

AKTIVE DÄMPFUNG FÜR HYDRAULISCHE SERVO-SYSTEME

DIPLOMARBEIT
VON
ANDREAS KELLNER



FEBRUAR 2012

BETREUER:
O.UNIV.-PROF. DIPL.-ING. DR.TECHN. PAUL O'LEARY B.A., B.A.I., M.E.E.
ASS.PROF. DIPL.-ING. DR.MONT. GERHARD RATH

LEHRSTUHL FÜR AUTOMATION
DEPARTEMENT FOR PRODUCT ENGINEERING
MONTANUNIVERSITÄT LEOBEN

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.

Leoben, am

(Andreas Kellner)

Diese Arbeit wurde mit LATEX gesetzt, Times, 12, einseitig, 600dpi.

TEX ist ein eingetragenes Warenzeichen der amerikanischen Gesellschaft für Mathematik.

Danksagung

Diese Diplomarbeit wurde als Abschlussarbeit für das Studium des Montanmaschinenwesens erstellt. Mein besonderer Dank gilt Dr. mont. Gerhard Rath für die stets freundliche Betreuung und große Unterstützung bei dieser Diplomarbeit. Danken möchte ich O.Univ.-Prof. Paul O'Leary für die Mitbetreuung und das Ermöglichen dieser Arbeit. Auch möchte ich mich bei Frau Mag. Brigitte Aufreiter für das Korrekturlesen und das Ausbessern meiner vielen sprachlichen Fehler bedanken. Ein weiterer Dank gilt meinen Vorgesetzten bei der Siemens VAI, Mag. Martin Schuster und Mag. Christian Ortner, die mir immer eine freie Zeiteinteilung meiner Arbeit ermöglichten und so ein schnelles Fortkommen beim Schreiben dieser Diplomarbeit begünstigten. Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern - Walter und Eveline Kellner - danken, die mir auch in schweren Zeiten ein Studium ermöglicht und mich immer voll unterstützt haben - Danke!

Abstract

This diploma thesis presents the implementation of active damping for servohydraulic systems with the example application for a roadheader mining and tunneling machine. At first the basic physical principles of damping are introduced. Then an overview is given of the most important techniques applied in modern hydraulic systems. To establish an algorithm for damping a system, the theory of optimal control was chosen, which offers a very promising approach for the active damping of servohydraulic systems. Two particular methods of the optimal control theory - Hamiltonian function method and Pontryagin's maximum principle - are explained and then applied using the example of an elementary spring-mass system. The results are compared with the commonly used solution of a speed-proportional friction damper. After this an active damping system based on these methods is developed for the hydraulic system of a roadheader mining and tunneling machine. Finally a discussion of the results is given.

Kurzfassung

Diese Diplomarbeit präsentiert die Anwendung von aktiver Dämpfung an servohydraulischen Systemen, speziell am Anwendungsfall einer Teilschnittmaschine für den Bergbau. Als Erstes werden die physikalischen Grundlagen, sowie die einzelnen Kenngrößen der Dämpfung vorgestellt und beschrieben. Danach folgt eine Literaturzusammenfassung der verschiedenen Dämpfungsmethoden, die in der Technik angewendet werden. Dabei wurde erkannt, dass die Theorie der optimalen Steuerung einen interessanten Ansatz für die aktive Dämpfung von servohydraulischen Systemen bietet. Daher folgt eine genaue Einführung in das Hamilton-Verfahren und das Maximumprinzip von Pontrjagin, welche dann am einfachen Fall eines Federpendels veranschaulicht werden. Es werden zwei verschiedene Ansätze - die stellgrößenoptimale und die zeitoptimale Methode - betrachtet und erläutert. Beide Methoden der optimalen Steuerung werden am System der Teilschnittmaschine angewendet. Dazu wurde ein mechanisches Ersatzmodell entwickelt und berechnet. Abschließend erfolgt eine kurze Diskussion der erhaltenen Ergebnisse.

