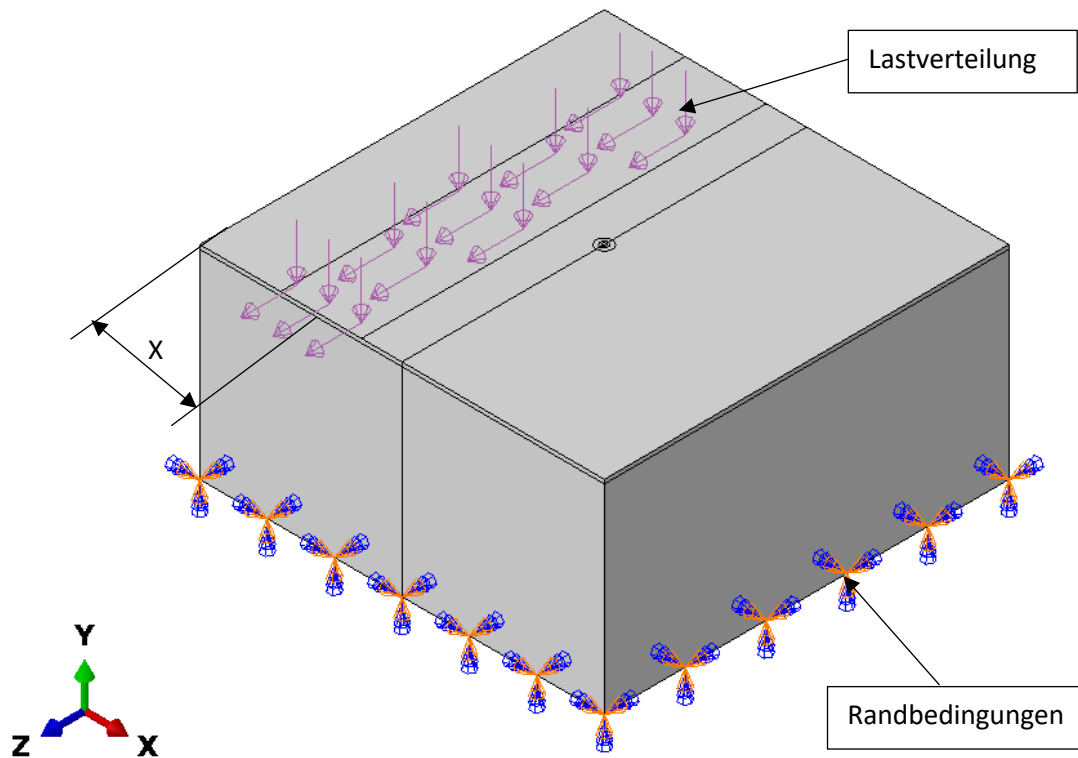


Abbildung 25: FE-Modell: Lastverteilung – Exzentrizität x - Randbedingungen

Die Position des Lastangriffspunktes ist variabel steuerbar, so dass die Last nicht mittig über den Riss fahren muss. Dadurch wird gewährleistet, dass auch der Einfluss unterschiedlicher Lastpositionen berücksichtigt werden kann. Des Weiteren sind in der Abbildung 25 die Randbedingungen dargestellt. Der gesamte Quader wird an der Unterseite in allen Raumrichtungen sowohl translatorisch als auch rotatorisch festgehalten.

Die Abmessungen der elliptischen bzw. der kreisförmigen Druckverteilung werden mit Hilfe von Gleichung (2) berechnet. Die Berechnung erfolgt für ein bestimmtes Halbachsenverhältnis. Dabei werden folgende Werte für die Berechnung herangezogen:

Tabelle 4: Parameter: Druckverteilung

Radlast	F	100000 N
Maximaler Druck	p_{\max}	1400 MPa
Halbachsenverhältnis	a/b	0.5;1;2

Ein weiterer Aspekt für die Belastungsaufbringung ist die Zeitspanne, in welcher sich die Last über den Riss bewegt. Die Berechnung erfolgt über das Parametrisierungsskript. Die Zeit wird als lineare Funktion der Durchschnittsgeschwindigkeit des Zuges und des Überrollungsweges ermittelt. Diese und die restlichen Modellparameter sind in Tabelle 5 niedergeschrieben.

Tabelle 5: Parameter: Modell

Durchschnittsgeschwindigkeit v	90 km/h
Überrollweg	30 mm
E-Modul E	210000 MPa
Querkontraktionszahl ν	0.3
Rissflankenreibung	0 bzw. 0.5
Normalkontaktbedingung	„Hard Contact“

5.2 Risskonfigurationen

Eines der Ziele dieser Masterarbeit ist es unterschiedliche Risskonfigurationen zu berechnen und miteinander zu vergleichen. Im Folgenden werden drei unterschiedliche Rissgrößen und zwei unterschiedliche Risstiefen berechnet. Des Weiteren werden zwei unterschiedliche Exzentrizitäten, sowie zwei unterschiedliche Rissflankenreibungen miteinander verglichen. Mit Hilfe des Parametrisierungsskripts können jedoch weitere Risskonfigurationen erfolgen. Folgende Risskonfigurationen wurden betrachtet:

Tabelle 6: Risskonfigurationen

Risskonfigurationen	
Rissgröße a	0.25 mm
	1 mm
	5 mm
Risstiefe d	1 mm
	4 mm
Exzentrizität x	20 mm
	30 mm
	50 mm (Last direkt über Riss)
Rissflankenreibung	0
	0.5
Anzahl der Konturen	5

6 Ergebnisse

Für die oben erwähnten Risskonfigurationen werden jeweils die Risstreibkräfte, das J-Integral sowie die Spannungsintensitätsfaktoren ermittelt. Die Berechnung der Risstreibkräfte erfolgt mit Hilfe eines hausinternen Programms des Material Center Leobens. Das J-Integral und die Spannungsintensitätsfaktoren werden mit Hilfe eines Skripts ausgewertet und graphisch dargestellt. Dieses Skript befindet sich ebenfalls im Anhang A.2. Für die Berechnung werden die unterschiedlichen Risskonfigurationen analysiert, jedoch wird für alle Berechnungen dieselbe Belastung sowie dieselbe Druckverteilung verwendet. Die nachfolgende Tabelle 7 enthält diese Parameter.

Tabelle 7: Belastungsparameter

Belastungsparameter	
Normalbelastung	1400 MPa
Traktion in Längsrichtung	280 MPa
Winkellage α	0°
Druckverteilung	kreisförmig (Verhältnis $a/b = 1$)

Die Risstreibkräfte werden nur entlang der Rissfront ausgewertet. Die Abbildung 20 stellt jeweils die maximale Risstreibkraft über der Zeit dar. Für die vektorielle Darstellung der Risstreibkräfte wird der Knoten, an welchem die höchste Risstreibkraft wirkt, hervorgehoben. Die graphische Darstellung des J-Integrals erfolgt für denselben Knoten, an welchem die höchste Risstreibkraft wirkt.

Es werden jeweils immer vier Risskonfigurationen miteinander verglichen, um so den Einfluss des betrachteten Parameters besser analysieren zu können.

Bevor jedoch auf die Ergebnisse eingegangen wird, wird zunächst die Nomenklatur der Risskonfigurationen erklärt, um die Ergebnisinterpretation zu erleichtern. Dies wird anhand eines Beispiels erklärt:

R025_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX20

Tabelle 8: Nomenklatur

R	Rissgröße	a	0.25 mm
W	Risslage	α	0°
T	Risstiefe	d	1 mm
L	Normalbelastung	σ_n	1400 MPa
S	Oberflächenreibung	μ_o	0.2
MU	Rissflankenreibung	μ	0
EX	Exzentrizität	x	20 mm

Bei den Ergebnissen, die ohne Exzentrizität x gerechnet wurden, wird der letzte Term ausgelassen.

6.1 Rissgröße 0.25 mm

6.1.1 Rissflankenreibung

Die Abbildung 26 zeigt die Risstreibkräfte für eine Rissgröße von 0.25 mm bei einer Tiefe von 1 mm bzw. 4 mm. Des Weiteren wird der Einfluss der Rissflankenreibung dargestellt. Für diese Ergebnisse wird die Last mit einer Exzentrizität von 50 mm, d.h. mittig über den Riss geführt.

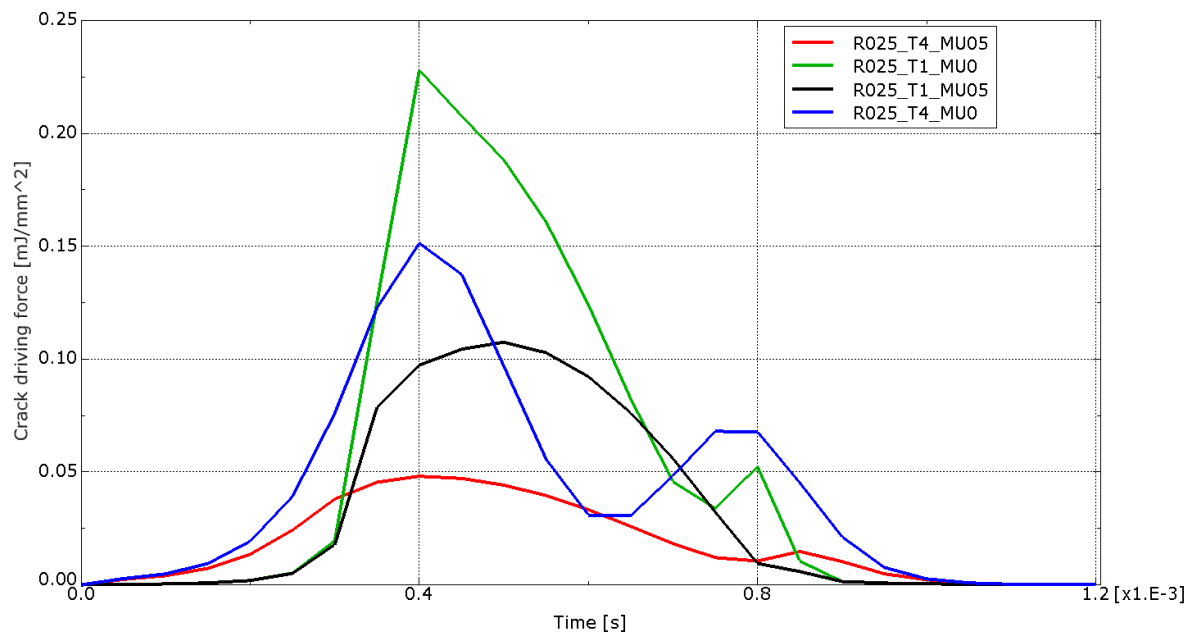


Abbildung 26: Einfluss der Rissflankenreibung auf die Risstreibkräfte: Radius 0.25 mm – Rote Kurve: $d=4\text{ mm}$ $\mu=0.5$; Grüne Kurve: $d=1\text{ mm}$ $\mu=0$; Schwarze Kurve: $d=1\text{ mm}$ $\mu=0.5$; Blaue Kurve: $d=4\text{ mm}$ $\mu=0$

Es ist zu erkennen, dass die Variante mit einer Risstiefe von 1 mm und reibungslosen Rissflanken die höchsten Risstreibkräfte zur Folge hat. Zudem wird der Einfluss der Rissflankenreibung deutlich dargestellt. Für die beiden untersuchten Risstiefen zeigt sich, dass die Reibung zwischen den Rissflanken die Risstreibkräfte reduziert. Der Grund für diese Reduktion liegt in den durch die Rissflankenreibung erzeugten Schubspannungen, welche ein Risswachstum behindern. Die Untersuchung zeigt außerdem den Einfluss der Risstiefe. Je näher der Riss an der Oberfläche ist, desto höhere Risstreibkräfte entstehen. Dieses Verhalten ist bei allen untersuchten Rissgrößen festzustellen. Die Abbildungen für die anderen Rissgrößen befinden sich im Anhang A.4.

Da es sich bei den Risstreibkräften um vektorielle Größen handelt, wird auch eine Vektor-Plot Darstellung gewählt, um die Richtung des Risswachstums zu illustrieren. Wie bereits oben beschrieben, werden für die Darstellung nur jene Elemente herangezogen, welche an der Rissfront liegen. Innerhalb dieser Rissfront liegt die Rissbruchfläche.

Bei den Risstreibkräften handelt es sich knotenbasierte Ausgangsgrößen (NCFP-Nodal Config Force Plastic). Der Knoten mit der höchsten Risstreibkraft, sowie die höchste Risskraft werden durch den fettmarkierten roten Pfeil dargestellt. Die nachfolgenden Abbildungen 27 und 28 zeigen die Vektor-Plot Darstellungen der Risstreibkräfte für die oben beschriebenen Varianten.

Um jedoch die Richtung der Risstreibkräfte interpretieren zu können, müssen die in den Abbildungen dargestellten Vektoren in ihrer Richtung um 180° umgekehrt werden. Dies geht auf die in Gleichung (13) beschriebene Beziehung zurück, in welcher die Risstreibkraft das negative J-Integral darstellt. Dies wird durch den fettmarkierten blauen Pfeil dargestellt. Dieser gibt die Richtung des Risswachstums vor.

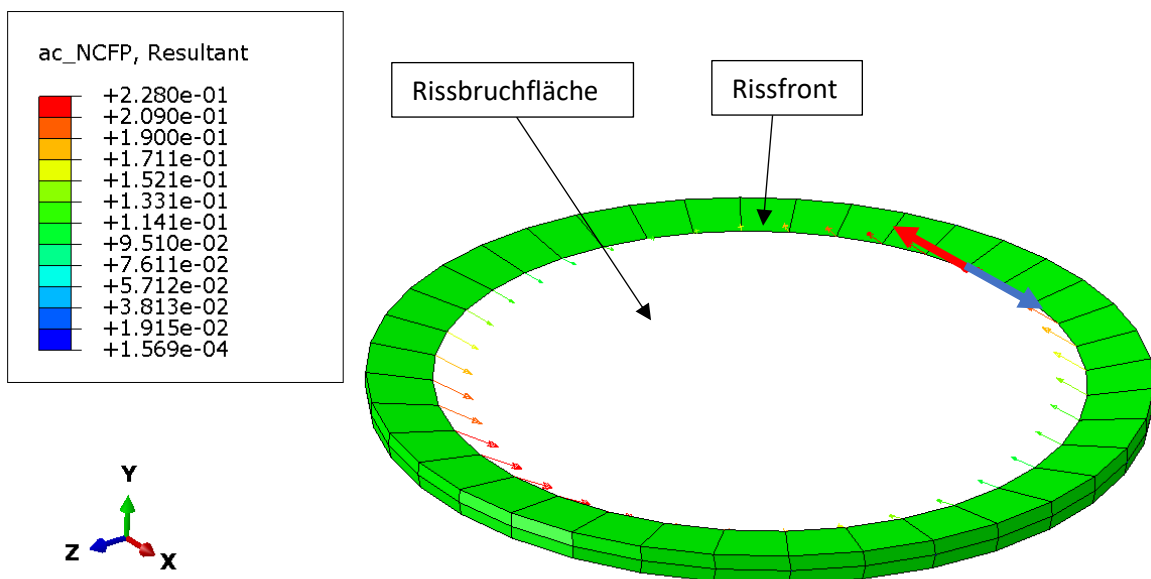


Abbildung 27: Verteilung Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante T1_MU0: Maximale Risstreibkraft von 0.228 mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y- und Z-Richtung.

