

Anhang N - Langzeitmaterialgesetze

ABBILDUNGSVERZEICHNIS	A86
TABELLENVERZEICHNIS	A87
FORMELZEICHEN	A88
1. ENTWICKLUNG VON LANGZEITMATERIALGESETZEN	A95
2. EMPIRISCHE MODELLE	A97
3. THEORETISCHE MODELLE	A98
3.1. GRUNDLEGENDE RHEOLOGISCHE ELEMENTE	A98
3.1.1 KELVIN MODELL	A100
3.1.2 MAXWELL MODELL	A102
3.1.3 BURGERS MODELL	A103
3.1.4 H-B-K MODELL	A104
3.2. KLASSISCHE ELASTISCHE VISKO-PLASTISCHE MODELLE	A106
3.2.1 CRISTESCU MODELL	A106
3.2.2 DRUCKER-PRAGER MODELL MIT GEKOPPELTEM KRIECHVERHALTEN	A108
3.3. MODELLE BASIEREND AUF DEFORMATIONSMCHANISMEN	A111
3.3.1 M-D MODELL	A112
3.3.2 MDFC MODELL	A114
3.4. ENDOCHRONISCHE MODELLE	A114
4. KRIECHMODELLE FÜR GEOMATERIALIEN IN NUMERISCHEN SOFTWAREPAKETEN	A116
4.1. KRIECHMODELLE IN FLAC UND FLAC3D	A116
4.1.1 ZWEIKOMPONENTEN-POTENZANSATZ (POWER-LAW)	A116
4.1.2 WIPP REFERENZ MODELL	A118
4.1.3 WIPP VISKOPLASTISCHES MODELL	A119
4.1.4 BURGERS VISKO-PLASTISCHES KRIECHMODELL	A120
4.1.5 CRUSHED SALT MODELL	A121
4.1.6 POWER-LAW VISKO-PLASTISCHES MODELL (MOHR-COULOMB)	A122
4.2. KRIECHMODELLE IN ABAQUS	A124
4.2.1 VISKO-ELASTIZITÄT	A124
4.2.2 VISKO-PLASTIZITÄT	A126
5. ÜBERSICHT DER MATERIALMODELLE	A127
6. BESTIMMUNG DER LANGZEITPARAMETER	A130
6.1. GRUNDLAGEN	A130
6.2. VERSUCHE FÜR DIE PARAMETERFINDUNG DER VERSCHIEDENEN KRIECHMODELLE	A132

Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG 1: VERFORMUNGSVERLAUF EINES KRIECHVERSUCHES; (I) PRIMÄRES, (II) SEKUNDÄRES UND (III) TERTIÄRES KRIECHEN	A96
ABBILDUNG 2: ÜBERSICHT UND AUFTEILUNG DER MODELLE ZUR BESCHREIBUNG VON KRIECHVORGÄNGEN	A96
ABBILDUNG 3: SCHEMATISCHE ÜBERSICHT DER RHEOLOGISCHEN ELEMENTE NACH [228]	A100
ABBILDUNG 4: A.) KELVIN ELEMENT; B.) BE- UND ENTLASTUNGSVERHALTEN IM SPANNUNGS-ZEIT- UND DEHNUNGS-ZEIT-DIAGRAMM	A100
ABBILDUNG 5: (OBEN) „THREE-PARAMETER-SOIL“ MODELL ; (UNTEN) GENERALISIERTES KELVIN MODELL	A101
ABBILDUNG 6: (A) MAXWELL MODELL; (B) BE- UND ENTLASTUNGSVERHALTEN IM SPANNUNGS-ZEIT- UND DEHNUNGS-ZEIT-DIAGRAMM	A102
ABBILDUNG 7: (A) BURGERS MODELL; (B) BE- UND ENTLASTUNGSVERHALTEN IM SPANNUNGS-ZEIT- UND DEHNUNGS-ZEIT-DIAGRAMM	A103
ABBILDUNG 8: H-B-K MODELL (SCHOFIELD-SCOTT-BLAIR KÖRPER).....	A104
ABBILDUNG 9: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DES CRISTESCU MODELL IN DER P-Q EBENE [50]	A107
ABBILDUNG 10: DRUCKER-PRAGER-KRIECHMODELL IN DER P-Q EBENE ($K=1$)	A108
ABBILDUNG 11: DARSTELLUNG VON DEFORMATIONSMCHANISMEN VON STEINSALZ NACH MUNSON [160]	A111
ABBILDUNG 12: EINTEILUNG DER LANGZEITVERHALTENS BZW. KRIECHGESETZE; A.) NACH THEORETISCHEN UND EMPIRISCHEN MODELLEN; B.) NACH DEM MATERIALVERHALTEN	A127

Tabellenverzeichnis

TABELLE 1: ÜBERSICHT DER GÄNGIGSTEN RHEOLOGISCHEN MODELLKÖRPER [147]	A99
TABELLE 2: ÜBERSICHT DER KRIECHMODELLE IN FLAC UND FLAC3D.....	A116
TABELLE 3: ÜBERSICHT DER ZEIT UND FREQUENZ DOMINIERTEN VISKO-ELASTIZITÄT IN ABAQUS [2] ..	A125
TABELLE 4: ÜBERSICHT DER GEKOPPELTEN DRUCKER-PRAGER MODELLE IN ABAQUS [2].....	A126
TABELLE 5: ÜBERSICHT ÜBER DIE STOFFGESETZE UND DEREN MATERIALVERHALTEN.....	A129
TABELLE 6: ÜBERSICHT DER VERSCHIEDENEN VERSUCHE ZUR UNTERSUCHUNG DES LANGZEITVERHALTENS	A132
TABELLE 7: ÜBERSICHT DER VERSCHIEDENEN MODELLE IN FLAC, FLAC3D UND ABAQUS INKL. GEFORDERTER EINGABEPARAMETER	A133
TABELLE 8: LANGZEITMATERIALMODELLE IN FLAC, FLAC3D UND ABAQUS INKL. DER NÖTIGEN VERSUCHE ZUR ERMITTLUNG DER EINGANGSPARAMETER; DIE VERSUCHSTYPEN I BIS XVIII SIN IN TABELLE 6 ANGEGEBEN;.....	A134

Formelzeichen

Allgemein Gültige

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
:	... Einsteinsche Summenkonvention
δ_{ij}	... Kronecker Delta
$ H $... Heaviside Treppenfunktion
$\text{sgn}()$... Signumfunktion
t	... Zeit
E	... Elastizitätsmodul
T	... absolute Temperatur
Q	... Aktivierungsenergie
R	... universelle Gaskonstante
G	... Schubmodul
K	... Kompressionsmodul
ϕ	... Reibungswinkel
c	... Kohäsion
ϕ	... Reibungswinkel
ψ	... Dilatationswinkel
σ	... Spannung
σ_1	... maximale Hauptnormalspannung
σ_2	... mittlere Hauptnormalspannung
σ_3	... minimale Hauptnormalspannung
σ_m	... mittlere Hauptnormalspannung
$\dot{\sigma}_m$... mittlere Normalspannungsrate
σ_e	... Vergleichsspannung
	$\sigma_e = \sqrt{3I_2} = \sqrt{\frac{3}{2}(S_{ij}S_{ij})}$
σ_{ij}	... Spannungstensor
$\dot{\sigma}_{ij}$... Spannungsratentensor
S_{ij}	... deviatorischer Spannungstensor
ΔS_{ij}	... deviatorisches Spannungsinkrement

I_1	... erste Invariante
	$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$
\dot{I}_1	... Rate der ersten Invarianten
I_2	... zweite Invariante
	$I_2 = \frac{1}{2}(S_{ij}S_{ij})$
ε	... Dehnung
$\dot{\varepsilon}$... Dehnungsrate
$\dot{\varepsilon}_{kk}$... Mittlere Normaldehnungsrate
ε_{ij}	... Dehnungstensor
$\dot{\varepsilon}_{ij}$... Dehnungsratentensor
f	... Fließfunktion
\mathcal{G}	... plastisches Potential

Empirische Modelle

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
ε_c	... Kriechdehnung
σ_c	... deviatorische Spannung
ε_i^c	... transiente Kriechdehnung
$\dot{\varepsilon}_s^c$... die stationäre Kriechrate
a	... Materialkonstante
b	... Materialkonstante
n	... Materialkonstante
λ	... Materialkonstante
k	... Materialkonstante
e_a	... Materialkonstante
β	... Materialkonstante

Theoretische Modelle

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\sigma}$... Be- oder Entlastungsgeschwindigkeit
σ_0	... aufgebrachte Spannung
σ_s	... kritische Aktivierungsspannung
η	... Zähigkeit
t_1	... Entlastungszeitpunkt

Indizes der einzelnen Elemente für E und η sind in Tabelle 1 Spalte 2 aufgelistet

Klassische elastische visko-plastische Modelle

Cristescu - Modell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$H(\sigma_{ij})$... Fließfunktion
W_T	... irreversible Spannungsarbeit per Einheitsvolumen
$\dot{\epsilon}_{VT}^I(t)$... volumetrische Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_T^I(t)$... deviatorische volumetrische Dehnungsrate
$F(\sigma_{ij})$... viskoplastische Potential der transienten Kriechphase
$S(\sigma_{ij})$... viskoplastische Potential der stationären Kriechphase

Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
X	... Faktor
ϵ_e^p	... plastische Dehnung
d	... Hardening Materialparameter
h	... Hardening Materialparameter
g_s^c	... nicht-assozierten, hyperbolischen Funktion des Kriechpotentials
ξ	... Exzentrizität des Fließpotentials
$\dot{\epsilon}_{ij}^e$... Tensor der elastischen Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_{ij}^p$... Tensor der plastischen Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_{ij}^c$... Tensor der Kriechrate
$\dot{\epsilon}_e^p$... deviatorische Tensor der plastischen Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_e^c$... deviatorische Tensor der Kriechrate
A	... Materialkonstante

n	...	Materialkonstante
m	...	Materialkonstante
α	...	Materialkonstante
$t1$...	Materialkonstante

Modelle basierend auf Deformationsmechanismen

M-D Modell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\epsilon}_s^c$... Kriechdehnungsrate
$\dot{\epsilon}_{s_1}^c$... Deformationen im ansteigenden Regime repräsentieren
$\dot{\epsilon}_{s_2}^c$... Deformationen der undefinierten Mechanismen
$\dot{\epsilon}_{s_3}^c$... Deformationen des Versetzungsverhaltens
A_i	... Konstante
B_i	... Konstante
n_i	... Spannungsexponent
ρ	... Spannungskonstante
σ_0	... Spannungslimit für Versetzungsgleiten
ϵ_t	... transiente Kriechdehnungslimit
ζ	... Variable für isotropes Hardening und Softening
Δ	... Hardening Parameter
δ	... Recovery Parameter
α	... Konstante
β	... Konstante

MDFC Modell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\epsilon}_{ij}^i$... inelastische Dehnungsrate
σ_e^c	... Vergleichsspannung des Versetzungsmechanismus
$\dot{\epsilon}_e^c$... deviatorische Kriechdehnungsrate
σ_e^d	... Vergleichsspannung des Schädigungsmechanismus
$\dot{\epsilon}_e^d$... deviatorische Dehnungsrate des Schädigungsmechanismus
x_i	... Materialkonstante
c_1	... Materialkonstante
c_2	... Materialkonstante

n_3	...	Materialkonstante
ω	...	Schädigungsparameter

Endochronische Modelle

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
z	... intrinsische Zeitskala
ξ	... intrinsische Zeitmessung
$f(\xi)$... Hardening- bzw. Softeningfunktion
α	... Materialparameter
β	... Materialparameter
P_{ijkl}	... Materialkonstantentensor vierter Ordnung
ε^c	... Kriechdehnung
Z_D	... Komponente der intrinsischen Zeitskala im deviatorischen Spannungszustand
Z_H	... Komponente der intrinsischen Zeitskala im deviatorischen Spannungszustand
α	... Materialkonstante im sphärischen Zustand
λ	... Materialkonstante im sphärischen Zustand
a_i	... Materialkonstante im sphärischen Zustand
b_i	... Materialkonstante im sphärischen Zustand
E_i	... Materialkonstante im sphärischen Zustand
$\mu_1(t)$... Materialparameter des Zeiteffekts
$\mu_2(t)$... Materialparameter des Zeiteffekts

Kriechmodelle für Geomaterialien in numerischen Softwarepaketen

Zweikomponenten-Potenzansatz (Power-Law)

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\varepsilon}^c$... Kriechdehnungsrate
A	... Parameter der Materialeigenschaften
n	... Parameter der Materialeigenschaften
σ_1^{ref}	... Referenzspannungszustand 1
σ_1^{ref}	... Referenzspannungszustand 2
$\dot{\varepsilon}_{ij}^d$... deviatorischer Anteil der Rate des Verzerrungstensors

WIPP Referenz Modell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\epsilon}_{ij}^e$... elastischer Anteil des Hookschen Gesetzes
$\dot{\epsilon}_{ij}^c$... viskose Kriechanteil
$\dot{\epsilon}^c$... Kriechraten
$\dot{\epsilon}_p^c$... Kriechraten der primären Kriechphase
$\dot{\epsilon}_s^c$... Kriechraten der sekundären Kriechphase
A	... Materialkonstante
B	... Materialkonstante
D	... Materialkonstante
n	... Materialkonstante
$\dot{\epsilon}_{ss}^*$... Materialkonstante