Symbolverzeichnis

| | |
|----------------------|---|
| χ | Zustandsraum |
| \ddot{s} | Beschleunigung der Störauslenkung |
| \ddot{x} | Beschleunigung der Kontrollmasse |
| Δf | Bandbreite |
| ΔW | dissipierte Energie |
| δ | Dämpfungskonstante |
| \dot{s} | Geschwindigkeit der Störauslenkung |
| \dot{x} | Geschwindigkeit der Kontrollmasse |
| \dot{x}_p | Geschwindigkeit des Kolbens des ER-Dämpfers |
| γ | Ausgangsraum |
| \mathcal{H} | Hamilton-Funktion |
| μ | Reibungsbeiwert |
| μ_G | Gleitreibungsbeiwert |
| μ_H | Haftreibungsbeiwert |
| ω | Winkelgeschwindigkeit |
| \underline{x}^* | optimale Zustandsvektor |
| $\underline{\Psi}$ | Lagrange-Multiplikator |
| $\underline{\Psi}^*$ | optimale adjungierte Zustandsvektor |
| v | Eingangsraum |
| $A(t)$ | Amplitude |

| | |
|-----------------|--|
| A_0 | Ausgangsamplitude |
| $A_{zyl\ell}$ | linke Hydraulikzylinderfläche |
| A_{zylr} | rechte Hydraulikzylinderfläche |
| c_0 | mechanischer Dämpfungskoeffizient des ER-Dämpfers |
| c_0 | spezifischer, elektrischer Parameter des ER-Dämpfers |
| c_1 | spezifischer, elektrischer Parameter des ER-Dämpfers |
| c_2 | spezifischer, elektrischer Parameter des ER-Dämpfers |
| c_{high} | Maximalwert der Viskosität des MR-Dämpfers |
| c_{low} | Minimalwert der Viskosität des MR-Dämpfers |
| c_v | Viskosität des MR-Dämpfers |
| $c_{\ddot{O}l}$ | Federkonstante der Ölsäule |
| D | Dämpfungsgrad |
| d | logarithmisches Dekrement |
| d_d | Durchflussdurchmesser einer Drossel |
| $E_{\ddot{O}l}$ | Elastizitätsmodul des Hydrauliköls |
| F_D | Dämpfungskraft des ER-Dämpfers |
| F_{ER} | elektro-rheologische Dämpfungskraft |
| f_o | obere Grenzfrequenz |
| F_R | Reibungskraft |
| f_u | untere Grenzfrequenz |
| h_{zyl} | Hydraulikzylinderhub |
| J | Lagrangesche Gütemaß |
| l_d | Durchflussstrecke einer Drossel |
| p_0 | Steuerdruck |
| P_{max} | maximaler Druck der Hydraulikzylinder |
| Q | Güte |

| | |
|---|--|
| Q_c | Steuerbarkeitsmatrix |
| Q_o | Beobachtbarkeitsmatrix |
| t_e | Endzeit |
| t_s | Schaltzeitpunkt |
| U | Spannung des ER-Dämpfers |
| $u(t)$ | Steuerungsvektor |
| $u^*(\underline{x}^*, \underline{\Psi}^*, t)$ | optimaler Stellvektor |
| $x(t)$ | Zustandsvektor |
| x^0 | Anfangsbedingung |
| x^1 | Systemzustand |
| $y(t)$ | Ausgangsvektor |
| b | geschwindigkeitsproportionaler Reibungsbeiwert |
| k | Federkonstante |
| m | Masse |
| s | Störauslenkung |
| x | Auslenkung der Kontrollmasse |