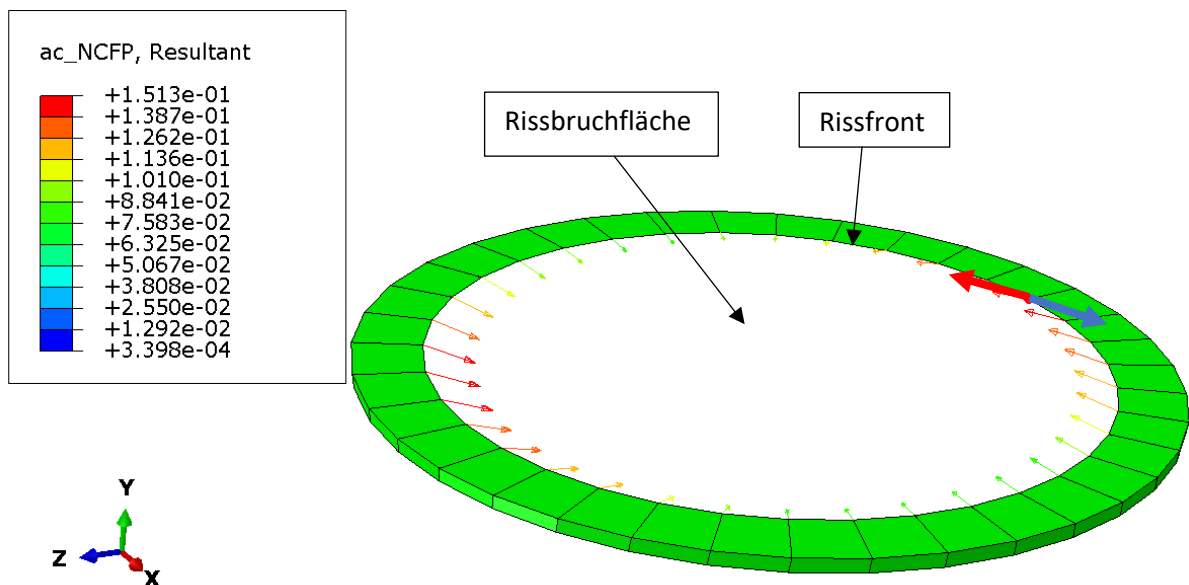


Abbildung 28: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU0: Maximale Risstreibkraft von 0.151 mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y- und Z-Richtung.

Vergleicht man die Richtung der Risstreibkräfte, bemerkt man, dass die Steigung der Risstreibkräfte mit zunehmender Risstiefe sinkt. Dies bedeutet, dass Risse nahe der Oberfläche kritischer zu betrachten sind als jene welche tiefer liegen, auch weil höhere Absolutwerte vorliegen.

Ein weiterer Punkt, welcher bei allen Varianten ersichtlich ist, ist dass das Risswachstum hauptsächlich in Y- und Z-Richtung stattfindet. Dies liegt daran, dass bei der Belastung kein Querschlupf, d.h. keine Belastung in X-Richtung aufgebracht wird.

Neben den Risstreibkräften wird auch das J-Integral ausgewertet. Wie oben beschrieben, wird für die Auswertung des J-Integrals derselbe Knoten herangezogen, wie für die Auswertung der Risstreibkräfte. Da es sich um ein rein elastisches Material handelt, ergeben sich dieselben Werte für das J-Integral wie für die Risstreibkräfte. Die in Abbildung 29 dargestellten J-Integrale zeigen diesen Sachverhalt.

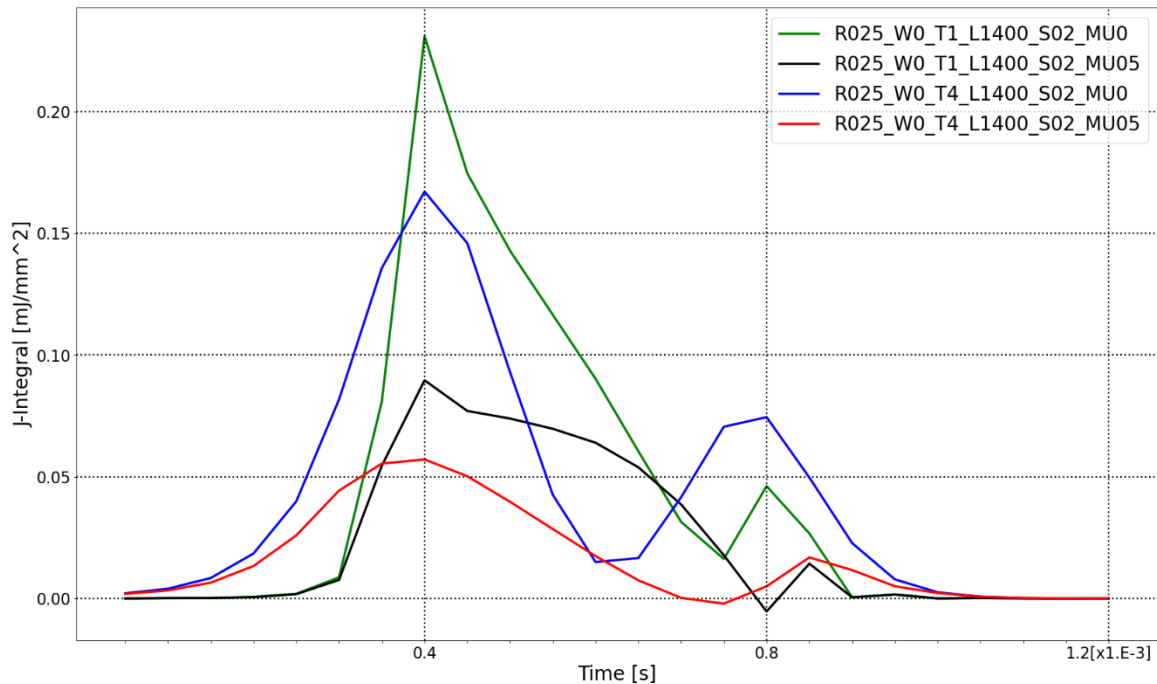


Abbildung 29: Einfluss der Rissflankenreibung auf das J-Integral: Radius 0.25 mm – Rote Kurve: $d=4$ mm $\mu=0.5$; Grüne Kurve: $d=1$ mm $\mu=0$; Schwarze Kurve: $d=1$ mm $\mu=0.5$; Blaue Kurve: $d=4$ mm $\mu=0$

Es ist zu erkennen, dass die Abbildungen 26 und 29 ähnlich sind. Geringe Unterschiede ergeben sich dennoch. Wie bereits in Kapitel 4.4.2 erwähnt, werden die ersten beiden Konturen bei der Auswertung nicht berücksichtigt. Für die Auswertung der J-Integrale wird lediglich die dritte Kontur herangezogen, während für die Auswertung der Risstreibkräfte ein gemittelter Wert über alle übrigen Konturen verwendet wird. Aus diesem Grund ergeben sich geringe Unterschiede zwischen diesen beiden Parametern.

Mit Hilfe des J-Integrals werden aus den maximalen Werten die Spannungsintensitätsfaktoren für die jeweiligen Varianten berechnet. Für diese Berechnung wird die Gleichung (9) herangezogen. Die Spannungsintensitätsfaktoren sind am Ende des Kapitels in Tabelle 9 dokumentiert.

6.1.2 Exzentrizität

Ein weiterer Parameter, der untersucht wird, ist die Exzentrizität x . Im realen Rad-Schiene Kontakt wird nicht gewährleistet, dass sich der Riss direkt unterhalb des Kontaktbereiches befindet. Aus diesem Grund werden neben dem oben beschriebenen zentralen Fall auch zwei weitere Fälle untersucht. Dabei wird die Last mit einer Exzentrizität von 20 mm bzw. 30 mm aufgebracht. Es werden die gleichen vier Fälle wie oben untersucht, jedoch wird keine Rissflankenreibung berücksichtigt. Abbildung 30 zeigt die Ergebnisse dieser Untersuchung.

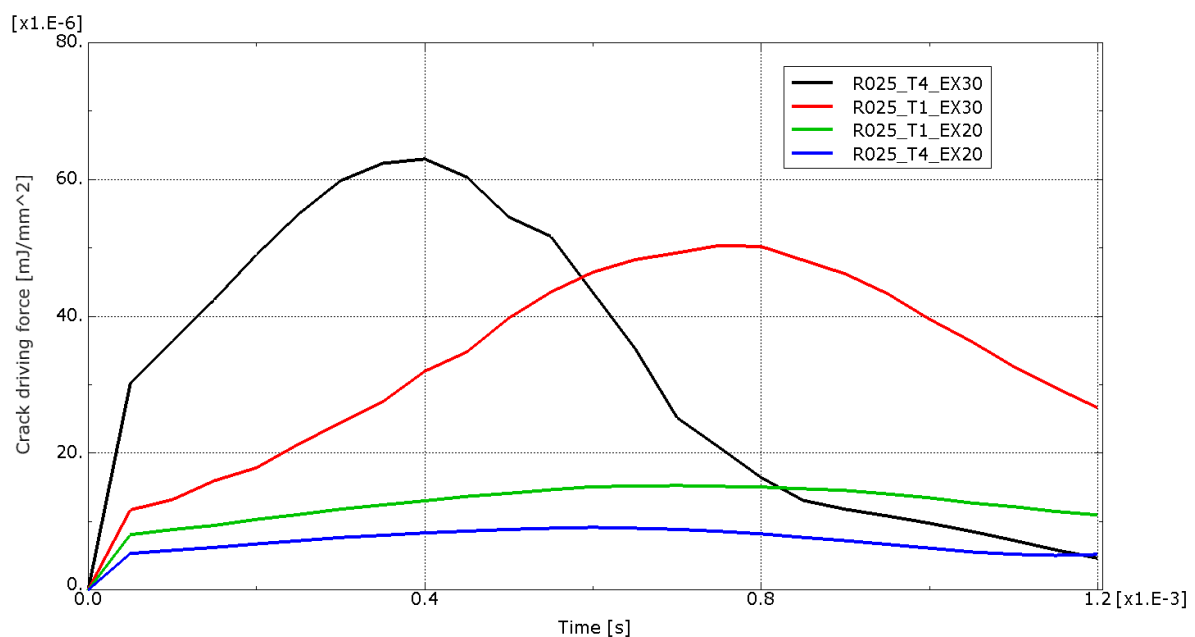


Abbildung 30: Einfluss der Exzentrizität auf die Risstreibkräfte: Radius 0.25 mm – Rote Kurve: $d=1\text{ mm}$ $x=30\text{ mm}$; Grüne Kurve: $d=1\text{ mm}$ $x=20\text{ mm}$; Schwarze Kurve: $d=4\text{ mm}$ $x=30\text{ mm}$; Blaue Kurve: $d=4\text{ mm}$ $x=20\text{ mm}$

Die Grafik zeigt deutlich: je weiter die Kontaktfläche vom Riss entfernt ist, desto geringer sind die Risstreibkräfte. Es ist zu erkennen, dass die Risstreibkräfte im Vergleich zum mittigen Lastangriffspunkt sehr gering sind. Ein weiterer Punkt ist, dass bei einer außermittigen Lastaufbringung die Tiefe des Risses eine nicht so entscheidende Rolle spielt, wie bei einer mittigen Lastaufbringung. Dieses Verhalten zeigt sich ebenfalls für die anderen untersuchten Rissgrößen. Die Abbildungen des Exzentrizitätsverhaltens der anderen Rissgrößen sowie die vektorielle Darstellung der Risstreibkräfte und die J-Integrale befinden sich in Anhang A.4.

6.2 Rissgröße 5 mm

Die letzte untersuchte Rissgröße beträgt 5 mm. Wie auch die beiden zuvor untersuchten Rissgrößen zeigt auch diese Rissgröße die gleichen Tendenzen für die Risstreibkräfte. Vergleicht man jedoch die vektorielle Darstellung mit den beiden anderen untersuchten Rissgrößen, erkennt man, dass bei dieser Rissgröße die Risstreibkräfte entlang der Rissfront eher unsymmetrisch verteilt sind. Das bedeutet, dass der Riss bei dieser Rissgröße sich nicht gleichmäßig ausbreiten würde. Die nachfolgenden Abbildungen 31 und 32 zeigen diesen Vergleich.

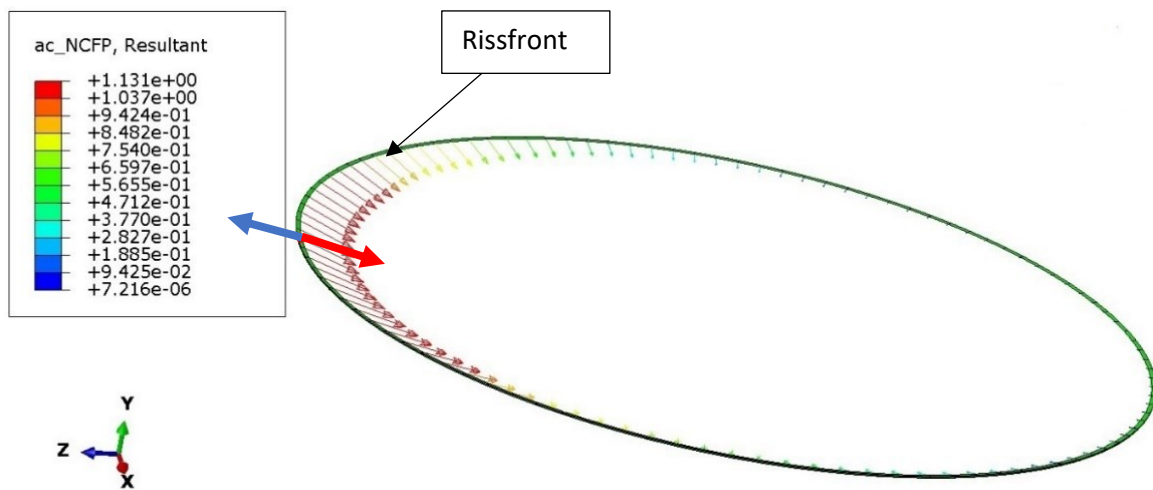


Abbildung 31: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: R5_T1_MU05: Maximale Risstreibkraft 1.131 mJ/mm^2 . Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibkräfte. Risswachstum hauptsächlich in Z-Richtung.

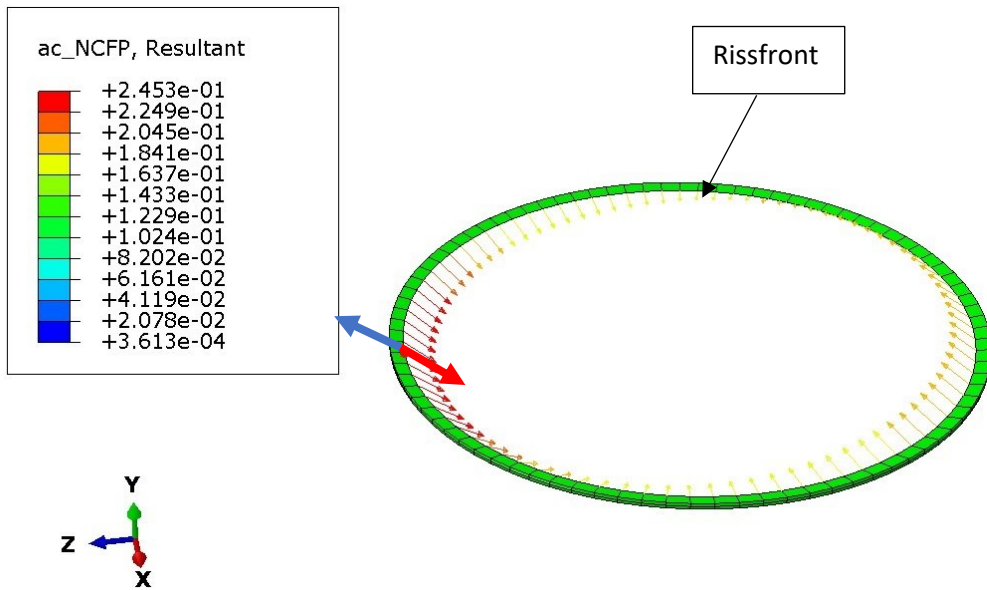


Abbildung 32: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell: Variante: R1_T1_MU05: Maximale Risstreibkraft 0.245 mJ/mm^2 . Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die symmetrische Verteilung der Risstreibkräfte. Risswachstum in positive Y- und Z-Richtung.