WIPP viskoplastisches Modell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
q_ϕ	... Materialparameter
k_ϕ	... Materialparameter
λ	... Multiplikator

Burgers visko-plastisches Kriechmodell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\epsilon}_{ij}^k$... Tensor der Dehnungsrate des Kelvin-Modells
$\dot{\epsilon}_{ij}^m$... Tensor der Dehnungsrate des Maxwell -Modells
$\dot{\epsilon}_{ij}^p$... Tensor der Dehnungsrate plastischen Anteils
$\dot{\epsilon}_{vol}$... volumetrische Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_{vol}^p$... plastische volumetrische Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_{vol}^e$... elastische volumetrische Dehnungsrate
σ_t	... Zugfestigkeit und die Fließbedingung

Crushed Salt Modell

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\epsilon}_{ij}^e$... Tensor des nichtlinear elastischen Anteils der Dehnungsrate
$\dot{\epsilon}_{ij}^{cp}$... Tensor der Dehnungsrate der viskose Kompaktion

$\dot{\epsilon}_{ij}^c$...	Tensor der Dehnungsrate des viskosen Schubs
B_0	...	Materialparameter aus isotropischen Kompaktionsversuchen
B_1	...	Materialparameter aus isotropischen Kompaktionsversuchen
B_2	...	Materialparameter aus isotropischen Kompaktionsversuchen
β	...	Konstante
F_d	...	Dichtefaktor

Power-Law visko-plastisches Modell (Mohr-Coulomb)

<i>Symbol</i>	<i>Begriff</i>
$\dot{\epsilon}_{ij}^e$... Tensor der Dehnungsrate des elastischen Anteils
$\dot{\epsilon}_{ij}^c$... Tensor der Dehnungsrate des viskosen Anteils
$\dot{\epsilon}_{ij}^p$... Tensor der Dehnungsrate des plastischen Anteils
\dot{S}_{ij}	... deviatorischer Anteil des Spannungsratentensors
$\dot{\epsilon}_{ij}$... deviatorischer Anteil des Dehnungsratentensors
σ_1^{ref}	... Referenzspannungszustand 1
σ_2^{ref}	... Referenzspannungszustand 2
A_i	... Materialparameter
n_i	... Materialparameter

1. Entwicklung von Langzeitmaterialgesetzen

In den 1950-1960er Jahren wurde begonnen, das rheologische Materialverhalten von Geomaterialien zu untersuchen. Das Kriechverhalten beschreibt im Grunde die zeitliche Veränderung der Verformungsrate. Dorn implementierte in den 1950er Jahren den Temperatureffekt in Kriechmodellen und beschrieb das Verhalten über:

$$\dot{\varepsilon} = A \cdot \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \quad (1)$$

In Kombination mit der Belastung kann das Kriechgesetz für einen stationären Kriechzustand wie folgt beschrieben werden:

$$\dot{\varepsilon}_s^c = A_1 \cdot \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \cdot f(\sigma) \quad (2)$$

Langer [127] verwendete 1979 ein spannungsabhängiges Kriechgesetz zur Beschreibung des transienten Kriechverhaltens. Das transiente Kriechen beschreibt Langer bei niedrigen und hohen Spannungen getrennt:

$$\dot{\varepsilon}_t^c = A_2 \cdot \sigma_e^b \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}_t^c = A_3 \cdot \sigma_e^n \quad (4)$$

In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, dass das Materialverhalten früher vorrangig über empirische Beobachtungen und über damit einhergehende Phänomene entwickelt wurde. In den letzten Jahrzehnten wurden durch die steigende Anzahl von Laboruntersuchungen sowie der Untersuchung von Hohlräumen auf deren Langzeitstabilität eine Vielzahl verschiedener Theorien zur Beschreibung von zeitabhängigem Materialverhalten von Geomaterialien entwickelt (z.B. [35] [36] [40] [41] [51] [68] [127] [161] [175] [206] [210] [228]).

Der Verlauf eines Kriechprozesses (Abbildung 1) kann in drei unterschiedliche Phasen unterteilt werden:

- i. erste (I) Kriechphase wird als primäres Kriechen bezeichnet, die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ nimmt ab;
- ii. zweite (II) Kriechphase wird als sekundäres oder stationäres Kriechen bezeichnet, die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ bleibt konstant;
- iii. dritte (III) Kriechphase wird als tertiäres Kriechen bezeichnet, die Verformungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ nimmt zu bis das Versagen eintritt.

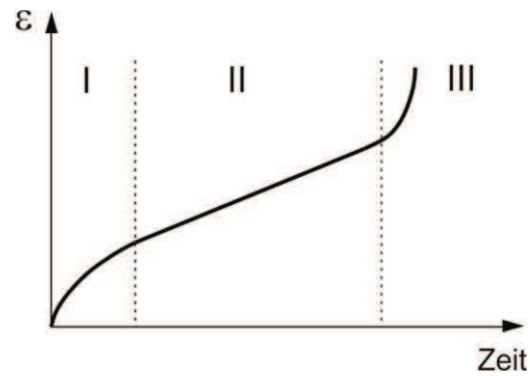


Abbildung 1: Verformungsverlauf eines Kriechversuches; (I) primäres, (II) sekundäres und (III) tertiäres Kriechen

Die Stoffgesetze zur Beschreibung des Langzeitverhaltens können grundlegend in empirische und theoretische Modelle gegliedert werden. Die theoretischen Modelle finden vorrangig in der Geotechnik ihre Anwendung. Die Übersicht sowie die Aufteilung der verschiedenen Methoden ist in Abbildung 2 dargestellt.

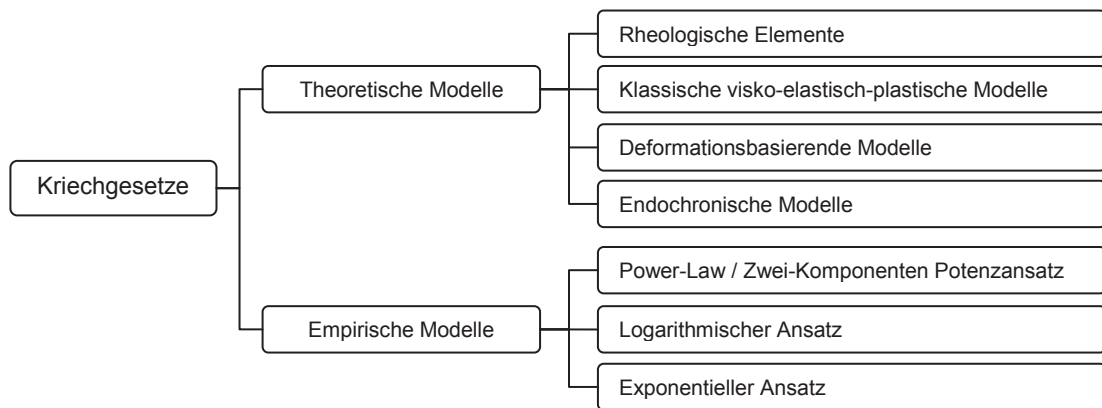


Abbildung 2: Übersicht und Aufteilung der Modelle zur Beschreibung von Kriechvorgängen

2. Empirische Modelle

Empirische Kriechmodelle wurden auf der Basis von Fitting-Funktionen vorhandener Labortestdaten erstellt. Die Grundlage hierfür ist die Annahme, dass die Deformation des Materials über eine Funktion der Belastung, der Temperatur und der Zeit dargestellt werden kann. Diese Funktionen können in einen zwei-Komponenten Ansatz (Power Law), einen logarithmischen und exponentiellen Ansatz gegliedert werden. [52] [87] [163] [127] [175]

- i. zwei-Komponenten Potenzansatz (Power Law)

$$\varepsilon_t^c = k \sigma_d^n T^b t^a \quad (5)$$

$$\varepsilon^c = \varepsilon_t^c + \dot{\varepsilon}_s^c t \quad (6)$$

- ii. logarithmischer Ansatz

$$\varepsilon_t^c = k \sigma_d^n T^b \ln(t) \quad (7)$$

- iii. Der exponentielle Ansatz kann in einen exponentiellen Temperatur-Ansatz (a) oder Zeit-Ansatz (b) untergliedert werden:

(a)

$$\varepsilon_t^c = k \sigma_d^n t^a \exp(-\lambda/T) \quad (8)$$

(b)

$$\dot{\varepsilon}_t^c = -\beta(\dot{\varepsilon}^c - \dot{\varepsilon}_s^c) \quad (9)$$

$$\varepsilon^c = e_a [1 - \exp(-\beta t)] + \dot{\varepsilon}_s^c t \quad (10)$$

3. Theoretische Modelle

Die Grundlage der theoretischen Modelle unterteilt sich in die Beschreibung phänomenologischer Vorgänge [50] [68] [206] [207] [210] [227] und mikromechanische Analysen [36] [40] [41] [161] des Materialverhaltens von Geomaterialien. Diese Kriechgesetze lassen sich in Modelle von rheologischen Elementen [206] [207] [227], deformationsbasierende Modelle [36] [40] [41] [161], klassische visko-elastisch-plastische Modelle [51] [64] und Modelle unter Verwendung interner Größen/Variablen [20] [68] [210] einteilen.

3.1. Grundlegende rheologische Elemente

Die Anwendung von rheologischen Elementen im Bereich des Langzeitverhaltens von Geomaterialien dient zur Beschreibung von makroskopischen Kriechphänomenen. Grundlegend setzen sich diese Modelle aus den folgenden Basiselementen zusammen [73] [185]:

- i. Die Feder beschreibt das elastische Dehnungsverhalten des Materials auf Grund einer Belastung. Dieses Modell ist auch als Hookescher Körper bekannt und lässt sich über die Beziehung $\sigma = E \cdot \varepsilon$ beschreiben, wobei σ die Spannung, E der Elastizitätsmodul und ε die Dehnung beschreibt. (schematische Darstellung in Tabelle 1)
- ii. Der Newtonsche Körper ist ein Element, welches einen Öl- bzw. Flüssigkeitsdämpfer darstellt und gleicht einem Stoßdämpfer. Er beschreibt das viskose Verhalten eines Materials über eine Spannungs-Dehnungsgeschwindigkeits-Beziehung $\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon}$, wobei η die Zähigkeit und $\dot{\varepsilon}$ die Dehnungsgeschwindigkeit ist. Die Dehnungen, welche durch eine Belastung auftreten, bleiben nach dem Entfernen der Belastung aufrecht. (schematische Darstellung in Tabelle 1)
- iii. Der Saint-Venantsche Körper repräsentiert einen Fließprozess, welcher im mechanischen Sinn durch eine Haft- und Gleitreibung beschrieben wird. Die Modellvorstellung entspricht einem Block auf einer ebenen Fläche, welcher mit einer horizontalen Spannung beaufschlagt wird. Ist die aufgebrachte Spannung kleiner als die Fließgrenze, zeigen sich keine Verformungen. Bei einer Überschreitung treten Verformungen auf, welche ohne Spannungserhöhung weiter anwachsen. (schematische Darstellung in Tabelle 1)

Anhand der verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der Grundkörper können rheologische Eigenschaften in einem eindimensionalen Materialgesetz durch die Integration von Differentialgleichungen erstellt werden. Die große Anzahl von Kombinationsmöglichkeiten wird vorrangig im Fachbereich der Rheologie behandelt, auf welchen hier nicht im Detail eingegangen wird. Eine Übersicht der Elemente [65] [147] und deren Kombinationen sind in Tabelle 1 angeführt.

Modellkörper	Abk.	Schaltung	Schematische Darstellung
Hooke	H	Grundelement	
Newton	N	Grundelement	
Saint-Venant	S	Grundelement	
Kelvin	K	H N	
Maxwell	M	H - N	
Bingham	B	N S	
Prandtl	P	H S	
Jeffreys	J	(H-N) N	
Lethersich	L	H N - N	
Zener _M	Z _M	(H - N) H	
Zener _K	Z _K	H - N - H	
Bingham-Hooke	B-H	(N S) - H	
Prandtl-Newton	P-N	(H S) - N	
Burgers	BU	H - N - (H N)	
Schwedofe	SCHW	H - ((H - N) S)	
Schiffman	SCHI	H N S	
Schofield-Scott-Blair Körper	SCH	H - (N S) - (H N)	

Tabelle 1: Übersicht der gängigsten rheologischen Modellkörper [147]

Die gebräuchlichsten rheologischen Elementmodelle in der Geotechnik sind das Kelvin-, Maxwell-, Burger- und das H-B-K-Modell (Schofield-Scott-Blair Körper) und werden in Folge im Detail behandelt. Abbildung 3 zeigt die Einteilung der verschiedenen Modelle nach Xia (2008) [228], welche im Bereich der Geotechnik ihre Anwendung finden. Die Übersicht zeigt weiters, welche Elemente für primäres und sekundäres Kriechen herangezogen werden.