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 2 | Physikalische Grundlagen | 4 |
| 2.1 | Das gedämpfte Federpendel | 4 |
| 2.2 | Arten der Dämpfung | 6 |
| 2.3 | Maße der Dämpfung | 6 |
| 3 | Stand der Technik | 9 |
| 3.1 | Passive Dämpfung | 9 |
| 3.2 | Semi-aktive Dämpfung | 10 |
| 3.3 | Aktive Dämpfung | 15 |
| 4 | Steuerungs- und Regelungstheorie | 18 |
| 4.1 | Systemklassifizierung | 18 |
| 4.2 | Signale | 20 |
| 4.3 | Regelung und Steuerung | 20 |
| 4.4 | Zustandsbeschreibung eines Systems | 21 |
| 4.5 | Steuerbarkeit eines Systems | 22 |
| 4.6 | Stabilisierbarkeit eines Systems | 23 |
| 4.7 | Beobachtbarkeit eines Systems | 23 |
| 4.8 | Optimale Steuerung | 24 |
| 4.9 | Hamilton-Verfahren | 25 |
| 4.10 | Maximumprinzip von Pontrjagin | 26 |
| 5 | Beispiel Federpendel | 27 |
| 5.1 | Steuerbarkeit des Federpendels | 27 |
| 5.2 | Berechnung eines steuergrößenoptimalen Stellvektors | 28 |
| 5.3 | Berechnung eines zeitoptimalen Stellvektors | 30 |
| 5.4 | Auswertung des Beispiels | 32 |
| 6 | Servohydraulik | 37 |
| 6.1 | Stromventile | 37 |
| 6.2 | Servoventile | 39 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 7 | ALPINE Miner | 41 |
| 7.1 | Verwendung und Aufbau des ALPINE Miners | 41 |
| 7.2 | Bildung eines Ersatzmodells | 42 |
| 7.3 | Stellgrößenoptimale Steuerung | 45 |
| 7.4 | Zeitoptimale Steuerung | 47 |
| 8 | Diskussion der Ergebnisse | 48 |
| 8.1 | Schlussfolgerungen | 48 |
| 8.2 | Ausblick | 50 |
| | Abbildungsverzeichnis | 56 |
| A | Maple-Code: Berechnung einer steuergrößenoptimalen Steuerfunktion | 58 |
| B | Maple-Code: Berechnung einer zeitoptimalen Steuerfunktion | 59 |
| C | Matlab-Code Beispiel Federpendel | 62 |
| D | Matlab-Code ALPINE Miner | 66 |

Kapitel 1

Einleitung

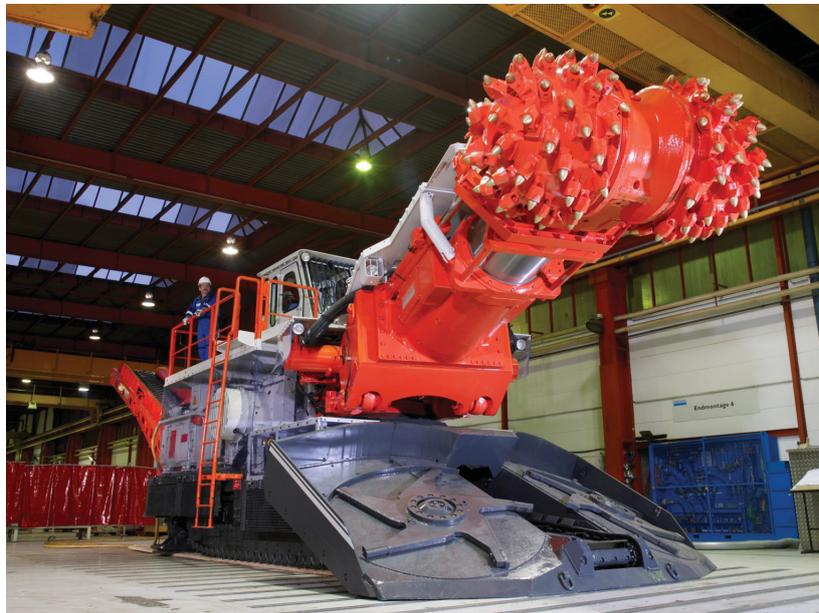


Abbildung 1.1: ALPINE Miner mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010

Beim Bau von Tunneln, oder beim Abbau von Rohstoffen, werden sogenannte Teilschnittmaschinen für den Tunnel- und Bergbau verwendet - siehe Abbildung 1.1. Diese bearbeiten mittels Schneidkopf die Ortsbrust und formen so den Tunnel bzw. den Stollen in den Berg. Dabei wird die Positionierung des Schneidarmes und damit auch die des Schneidkopfes mittels Hydraulikzylindern vorgenommen. Nun kann es passieren, dass der Schneidkopf auf eine andere Gesteinsschicht als die erwartete trifft und so einen Kraftstoß erhält, der ihn in Schwingung, also in Vibration, versetzt. Dadurch kann die vorgegebene Position nicht genau gehalten werden und der Abbau der Ortsbrust wird ungenau bzw. gestört. Die Schwingungen pflanzen sich über den Schneidarm bis zu den Hydraulikzylindern fort. Diese Schwingungsenergie muss von der Maschine absorbiert werden. Dadurch wird die