Abbildung 31 zeigt die Risstreibkräfte für eine Rissgröße von 5 mm. Man erkennt deutlich die Asymmetrie der Verteilung der Vektoren. Im Vergleich dazu zeigt die Abbildung 32 für eine Rissgröße von 1 mm eine symmetrischere Verteilung der Risstreibkräfte. Einer der möglichen Gründe für diese Asymmetrie könnte darin liegen, dass bei den kleineren Rissen die Druckfläche der Belastung die Risse vollständig umhüllt und der Riss somit gleichmäßig belastet wird. Dies ist bei einer Rissgröße von 5 mm nicht mehr der Fall, da der Riss größer als die Druckfläche der Belastung ist.

6.3 Rissgrößenvergleich

Des Weiteren wird hier ein Vergleich zwischen den untersuchten Rissgrößen angestellt. Die beiden nachfolgenden Abbildungen 33 und 34 zeigen diesen Vergleich für eine Risstiefe von 4 mm und reibungslosen Rissflanken bzw. einer Rissflankenreibung von 0.5.

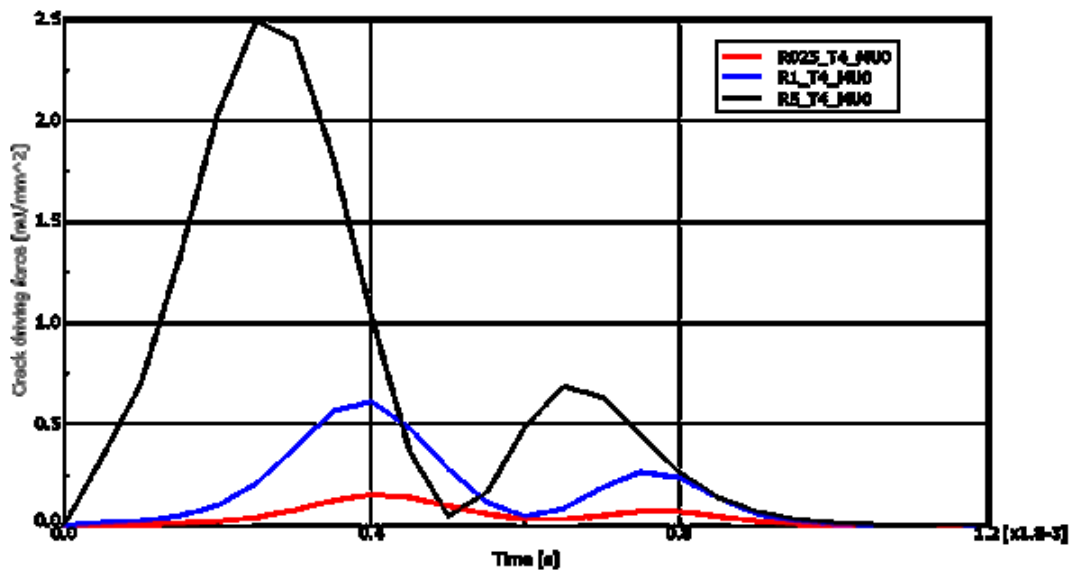


Abbildung 33: Einfluss der Rissgröße auf die Risstreibkräfte bei einer Risstiefe von 4 mm und reibungslosen Rissflanken: Rote Kurve: R=0.25mm, Blaue Kurve: R=1mm, Schwarze Kurve: R=5mm

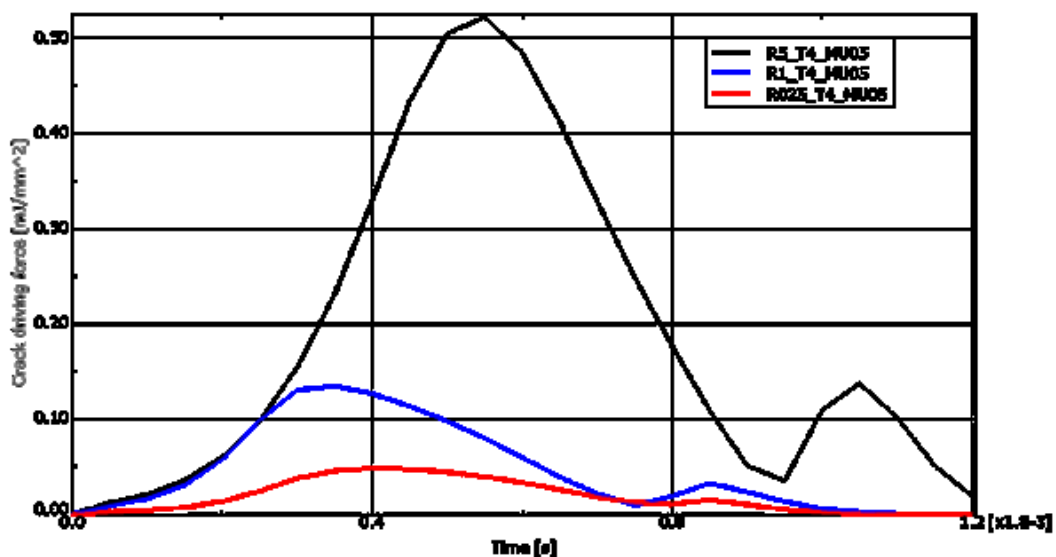


Abbildung 34: Einfluss der Rissgröße auf die Risstreibkräfte bei einer Risstiefe von 4 mm und reibungsbehafteten Rissflanken ($\mu=0.5$): Rote Kurve: R=0.25mm, Blaue Kurve: R=1mm, Schwarze Kurve: R=5mm

Die Abbildungen 33 und 34 zeigen deutlich, dass mit steigender Rissgröße auch die Risstreibkräfte steigen. Dieses Verhalten ist unabhängig von der Rissflankenreibung und von der Risstiefe. Um einen noch besseren Vergleich zwischen den einzelnen Rissgrößen zu erzielen, wäre einer der nächsten Schritte, die Verwendung derselben Elementgröße für die einzelnen Rissgrößen. Dafür müssten jedoch erhöhte Rechenzeiten in Kauf genommen werden.

6.4 Spannungsintensitätsfaktoren

Wie bereits oben erwähnt, werden die Spannungsintensitätsfaktoren mit Hilfe der maximalem J-Integralwerte über Gleichung (9) berechnet und in der folgenden Tabelle 9 niedergeschrieben.

Tabelle 9: Spannungsintensitätsfaktoren

Risskonfiguration	K-Wert [MPa√m]
R025_W0_T1_L1400_S02_MU0	7.130
R025_W0_T1_L1400_S02_MU05	4.537
R025_W0_T4_L1400_S02_MU0	6.170
R025_W0_T4_L1400_S02_MU05	3.631
R025_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX20	0.010
R025_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX30	0.026
R025_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX20	0.027
R025_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX30	0.095
R1_W0_T1_L1400_S02_MU0	14.127
R1_W0_T1_L1400_S02_MU05	7.701
R1_W0_T4_L1400_S02_MU0	12.552
R1_W0_T4_L1400_S02_MU04	6.320
R1_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX20	0.022
R1_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX30	0.025
R1_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX20	0.062
R1_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX30	0.223
R5_W0_T1_L1400_S02_MU05	16.991
R5_W0_T4_L1400_S02_MU0	25.292

R5_W0_T4_L1400_S02_MU05	12.022
R5_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX20	0.066
R5_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX30	0.096
R5_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX20	0.204
R5_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX30	0.687

7 Schlussfolgerung

Die Zielsetzung dieser Masterarbeit war es ein parametrisiertes FE-Modell zu generieren, um das Rissverhalten von Rissen unterhalb einer Schienenoberfläche während des Rad-Schienen Kontakts zu untersuchen. Es sollte der Einfluss wichtiger Rissparameter wie Rissgröße, Risstiefe, Rissflankenreibung und Lastangriffspunkt dargestellt werden. Das generierte FE-Modell erlaubt mit Hilfe von Python-Skripts eine schnelle Änderung der Rissparameter. Im Vergleich mit den Ergebnissen der Arbeit von T. J. Gschwandl et al. [20], ergeben sich für diese Untersuchung ähnliche Verhaltensmuster.

- Größere Risse rufen, wie erwartet, höhere Risstreibkräfte hervor als kleinere Risse.
- Je näher sich der Riss zur Kontaktfläche Rad-Schiene befindet, umso höher die Risstreibkräfte.

Da für diese Masterarbeit Risse unter der Oberfläche untersucht wurden, ist der Einfluss der Risstiefe zu berücksichtigen. Ein weiterer Punkt, welcher in diese Untersuchung eingegangen ist, ist die Reibung zwischen den Rissflanken. Für die beiden zusätzlichen Parameter ergeben sich folgende Verhaltensmuster:

- Tieferliegende Risse rufen geringere Risstreibkräfte hervor, als jene welche sich näher an der Oberfläche befinden.
- Rissflankenreibung reduziert die Risstreibkräfte.

Aus diesen Verhaltensmustern ist zu schließen, dass große Risse, welche nahe an der Oberfläche liegen und sich in unmittelbarer Nähe zur Kontaktfläche Rad-Schiene befinden, kritischer zu betrachten sind, da diese eher zum Risswachstum neigen.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurden nur Risse untersucht, welche sich parallel zur Oberfläche befinden. Die Untersuchung unterschiedlicher Winkellagen des Risses wäre einer der nächsten Schritte, um weitere Erkenntnisse zu erlangen. Ein weiterer Punkt, welcher für zukünftige Untersuchungen berücksichtigt werden sollte, ist die Erweiterung der Belastung

um eine zusätzliche Tangentialkraft T_η , welche quer zur Fahrtrichtung wirkt. Bis hierhin wurde lediglich die tangentielle Längskraft T_ξ berücksichtigt. Um ein besseres Verständnis zu erlangen, sollten für weitere Berechnungen plastische Materialdaten verwendet werden. Für diese Masterarbeit wurden rein linear-elastische Materialdaten verwendet. Mit Hilfe dieser plastischen Materialdaten kann dann auch das in Kapitel 1 erwähnte Riss schließen näher untersucht werden.

Um jedoch einen genaueren Vergleich mit den Ergebnissen eines Oberflächenrisses zu gewährleisten, empfiehlt es in Anlehnung an das Finite Elemente Modell von T.J.Gschwandl, eine solche Untersuchung auch für einen Riss unter der Oberfläche durchzuführen.

8 Literaturverzeichnis

- [1] L. Fendrich und W. Fengler: „Handbuch Eisenbahn-Infrastruktur, 2. Auflage“/ Springer Verlag, (2013)
- [2] K. Knothe und S. Stichel: „Schienenfahrzeugdynamik“/ Springer Verlag, (2003)
- [3] M. Freudenberger, S. Krenn, G. Vorlauffer, A. Trausmuth: „Rad/Schiene Interaktion – Analyse der Auswirkung von Fahrzeuglasten auf Schienenstöße AFS“/ FFG, (2016)
- [4] H. Wittel, D. Muhs, D. Jannasch, J. Voßiek: „Roloff/Matek Maschinenelemente – Normung, Berechnung, Gestaltung, 19.Auflage“/Vieweg+Teubner, (2009)
- [5] R. Heyder: „Der neue Schienenfehlerkatalog der UIC“, (2001)
- [6] A. Al-Juboori, D. Wexler, H. Li, H. Zhu, C. Lu, A. McCusker, J. McLeod, S. Pannil, Z. Wang: „Squat Formation and the occurrence of two distinct classes of white etching layer on the surface of rail steel“/ International Journal of Fatigue 104 (2017) Pages: 52–60
- [7] C. Bernsteiner: „Untersuchung von Mechanismen zur Entstehung des Schienenfehlers Squat“/ Dissertation, (2018)
- [8] H. A. Richard und M. Sander: „Ermüdungsrisse (Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden) 2. Auflage“ / Springer Verlag, (2012)
- [9] M. Kuna: „Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen, 2. Auflage“/ Vieweg+Teubner, (2010)
- [10] K.-H. Grote und J. Feldhausen: „Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau, 22. Auflage“/ Springer Verlag, (2007)
- [11] Abaqus Documentation: „www.help.3ds.com/2021/English“, abgerufen am 06.10.2023
- [12] O. Kolednik, R. Schöngrundner, F. D. Fischer: „A new view on J-Integrals in elastic-plastic materials“/ International Journal of Fracture (2014) 187: 77-107
- [13] M. Kracalik: „Selection of the crack driving force concept in context of linear-elastic and elastic-plastic fracture mechanics“/ Acta Mechatronica Volume: 3 (2018) Issue: 4, Pages: 1-6

- [14] R. Schöngrundner: „Numerische Studien zur Ermittlung der risstreibenden Kraft in elastisch-plastischen Materialien bei unterschiedlichen Belastungsbedingungen“ / Dissertation, (2010)
- [15] N. K. Simha, F. D. Fischer, G. X. Shan, C. R. Chen, O. Kolednik: „J-integral and crack driving force in elastic-plastic materials“/ Journal of the Mechanics and Physics of Solids 56 (2008) Pages: 2876– 2895
- [16] D. Gross und T. Seelig: „Bruchmechanik- Mit einer Einführung in die Mikromechanik, 4.Auflage“/ Springer Verlag, (2006)
- [17] P. Clayton: „Tribological aspects of wheel-rail contact: a review of recent experimental research“/ Wear 191 (1996) Pages:170-183
- [18] C. Bernsteiner, G. Müller, A. Meierhofer, K. Six, D. Künstner, P. Dietmaier: „Development of white etching layers on rails: simulations and experiments“ Wear 366-367 (2016) Pages: 116-122
- [19] S. L. Grassie: „Studs and squats: The evolving story“/ Wear 366-367 (2016) Pages: 194-199
- [20] T. J. Gschwandl, T. Antretter, D. Künstner, S. Scheriau, W. Daves: „Investigation of probable squat growth from initial surface cracks in rails using a three-dimensional rollover simulation“/ Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit (2023) Pages: 1-8