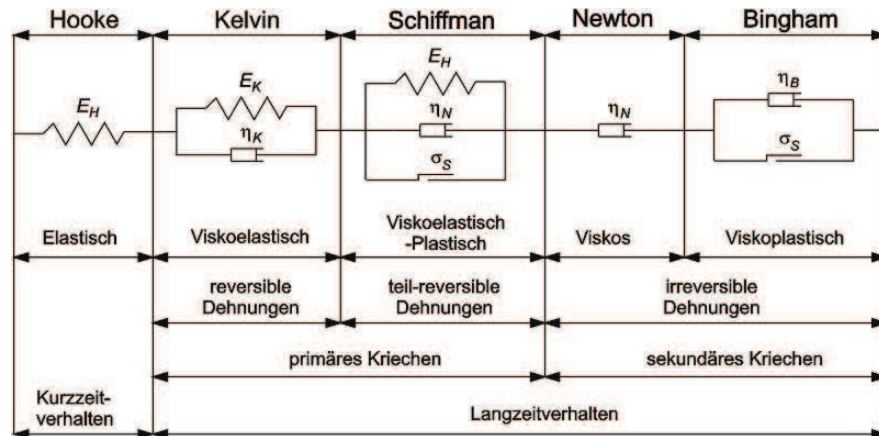


Abbildung 3: Schematische Übersicht der rheologischen Elemente nach [228]

3.1.1 Kelvin Modell

Das Kelvin bzw. das Kelvin-Voigt Modell (Abbildung 4) ist eine Parallelschaltung eines Hookeschen und eines Newtonschen Körpers und stellt den primären Kriechanteil dar.

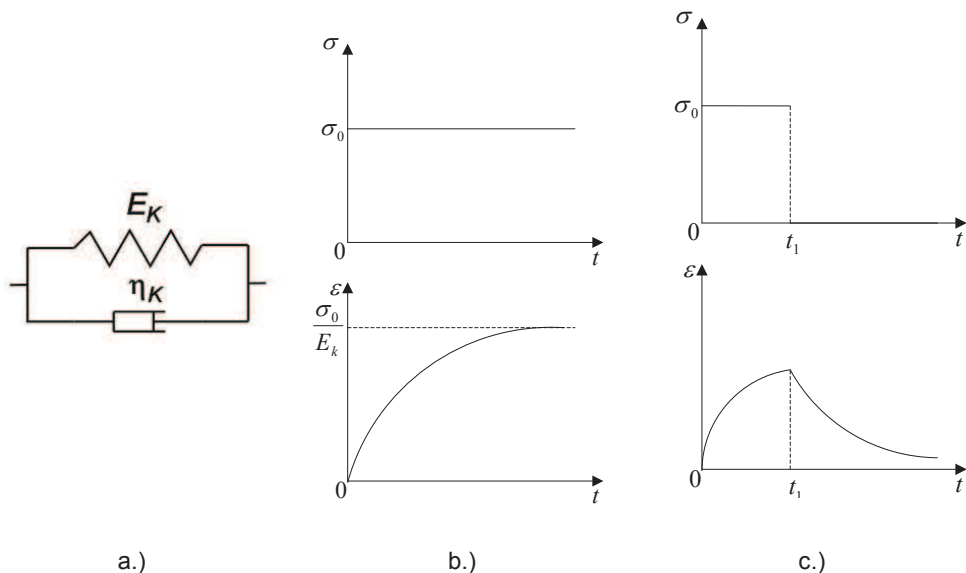


Abbildung 4: a.) Kelvin Element; b.) Be- und Entlastungsverhalten im Spannungs-Zeit- und Dehnungs-Zeit-Diagramm

Das Materialgesetz beschreibt ein visko-elastisches Verhalten. Dies bedeutet, dass zeitgleich elastische und viskose Eigenschaften abgebildet werden können:

$$\sigma = E_K \varepsilon + \eta_K \dot{\varepsilon} \quad (11)$$

Die Deformation des Materials bei einer konstanten Spannung lässt sich wie folgt anschreiben:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t\right) \right] \quad (12)$$

Unter der Annahme $t \rightarrow \infty$ konvergiert die Dehnung zu $\sigma = E_K \varepsilon$ und stellt das Endergebnis des Hookeschen Körpers dar (Abbildung 4-b). Ein Entfernen der aufgetragenen Spannung zeigt (Abbildung 4-c), dass die Deformationen reversibel sind und der Körper in den Ausgangszustand zurückkehrt:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t\right) \right] \exp\left[-\frac{E_K}{\eta_K} (t - t_1)\right] \quad (13)$$

Auf Basis des Kelvin-Voigt Modells wurden generalisierte „höherwertige“ Kelvin Modelle entwickelt. Beispiel hierfür ist die Kombination eines Hookeschen Körpers mit drei in Serie geschalteten Kelvin Modellen [5] oder einem „three parameter soil“ Modell [6] (Abbildung 5).

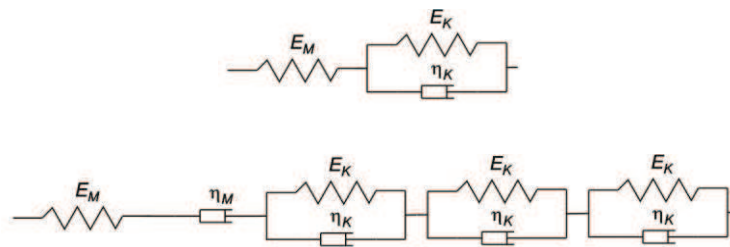


Abbildung 5: (oben) „three-parameter-soil“ Modell ; (unten) generalisiertes Kelvin Modell

3.1.2 Maxwell Modell

Im Gegensatz zum Kelvin Modell (Abbildung 6), welches ein reversibles, viskoelastisches Verhalten aufweist, sind die viskosen Verformungen im Maxwell Modell irreversibel. Das Maxwell Modell setzt sich aus einem Hookeschen und einem Newtonschen Körper zusammen, welche in Serie geschaltet sind.

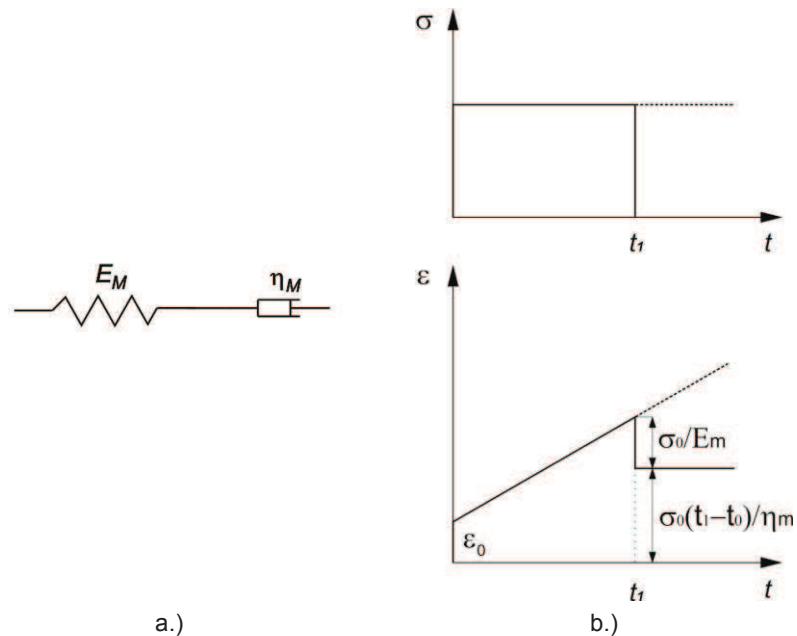


Abbildung 6: (a) Maxwell Modell; (b) Be- und Entlastungsverhalten im Spannungs-Zeit- und Dehnungs-Zeit-Diagramm

Diese Dehnungsgeschwindigkeit (a) und die Dehnung zum Zeitpunkt t (b) lassen sich wie folgt anschreiben:

(a)

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_M} \dot{\sigma} + \frac{1}{\eta_M} \sigma \quad (14)$$

(b)

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_M} + \frac{\sigma_0}{\eta_M} t = \left(\frac{1}{E_M} + \frac{1}{\eta_M} t \right) \sigma_0 \quad (15)$$

Das Modell beinhaltet einen sofort auftretenden und reversiblen, elastischen Anteil sowie einen irreversiblen Kriechanteil, welcher zur Beschreibung eines stationären Kriechzustandes¹ dient.

¹ Stationäres Kriechen = sekundäres Kriechen

3.1.3 Burgers Modell

Das Burgers Modell (Abbildung 7a) ist eine Serienschaltung einer Maxwell und einer Kelvin-Voigt Einheit. Diese Kombination erlaubt den primären (Kelvin Modell) und den sekundären (Maxwell Modell) Kriechanteil gemeinsam abzubilden.

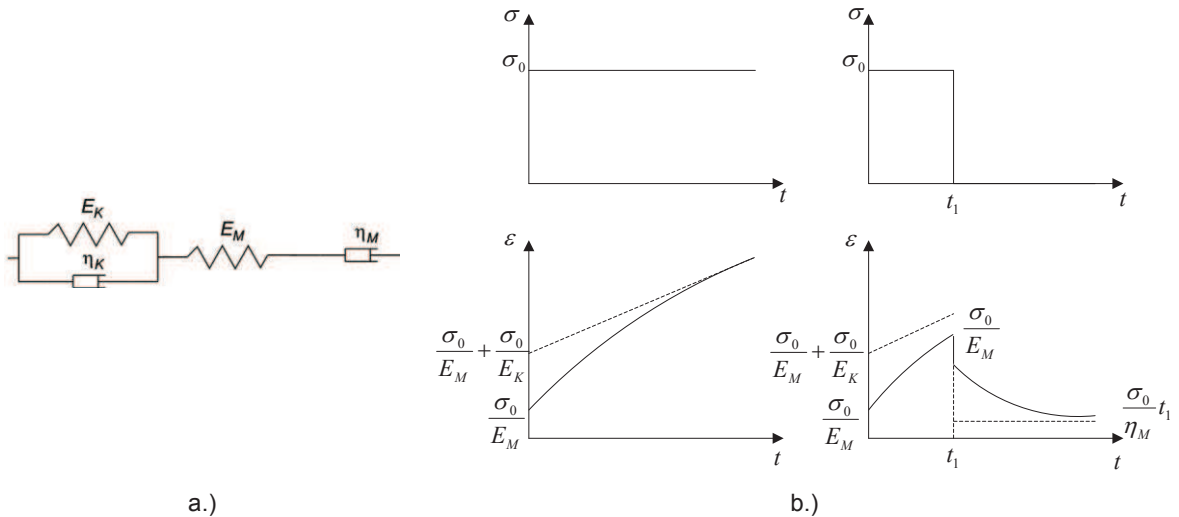


Abbildung 7: (a) Burgers Modell; (b) Be- und Entlastungsverhalten im Spannungs-Zeit- und Dehnungs-Zeit-Diagramm

Die rheologische Grundgleichung lautet:

$$\begin{aligned}
 E_K E_M \sigma + (E_K \eta_K + E_K \eta_M + E_M \eta_K) \dot{\sigma} + \eta_K \eta_M \ddot{\sigma} \\
 = E_K E_M \eta_M \dot{\varepsilon} + E_M \eta_K \eta_M \ddot{\varepsilon}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Nach Aufbringen einer konstanten Belastung lässt sich die Dehnung wie folgt errechnen:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_M} + \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t\right) \right] + \frac{\sigma_0}{\eta_M} t
 \tag{17}$$

Das Modellverhalten bei einer Reduktion der Belastung zum Zeitpunkt t_1 auf den Ausgangswert ist in Abbildung 7 b dargestellt und berechnet sich nach:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t_1\right) \right] \exp\left[-\frac{E_K}{\eta_K} (t - t_1)\right] + \frac{\sigma_0}{\eta_M} t_1
 \tag{18}$$

Das primäre Kriechen ist erst zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ abgeschlossen. Des Weiteren liegen die Grenzen des Burgers Modells darin, dass ein Anstieg der Dehnungsrate zur Abbildung eines tertiären Kriechprozesses nicht möglich ist.

3.1.4 H-B-K Modell

Das H-B-K Modell (Schofield-Scott-Blair Körper) (Abbildung 8) ist eine Kombination einer Kelvin-Voigt Einheit, Bingham Einheit und eines Hookeschen Elements in einer Serienschaltung und stellt ein sehr umfangreiches rheologisches Modell dar. [147]

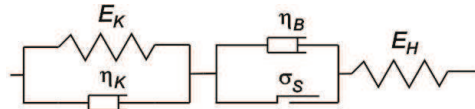


Abbildung 8: H-B-K Modell (Schofield-Scott-Blair Körper)

Durch das Saint-Venant Element, welches aktiviert wird wenn eine kritische Spannung σ_s erreicht ist, muss zwischen zwei verschiedenen Zuständen unterschieden werden. In jenem Zustand, in welchem die aufgebrauchte Spannung kleiner ist als die Aktivierungsspannung $\sigma < \sigma_s$ des St.-Venant Elements, entspricht das Modell einem „three-parameter soil“ Modell, da das Bingham Element noch inaktiv ist. Die Grundgleichung ist:

$$(E_K + E_H)\sigma + \eta_K \dot{\sigma} = E_K E_H \varepsilon + E_K \eta_K \dot{\varepsilon} \quad \sigma < \sigma_s \quad (19)$$

Unter der Annahme einer konstanten Spannung kann die Dehnung wie folgt angeschrieben werden:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_H} + \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t\right) \right] \quad (20)$$

Nach der Reduktion der Spannung auf Null zum Zeitpunkt t_1 kann der zeitliche Rückgang der Dehnung ermittelt werden:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t_1\right) \right] \exp\left[-\frac{E_K}{\eta_K} (t - t_1)\right] \quad (21)$$

Wird die Grenzspannung des Saint-Venant Elements überschritten ($\sigma \geq \sigma_s$) kommt es zur Aktivierung des Bingham Elementes:

$$\begin{aligned} E_K E_H (\sigma - \sigma_s) + (E_K \eta_K + E_K \eta_B + E_H \eta_K) \dot{\sigma} + \eta_K \eta_B \ddot{\sigma} \\ = E_K E_H \eta_M \dot{\varepsilon} + E_H \eta_K \eta_B \ddot{\varepsilon} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\sigma \geq \sigma_s$$

Die Formulierung der Dehnung bei konstanter Spannung lautet:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_H} + \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t\right) \right] + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_B} t \quad (23)$$

Nach dem Entfernen der Spannung zum Zeitpunkt t_1 lautet die Gleichung zur Ermittlung der Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_K} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_K}{\eta_K} t_1\right) \right] \exp\left[-\frac{E_K}{\eta_K} (t - t_1)\right] + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_B} t_1 \quad (24)$$

Befindet sich die aufgebrachte Spannung unterhalb der kritischen (Aktivierungs-) Spannung σ_s , verhalten sich die vorhandenen Dehnungen reversibel, ansonsten beinhalten die Dehnungen einen irreversiblen Teil durch das Saint-Venant Element. Dieses Modell beschreibt einen großen Teil des Kriechverhaltens von Geomaterialien, allerdings kann das tertiäre Kriechen weiterhin nicht abgebildet werden.