gesamte Struktur der Teilschnittmaschine belastet und es treten Stöße und mechanische Kräfte an den verschiedenen Gelenken auf, was zu einer Überlastung des Hydrauliksystems führen kann, da hier durch Drosseln die Bewegungsenergie abgebaut werden soll. Dabei wird die gesamte Bewegungsenergie in Wärme übergeführt, die in die Hydraulikflüssigkeit geleitet wird und diese dann erwärmt. Diese Wärme muss aber dann wieder vollständig aus dem System abgeführt werden, um die Funktionalität der Hydraulik gewährleisten zu können. Darum soll versucht werden, durch zusätzliche Dämpfungsmaßnahmen, die Energie gezielt zu absorbieren. Eine Möglichkeit stellt dabei eine aktive Dämpfung der hydraulischen Steuerung des Schneidarms der Teilschnittmaschine dar. Diese hat den Vorteil, dass die Schwingungen schneller abklingen und so eine größere Schonung der Maschinenteile erreicht wird. Dadurch lässt sich auch eine präzisere Schneidkopfführung verwirklichen.

Ziel dieser Arbeit soll es sein, eine aktive Methode der Schwingungsdämpfung zu finden. Oft werden für diese Aufgaben zum Beispiel die Methoden der Beschleunigungs- oder Druckrückführung verwendet. Aktive Schwingungsmethoden sind Methoden, bei denen von der Hydraulik eine Gegenschwingung erzeugt wird, durch welche die ungewollte Schwingung, welche durch den Kraftstoß am Schneidkopf erzeugt wird, ausgelöscht wird. Dazu müssen geeignete Verfahren gefunden werden, um für jeden Fall die optimale Gegenschwingung - den optimalen Stellvektor - zu finden.

In dieser Diplomarbeit wird für die Berechnung des optimalen Stellvektors die Theorie der optimalen Steuerung verwendet, was einen neuartigen Ansatz für die aktive Dämpfung von hydraulischen Servo-Systemen darstellt. Dafür werden das Hamilton-Verfahren und das Maximumprinzip von Pontrjagin herangezogen und angewendet. Außerdem soll untersucht werden, wie die Bewegung des Schneidarms durch Erfüllung bestimmter Optimierungskriterien, die für die Methoden der optimalen Steuerung herangezogen werden, zum Stillstand gebracht werden kann. So kann das Ziel sein, die Schwingungen so schnell wie möglich aus dem System, oder in einem bestimmten Zeitraum, unter dem Gesichtspunkt, dass der Stellvektor nicht zu groß sein soll, zu entfernen.

Diese Arbeit gliedert sich in mehrere Abschnitte. Im zweiten Kapitel werden die physikalischen Grundlagen, sowie die verschiedenen Arten der Dämpfung erläutert. Danach folgt eine Literaturrecherche in welcher die drei verschiedenen Methoden der Dämpfung - die passive, semi-aktive und die aktive - und ihre jeweiligen Ausführungen beim heutigen Stand der Technik erklärt werden.

Im nächsten Kapitel folgt eine Einführung in die Theorie der optimalen Steuerung, in welcher auch die oben genannten mathematischen Methoden für die aktive Dämpfung gezeigt werden. Diese Grundlagen werden dann am einfachen Beispiel des Federpendels im fünften Kapitel gezeigt. Dabei wird das Federpendelmodell als vereinfachtes Modell für das physikalische System Schneidarm - Steuerhydraulik adaptiert und die Auswirkungen der Anwendungen der Methoden der aktiven Dämpfung studiert. Um deren Wirksamkeit beurteilen zu können werden diese Ergebnisse mit den Ergebnissen einer einfachen passiven

Dämpfung verglichen.

Abschließend werden die nun gefundenen Methoden am Beispiel der Servohydraulik einer Teilschnittmaschine verifiziert und die einzelnen Ergebnisse diskutiert. Die Abbildung 1.2 zeigt die Seitenansicht der Teilschnittmaschine.