A Appendix

A.1 Subroutinen

```
SUBROUTINE DLOAD(F,KSTEP,KINC,TIME,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,
1 COORDS, JLTP,SNAME)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
DIMENSION TIME(2), COORDS (3)
CHARACTER*80 SNAME
C
x=coords(1)
y=coords(2)
z=coords(3)
v=25000 ! velocity of the load
z0=35 !Initial value of the z-coordinate
zm=v*time(1)+z0 !Equation for the moving z-coordinate
xm=50 ! Central coordinte in x
a=5.84 !value of the semi-axis of the ellipse
b=5.84 !value of the semi-axis of the ellipse
F=0 !Initial force value
pmax=1400 ! maximum Pressure
!#####Equation for the moving load#####
if (((z-zm)**2)/(a**2) + ((x-xm)**2)/(b**2) < 1 ) then
F = sqrt(1-((z-zm)/a)**2-((x-xm)/b)**2)*pmax
Endif
RETURN
End Subroutine DLOAD
SUBROUTINE UTRACLOAD(ALPHA,T_USER,KSTEP,KINC,TIME,NOEL,NPT,
1 COORDS,DIRCOS,JLTP,SNAME)
C
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
DIMENSION T_USER(3), TIME(2), COORDS(3), DIRCOS(3,3)
CHARACTER*80 SNAME
x=coords(1)
y=coords(2)
z=coords(3)
v=25000 ! velocity of the load
z0=35 !Initial value of the z-coordinate
zm=v*time(1)+z0 !Equation for the moving z-coordinate
xm=50 ! Central coordinte in x
a=5.84 !value of the semi-axis of the ellipse
b=5.84 !value of the semi-axis of the ellipse
alpha=0 !Initial force value
smax=280 ! maximum Pressure
!#####Equation for the moving load#####
if (((z-zm)**2)/(a**2) + ((x-xm)**2)/(b**2) < 1 ) then
alpha = sqrt(1-((z-zm)/a)**2-((x-xm)/b)**2)*smax
Endif
```

```

C   integer::i
C   real,dimension(9):: NumberEl
C   NumberEl =(/68943,68948,68954,68959,68964,68969,68974,68980,68984/) !element numbers
for the traction load
C   do i=1,9
C       if (KINC ==i .and. noel==NumberEl(i)) then
C           alpha = 280
C       end if
C   end do
    t_user(1)=0
    t_user(2)=0
    t_user(3)=1
    RETURN
END Subroutine UTRACLOAD
End

```

A.2 Auswertungsskript

Created on Fri Aug 11 2023

@author: Deni Avgustinovic

#-----

Description:

Extract the J-Integral of two files at a certain node and plot them

Calculate the SIF from the maximum J-Integral and write to a file

```

import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.ticker import (MultipleLocator)
#Create empty lists
JIntegrals=[]
StepTime=[]
fileName = 'R5_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX20.dat'
file=open(fileName,'r')
JIntegrals_2=[]
StepTime_2=[]
fileName_2 = 'R5_W0_T1_L1400_S02_MU0_EX30.dat'
file_2=open(fileName_2,'r')
JIntegrals_3=[]
StepTime_3=[]
fileName_3 = 'R5_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX20.dat'
file_3=open(fileName_3,'r')
JIntegrals_4=[]
StepTime_4=[]
fileName_4 = 'R5_W0_T4_L1400_S02_MU0_EX30.dat'
file_4=open(fileName_4,'r')
%%% Get the Total-Step-Time and the J-Integral at a certain angle
# First File
#Go through every line in the file
for line in file:
    line=line.split()
    if len(line) == 0: #ignoring the empty lines

```

```

        continue
    elif line[0] == 'STEP' and line[1] == 'TIME':
        StepTime.append(line[7])
        continue
    elif len(line[0]) <= 1: #ignoring the too short lines
        continue
    else:
        if line[0] == '-43-' and len(line) > 2: #extract the J-Integrals
            JIntegrals.append(float(line[3]))
        continue
### Get the Total-Step-Time and the J-Integral at a certain angle
# Second File
#Go through every line in the file
for line in file_2:
    line=line.split()
    if len(line) == 0: #ignoring the empty lines
        continue
    elif line[0] == 'STEP' and line[1] == 'TIME':
        StepTime_2.append(line[7])
        continue
    elif len(line[0]) <= 1: #ignoring the too short lines
        continue
    else:
        if line[0] == '-44-' and len(line) > 2: #extract the J-Integrals
            JIntegrals_2.append(float(line[3]))
        continue
### Get the Total-Step-Time and the J-Integral at a certain angle
# Third File
#Go through every line in the file
for line in file_3:
    line=line.split()
    if len(line) == 0: #ignoring the empty lines
        continue
    elif line[0] == 'STEP' and line[1] == 'TIME':
        StepTime_3.append(line[7])
        continue
    elif len(line[0]) <= 1: #ignoring the too short lines
        continue
    else:
        if line[0] == '-116-' and len(line) > 2: #extract the J-Integrals
            JIntegrals_3.append(float(line[3]))
        continue
### Get the Total-Step-Time and the J-Integral at a certain angle
# Fourth File
#Go through every line in the file
for line in file_4:
    line=line.split()
    if len(line) == 0: #ignoring the empty lines
        continue
    elif line[0] == 'STEP' and line[1] == 'TIME':
        StepTime_4.append(line[7])
        continue

```

```

elif len(line[0]) <=1: #ignoring the too short lines
    continue
else:
    if line[0] == '-13-' and len(line) >2: #extract the J-Integrals
        JIntegrals_4.append(float(line[3]))
    continue
%% Plot the max J-Integrals over the time
plt.figure(figsize=(25,15), dpi=80)
plt.rc('axes', labelsz=25)
plt.rc('axes', titlesz=25)
plt.rc('xtick', labelsz=20)
plt.rc('ytick', labelsz=20)
plt.ylabel('J-Integral [mJ/mm^2]')
plt.xlabel('Time [s]')
plt.plot(StepTime,JIntegrals, linewidth=3, label=fileName[:-4], color='k')
plt.plot(StepTime,JIntegrals_2, linewidth=3, label=fileName_2[:-4], color='b')
plt.plot(StepTime,JIntegrals_3, linewidth=3, label=fileName_3[:-4], color='r')
plt.plot(StepTime,JIntegrals_4, linewidth=3, label=fileName_4[:-4], color='g')
plt.grid(color='k', linestyle=':', linewidth=2)
plt.legend(loc='upper right', fontsize=25)
#plt.title('J3-Integral')
x_values = ['0.00001', '0.00002', '0.00003', '0.00004', '0.00005',
            '0.00006', '0.00007', '0.00008', '0.00009', '0.00010',
            '0.00011', '0.00012']
plt.xticks(StepTime,x_values)
plt.show()
file.close()
%% Calculate the SIF from the J-Integral and write to a file
E_Modulus = 210000
nu = 0.3
SIF = str(math.sqrt((E_Modulus*max(JIntegrals)/(1-nu**2)))/math.sqrt(1000))
SIF_2 = str(math.sqrt((E_Modulus*max(JIntegrals_2)/(1-nu**2)))/math.sqrt(1000))
SIF_3 = str(math.sqrt((E_Modulus*max(JIntegrals_3)/(1-nu**2)))/math.sqrt(1000))
SIF_4 = str(math.sqrt((E_Modulus*max(JIntegrals_4)/(1-nu**2)))/math.sqrt(1000))
f=open(fileName + "-" + fileName_3 + ".txt", "w+")
f.write(fileName + "|" + SIF + "\n")
f.write(fileName_2 + "|" + SIF_2 + "\n")
f.write(fileName_3 + "|" + SIF_3 + "\n")
f.write(fileName_4 + "|" + SIF_4 + "\n")
f.close()

```

A.3 Parametrisierungsskript

"""

Created on Tue Jul 18 2023

@author: Deni Avgustinovic

Description:Script to create a CAE-Model with a penny shaped crack in a cube
In the INPUT-Data you can define the crack parameters like size, depth, angle etc.

"""

```
from abaqus import *
from abaqusConstants import *
from caeModules import *
import regionToolset
import numpy as np
session.journalOptions.setValue(replayGeometry=COORDINATE,
                                recoverGeometry=COORDINATE)

# Input data
PlaneAngle=0 #Angle of the plane
PlaneOffset = -1.0 #Offset of the plane from the Top
R=4 #Radius of the circle (crack dimension)
xCord = 0 #X-Coordinate of the circle
zCord = 0 #z-Coordinate of the circle
Emodulus = 210000.0 #E-Modulus of the material
Poisson = 0.3 # Poission ratio of the material
Thickness= 100
Friction_coeff=0.1 #Friction coefficient between the crack tips
heightEdge=PlaneOffset + tan(PlaneAngle*pi/180)*Thickness/2
#Coordinates of the points for the rotational axis
DatumPoint1 =(0,PlaneOffset,20)
DatumPoint2 =(40,PlaneOffset,20)
#Coordinates of the points for the face partition for the load
PointLoad1 =(40,0,0)
PointLoad2 =(40,0,100)
PointLoad3 =(60,0,0)
PointLoad4 =(60,0,100)
#Calculate the step-time
velocityWheel = 25000.0 # mm/s
distance = 40.0 #mm
timeStep = distance/velocityWheel
timeIncrement= 0.0001
totalNumInc= int(timeStep/timeIncrement)
#Define the Names
model_Name='RT_1'
part_Name ='Wuerfel'
#-----
#Create a new model
def new_model():
    mdb.Model(modelType=STANDARD_EXPLICIT, name=model_Name)
    return
#-----
#Create a new part: Cube with 100x100x50 mm
```

```

def create_part():
    mdb.models[model_Name].ConstrainedSketch(name='Sketch_Wuerfel',          sheetSize=200.0)
    mdb.models[model_Name].sketches['Sketch_Wuerfel'].rectangle(point1=(0.0,0.0),point2=(100,-50))
    mdb.models[model_Name].Part(name=part_Name, dimensionality=THREE_D,
                                type=DEFORMABLE_BODY)
    mdb.models[model_Name].parts[part_Name].BaseSolidExtrude(sketch=mdb.models[model_Name].
    sketches['Sketch_Wuerfel'],
                                depth=Thickness)
    del mdb.models[model_Name].sketches['Sketch_Wuerfel']
    return
#-----
myModel = mdb.models[model_Name]
myPart = myModel.parts[part_Name]
myAssembly = myModel.rootAssembly
faces=myPart.faces
# Create a Datum plane for partition and partition the cell
def partition_cell():
    plane = myPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(offset =PlaneOffset, principalPlane=XZPLANE)
    if PlaneAngle==0:
        myPart.PartitionCellByDatumPlane(cells=myPart.cells[:], datumPlane=myPart.datums[plane.id])
    else:
        myAxis = myPart.DatumAxisByTwoPoint(point1=DatumPoint1, point2= DatumPoint2)
        newPlane=myPart.DatumPlaneByRotation(angle=PlaneAngle, axis=myPart.datums[myAxis.id],
plane=myPart.datums[plane.id])
        myPart.PartitionCellByDatumPlane(cells=myPart.cells[:],
datumPlane=myPart.datums[newPlane.id])
    return
#-----
# Define the Material
def material_definition():
    myModel.Material(name='Steel')
    myModel.materials['Steel'].Elastic(table=((Emodulus, Poisson),))
    myModel.HomogeneousSolidSection(name='Section-Steel', material='Steel')
    myPart.Set(name='Set-Material', cells=myPart.cells[:])
    myPart.SectionAssignment(region=myPart.sets['Set-Material'], sectionName='Section-Steel')
    return
#-----
#Partition the face for the load
def loadface_partition():
    loadFace = faces.findAt(((5,0,20),))
    myPart.PartitionFaceByShortestPath(faces = loadFace, point1=PointLoad1, point2=PointLoad2)
    loadFace2 = faces.findAt(((70,0,20),))
    myPart.PartitionFaceByShortestPath(faces = loadFace2, point1=PointLoad3, point2=PointLoad4)
    return
#-----
#Define the crack geometry and the partition the face
def partition_crack():
    myFace = faces.findAt(((7.5, PlaneOffset, 20),))
    t = myPart.MakeSketchTransform(sketchPlane=faces.findAt(coordinates=(7.5,PlaneOffset,20)),
    sketchPlaneSide=SIDE1,
    sketchUpEdge=myPart.edges.findAt((20,heightEdge,0)),
    sketchOrientation=RIGHT)

```



```

s=myModel.ConstrainedSketch(name='Riss', sheetSize=100.0, transform=t)
s.CircleByCenterPerimeter(center=(xCord,zCord), point1=(xCord,R))
myPart.projectReferencesOntoSketch(filter=COPLANAR_EDGES,sketch=s)
myPart.PartitionFaceBySketch(faces=myFace,sketch=s,
sketchUpEdge=myPart.edges.findAt((20,heightEdge,0,))
del myModel.sketches['Riss']
return
#-----
#Create an assembly and an instance
def create_assembly():
    myInstance = myAssembly.Instance(name='Testbauteil-1', part=myPart, dependent = OFF)
    return
#-----
#Define the friction
def friction_coeff():
    myModel.ContactProperty('Friction')
    myModel.interactionProperties['Friction'].TangentialBehavior(dependencies=0,
directionality=ISOTROPIC, elasticSlipStiffness=None,
formulation=PENALTY, fraction=0.005, maximumElasticSlip=FRACTION,
pressureDependency=OFF, shearStressLimit=None, slipRateDependency=OFF,
table=((Friction_coeff, ), ), temperatureDependency=OFF)
    return
#-----
#Define the step
def step():
    myModel.StaticStep(initialInc=0.0001, maxInc=timeIncrement, maxNumInc=10000,
minInc=5e-07, name='Druckbelastung', previous='Initial', timePeriod=timeStep)
    return
#-----
def run():
    #new_model()
    #create_part()
    #partition_cell()
    #material_definition()
    #loadface_partition()
    #partition_crack()
    #friction_coeff()
    #step()
    create_assembly()
    return
run()
middlePlane=myPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(offset=Thickness/2,principalPlane=YZPLANE)
myPart.PartitionCellByDatumPlane(cells=myPart.cells[:],
datumPlane=myPart.datums[middlePlane.id])

```

A.4 Rissgröße 0. 25 mm

A.4.1 J-Integral Exzentrizität

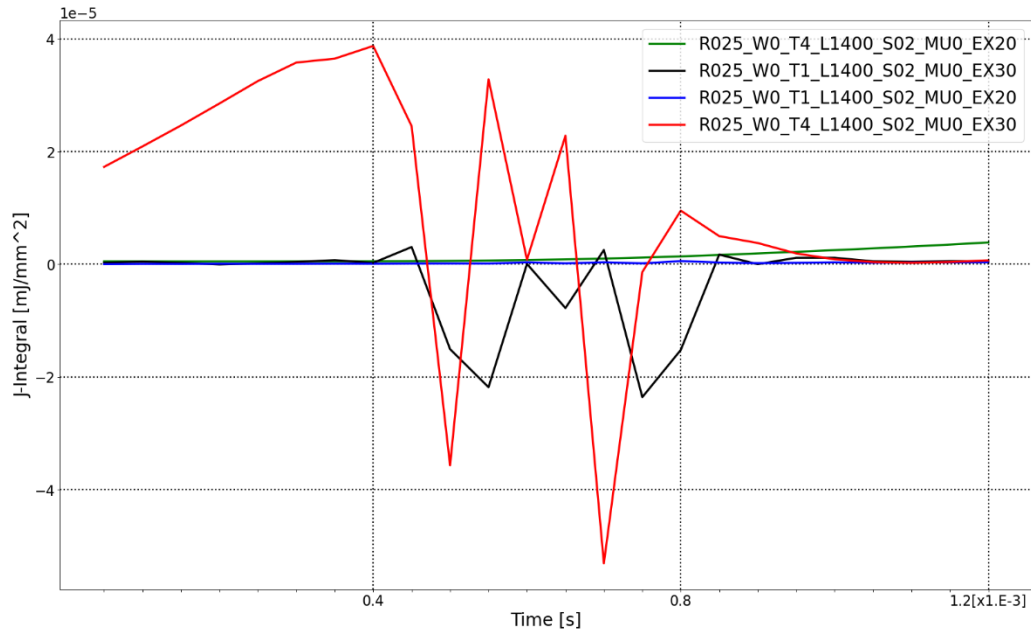


Abbildung 35: Einfluss der Exzentrizität auf das J-Integral: Radius 0.25 mm – Rote Kurve: $d = 4$ mm $x = 30$ mm; Grüne Kurve: $d = 4$ mm $x = 20$ mm; Schwarze Kurve: $d = 1$ mm $x = 30$ mm; Blaue Kurve: $d = 1$ mm $x = 20$ mm