3.2. Klassische elastische visko-plastische Modelle

Viele Autoren haben konstitutive Gleichungen formuliert, um die Elastizität, Plastizität sowie die Viskosität von Materialien zu beschreiben. Diese Modelle enthalten mehrere Arten, die Reaktion eines Stoffes auf eine eintretende Belastung zu beschreiben. Beispiele hierfür sind elasto-viskoplastische, viskoelastisch-plastische oder elastisch-viskos-plastische Modelle. In den folgenden Punkten wird auf zwei verschiedene Modelle im Detail eingegangen.

3.2.1 Cristescu Modell

In den klassischen elastischen visko-plastischen Modellen für Geomaterialien wird angenommen, dass die volumetrische Verformung inkompressibel ist. Cristescu [49] stellte 1993 ein visko-plastisches Modell auf, das eine assoziierte Fließregel (1993) [49] und eine nicht assoziierte Fließregel (1997) [50] beinhaltet. Die Formulierung der Verformungsgeschwindigkeit lautet:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{2G} + \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \dot{\sigma}_m \cdot \delta_{ij} + k_T \left\langle 1 - \frac{W_T(t)}{H(\sigma_{ij})} \right\rangle \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} + k_s \frac{\partial S(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (25)$$

Die einzelnen Bestandteile werden wie folgt separat angeschrieben:

$$H(\sigma_{ij}) = W_T(t)$$

$$W_T(t) = \int_0^t \sigma_m(\bar{t}) \dot{\varepsilon}_{VT}^I(\bar{t}) d\bar{t} + \int_0^t S_{ij} \dot{\varepsilon}_T^I(\bar{t}) d\bar{t} \quad (26)$$

$$\sigma_m(t) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (27)$$

$$\tau = \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \quad (28)$$

Nach der Integration kann die absolute Verformung wie folgt formuliert werden:

$$\varepsilon_{ij}(t) = \frac{\sigma_{ij}}{2G} + \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \sigma_m \cdot \delta_{ij} + k_s \frac{\partial S(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} (t - t_0) + \frac{\left\langle 1 - \frac{W_T(t_0)}{H(\sigma_{ij})} \right\rangle H(\sigma_{ij}) \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}}{\frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} : \sigma_{ij}} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{k_T}{H(\sigma_{ij})} \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} : \sigma_{ij} (t - t_0) \right] \right\} \quad (29)$$

Das transiente Kriechen ist grundsätzlich immer vorhanden, da dieser Prozess erst zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ abgeschlossen ist. Es kann jedoch angenommen werden, dass in dem Zeitintervall $t > t_0$ und $t \ll t_T$ das transiente Kriechen dominant ist. Ab dem Zeitpunkt $t > t_S$ ist der Betrag des stationären Kriechens nicht mehr vernachlässigbar. Vor allem für die Faktoren k_T und k_S gibt es je nach Randbedingungen und Material verschiedene Ansätze. Die Formulierung dieser Viskositätskoeffizienten für eine konstante Belastung von Salzgestein ist in [50] angeschrieben. Abbildung 9 zeigt das Cristescu Modell in der p-q Ebene.

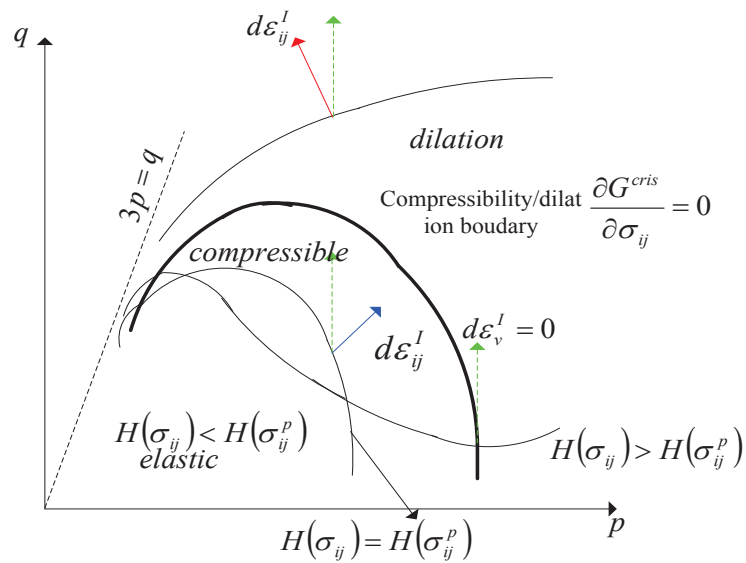


Abbildung 9: Schematische Darstellung des Cristescu Modell in der p-q Ebene [50]

3.2.2 Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten

Eine weitere Methode zur Beschreibung des Kriechverhaltens von Geomaterialien ist die Kopplung des linearen Drucker-Prager Versagensmodells [64] mit einem Kriechgesetz, welches Albert (2002) [7] und auch Rergenauer (2004) [183] beschreiben.

Das Kriechverhalten der Materialien ist gekoppelt mit dem plastischen Verhalten. Aus diesem Grund ist es nötig, neben dem plastischen Verhalten auch das Verfestigungsverhalten zu definieren. Der elastische Anteil muss hierbei linear sein. Die Fließregel kann assoziiert [120] oder nicht-assoziert sein. Die lineare Fließfläche des Drucker-Prager Modells ist:

$$f = X - \sigma_m \tan \phi - c = 0 \quad (30)$$

$$X = \frac{1}{2} \sigma_e \left[1 + \frac{1}{N} - \left(1 - \frac{1}{N} \right) \left(\frac{r}{\sigma_e} \right)^3 \right] \quad (31)$$

$$\frac{r}{\sigma_e} = 1 \quad \text{einaxialer Zug}$$

$$\frac{r}{\sigma_e} = -1 \quad \text{einaxialer Druck}$$

$$\sigma_e = \sqrt{3I_2} = \sqrt{\frac{3}{2}(S_{ij}S_{ij})} \quad (32)$$

Abbildung 10 zeigt das Modell in der p - q -Ebene mit den verschiedenen Flächen (Versagensfläche, Initial-Fließfläche und äquivalente Kriechfläche).

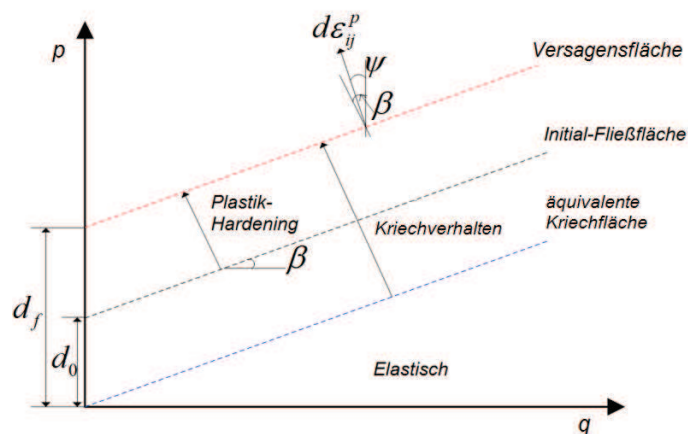


Abbildung 10: Drucker-Prager-Kriechmodell in der p - q Ebene ($K=1$)

Eine Implementierung eines plastic-Hardening kann beispielsweise über Lu (2010) [134] vorgenommen werden:

$$\sigma_e = (\sigma_e |_0) \left(1 + d (\varepsilon_e^p)^h \right) \quad (33)$$

Wenn ein assoziiertes, plastisches Fließpotential ohne Hardening angenommen wird, ist das Fließpotential gleich der Fließfunktion. Bei einer nicht-assozierten, hyperbolischen Funktion kann das Kriechpotential wie folgt verwendet werden: [2]

$$g_s^c = \sqrt{(\xi(\sigma_e |_0) \tan \phi)^2 + \sigma_e^2} - \sigma_m \tan \phi \quad (34)$$

Das Auftreten des Kriechens wird über σ_e^c bestimmt:

$$\sigma_e^c = \frac{\sigma_e - \sigma_m \tan \phi}{1 - \frac{\sigma_m \tan \phi}{\sigma_e}} \quad (35)$$

Ist $\sigma_e^c \leq 0$ tritt kein Kriechen auf. Ist $\sigma_e^c > 0$ kommt es zu Kriechdehnungen im Material. Die Dehnungsrate unter Berücksichtigung der Kriechrate setzt sich wie folgt aus drei Komponenten zusammen; einem elastischen, einem plastischen und einem Kriechanteil:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\varepsilon}_{ij}^c \quad (36)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{S}_{ij}(\sigma_{ij})}{2G} - \frac{\dot{\sigma}_m}{3K} \delta_{ij} \quad (37)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\dot{\varepsilon}_e^p}{C} \left(\frac{3}{2} \frac{\dot{S}_{ij}(\sigma_{ij})}{\sqrt{(\xi(\sigma_e |_0) \tan \phi)^2 + \sigma_e^2}} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \tan \phi \right) \quad (38)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \frac{\dot{\varepsilon}_e^c}{\frac{1}{\sigma_e^c} \sigma_{kl} : \frac{\partial G_s^c}{\partial \sigma_{kl}}} \left[\frac{3}{2} \frac{\dot{S}_{ij}(\sigma_{ij})}{\sigma_e \sqrt{(\xi(\sigma_e |_0) \tan \phi)^2 + \sigma_e^2}} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \tan \phi \right] \quad (39)$$

Ein wichtiger Aspekt ist die Bestimmung der äquivalenten Kriechrate. Hierfür kombinierte Miravalles (2007) [154] ein rheologisches Modell (Kooksche Elemente in Serienschaltung mit zwei Kelvin Elementen) und ein empirisches Kriechmodell und implementierte dieses in ein Drucker-Prager-Modell, um das Langzeitverhalten von Stahl- und Holzbalken zu analysieren. Regenauer-Lieb (2001) [184] definierte eine Kriechrate mittels einer Kombination der Peierls-Transition und einer Power-Law-Funktion zur Simulation von „Listric“ Verwerfungen. Im Simulationsprogramm Abaqus sind drei unterschiedliche Verfahren implementiert: [229]

i. „Strain Hardening“

$$\dot{\varepsilon}_e^c = \left\{ A \cdot (\sigma_e^c)^n [(m+1)\varepsilon_e^c]^m \right\}^{1/(m+1)} \quad (40)$$

ii. „Time Hardening“

$$\dot{\varepsilon}_e^c = A \cdot (\sigma_e^c)^n t^m \quad (41)$$

iii. „Singh-Mitchell“

$$\dot{\varepsilon}_e^c = A \cdot e^{\alpha\sigma_e^c} (t_1/t)^m \quad (42)$$

3.3. Modelle basierend auf Deformationsmechanismen

Nach der Entwicklung einer Deformationsmechanismen-Darstellung von Weertman (1993) [219] [220] wurden mehrere Untersuchungen von verschiedenen Forschergruppen zu diesem Thema durchgeführt. Munson and Dawson (1984) [158] und Aubertin (1993) [11] [12] erweiterten die Arbeit von Weertman auf dem Gebiet der Mikro-Mechanismen in Gestein. Eine neuere Version der Darstellung von Deformationsmechanismen wurde von Munson [160] veröffentlicht. Diese inkludieren Daten aus Kriechvorgängen, welche das Langzeit-Deformationsverhalten von Bergwerken und großen Maschinenkavernen darstellen. Die in dieser Darstellung enthaltenen Mechanismen, welche die Deformationsvorgänge beschreiben, weisen unterschiedliche konstitutive Formulierungen als Funktion der vorhandenen Bedingungen (z.B. Temperatur, Belastung, Luftfeuchtigkeit, etc.) auf. In Abbildung 11 ist die Deformationsmechanismen-Darstellung nach Munson abgebildet. Je nach vorherrschenden Bedingungen kann zwischen fünf verschiedenen Mechanismen unterschieden werden. [160]