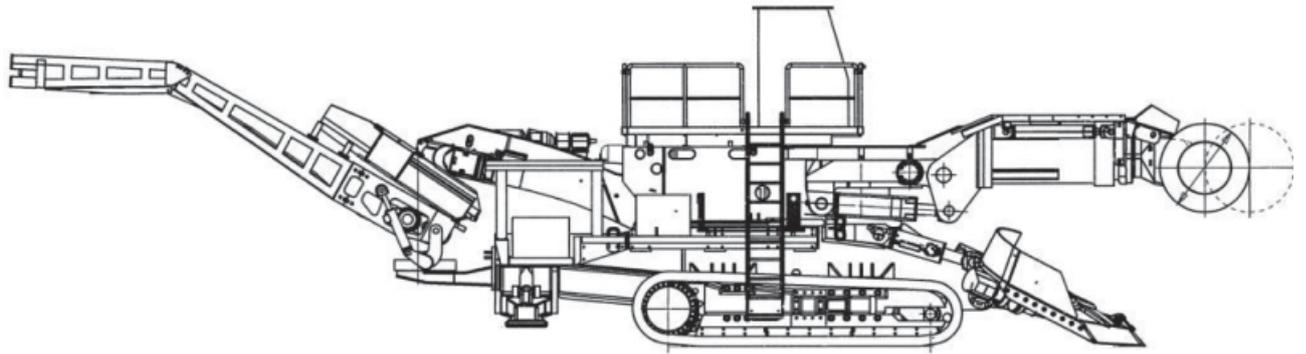


Abbildung 1.2: Seitenansicht des ALPINE Miners mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010

Kapitel 2

Physikalische Grundlagen

Dämpfung ist die Umwandlung von mechanischer Bewegungsenergie in eine andere Energieform.

2.1 Das gedämpfte Federpendel

Das gedämpfte Federpendel stellt eines der einfachsten Modelle dar, um Dämpfung veranschaulichen zu können. Es wird aus seiner Ruhelage ausgelenkt und sich selbst überlassen¹. Durch Reibung zwischen der Umgebung und dem Pendel, sowie im Inneren der Feder, wird Bewegungsenergie in Wärme umgewandelt und die Auslenkung des Pendels nimmt als Funktion der Zeit ab - es wird gedämpft.

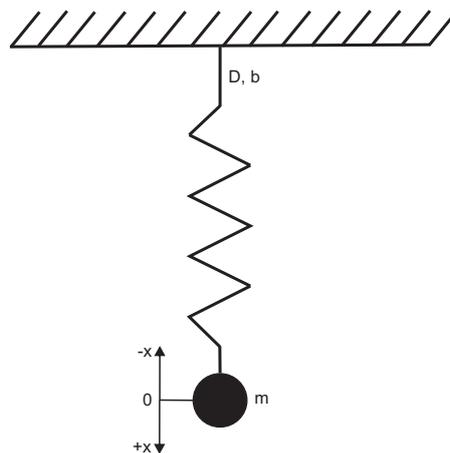


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines Federpendels

¹freie Schwingung

Die allgemeine Schwingungsdifferentialgleichung mit einem Term für die Reibungskraft des Pendels lautet [33]

$$\frac{d^2x(t)}{dt} = -\frac{k}{m} \cdot x(t) + \frac{F_R}{m}. \quad (2.1)$$

Wird die Reibungskraft aus Glg. 2.1 vereinfacht als geschwindigkeitsproportional angenommen

$$F_R = -b \cdot \frac{dx}{dt}, \quad (2.2)$$

so lautet die zu lösende Differentialgleichung

$$\frac{d^2x(t)}{dt} = -\frac{k}{m} \cdot x(t) - \frac{b}{m} \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (2.3)$$

Löst man diese Differentialgleichung, erhält man die nicht triviale Lösung

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.4)$$

mit folgender Dämpfungskonstante

$$\delta = \frac{b}{2 \cdot m}. \quad (2.5)$$

Die Amplitude $A(t)$ nimmt exponentiell mit der Zeit und der Dämpfungskonstante ab

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\delta \cdot t}. \quad (2.6)$$

Das Federpendel wird also durch die Reibungskraft, welche entgegengesetzt der Pendelbewegung wirkt, bis zum Stillstand gedämpft.