A.4.2 Risstreibkräfte – Vektorielle Darstellung

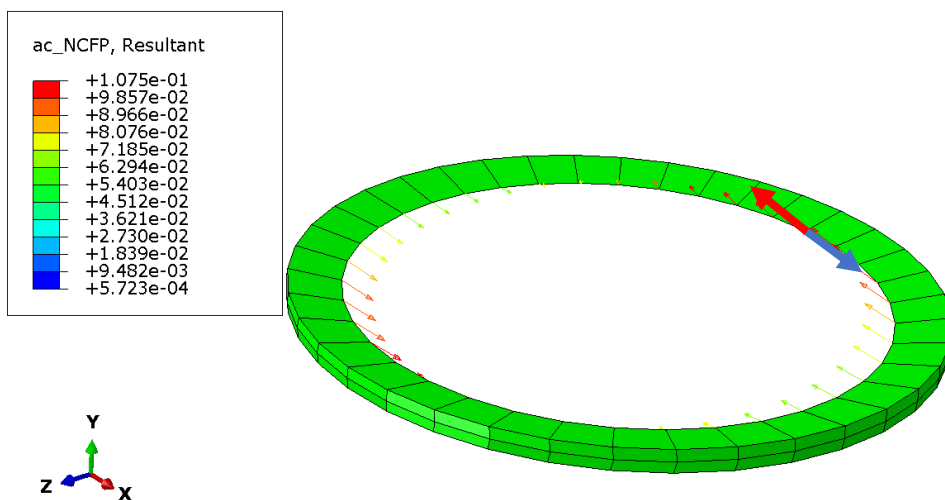


Abbildung 36: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T1_MU05: Maximale Risstreibkraft von 0.107 mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y- und Z-Richtung

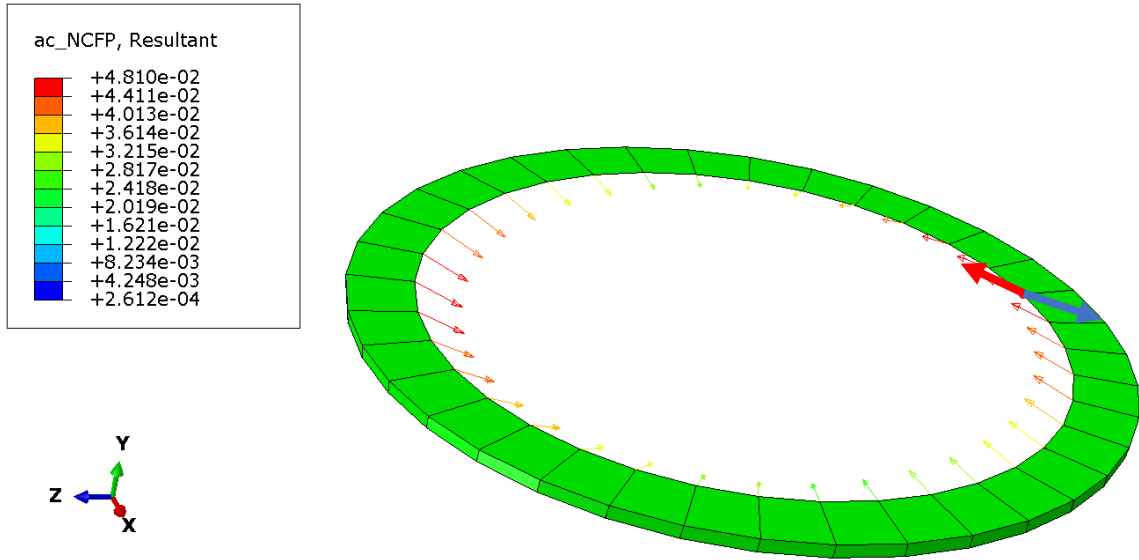


Abbildung 37: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU05: Maximale Risstreibkraft von 0.048 mJ/mm²; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y- und Z-Richtung

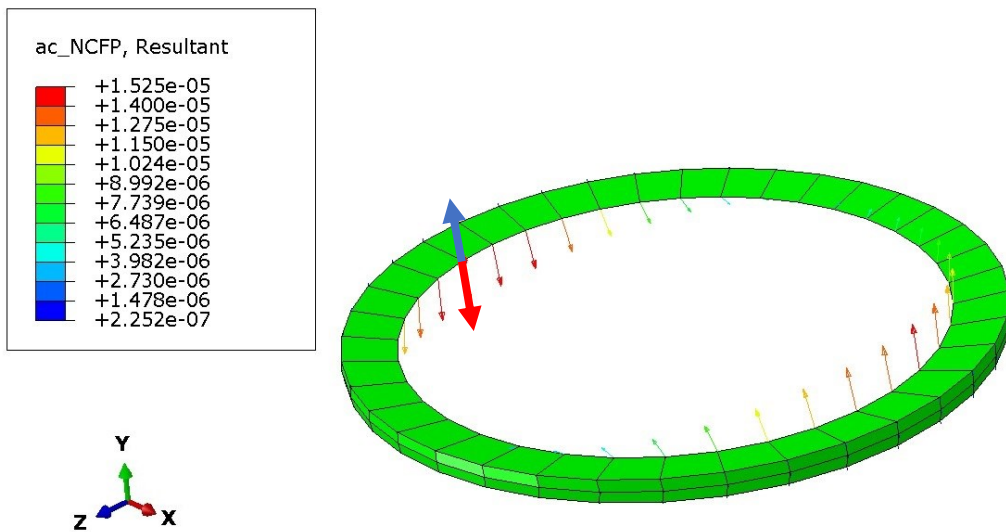


Abbildung 38: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T1_MU0_EX20: Maximale Risstreibkraft von 1.5e-05 mJ/mm²; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in positive Y-Richtung

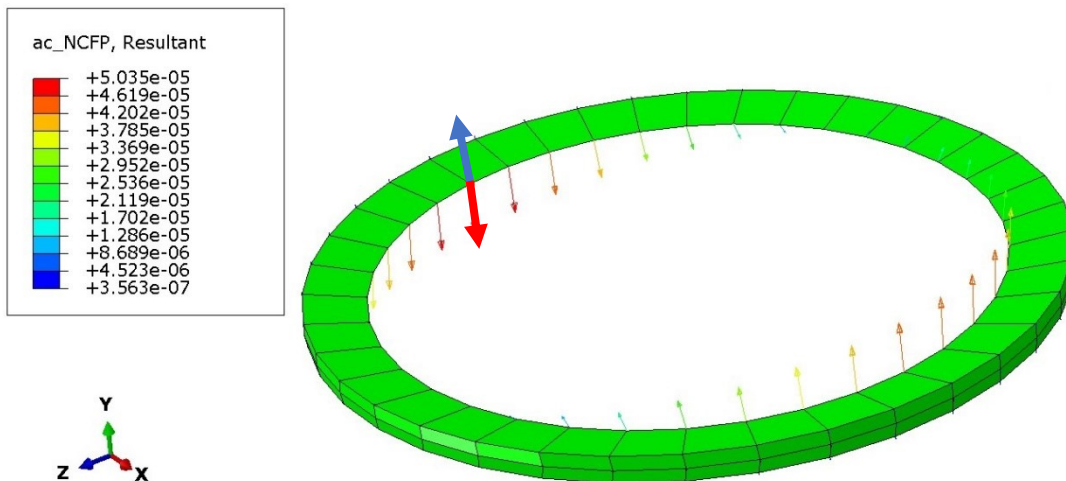


Abbildung 39: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T1_MU0_EX30: Maximale Risstreibkraft von $5.03e-05$ mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in positive Y-Richtung

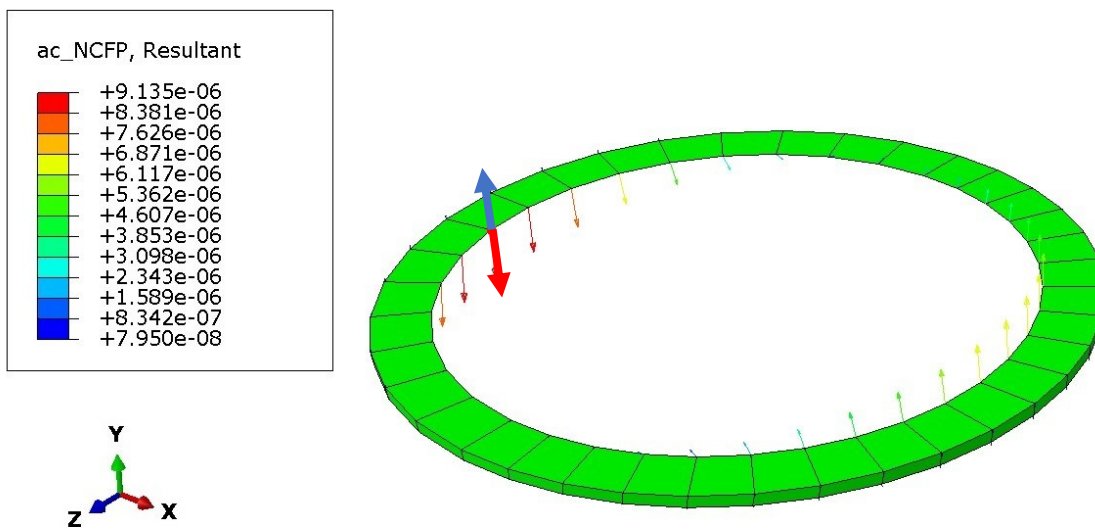


Abbildung 40: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU0_EX20: Maximale Risstreibkraft von $9.13e-06$ mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in positive Y-Richtung

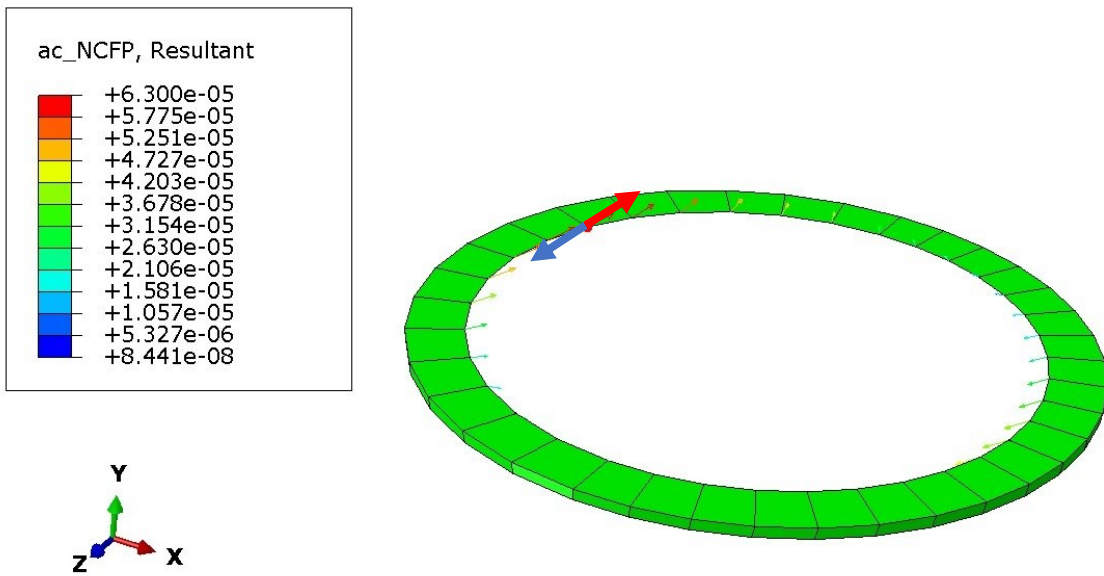


Abbildung 41: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU0_EX30: Maximale Risstreibkraft von $6.3 \cdot 10^{-5} \text{ MJ/mm}^2$; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y-Richtung und in positive Z-Richtung

A.5 Rissgröße 1 mm

A.5.1 Risstreibkräfte – J-Integrale

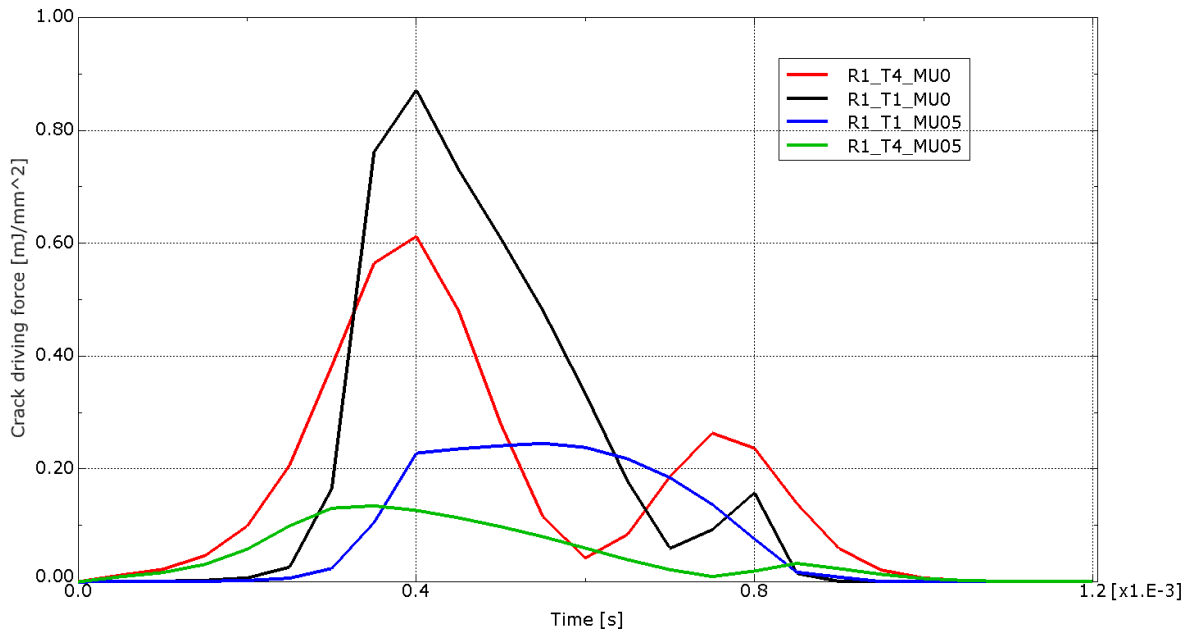


Abbildung 42: Einfluss der Rissflankenreibung auf die Risstreibkräfte: Radius 1 mm – Rote Kurve: d= 4 mm $\mu=0$; Grüne Kurve: d= 4 mm $\mu=0.5$; Schwarze Kurve: d=1 mm $\mu=0$; Blaue Kurve: d=1 mm $\mu=0.5$