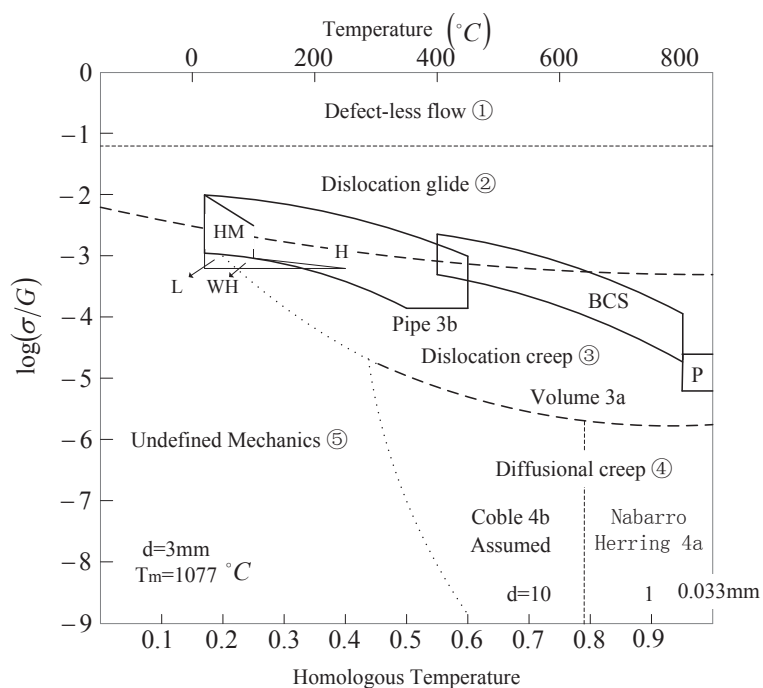


Abbildung 11: Darstellung von Deformationsmechanismen von Steinsalz nach Munson [160]

3.3.1 M-D Modell

Basierend auf den Erkenntnissen aus Abbildung 11 wurde das M-D (Multi-mechanism Deformation) Materialmodell für Steinsalz entwickelt. Dieses Modell beinhaltet stationäres Kriechen, Hardening, Recovery-Prozesse etc. Die Entwicklung dieses Modells wurde durch die Lagerung von radioaktivem Abfall in aufgelassenen Kavernen in Salzstöcken angetrieben, um das Langzeitdeformationsverhalten beschreiben zu können. Das M-D Modell wurde von Munson (1996) [160] basierend auf Versuchsergebnissen mit komplexen Belastungsabläufen weiterentwickelt. Es wurde angenommen, dass alle Mechanismen, welche Deformationen verursachen, gleichzeitig auftreten und die Effekte somit summiert werden müssen. Der Gesamtbetrag des stationären Kriechens ist somit die Summe der individuellen Beiträge:

$$\dot{\epsilon}_s^c = \sum_{i=1}^3 \dot{\epsilon}_{s_i}^c \quad (43)$$

Nach Munson [158] [160] unterteilt sich die Dehnungsrate von Steinsalz in fünf unterschiedliche Bereiche: (1) zerstörungsarmes Fließen, (2) Versetzungsgleiten, (3) Versetzungskriechen, (4) Diffusionskriechen, (5) undefinierte Deformationsmechanismen.

Der Bereich (1) tritt bei sehr hohen Spannungen auf, welche in der praktischen Anwendung nur selten auftreten. Das Versetzungsgleiten (2) liegt ebenso in Hochspannungsbereichen. Diese Versetzungsbewegungen treten entlang bereits vorhandener, bevorzugter Gleitsysteme auf. Das Versetzungskriechen (3) führt zu einem Hardeningeffekt und einer Erhöhung der Fließspannung. Liegen die Temperaturen und Spannungen in einem hohen Bereich, wird die Dehnung weiter ansteigen. Das Diffusionskriechen (4) tritt bei hohen Temperaturen und niedrigen Spannungen auf. Der letzte Bereich (5) liegt bei geringeren Temperaturen und Spannungen und ist schwer zu analysieren. Dieser Bereich ist allerdings der für die Planung von Bergwerken, Lagereinrichtungen und Endlager am relevantesten. Die wichtigsten Bereiche (1-3) des M-D Modells lassen sich wie folgt beschreiben:

$$\dot{\epsilon}_{s_1}^c = A_1 e^{\frac{-Q_1}{RT}} \left(\frac{\sigma_e}{G} \right)^{n_1} \quad (44)$$

$$\dot{\epsilon}_{s_2}^c = A_2 e^{\frac{-Q_2}{RT}} \left(\frac{\sigma_e}{G} \right)^{n_2} \quad (45)$$

$$\dot{\epsilon}_{s_3}^c = |H(\sigma_e - \sigma_0)| \left[B_1 e^{\frac{-Q_1}{RT}} + B_2 e^{\frac{-Q_2}{RT}} \right] \sinh \left[\frac{\rho(\sigma_e - \sigma_0)}{G} \right] \quad (46)$$

Die gesamte Kriechdehnung beinhaltet transientes und stationäres Kriechen. Unter der Annahme, dass beide Kriechvorgänge in einen Bereich bzw. in dasselbe Regime

fallen und identische Aktivierungs- und Spannungsabhängigkeiten aufweisen, ist ein Faktor A bei der stationären Kriechrate zu berücksichtigen:

$$\dot{\varepsilon}^c = A \dot{\varepsilon}_s^c \quad (47)$$

$$A = \begin{cases} \exp\left[\Delta\left(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon_t}\right)^2\right] & \zeta \leq \varepsilon_t \\ 1 & \\ \exp\left[-\delta\left(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon_t}\right)^2\right] & \zeta \geq \varepsilon_t \end{cases} \quad (48)$$

Die Hardening- und Softeningrate $\dot{\zeta}$ verringert sich auf 0, wenn ein stationärer Zustand erreicht ist.

$$\varepsilon_t = k \left(\frac{\sigma_e}{G}\right)^m \quad (49)$$

$$\dot{\zeta} = (A - 1) \dot{\varepsilon}_s \quad (50)$$

$$\Delta = \alpha_w + \beta_w \log\left(\frac{\sigma_e}{G}\right) \quad (51)$$

$$\delta = \alpha_r + \beta_r \log\left(\frac{\sigma_e}{G}\right) \quad (52)$$

Das M-D Modell stimmt mit Messdaten aus Kriechversuchen in [231] überein. Der Nachteil dieses Modells liegt in der umfangreichen Parameteranzahl, welche eine versuchstechnische Parameteridentifikation sowie eine Verwendung in numerischen Simulationen erschwert.

3.3.2 MDFC Modell

Chan [40] [41] [42] entwickelte das M-D Modell weiter. Das MDFC (Multi-mechanism Deformation Coupled Fracture) Modell ist eine Koppelung von Kriechmechanismen und Versagensmechanismen zur Darstellung von zeitabhängigen, spannungsempfindlichen inelastischen Fließvorgängen unter nicht hydrostatischen, triaxialen Spannungszuständen. Es wird hierbei angenommen, dass eine Schädigung des Materials zu tertiärem Kriechen führt. Die inelastische Dehnungsrate besteht aus zwei Teilen, einer Art Versetzungsbewegung und einer assoziierten Schädigungsentwicklung. Das Stoffgesetz kann wie folgt angeschrieben werden:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^i = \frac{\partial \sigma_e^c}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\varepsilon}_e^c + \frac{\partial \sigma_e^d}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\varepsilon}_e^d \quad (53)$$

Die einzelnen Anteile lauten weiters:

$$\sigma_e^d = |\sigma_1 - \sigma_3| - x_2 x_7 \operatorname{sgn}(I_1 - \sigma_1) \left[\frac{I_1 - \sigma_1}{3x_7 \operatorname{sgn}(I_1 - \sigma_1)} \right]^{x_6} - x_1 \sigma_3 |H(-\sigma_3)| \quad (54)$$

$$\sigma_e^c = |\sigma_1 - \sigma_3| \quad (55)$$

$$\dot{\varepsilon}_e^d = c_1 \omega \left[\sinh \frac{c_2 \sigma_e^d H(\sigma_e^d)}{(1-\omega)G} \right]^{n_3} \quad (56)$$

3.4. Endochronische Modelle

Das Konzept der endochronischen Theorie wurde von Valanis (1971) [210] erstellt. Das Modell beschreibt die thermo-mechanische Reaktion eines Materials als Funktion einer intrinsischen² Zeitskala. Diese Zeitskala ist definiert als:

$$dz = d\xi / f(\xi) \quad (57)$$

$$d\xi^2 = \alpha^2 d\zeta^2 + \beta^2 dt^2 \quad (58)$$

Lee entwickelte 1996 [130] ein einfaches endochrones transientes Kriechmodell:

$$d\zeta^2 = p_{ijkl} d\varepsilon_{ij}^c d\varepsilon_{kl}^c \quad (59)$$

² Intrinsisch = von sich aus aufweisend; einem Ding oder System innewohnend, ohne äußere Ursache oder Beeinflussung vorliegend [225]

Basierend auf der Arbeit von Lee erweiterten Lee und Yang Chunhe (2000) [231] eine neue Form einer endochronischen Formulierung:

$$S_{ij} = \int_0^{Z_D} \left\{ \begin{array}{l} [a_1 + b_1 \mu_1(t)] H(Z_D - Z'_D) + \\ [c_1 + d_1 \mu_1(t)] e^{-E_1(Z_D - Z'_D)} \end{array} \right\} \frac{de_{ij}}{dZ_D} dZ'_D \quad (60)$$

$$\sigma_{kk} = \int_0^{Z_H} \left\{ \begin{array}{l} [a_2 + b_2 \mu_2(t)] H(Z_H - Z'_H) + \\ [c_2 + d_2 \mu_2(t)] e^{-E_2(Z_H - Z'_H)} \end{array} \right\} dZ'_D \quad (61)$$

$$+ \int_0^{Z_H} \left\{ \begin{array}{l} [a'_2 + b'_2 \mu_1(t)] H(Z_H - Z'_H) + \\ [c'_2 + d'_2 \mu_2(t)] e^{-E_2(Z_H - Z'_H)} \end{array} \right\} \frac{dT}{dZ_H} dZ'_H$$

$$dz = \alpha d\xi + \lambda dt \quad (62)$$

$$d\xi = g_{ijkl} d\varepsilon_{ij}^c d\varepsilon_{kl}^c \quad (63)$$

4. Kriechmodelle für Geomaterialien in numerischen Softwarepaketen

Die vorhandenen Stoffgesetze von Geomaterialien zeigen die Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen des Materials. Passend für die vorhandenen Eigenschaften des Materials und deren Parameter gibt es eine große Anzahl verschiedener Modelle. Um das Langzeitverhalten der Geomaterialien zu untersuchen und zu simulieren, muss auf bestehende Modelle zurückgegriffen werden.

4.1. Kriechmodelle in FLAC und FLAC3D

Die in dem FDM-Programm FLAC Version 6 [71] und FLAC3D Version 3.1 [72] implementierten Kriechmodelle sind in der folgenden Tabelle 2 angeführt.

FLAC		FLAC3D	
(1)	Klassisches visko-elastisches Modell;	(1)	Klassisches visko-elastisches Modell;
(2)	Zweikomponenten Potenzansatz (Power-Law);	(2)	Zweikomponenten Potenzansatz (Power-Law);
(3)	WIPP-Referenz Modell;	(3)	WIPP-Referenz Modell;
(4)	WIPP viskoplastisches Modell;	(4)	WIPP viskoplastisches Modell;
(5)	Burger visko-plastisches-Kriechmodell;	(5)	Burger visko-plastisches-Kriechmodell;
(6)	„Crushed Salt“ Modell	(6)	„Crushed Salt“ Modell
		(7)	Burgers visko-Modell;
		(8)	Power-Law visko-plastisches Modell;

Tabelle 2: Übersicht der Kriechmodelle in FLAC und FLAC3D

Die angeführten Modelle werden in den folgenden Abschnitten im Detail erläutert und wurden aus den User-Manuals [71] [72] entnommen. Das klassische „visko-elastische“ Modell (Cristescu und Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten) wurde bereits in Punkt VIII 3.2.1 und 3.2.2 beschrieben.