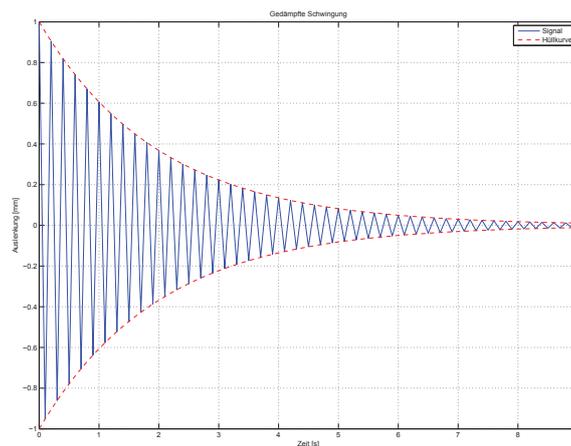


Abbildung 2.2: Auslenkung des gedämpften Federpendels mit Hüllkurve

2.2 Arten der Dämpfung

Bei realen Systemen lässt sich die Ursache der Dämpfung nicht nur auf einen Energieumwandlungseffekt zurückführen, es treten meist mehrere gleichzeitig auf. Die wichtigsten sind [58]:

- **Materialdämpfung:** Dämpfung, die auf den Eigenschaften des Materials selbst beruht, wie z.B. aufgrund kleiner Reibungsvorgänge zwischen den Molekülen oder der Steifigkeit des Materials. Dabei verhält sich jedes Material unterschiedlich, wie z.B. Holz zu Metall.
- **Systemdämpfung:** Diese Art der Dämpfung wird von der Konstruktion des Systems hervorgerufen und beeinflusst. Massive, massige Konstruktionen dämpfen anders als Leichtbaustrukturen. Auch die Verbindungstechnik der einzelnen Komponenten, welche für die Konstruktion verwendet werden, beeinflussen die Dämpfung. Genietete Konstruktionen dämpfen z.B. mehr als geschweißte Konstruktionen.
- **Umgebungs-dämpfung:** Nur im theoretischen Fall findet die Bewegung des Systems im Vakuum statt und dämpft damit die Bewegung nicht. Bei realen Systemen tritt immer Dämpfung auf, welche durch das umgebenden Medium (z.B. Luft, Wasser) hervorgerufen wird.
- **Lagerdämpfung:** Fast alle technischen Systeme, die sich in Bewegung befinden, sind in einer bestimmten Form gelagert. In diesen Lagern tritt immer Reibung auf, die die Bewegung dämpft.
- **Technische Dämpfung:** In vielen technischen Systemen ist Dämpfung erwünscht, wie z.B. in einem PKW zur Steigerung des Fahrkomforts und zur Verbesserung des Fahrverhaltens. Für diese Fälle werden verschiedene Arten von Schwingungsdämpfern mit bestimmten, einstellbaren, schwingungsdämpfenden Eigenschaften in das System integriert.

Man unterscheidet drei verschiedene Arten der technischen Dämpfung:

1. Passive Dämpfung
2. Semi-aktive Dämpfung
3. Aktive Dämpfung

Diese werden im Kapitel 3 genauer erläutert.

2.3 Maße der Dämpfung

In diesem Abschnitt werden die grundlegenden mathematischen Definitionen für die Maße der Dämpfung einer Schwingung vorgestellt.

Der Reibungsbeiwert μ ist ein dimensionsloses Maß für das Verhältnis der Reibungskraft zur Anpresskraft zwischen zwei Körpern [5]

$$\mu = \frac{F_R}{F_N}. \quad (2.7)$$

Dabei kann zwischen Haft- und Gleitreibungsbeiwert unterschieden werden, wobei gilt

$$\mu_H > \mu_G. \quad (2.8)$$

Den größten Einfluss auf die Größe des Beiwertes hat die Beschaffenheit der betrachteten Oberfläche, aber auch die Materialpaarung und zum Beispiel auch die Temperatur spielen eine Rolle.

Die Dämpfungskonstante δ ist wie folgt definiert

$$\delta = \frac{b}{2 \cdot m}. \quad (2.9)$$

Sie stellt den Proportionalitätsfaktor eines linearen Dämpfungselementes dar.

Der Dämpfungsgrad D ist laut [10] definiert als

$$D = \frac{\delta}{\omega} = \frac{b}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \quad (2.10)$$

und wird in Prozent angegeben. Er beschreibt das Schwingungsverhalten des betrachteten Systems, ist also ein Maß für das Abklingen einer Schwingung. Je nach Wert des Dämpfungsgrades kann man folgende Fälle unterscheiden

- $D < 1$... unterkritische Dämpfung,
- $D > 1$... überkritische Dämpfung,
- $D = 1$... kritische Dämpfung.