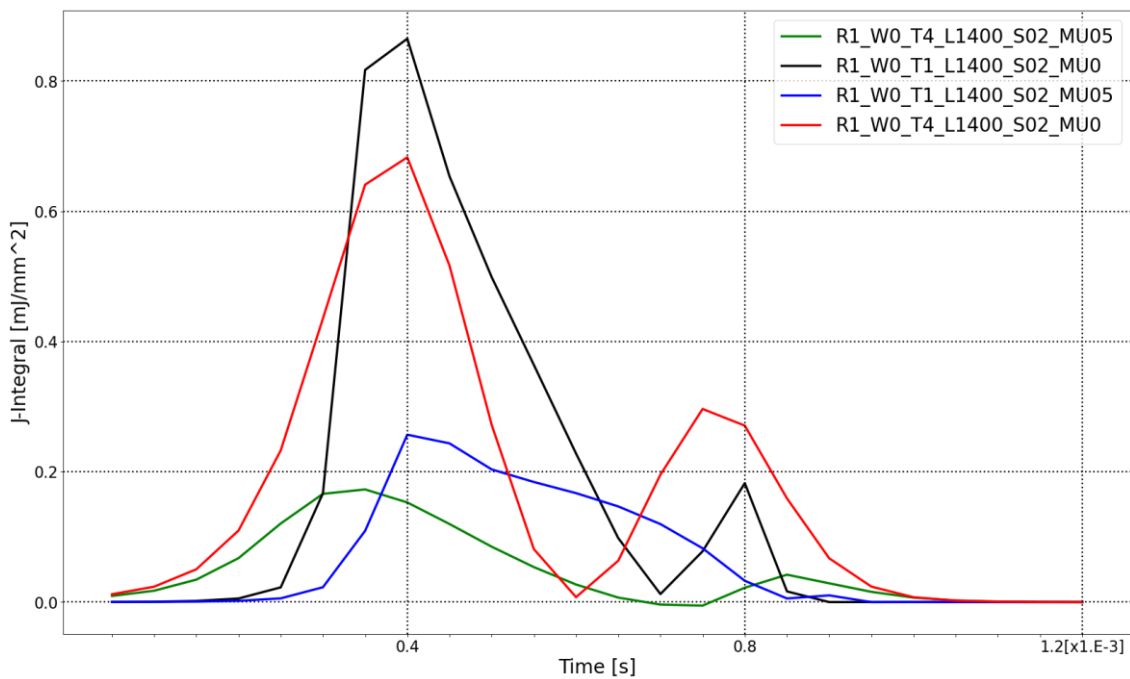


Abbildung 43: Einfluss der Rissflankenreibung auf das J-Integral: Radius 1 mm – Rote Kurve: d= 4 mm $\mu=0$; Grüne Kurve: d= 4 mm $\mu=0.5$; Schwarze Kurve: d=1 mm $\mu=0$; Blaue Kurve: d=1 mm $\mu=0.5$

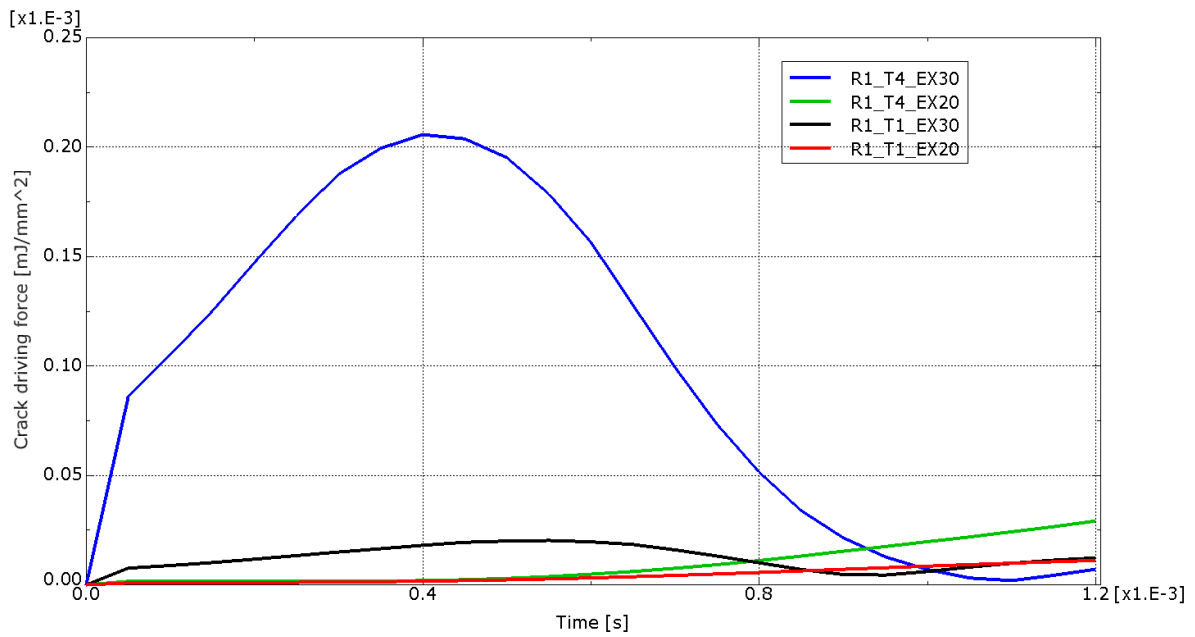


Abbildung 44: Einfluss der Exzentrizität auf die Risstreibkräfte: Radius 1 mm – Rote Kurve: d= 1 mm x=20mm; Grüne Kurve: d= 4 mm x=20mm; Schwarze Kurve: d=1 mm x=30mm; Blaue Kurve: d=4 mm x=30mm

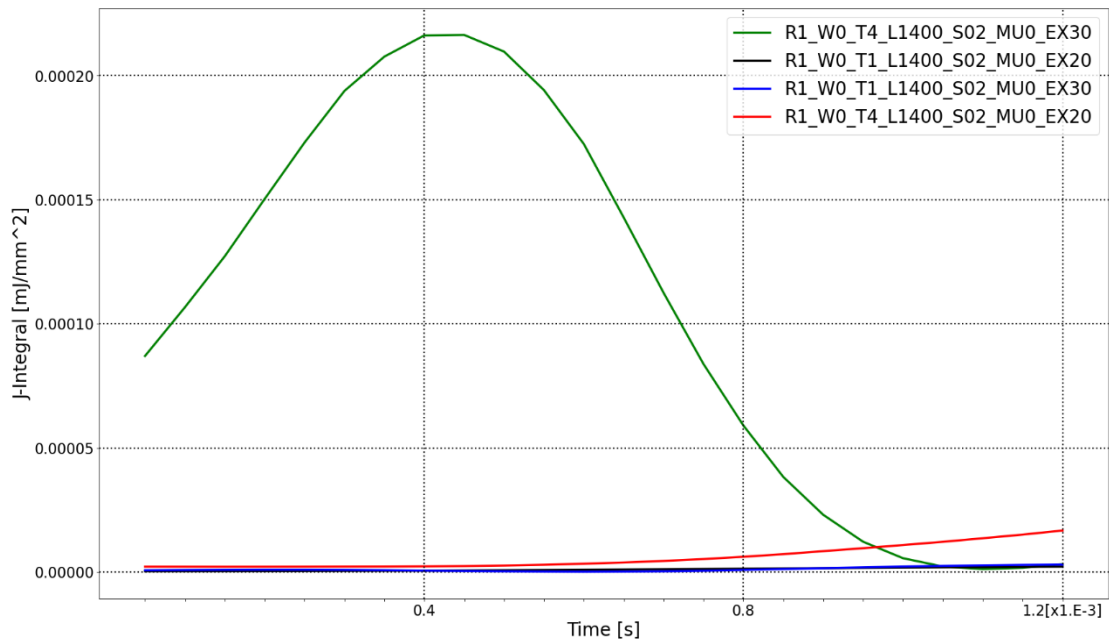


Abbildung 45: Einfluss der Exzentrizität auf das J-Integral: Radius 1 mm – Rote Kurve: d= 4 mm x=20mm; Grüne Kurve: d= 4 mm x=30mm; Schwarze Kurve: d=1 mm x=20mm; Blaue Kurve: d=1 mm x=30mm

A.5.2 Risstreibkräfte – Vektorielle Darstellung

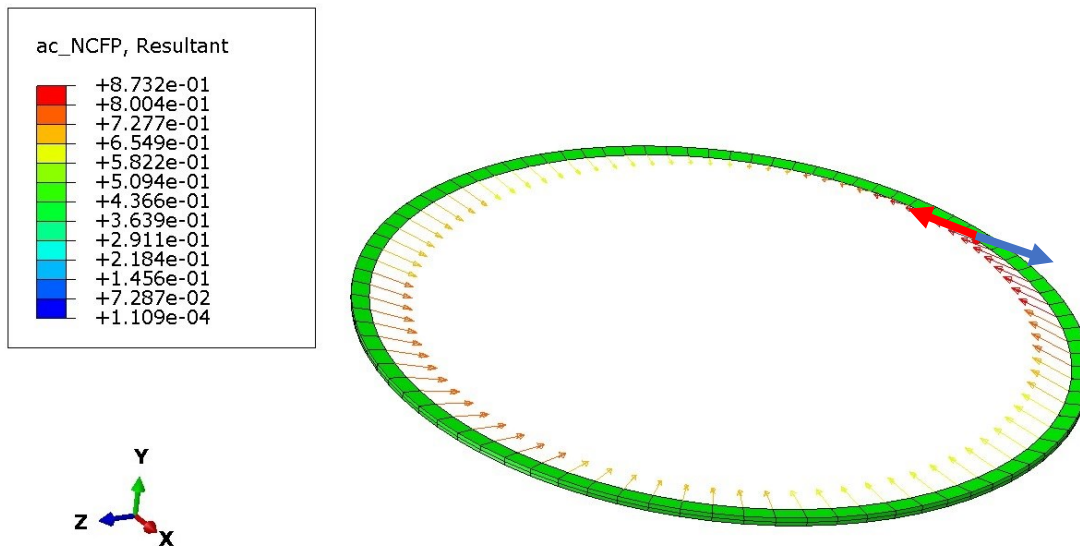


Abbildung 46: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T1_MU0: Maximale Risstreibkraft von 0.87 mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y- und Z-Richtung

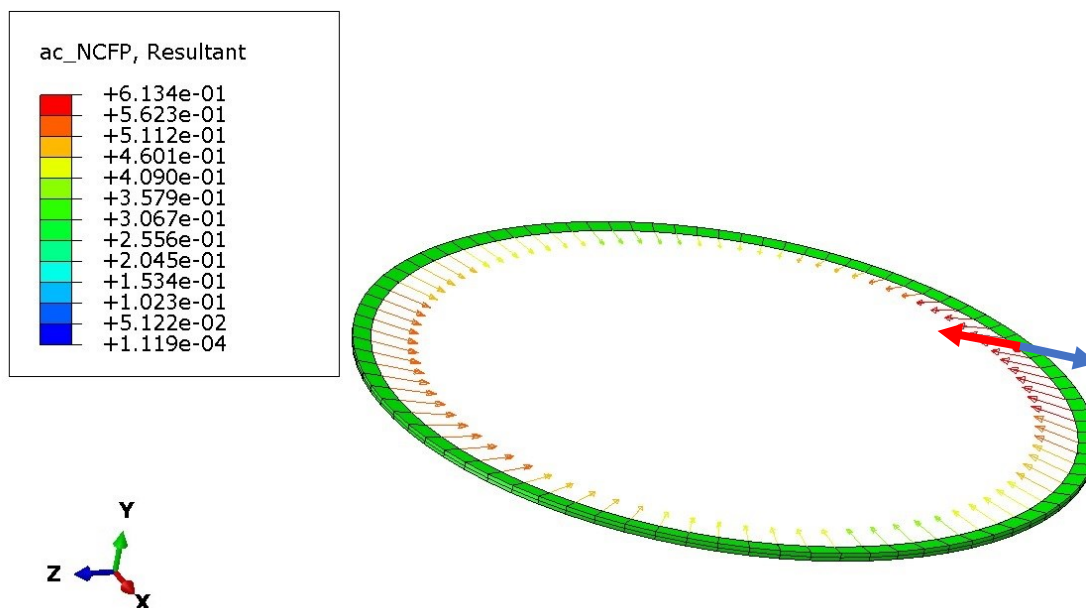


Abbildung 47: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU0: Maximale Risstreibkraft von 0.61 mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Z-Richtung

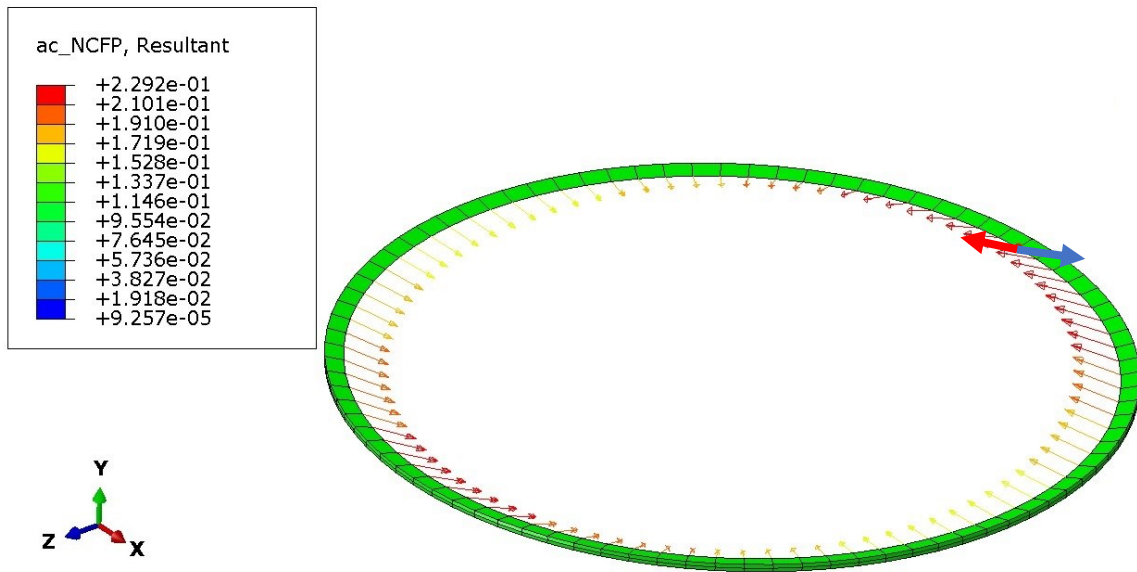


Abbildung 48: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU05: Maximale Risstreibkraft von 0.22 mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Z-Richtung

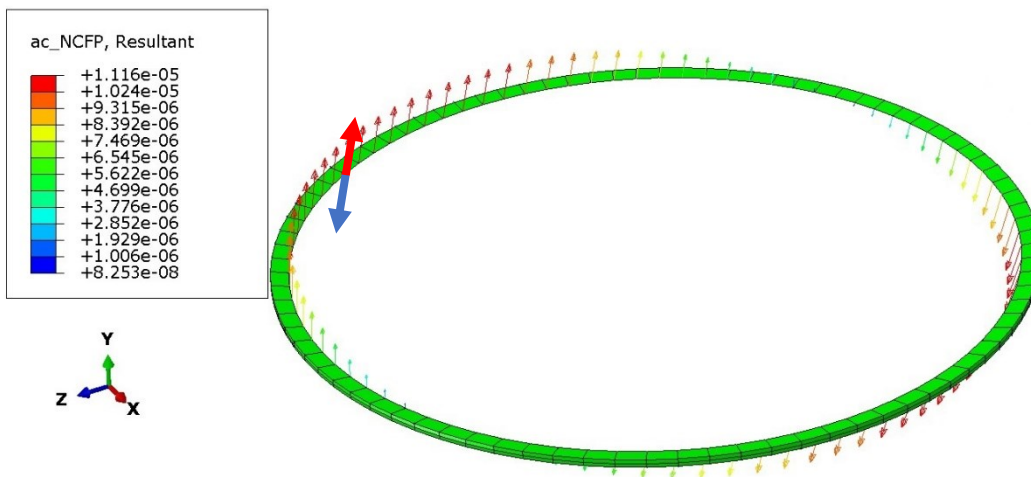


Abbildung 49: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T1_MU0_EX20: Maximale Risstreibkraft von $1.11\text{e-}05 \text{ mJ}/\text{mm}^2$; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative Y-Richtung