4.1.1 Zweikomponenten-Potenzansatz (Power-Law)

Der Zweikomponenten-Potenzansatz findet häufigen Gebrauch in der Langzeitsimulation von Steinsalz und basiert auf dem Norton Power-Law von 1929: [163]

$$\dot{\epsilon}^c = A \sigma_e^n \quad (64)$$

$$\sigma_e = \sqrt{3I_2} = \sqrt{\frac{3}{2}(S_{ij}S_{ij})} \quad (65)$$

Um dieses Modell für unterschiedliche Kriechmechanismen verwenden zu können, wird die Rate der Kriechdehnung in zwei Komponenten, basierend auf den Referenzspannungszuständen σ_1^{ref} und σ_2^{ref} , unterteilt:

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_1^c + \dot{\epsilon}_2^c \quad (66)$$

$$\dot{\epsilon}_1^c = \begin{cases} A_1 \sigma_e^{n_1} & \sigma_e \geq \sigma_1^{ref} \\ 0 & \sigma_e < \sigma_1^{ref} \end{cases} \quad (67)$$

$$\dot{\epsilon}_2^c = \begin{cases} A_2 \sigma_e^{n_2} & \sigma_e \leq \sigma_2^{ref} \\ 0 & \sigma_e > \sigma_2^{ref} \end{cases} \quad (68)$$

Anhand der verschiedenen oben angeführten Möglichkeiten sind mehrere Zustände wie folgt möglich:

- i. die Referenzspannungszustände σ_1^{ref} und σ_2^{ref} sind Null. In diesem Zustand wird das Materialmodell auf eine Komponente reduziert;

$$\dot{\epsilon}^c = A \sigma_e^n \quad \sigma_e \geq \sigma_1^{ref} \quad (69)$$

- ii. ist der Referenzspannungszustand σ_1^{ref} Null und σ_2^{ref} „groß“ sind beide Komponenten aktiv

$$\dot{\epsilon}^c = A_1 \sigma_e^{n_1} + A_2 \sigma_e^{n_2} \quad \sigma_1^{ref} < \sigma_e < \sigma_2^{ref} \quad (70)$$

- iii. sind beide Referenzspannungszustände größer Null und gleich groß oder $\sigma_1^{ref} < \sigma_2^{ref}$ werden verschiedene Gesetze für verschiedene Spannungszustände verwendet:

$$\sigma_1^{ref} = \sigma_2^{ref} = \sigma^{ref} > 0$$

$$\dot{\epsilon}^c = \begin{cases} A_2 \sigma_e^{n_2} & \sigma_e < \sigma^{ref} \\ A_1 \sigma_e^{n_1} & \sigma_e > \sigma^{ref} \end{cases} \quad (71)$$

$$\sigma_1^{ref} < \sigma_2^{ref}$$

$$\dot{\epsilon}^c = \begin{cases} A_2 \sigma_e^{n_2} & \sigma_e < \sigma_1^{ref} \\ A_1 \sigma_e^{n_1} + A_2 \sigma_e^{n_2} & \sigma_1^{ref} < \sigma_e < \sigma_2^{ref} \\ A_1 \sigma_e^{n_1} & \sigma_e > \sigma_2^{ref} \end{cases} \quad (72)$$

Der Tensor der Kriechrate lässt sich aus dem deviatorischen Spannungskrement ΔS_{ij} für Δt , der äquivalenten Kriechrate $\dot{\epsilon}^c$ und dem deviatorischen Anteil der Rate des Verzerrungstensors $\dot{\epsilon}_{ij}^d$ berechnen. S_{ij} ist der deviatorische Spannungstensor:

$$\Delta S_{ij} = 2G(\dot{\epsilon}_{ij}^d - \dot{\epsilon}_{ij}^c)\Delta t \quad (73)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \left(\frac{3}{2}\right)\dot{\epsilon}^c \left(\frac{S_{ij}}{\sigma_e}\right) \quad (74)$$

Das Power-Law Materialmodell kann nur einen stationären Kriechzustand ohne transientes oder tertiäres Kriechen abbilden.

4.1.2 WIPP Referenz Modell

Das WIPP (Waste Isolation Pilot Plant) Modell ist ein empirisches Materialgesetz und wurde von Herrmann (1980) [103] [104] aufgestellt. Es dient der Simulation von zeit- und temperaturabhängigen Kriechprozessen von Steinsalz. Es wird vorrangig bei der Simulation von Endlagern radioaktiver Abfälle verwendet und wurde erstmals kommerziell in dem Programm VISCOT implementiert.

Das Modell kann die primäre und sekundäre Kriechphase beschreiben, wobei davon ausgegangen wird, dass beide Kriechphasen gleichermaßen von der Temperatur und dem Spannungszustand abhängig sind. Das Modell lässt sich grundlegend wie folgt anschreiben:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^c \quad (75)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{S}_{ij}}{2G} + \frac{\dot{\sigma}_{kk}\delta_{ij}}{3K} \quad (76)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \left(\frac{3}{2}\right)\dot{\epsilon}^c \left(\frac{S_{ij}}{\sigma_e}\right) \quad (77)$$

Der Kriechanteil ist gleich wie zuvor (Power-Law) zu berechnen. $\dot{\epsilon}^c$ setzt sich aus den Kriechraten des primären $\dot{\epsilon}_p^c$ und des sekundären $\dot{\epsilon}_s^c$ Kriechens zusammen und lässt sich wie folgt berechnen:

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{\epsilon}_p^c + \dot{\epsilon}_s^c \quad (78)$$

$$\dot{\epsilon}_s^c = Ae^{-Q/RT} \sigma_e^n \quad (79)$$

$$\dot{\epsilon}_p^c = F\dot{\epsilon}_s^c \quad F = \begin{cases} B - D\dot{\epsilon}_p^c & \dot{\epsilon}_s^c \geq \dot{\epsilon}_{ss}^* \\ B - D(\dot{\epsilon}_{ss}^*/\dot{\epsilon}_s^c)\dot{\epsilon}_p^c & \dot{\epsilon}_s^c < \dot{\epsilon}_{ss}^* \end{cases} \quad (80)$$

4.1.3 WIPP viskoplastisches Modell

Das WIPP viskoplastische Modell ist die Kombination des ursprünglichen WIPP Modells mit dem Drucker-Prager Fließkriterium und beschreibt somit ein elasto-viskoplastisches Materialgesetz. Diese beiden Modelle sind kompatibel hinsichtlich deren Formulierungen der zweiten Invariante und des deviatorischen Spannungstensors. Die Fließfunktion des Drucker-Prager Modells ist:

$$f^s = \tau + q_\phi \sigma_m - k_\phi = 0 \quad (81)$$

$$q_\phi = \frac{6 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (82)$$

$$k_\phi = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (83)$$

$$\sigma_m = I_1/3 \quad (84)$$

$$\tau = \sqrt{I_2} \quad (85)$$

$$f^t = \sigma_0 - \sigma_t \quad (86)$$

Mit der Annahme, dass die Funktion des plastischen Potentials gleich der Fließfunktion ist und die Dilatation berücksichtigt, lautet das Potential:

$$g^s = \tau + q_\psi \sigma_m \quad (87)$$

$$g^t = \sigma_m \quad (88)$$

Basierend auf $f^s = 0$ lautet die Fließregel:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g^s}{\partial S_{ij}} = \lambda \frac{S_{ij}}{2\tau} \quad (89)$$

Werden Kriech- und Fließregel kombiniert, kann die Dehnungsrate wie folgt angeschrieben werden:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^c + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (90)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^c + \dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\dot{S}_{ij}}{2G} + \frac{S_{ij}}{2\sigma_e} (3\dot{\epsilon} + \sqrt{3}\lambda) \quad (91)$$

4.1.4 Burgers visko-plastisches Kriechmodell

Dieses Modell ist eine Kombination eines Burgers-Kriechmodells und eines Mohr-Coulomb Fließkriteriums. Es beschreibt visko-elasto-plastische deviatorische und elasto-plastische, volumetrische Dehnungen eines Materials. Das deviatorische Materialverhalten kann wie folgt angeschrieben werden:

- i. Kelvin-Modell basierender Anteil $\dot{\varepsilon}_{ij}^k$,
- ii. Maxwell-Modell basierender Anteil $\dot{\varepsilon}_{ij}^m$,
- iii. plastischer Anteil $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$,

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^m + \dot{\varepsilon}_{ij}^k + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (92)$$

und wie folgt anschreiben lassen:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^m = \frac{\dot{S}_{ij}}{2G_m} + \frac{S_{ij}}{2\eta_m} \quad (93)$$

$$S_{ij} = 2\eta_K \dot{\varepsilon}_{ij}^K + 2G_K \varepsilon_{ij}^K \quad (94)$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{vol}^p \delta_{ij} \quad (95)$$

$$\dot{\varepsilon}_{vol}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ii}} \quad (96)$$

Die volumetrische Dehnung lautet:

$$\dot{\varepsilon}_{vol}^e = \dot{\varepsilon}_{vol} - \dot{\varepsilon}_{vol}^p = \frac{\dot{\sigma}_m}{3K} \quad (97)$$

Die einzelnen Fließflächen des Mohr-Coulombschen Bruchgesetzes unterteilen sich in:

- i. Schub-Fließgrenze;

$$f^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} \quad (98)$$

$$N_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (99)$$

- ii. Zug-Fließgrenze;

$$f^t = \sigma_t - \sigma_3 \quad (100)$$

Die Potentiale sind:

- i. Potential des Schubversagens;

$$g^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\psi \quad (101)$$

$$N_\psi = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (102)$$

- ii. Potential des Zugversagens;

$$g^t = -\sigma_3 \quad (103)$$

Die Implementierung in FLAC ist im Detail im Manual nachzulesen [71]. Das Burgers-Visko Modell, welches in FLAC3D implementiert ist, stellt einen Sonderfall des hier angeführten Burgers-Modells dar und wird daher nicht erläutert.

4.1.5 Crushed Salt Modell

Das "Crushed Salt" Modell wird zur Simulation von volumetrischem und deviatorischem Kompaktionskriechverhalten verwendet. Das Modell, welches eine Variation des WIPP Modells ist, wurde von Sjaardema und Krieg (1987) [202] erstellt. Das Modell von Sjaardema und Krieg ist ein empirisches Modell, welches zur Beschreibung von zerstörten Steinsalzproben verwendet wurde. Das Dehnungsinkrement $d\varepsilon_{ij}$ besteht aus drei Beiträgen:

- i. nichtlinear elastisch $d\varepsilon_{ij}^e$,
- ii. viskose Kompaktion $d\varepsilon_{ij}^{cp}$,
- iii. viskoser Schub $d\varepsilon_{ij}^c$,

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{cp} + \dot{\varepsilon}_{ij}^c \quad (104)$$

Der Term der viskosen Kompaktion beeinträchtigt das volumetrische und Scherverhalten und basiert auf einer experimentell entwickelten Kompaktionsrate:

$$\dot{\rho}^c = -B_0 [1 - e^{-B_1 \sigma_m}] e^{B_2 \rho} \quad (105)$$

Die volumetrische Dehnungsrate der Kompaktion lässt sich wie folgt errechnen:

$$\dot{\varepsilon}_v^{cp} = \frac{1}{\rho} B_0 [1 - e^{-B_1 \sigma_m}] e^{B_2 \rho} \quad (106)$$

Unter der Annahme, dass eine volumetrische Kompaktion nur stattfinden kann, wenn die mittlere Spannung eine Druckspannung ist, die weiters durch ein Limit begrenzt ist, kann die Dehnungsrate der Kompaktion wie folgt angeschrieben werden:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{cp} = \dot{\varepsilon}_v^{cp} \left[\frac{\delta_{ij}}{3} - \beta \frac{S_{ik} \delta_{kj}}{\sigma_e} \right] \quad (107)$$

Der viskose Schubanteil ist ähnlich dem WIPP Modell. Die primäre Kriechdehnrate $\dot{\varepsilon}_p^c$ ist die gleiche wie zuvor beschrieben, die sekundäre Kriechdehnrate $\dot{\varepsilon}_s^c$ beinhaltet einen Dichtefaktor F_d , der das Verhältnis von aktueller/vorhandener Dichte zur Enddichte im kompaktierten Zustand beschreibt:

$$\dot{\varepsilon}_s^c = D \left(\frac{\sigma_e}{F_d} \right)^n e^{-Q/RT} \quad (108)$$

Das Stoffgesetz lässt sich somit wie folgt anschreiben:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= 2G \left[\dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{\dot{\varepsilon}_{kk}^e}{3} \delta_{ij} \right] + K \dot{\varepsilon}_{kk}^e \delta_{ij} \\ &= 2G \left[\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_v^{cp} \left[\frac{\delta_{ij}}{3} - \beta \frac{S_{ik} \delta_{kj}}{\sigma_e} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} (F+1) D \left(\frac{S_{ij}}{\sigma_e} \right) \left(\frac{\sigma_e}{F_d} \right)^n e^{-Q/RT} - \frac{\dot{\varepsilon}_{kk}^e}{3} \delta_{ij} \right] + K \dot{\varepsilon}_{kk}^e \delta_{ij} \end{aligned} \quad (109)$$

4.1.6 Power-Law visko-plastisches Modell (Mohr-Coulomb)

In diesem viskoplastischen Modell werden das Verhalten des Zweikomponenten Potenzansatzes (Power-Law) nach Norton und das Mohr-Coulombsche elasto-plastische Modell kombiniert. Die Dehnungsrate wird in einen elastischen $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$, einen viskosen $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$ und einen plastischen $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ Anteil zerlegt:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^c + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (110)$$

Das deviatorische Verhalten ist visko-elasto-plastisch und drückt sich wie folgt aus:

$$\dot{S}_{ij} = 2G \left(\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^c - \dot{\varepsilon}_{ij}^p \right) \quad (111)$$

Das volumetrische Verhalten ist elasto-plastisch:

$$\dot{\sigma}_m = K(\dot{\epsilon}_{kk} - \dot{\epsilon}_{kk}^p) \quad (112)$$

$$\dot{\sigma}_m = \dot{I}_1/3 \quad (113)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22} + \dot{\sigma}_{33} \quad (114)$$

$$\dot{\epsilon}_{kk} = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22} + \dot{\epsilon}_{33} \quad (115)$$