Tritt bei einem System unterkritische Dämpfung auf, beschreibt die Schwingung eine abklingende Sinusschwingung, die zwischen zwei e-Funktions Hüllkurven eingeschrieben ist - siehe Abbildung 2.2. Wird das System kritisch gedämpft, nähert sich die Schwingung lediglich asymptotisch an die statische Nulllage des Systems an. Beim Fall der überkritischen Dämpfung spricht man auch vom Kriechfall. Hierbei tritt keine Schwingung mehr auf.

Ein weiteres Maß für die Dämpfung einer Schwingung ist das logarithmische Dekrement, welches wie folgt definiert werden kann

$$d = \frac{2 \cdot \pi \cdot D}{\sqrt{1 - D^2}}. \quad (2.11)$$

Es beschreibt den Logarithmus des Verhältnisses von zwei aufeinander folgender Maxima einer Schwingung [10].

Die Güte ist ebenfalls ein Maß einer Schwingung und wird wie folgt definiert

$$Q = \frac{1}{D}. \quad (2.12)$$

Sie beschreibt, in welchem Ausmaß Energie in einem schwingungsfähigen System gespeichert werden kann. Die Güte wird vor allem in der Elektrotechnik als Kennwert herangezogen.

Abschließend kann noch die Bandbreite definiert werden

$$\Delta f = f_o - f_u. \quad (2.13)$$

Die obere und untere Grenzfrequenz f_o und f_u befinden sich oberhalb bzw. unterhalb der Resonanzfrequenz. Bei diesen beiden Frequenzen hat die Amplitude noch 70,7 % ihres Maximalwertes. Dies entspricht einer Dämpfung von - 3 dB.

Kapitel 3

Stand der Technik

Immer mehr Ingenieurs-Disziplinen beschäftigen sich mit den verschiedenen Problemstellungen der Dämpfung. Daher sind auch die Anwendungsgebiete sehr breit gefächert und erstrecken sich von der Bautechnik, Kraftfahrzeugtechnik, Robotertechnik über die Luft- und Raumfahrttechnik bis hin zur Medizintechnik. Dabei stellen sich Aufgaben wie das Verhindern von ungewollten Schwingungen an Systemstrukturen, wie z.B. Tragflächen von Flugzeugen, oder die Dämpfung von Gebäuden bei Erdbeben.

Wie in Kapitel 2.2 erwähnt, gliedert sich die technische Dämpfung in passive, semi-aktive und aktive Dämpfung, welche in diesem Abschnitt anhand von Beispielen aus der Literatur genauer erläutert werden.

3.1 Passive Dämpfung

Spricht man von Dämpfung, wird meist die klassische, passive Dämpfung gemeint. Dabei wird ein Schwingungsdämpfer verwendet, dessen Eigenschaften sich nicht variabel einstellen lassen. Sie sind ab dem Einbau in die Systemstruktur fix. Dies bringt den Vorteil mit sich, dass keine Steuerungs- oder Kontrolleinheit im System verwendet werden muss, um die Eigenschaften des Dämpfers zu beeinflussen. Dadurch ist das System immer stabil und robust [57].

Passive, viskose Dämpfer sind im Gebrauch weit verbreitet, um die Vibrationen von Haltekabel bei Schrägkabelbrücken zu dämpfen [27]. Diese Schwingungsdämpfer sind aber nur dafür ausgelegt, bestimmte Schwingungsmodi der Kabel zu dämpfen. Bei anderen Modi versagt diese Dämpfung mehr oder weniger. Ein viskoser Dämpfer erzeugt eine geschwindigkeitsproportionale Gegenkraft zur Schwingungsrichtung. Die Integration dieser Kraft über den zurückgelegten Weg des Dämpfers ist gleich der in Wärme dissipierten Bewegungsenergie. Die Schwingungsenergie wird also in Wärmeenergie umgesetzt. Für jeden Schwingungsmodus gibt es eine optimale Gegenkraft, die die Schwingung bis zum Stillstand dämpfen kann. Je nach Regen und Wind beginnen die Haltekabel aber in unterschiedli-

chen Modi zu schwingen, diese können aber nicht alle, durch die spezielle Auslegung der Dämpfer, vollständig zum Stillstand gedämpft werden. Dadurch kann es zur Ermüdung und Beschädigung des Materials kommen. Sollte die Belastung durch diese Schwingungen zu stark werden, muss eine andere Art der Dämpfung in Betracht gezogen werden.