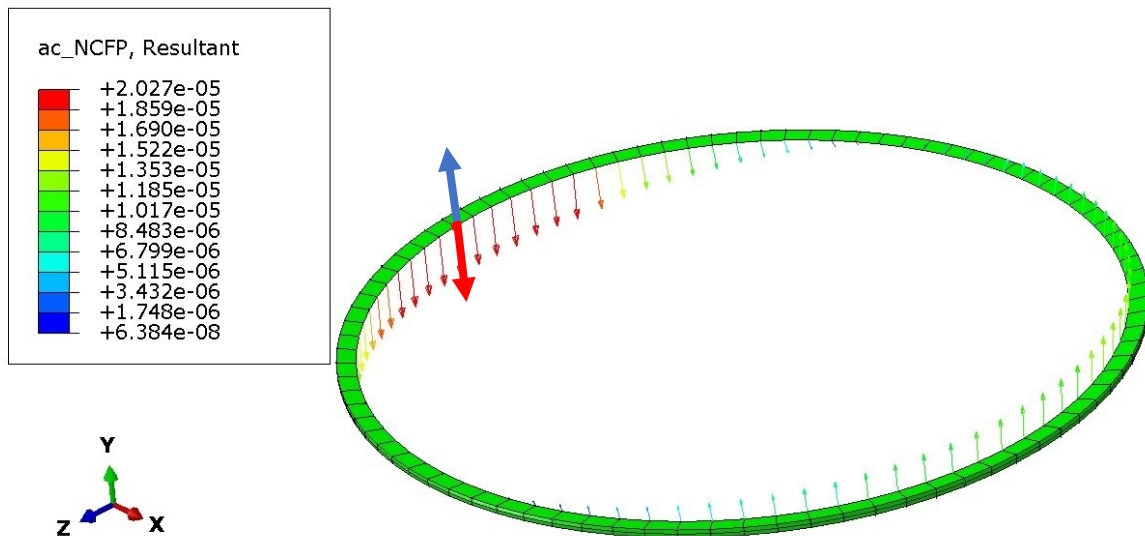


Abbildung 50: Verteilung der Risstreibräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T1_MU0_EX30: Maximale Risstreibrkraft von $2.02e-05$ mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in positive Y-Richtung

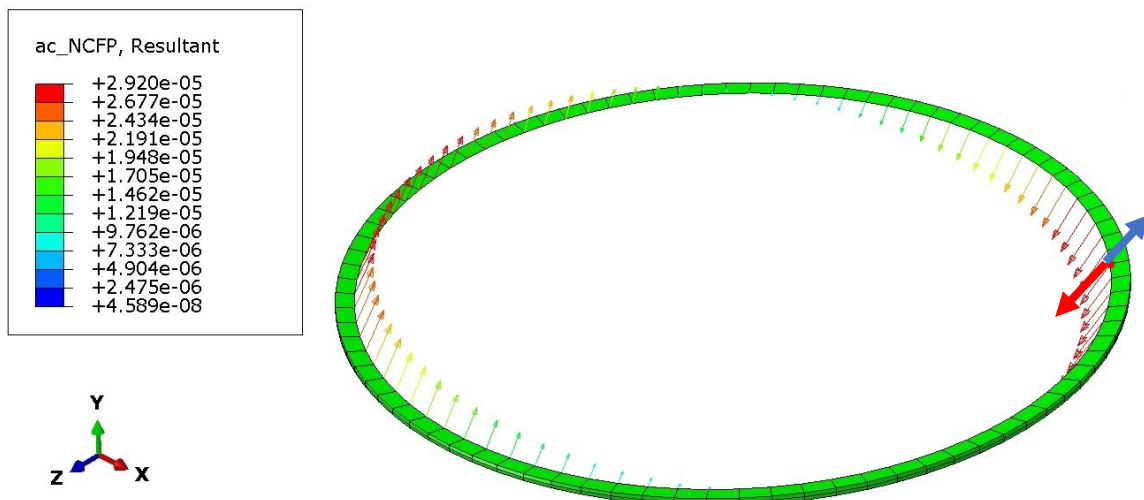


Abbildung 51: Verteilung der Risstreibräfte entlang der Rissfront – vektoriell Variante T4_MU0_EX20: Maximale Risstreibrkraft von $2.92e-05$ mJ/mm^2 ; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in positive Y-Richtung und negative Z-Richtung

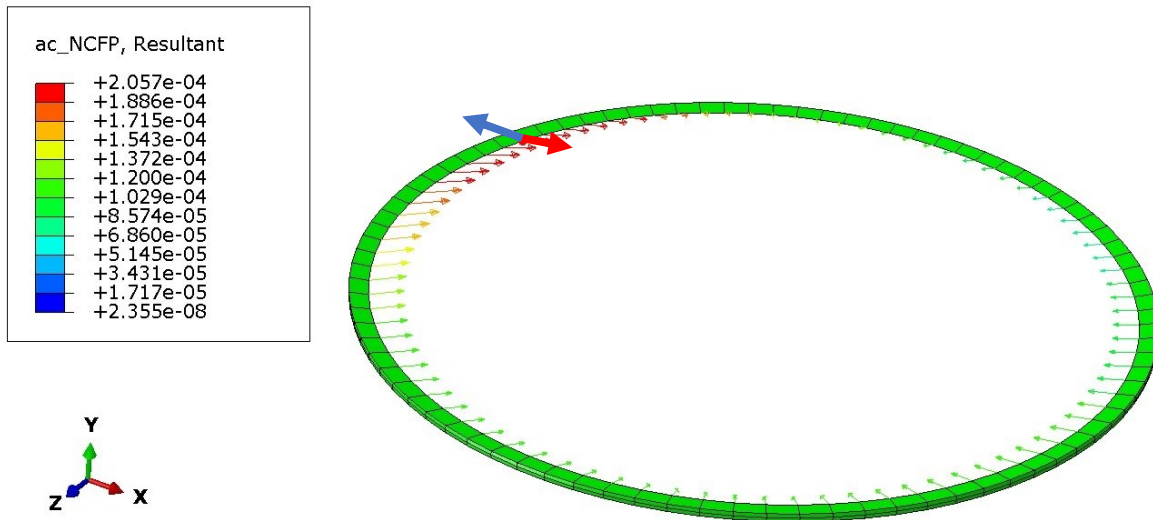


Abbildung 52: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront – vektorieil Variante T4_MU0_EX30: Maximale Risstreibkraft von $2.05e-04 \text{ mJ/mm}^2$; Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Risswachstum in negative X-Richtung

A.6 Rissgröße 5 mm

A.6.1 Risstreibkräfte – J-Integrale

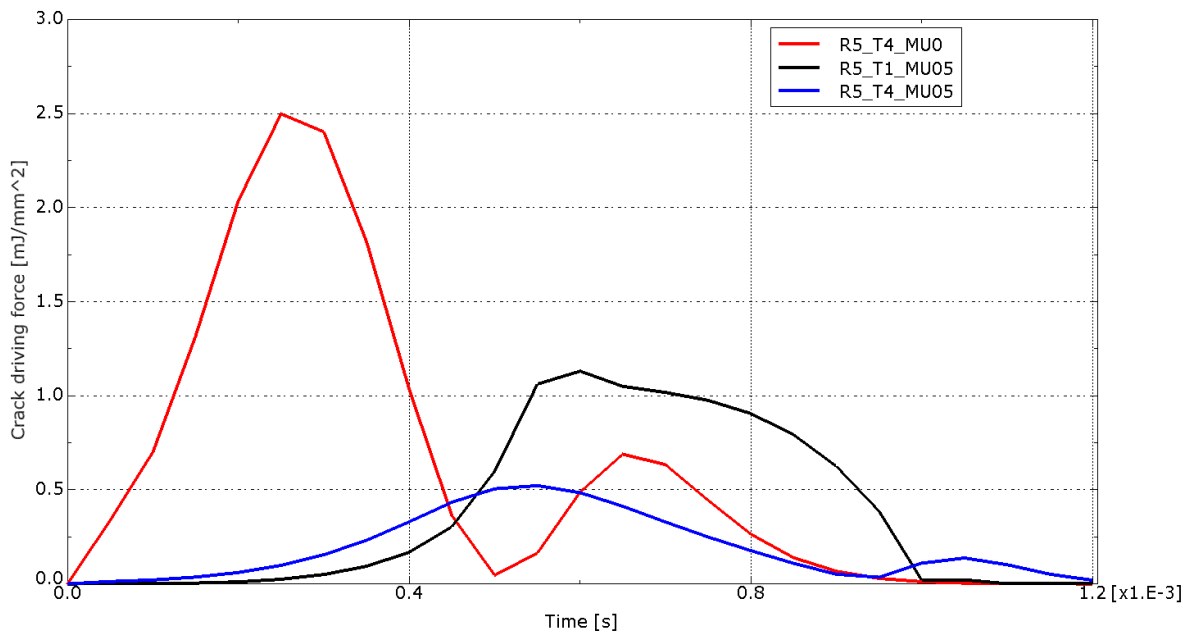


Abbildung 53: Einfluss der Rissflankenreibung auf die Risstreibkräfte: Radius 5 mm – Rote Kurve: d= 4 mm $\mu=0$; Schwarze Kurve: d=1 mm $\mu=0.5$; Blaue Kurve: d=4 mm $\mu=0.5$

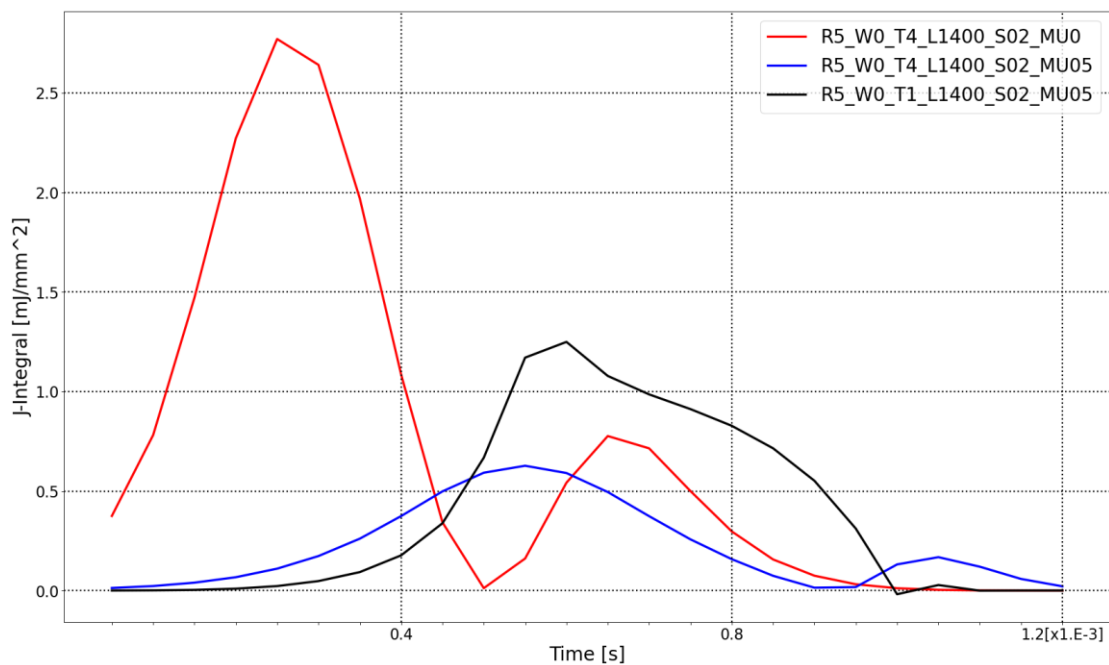


Abbildung 54: Einfluss der Rissflankenreibung auf das J-Integral: Radius 5 mm – Rote Kurve: d= 4 mm $\mu=0$; Schwarze Kurve: d=1 mm $\mu=0.5$; Blaue Kurve: d=4 mm $\mu=0.5$

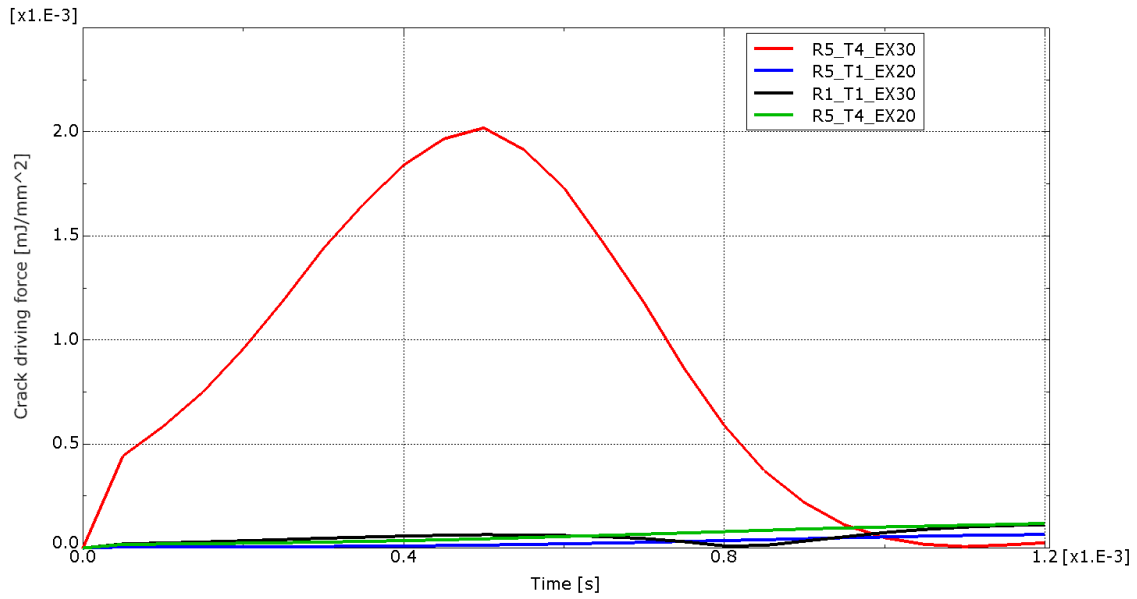


Abbildung 56: Einfluss der Exzentrizität auf die Risstreibkräfte: Radius 5 mm – Rote Kurve: d= 4 mm $\mu=0.5$; Grüne Kurve: d= 1 mm $\mu=0$; Schwarze Kurve: d=1 mm $\mu=0.5$; Blaue Kurve: d=4 mm $\mu=0$