Das Kriechverhalten wird durch die Misesspannung aktiviert wobei $\dot{\epsilon}_{cr}$ aus zwei Anteilen besteht und die Kriechrate wie folgt lautet:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \dot{\epsilon}_{cr} \frac{\partial \sigma_e}{\partial S_{ij}} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon}_{cr} \frac{S_{ij}}{\sigma_e} \quad (116)$$

$$\dot{\epsilon}_{cr} = \dot{\epsilon}_{cr}^1 + \dot{\epsilon}_{cr}^2 \quad (117)$$

$$\dot{\epsilon}_{cr}^1 = \begin{cases} A_1 \sigma_e^{n_1} & \sigma_e \geq \sigma_1^{ref} \\ 0 & \sigma_e < \sigma_1^{ref} \end{cases} \quad (118)$$

$$\dot{\epsilon}_{cr}^2 = \begin{cases} A_2 \sigma_e^{n_2} & \sigma_e \leq \sigma_2^{ref} \\ 0 & \sigma_e > \sigma_2^{ref} \end{cases} \quad (119)$$

Diese sind wie beim Power-Law Modell von den Referenzspannungszuständen σ_1^{ref} und σ_2^{ref} abhängig. Die plastische Dehnungsrate basiert auf der Fließbedingung nach Mohr-Coulomb:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_p \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \dot{\epsilon}_{kk}^p \delta_{ij} \quad (120)$$

$$\dot{\epsilon}_{kk}^p = \dot{\epsilon}_p \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial g}{\partial \sigma_{22}} + \frac{\partial g}{\partial \sigma_{33}} \right] \quad (121)$$

und

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{2G}{H} \frac{\partial f}{\partial S_{kl}} \left[\dot{\epsilon}_{kl} - \frac{3}{2} \dot{\epsilon}_{cr} \frac{S_{kl}}{q} \right] \quad (122)$$

$$H = 2G \frac{\partial f}{\partial S_{kl}} \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{11}} + \frac{\partial g}{\partial \sigma_{22}} + \frac{\partial g}{\partial \sigma_{33}} \right) \right] \quad (123)$$

Die Mohr-Coulombsche Fließfunktion f sowie das Potential g lauten:

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} = 0 \quad (124)$$

$$g = \sigma_1 - \sigma_3 N_\psi \quad (125)$$

4.2. Kriechmodelle in Abaqus

In Abaqus [2] gibt es zwei grundlegende Kategorien von Materialgesetzen, eines beschreibt die Elastizität, das andere die Inelastizität. Das Kriechverhalten von Materialien ist in diesen beiden Arten der Materialmodelle mittels Visko-Elastizität und Visko-Plastizität enthalten.

4.2.1 Visko-Elastizität

Die Visko-Elastizität dient vor allem der Beschreibung eines von Dehnraten abhängigen Materialverhaltens, in welchem die dissipativen Verluste primär durch viskoses Verhalten verursacht werden. Der elastische Teil dieses Modells muss „linear-elastisches Verhalten“, „hyperelastisches Verhalten wie für gummiartige Materialien“ oder „hyperelastisches Verhalten wie für elastomere Schäume“ aufweisen. Das deviatorische und volumetrische Verhalten der Materialien wird für mehraxialen Spannungszustände als unabhängig angenommen. Des Weiteren kann dieses Modell bei Problemen mit großen Dehnungen verwendet und mittels Labordaten aus zeitabhängigen Kriechversuchen, Relaxationversuchen und frequenzabhängigen, zyklischen Versuchen kalibriert werden. Das visko-elastische Modell kann in zwei Kategorien unterteilt werden:

- i. zeit-dominierte Visko-Elastizität;
- ii. frequenz-dominierte Visko-Elastizität;

Die verschiedenen Möglichkeiten der Implementierung der Visko-Elastizität sowie deren unterschiedliche Aspekte sind in der folgenden Tabelle 3 angeführt.

Es ist anzumerken, dass das zeit-dominierende visko-elastische Modell statische und dynamische Probleme, mit der Ausnahme der Reaktion des Materials auf oszillierende Belastungen lösen kann. Frequenzdominierte, visko-elastische Modelle werden vorrangig für die Lösung von dynamischen und oszillierenden Problemen herangezogen.

Aspekt	Zeit dominierte Visko-Elastizität;	Frequenz dominierte Visko-Elastizität;
Anwendungen	<ul style="list-style-type: none"> i. transiente statische Analysen ii. transient implizierte dynamische Analysen iii. explizite dynamische Analysen iv. stationäre Transportanalysen v. gekoppelte Temperatur-Verformungsanalysen vi. gekoppelt Porenfluid Diffusion und Spannungsanalyse 	<ul style="list-style-type: none"> i. direkte Lösung von stationären dynamischen Analysen ii. Subspace basierende stationäre dynamische Analysen iii. Eigenfrequenz Extraktion iv. komplexe Eigenwert Extraktion
Scherverhalten	<p>Kleine Dehnungen</p> $\tau(t) = \int_0^t G_R(t-s) \dot{\gamma}(s) ds$ $= G_0 \int_0^t g_R(t-s) \dot{\gamma}(s) ds$	<p>Kleine Dehnungen</p> $\tau = [G_s(\omega) + iG_\ell(\omega)] \gamma_0 \exp(i\omega t)$
	<p>Große Dehnungen</p> $\tau(t) = \tau_0 + dev \left[\int_0^t \frac{G_R(s)}{G_0} \bar{F}_t^{-1}(t-s) \cdot \tau_0(t-s) \cdot \bar{F}_t^{-T}(t-s) ds \right]$	<p>Große Dehnungen</p> $\frac{1}{J} \Delta \nabla(JS) = (1 + i\omega g^*) C^S _0 : \Delta e + Q _0 \Delta \varepsilon^{vol}$
Volumetrisches Verhalten	$p(t) = -K_0 \int_0^t kR(t-s) \dot{\varepsilon}^{vol}(s) ds$	<p>Kleine Dehnungen</p> $K_s(\omega) = K_\infty (1 - \omega \tilde{s}(k^*))$ $K_\ell(\omega) = K_\infty (\omega \Re(k^*))$
		<p>Große Dehnungen</p> $\Delta p = -Q _0 : \Delta e - (1 + i\omega k^*) K _0 \Delta \varepsilon^{vol}$
Bestimmung der visko-elastischen Parameter	<ul style="list-style-type: none"> i. direkte Spezifikation der Prony Serie-Parameter ii. Daten aus Kriechversuchen iii. Daten aus frequenzabhängigen Versuchen 	<ul style="list-style-type: none"> i. Direkte Umwandlung uniaxialer Speicher- und Verlustmodule ii. Direkte Spezifizierung der Speicher- und Verlustmodule basierend auf uniaxialen und volumetrischen Versuchen
Anwendung für Materialverhalten	<p>„linear-elastisches Verhalten“</p> <p>„hyperelastisches Verhalten wie gummiartige Materialien“</p> <p>„hyperelastisches Verhalten wie elastomere Schäume“</p>	

Tabelle 3: Übersicht der Zeit und Frequenz dominierten Visko-Elastizität in Abaqus [2]

4.2.2 Visko-Plastizität

Abaqus verwendet visko-plastische Definitionen zur Beschreibung der zeit-abhängigen plastischen Verformungen des Materials. Das Kriechverhalten wird über die Adaption des Power-Law-Ansatzes und des Sinus-Hyperbolikus-Ansatzes dargestellt. Beim Power-Law muss zwischen einer „Time-Hardening“-Formulierung und einer „Strain-Hardening“-Formulierung unterschieden werden. Abaqus beinhaltet mehrere Modelle zur Beschreibung des visko-plastischen Materialverhaltens wie beispielsweise das „Two-Layer Viscoplasticity“ Modell zur Analyse des Verhaltens von Materialien unter thermomechanischer Belastung, das ORNL Stoffgesetz zur Modellierung von Edelstahl unter relativ hoher Temperatur, das Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten und das modifizierte Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten für geotechnische Fragestellungen. Es ist darauf zu achten, dass bei den gekoppelten Kriech- und Plastizitätsmodellen die Fließspannung des Materials nicht ratenabhängig ist, da dieses Verhalten bereits im Kriechmodell enthalten ist. Die folgende Tabelle 4 zeigt die Übersicht der gekoppelten Drucker-Prager (D-P) Modelle in Abaqus.

Aspekt	D-P Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten	modifiziertes D-P Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten
Anwendungen	Konsolidierung von Böden gekoppelte Temperatur-Dehnungsprozesse transientes und quasi-stationäres Verhalten	
Kriechfläche	$\bar{\sigma}^{cr} = f(p, q, \beta)$ Kalibration über einaxiale-, Zug-, und Scherversuche	Kohäsionskriechen $\bar{\sigma}^{cr} = f(p, q, \beta)$ Kalibration aus einaxialen Druckversuchen
		Konsolidierungskriechen $\bar{p}^{cr} = p - p_a$ Kalibration mit hydrostatischen Versuchen
Fließen	$g^{cr} = \sqrt{(\varepsilon \bar{\sigma} _0 \tan \psi)^2 + q^2} - p \tan \psi$	Kohäsionskriechen $g_s^{cr} = f(\varepsilon, \beta, p, q, d)$
		Konsolidierungskriechen $g_c^{cr} = f(p, p_a, R_q)$
Stoffgesetz	$d\varepsilon_{ij}^c = \frac{d\varepsilon_e^c}{f^c} \frac{\partial g^{cr}}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \dot{\varepsilon}^{cr} = f(\bar{\sigma}^{cr}, t), \quad f^{cr} = \frac{1}{\bar{\sigma}^{cr}} \sigma_{kl} : \frac{\partial g^{cr}}{\partial \sigma_{kl}}$	

Tabelle 4: Übersicht der gekoppelten Drucker-Prager Modelle in Abaqus [2]

5. Übersicht der Materialmodelle

Die zuvor behandelten Modelle können einerseits über die zuvor getroffene Einteilung in empirische oder theoretische Modelle klassifiziert werden oder über das Materialverhalten. Die folgende Abbildung 12 zeigt beide Möglichkeiten auf. Eine detaillierte Übersicht der Materialverhalten, welche durch die einzelnen Stoffgesetze beschrieben werden, ist in Tabelle 5 angegeben.

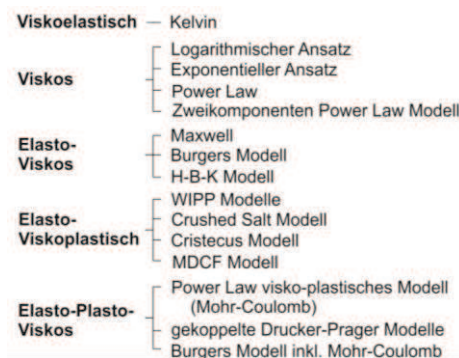
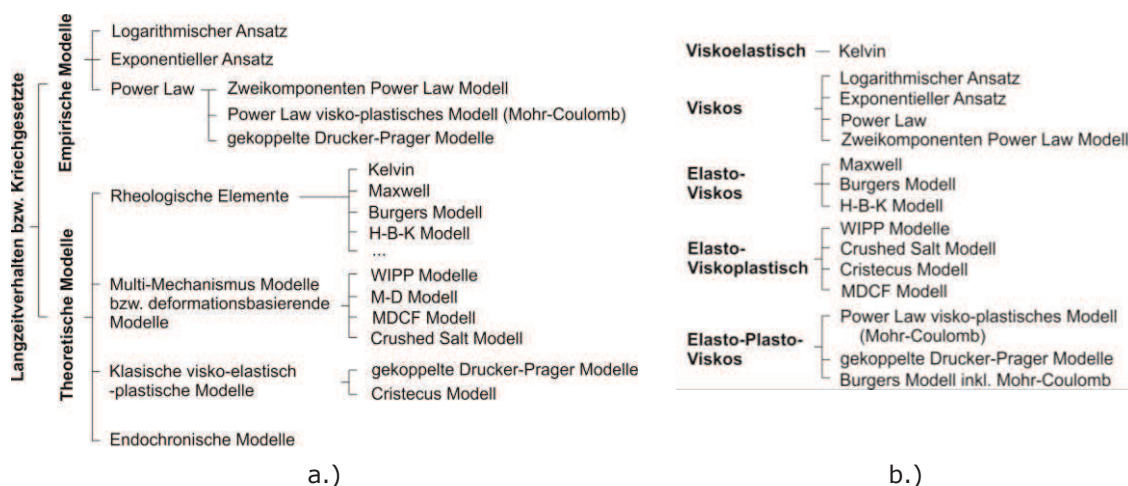


Abbildung 12: Einteilung der Langzeitverhaltens bzw. Kriechgesetze; a.) nach theoretischen und empirischen Modellen; b.) nach dem Materialverhalten

Die empirischen Modelle beschreiben großteils die transiente und stationäre Kriechphase. Als Beispiel repräsentiert das Power-Law Modell das initiale Kriechverhalten und die exponentiellen Modelle das stationäre Kriechen. Diese beiden Modelle finden sich in vielen Publikationen sowie in den Simulationsprogrammen wieder. Obwohl der logarithmische Ansatz das tertiäre Kriechen beschreibt, wird dieser selten verwendet.

Die Verwendung von rheologischen Bausteinen ist auf Grund der einfachen Anwendung und der Anpassung durch Kombination verschiedener Elemente an eine experimentelle Spannungs-Dehnungskurve weit verbreitet. Diese Modelle sind meist eindimensional und die Zustandsgleichung wird in differentieller Schreibweise formuliert. Diese Modelle weisen eine einfache Form auf, können visuell verständlich dargestellt werden und haben einen klaren physikalischen Hintergrund (z.B. Federelement oder Dämpferelement). Sie erlauben die Darstellung von nichtlinearem Verhalten des Materials. Sie werden häufig in der Beschreibung von Langzeitmaterialverhalten in der Geotechnik verwendet. Die rheologischen Modelle (Kombination verschiedener Grundelemente) beinhalten je nach Schaltung und Reihung der Elemente elastisches Materialverhalten, transientes und stationäres Kriechen sowie Relaxationsprozesse.

Die klassischen visko-elastisch-plastischen Modelle, wie jenes nach Cristescu, weisen ein komplexes Verhalten auf und benötigen eine große Anzahl an

Eingangsparametern, welche nur mit enormem Aufwand experimentell bestimmt werden können.

Endochronische Modelle bilden das rheologische Verhalten von Materialien sehr genau ab. Sie sind allerdings sehr aufwändig und zu komplex, um die vorhandenen spezifischen, technischen Fragestellungen zu lösen und finden aus diesem Grund keine Anwendung in diesem technischen Bereich.

Häufigere Anwendung finden die gekoppelten Drucker-Prager-Modelle mit Kriechverhalten für geotechnische Fragestellungen sowie das WIPP und das Crushed Salt Modell für Endlagerungsprobleme.

Stoffgesetz		Empirische Modelle		Theoretische Modelle														
		Power Law		Rheologische Elemente				Klassisches visko-elastisches Modell		Deformations basierende Modelle								
		Zweikomponenten Potenzansatz (Power Law) (FLAC/3D)	Power-Law visko-plastisches Modell (Mohr-Coulomb) (FLAC3D)	Logarithmischer Ansatz	Exponentieller Ansatz	Kelvin Modell	Maxwell Modell I (FLAC/3D)	H-B-K Modell	Burgers Modell (FLAC/3D)	Burgers visko-plastisches Modell (FLAC/3D)	Cristescu Modell	Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten (ABAQUS)	Drucker-Prager-Cap Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten (ABAQUS)	WIIP viskoplastisches Modell (FLAC/3D)	M-D Modell	Crushed Salt Modell (FLAC/3D)	MDCF Modell	
Materialverhalten		Endochronische Modelle																
Elastizität	Linear	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	Nicht-Linear																	✓
Plastizität	Kompressibilität																	✓
	Hardening									✓	✓	✓						
	Dilatanz		✓					✓			✓	✓	✓					
	Softening		✓					✓										
	Schädigung		✓					✓			✓	✓	✓	✓				
Viskosität / Kriechen	Kompressibilität									✓		✓	✓				✓	
	Hardening								✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	Dilatanz									✓	✓	✓						
	Schädigung									✓	✓	✓			✓	✓	✓	
	Recovery							✓						✓	✓	✓	✓	
	Transientes Kriechen	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	Stationäres Kriechen								✓	✓					✓	✓	✓	
	Tertiäres Kriechen					✓												

Tabelle 5: Übersicht über die Stoffgesetze und deren Materialverhalten

6. Bestimmung der Langzeitparameter

6.1. Grundlagen

Die Durchführung rheologischer Laborversuche ist die wichtigste Methode, um das Kriechverhalten von Gesteinen zu ermitteln. Laborversuche bzw. Versuche im Kleinmaßstab sind im Gegensatz zu In-Situ-Versuchen leichter und vor allem auch billiger umsetzbar. Des Weiteren können die Versuche unter konstanten bzw. vorgegebenen Bedingungen durchgeführt werden und unerwünschte äußere Einflüsse verringert werden. Die Kenntnisse über die Laborversuche sowie die Interpretation der Versuchsdaten dienen nicht nur der Findung passender Parameter, sondern auch zur Weiterentwicklung der Stoffgesetze sowie dem Verständnis des Materialverhaltens und der Versagenserscheinungen.

Das Hauptaugenmerk der Laborversuche liegt hier allerdings auf der Ermittlung der Kriechparameter des gewählten Stoffgesetzes. Die Durchführung sollte idealerweise unter In-Situ-Messung von Größen wie beispielweise realen Spannungszuständen sowie realen Temperatur- und Luftfeuchtigkeitsverhältnissen erfolgen. Die heutzutage gängigsten Versuche sind einaxiale und triaxiale Versuche. Die Versuche können als „Single-Stage-Test“ (die auftretenden Verformungen werden bei einem fix gehaltenen Spannungszustand, sowie während der Entlastung gemessen) oder als „Multiple-Stage-Test“ (die Verformungen werden bei verschiedenen Spannungszuständen, welche eine vorgegebene Zeit gehalten werden, gemessen) durchgeführt werden. Die Versuchsdauer der Kriech-/Relaxationstests sollte, je nach Material sowie Versuchsumfang, mehrere Tage, Wochen, Monate bis Jahre betragen, um das Materialverhalten versuchstechnisch abbilden zu können. Auf Grund des langen Versuchszeitraums müssen die Umgebungsbedingungen stabil gehalten werden, da ansonsten die Daten keine sinnvolle Parameterbestimmung zulassen.

Die ersten Kriechversuche wurden unter einfachen Randbedingungen durchgeführt. Griggs (1939) [87] führte einaxiale Kriechversuche an Sandstein, Schiefer und Schluffsteinproben durch und stellte fest, dass die Gesteine bei einer Belastung zwischen 12,5% und 80% der Bruchbelastung Kriechverformungen aufweisen. Cruder (1971) [52] verifizierte Kriechparameter für empirische Kriechgesetze an Gesteinsproben von Festen verschiedener Bergbaubetriebe.

Cristescu (1989) [51] entwickelte triaxiale Versuche zur Analyse des Dilatationsverhaltens von Gesteinen sowie zur Bestimmung der Parameter von elastisch-viskoplastischen Modellen.

Ab 1975 führten das „Department of Energy (USA)“, die „International Technology Corporation“ und „Sandia National Laboratory“ eine große Anzahl von Versuchen an Steinsalz und Verfüllungsmaterialien aus zerkleinertem Steinsalz durch und entwickelten das M-D und das WIPP-Modell sowie eine Anzahl neuer

Versuchsmethoden wie quasi-statische Kriechversuche, multi-axiale Kriechversuche und „Damage-Recovery“ Tests. [123] [148]

Meer (1995) [138] führte eine Serie von hydrostatischen Druckversuchen an Gipsgesteinen mit Korngrößen von (28-37 μm , 37-50 μm , 50-75 μm und 105-125 μm) zur Ermittlung des Kompaktionskriechverhaltens unter Variation der effektiven Spannungen durch.

Hoxha (2005) [110] kombinierte die Erkenntnisse aus einaxialen „Multi-Stage-Tests“, triaxialen Kompaktionskriechversuchen und triaxialen „Multi-Stage-Tests“ zur Beschreibung des Langzeitverhaltens von natürlichem Gipsgestein.

Mit der technischen Weiterentwicklung der Laborversuche wurden spezielle Versuchsaufbauten entwickelt. Stormont und Daemen (1990) [204] untersuchten die Veränderung der Permeabilität in einaxialen und triaxialen Druckversuchen.

Carter (1993) [37] untersuchte den Einfluss der Temperatur auf das Kriechverhalten von Steinsalz sowie Hunsche (1990) [113] [114] den Einfluss der Luftfeuchtigkeit.

Olgaard (1995) [165] führte eine große Anzahl von hydrostatischen und einaxialen Kriechversuchen an Gipsgestein und Basaniten durch. Die Versuchsparameter Temperatur (23°C – 100°C), Umfangsspannung (0,1-200 MPa), Porendruck (10-100 MPa) sowie Dehnungsrate wurden variiert. Die hier angeführten Beispiele für Langzeitversuche stellen nur einen kleinen Ausschnitt aus der vorhandenen Literatur dar.

Die folgende Tabelle 6 zeigt eine Auflistung von Versuchen zur Untersuchung des Langzeitverhaltens von Gesteinen.

Versuchs-Typ			Nr.	Bemerkungen	
Kriech versuche	Biege-Kriechversuch		I	Chuang (1986) [44]	
	Torsions-Kriechversuche		II	Bystricky (2000) [33]; Zhao Y.(2004) [237]	
	Direkter Scher-Kriechversuch		III	Li, Y. (2007)	
	einaxial	Druck		IV	Griggs (1939) [87]; Rutter (1971) [190]
		Zug		V	Ambrosia (2001) [8] Yan (2010) [230]
		Zug-Druck Wechsel		VI	Hoxha (2005) [110]
	triaxial	$\sigma_2 = \sigma_3$	Druck	VII	Comte (1965) [47]; Heard (1972) [99]
			Zug	VIII	Yang (2000)
			Scherung	IX	Callahan (1998) [36]
			Zug-Druck Wechsel	X	Yang (2000) [231]
		$\sigma_2 \neq \sigma_3$	Druck	XI	Cristescu (1989) [51]; Hunsche (1990) [113]
			Scherung	XII	Cristescu (1989) [51]; Hunsche (1990) [113]
Relaxations versuche	einaxial	Relaxation	XIII	Haupt (1991) [97]	
	triaxial	$\sigma_2 = \sigma_3$	XIV	Yang (2000) [231]	
		$\sigma_2 \neq \sigma_3$	XV		
Quasi- statische Versuche	Konstante Spannungsrate		XVI	Mellegard (2000) [148]	
	Konstante Dehnungsrate		XVII	Hansen (1998) [96]	
Dynamische Versuche	dynamische einaxiale Druckversuche		XVIII	ABAQUS Manual [1]	

Tabelle 6: Übersicht der verschiedenen Versuche zur Untersuchung des Langzeitverhaltens

6.2. Versuche für die Parameterfindung der verschiedenen Kriechmodelle

Um die angegebenen Materialmodelle anwenden zu können, müssen die benötigten Materialparameter versuchstechnisch ermittelt werden. Die folgenden Tabellen zeigen einerseits die benötigten Eingangsparameter (Tabelle 7) sowie die dazu benötigten Versuche (Tabelle 8).

Simulationsprogramm	Modell	Bez.	Benötigte Parameter	Anzahl
FLAC	Klassisches viskoelastisches Modell	(a)	K, G, η	3
	Zweikomponenten Potenzansatz (Power-Law)	(b)	$K, G, A_1, A_2, n_1, n_2, \sigma_1^{ref}, \sigma_2^{ref}$	8
	WIPP – Referenz Modell	(c)	$Q, A, B, K, D, \dot{\epsilon}_{ss}^*, R, n, G, T$	10
	WIPP viskoplastisches Modell	(d)	$Q, A, B, K, D, \dot{\epsilon}_{ss}^*, R, k_\phi, n, q_k, q_\phi, G, T, \sigma^t$	14
	Burgers viskoplastisches Kriechmodell	(e)	$K, c, \rho, \psi, \phi, G^K, \eta^K, G^M, \eta^M, \sigma^t$	10
	Crushed Salt Modell	(f)	$A, Q, K_f, B, B_0, B_1, B_2, K, \rho_f, D, \rho, \dot{\epsilon}_{ss}^*, R, n, G_f, G, T$	17
FLAC3D	Burgers Visko Modell	(g)	$K, G^k, \eta^K, G^M, \eta^M$	5
	Power-Law viskoplastisches Modell	(h)	$A_1, A_2, K, c, \psi, \phi, n_1, n_2, \sigma_1^{ref}, \sigma_2^{ref}, G, \sigma^t$	12
ABAQUS	Zeit dominierte Visko-Elastizität	(i1)	Linear-elastisch: $G_0, K_0, \tau_i, \bar{g}_i^p, \bar{k}_i^p$	5
		(i2)	Elastomere: $\mu_i^0, \tau_i, \bar{g}_i^p, \bar{k}_i^p$	4
	Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten	(j1)	Power-Law-Kriechen $K, G, \sigma_c, A, m, n, \beta, \psi, \bar{\sigma} _0, \epsilon$	10
		(j2)	Singh-Mitchell-Ansatz $K, G, \sigma_c, A, m, \alpha, t_1, \beta, \psi, \bar{\sigma} _0, \epsilon$	11
	modifiziertes Drucker-Prager Modell mit gekoppeltem Kriechverhalten	(k1)	Power-Law-Kriechen $K, G, \beta, d, R, \alpha, A, m, n$	9
		(k2)	Singh-Mitchell-Ansatz $K, G, A, m, \alpha, t_1, \beta, \psi, \bar{\sigma} _0, \epsilon$	10

Tabelle 7: Übersicht der verschiedenen Modelle in FLAC, FLAC3D und ABAQUS inkl. geforderter Eingabeparameter

Versuchs-Typ Nr. Modell		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII
		FLAC	(a)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓
(b)					✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
(c)					✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
(d)					✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
(e)					✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
(f)									✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
FLAC3D	(g)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	(h)							✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
ABAQUS	(i)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	(j)							✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	(k)							✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

Tabelle 8: Langzeitmaterialmodelle in FLAC, FLAC3D und ABAQUS inkl. der nötigen Versuche zur Ermittlung der Eingangsparameter; Die Versuchstypen I bis XVIII sind in Tabelle 6 angegeben;