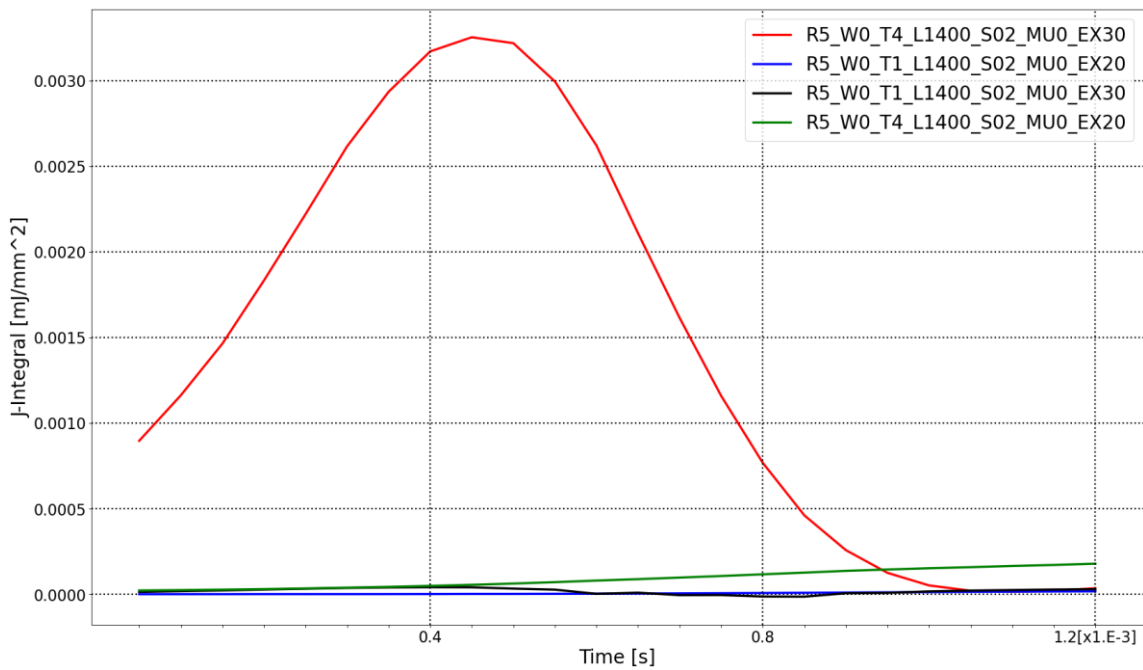


Abbildung 55: Einfluss der Exzentrizität auf die Risstreibkräfte: Radius 5 mm – Rote Kurve: d= 4mm x= 20mm; Grüne Kurve: d= 4mm x=30mm; Schwarze Kurve: d=1mm x=20mm; Blaue Kurve: d=1mm x=30mm

A.6.2 Risstreibkräfte – Vektorielle Darstellung

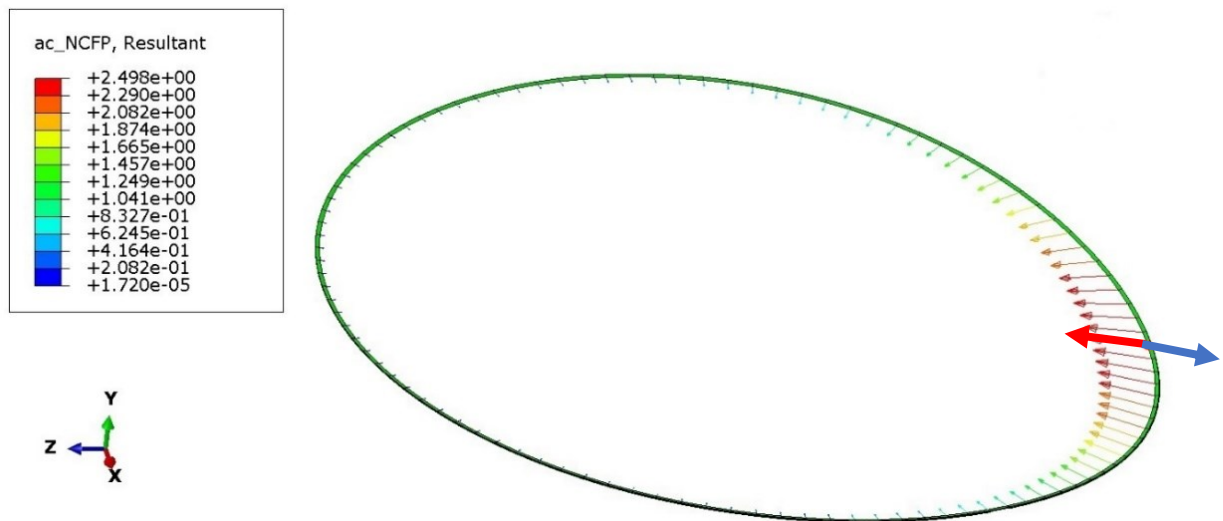


Abbildung 57: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: T1_MU0: Maximale Risstreibkraft 2.499 mJ/mm². Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibkräfte. Risswachstum in negative Z-Richtung.

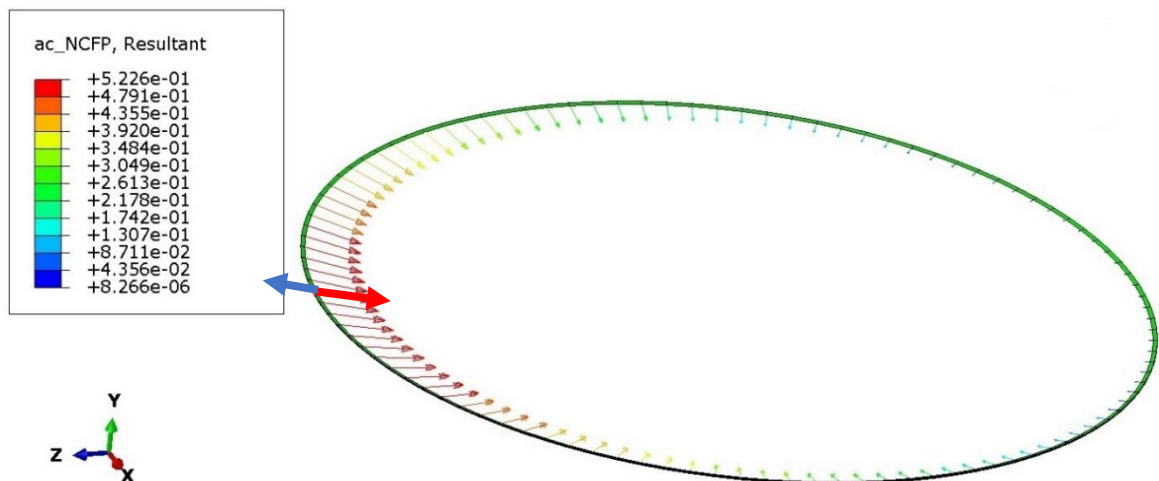


Abbildung 58: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: T4_MU05: Maximale Risstreibkraft 0.52 mJ/mm². Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibkräfte. Risswachstum in negative Z-Richtung

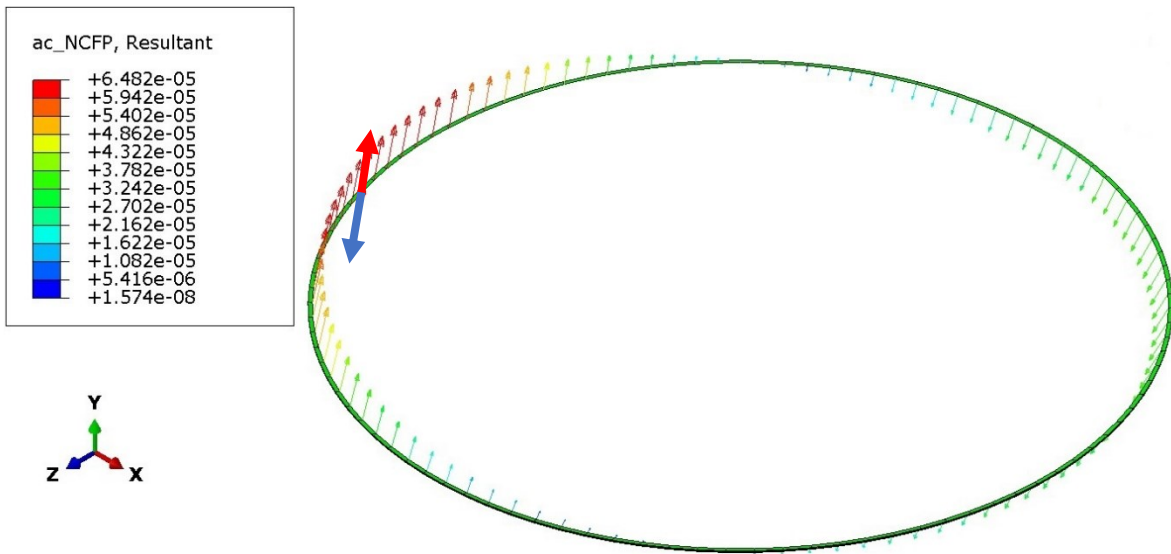


Abbildung 59: Verteilung der Risstreibrkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: T1_MU0_EX20: Maximale Risstreibrkraft $6.48 \cdot 10^{-5} \text{ MJ/mm}^2$. Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibrkräfte. Risswachstum in negative Y-Richtung

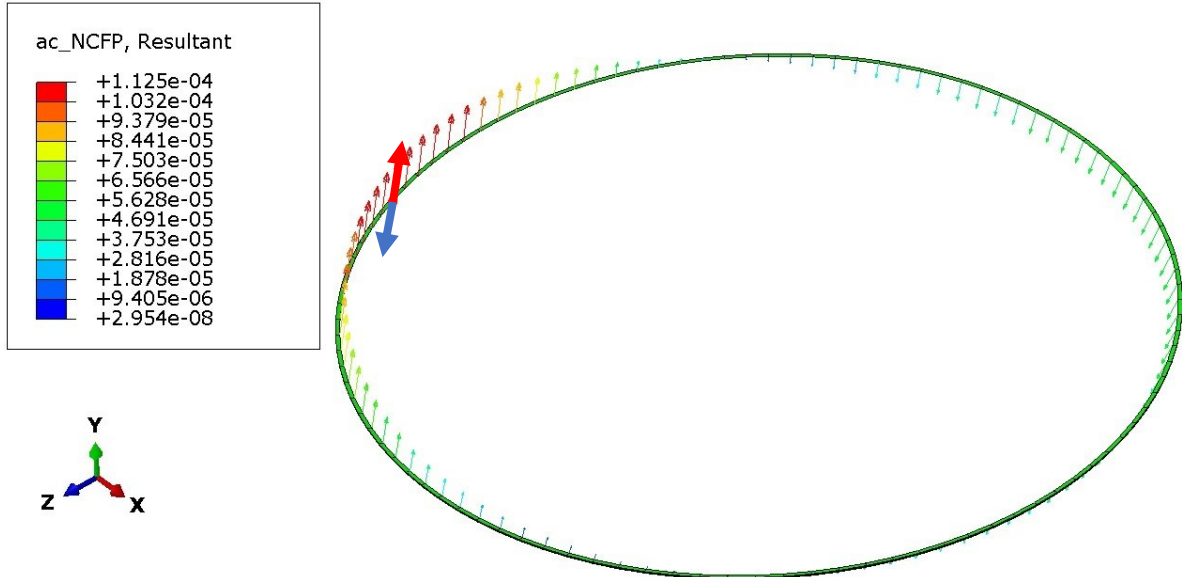


Abbildung 60: Verteilung der Risstreibrkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: T1_MU0_EX30: Maximale Risstreibrkraft $1.13 \cdot 10^{-4} \text{ MJ/mm}^2$. Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibrkräfte. Risswachstum in negative Y-Richtung

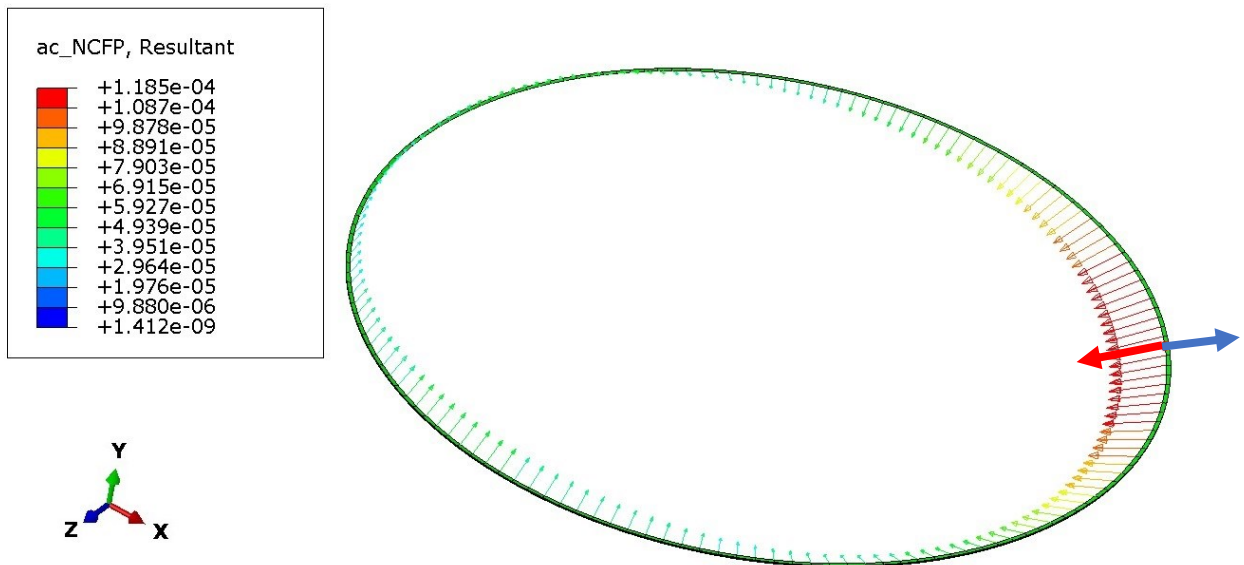


Abbildung 62: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: T4_MU0_EX20: Maximale Risstreibkraft $1.18 \times 10^{-4} \text{ mJ/mm}^2$. Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibkräfte. Risswachstum in positive Y-Richtung und negative Z-Richtung

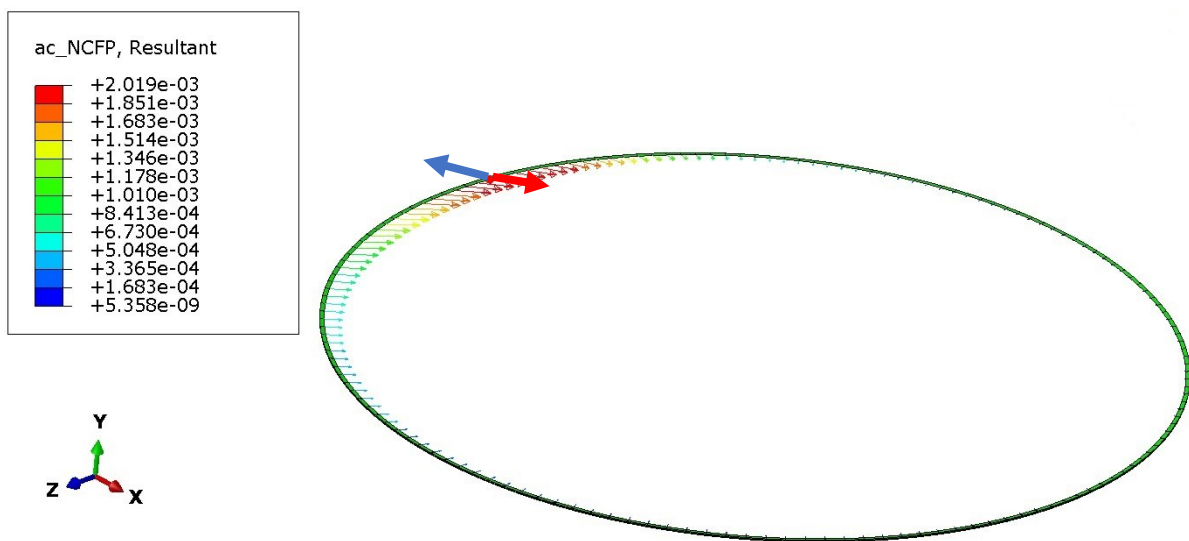


Abbildung 61: Verteilung der Risstreibkräfte entlang der Rissfront - vektoriell Variante: T4_MU0_EX30: Maximale Risstreibkraft $2.02 \times 10^{-3} \text{ mJ/mm}^2$. Richtung des Risswachstums durch den blauen Pfeil charakterisiert. Zu erkennen die unsymmetrische Verteilung der Risstreibkräfte. Risswachstum in negative X-Richtung