Ein weiteres Beispiel für einen passiven Dämpfer ist die Drossel. Sie wird in Hydrauliksystemen auch dazu eingesetzt, ungewünschte Schwingungen zu dämpfen. In einer Drossel wird der Flüssigkeitsstrom von einem großen Kanalquerschnitt in eine kreisrunde Öffnung mit scharfer Einlaufkante geleitet. Dabei stellt sich an der Einlaufkante ein Turbulenzgebiet ein, welches zu Reibungsverlusten führt und die Schwingungsenergie in Wärmeenergie umwandelt. Sind die Öffnung und die Einlaufkante konstruktiv unveränderlich oder manuell einstellbar verwirklicht, handelt es sich um einen passiven Dämpfer, da die Drossel bei verschiedenen starken Schwingungen verschieden effizient dämpft [29].

3.2 Semi-aktive Dämpfung

Im Fall der semi-aktiven Dämpfung wird nun, im Unterschied zur passiven Dämpfung, ein Schwingungsdämpfer verwendet, dessen Eigenschaften sich auch nach dem Einbau in das System verändern lassen. Dazu wird eine Steuerungs- oder Kontrolleinheit benötigt, die nach einem bestimmten Steuergesetz die schwingungsdämpfenden Eigenschaften des Dämpfers beeinflusst. Dies bedeutet einen konstruktiven und regelungstechnischen Mehraufwand, ermöglicht es aber, auf die meisten Schwingungsfälle des Systems passend zu reagieren. Soll auf alle Schwingungsfälle reagiert werden können, muss eine aktive Dämpfung verwendet werden, die über Aktoren gezielt Energie in das zu dämpfende System leiten kann. Ein Vorteil der semi-aktiven Dämpfung gegenüber der aktiven ist, dass das System immer stabil bleibt, da keine zusätzliche Energie in das System geleitet wird [57].

In [9] wird eine semi-aktive Dämpfung verwendet, um das Fahrwerk einer BMW K1200S zu dämpfen. Die Abstimmung der Dämpfung für das Fahrwerk eines Motorrades ist immer ein Kompromiss zwischen Stabilität, Handhabbarkeit und Komfort. Dabei müssen ein sehr großes Geschwindigkeitsspektrum und viele verschiedene Fahrbahnoberflächen abgedeckt und berücksichtigt werden. Daher ist es sinnvoll, dass sich die Dämpfung auf jede der verschiedenen Gegebenheiten einstellt. Dafür werden für den vorderen und hinteren Dämpfer die Dämpfung der Zug- und Druckstufe sowie die Federvorspannung verstellbar gemacht. Realisiert wird dies mittels eines Hydrauliksystems und Schrittmotoren. Die Schrittmotoren regeln die Einstellung der Druck- und Zugstufen, die Hydraulik verstellt die Federvorspannung. Da jede semi-aktive Dämpfung ein Steuergesetz benötigt, um zu wissen, wann die einzelnen Eigenschaften der Dämpfung verändert werden sollen, wurde hier eine Strecke abgefahren und die optimalen Einstellungen werden, für den jeweiligen Teil der Strecke, mit den dazugehörigen GPS-Daten in einem Steuergerät abgespeichert. Bewegt sich nun das Motorrad auf einem bestimmten Teil der Strecke, erkennt dies das Steuergerät anhand der GPS-Daten und stellt die gewünschten Werte für die Dämpfung ein.

Semi-aktive Dämpfung ist oft in PKWs der gehobenen Preisklasse, zum Beispiel im Audi A8 oder BMW X6, in Form einer Luftfederung zu finden. Wie schon im vorigen Absatz erwähnt, ist die Abstimmung der Dämpfung des Fahrwerks von großer Bedeutung für das Fahrverhalten und den Komfort von Fahrzeugen. Eine Luftfeder besteht aus einem Kompressor, Druckspeicher und Luftbalg, welcher mit Luft mit verschiedenen Druckniveaus befüllt werden kann [3][14]. Beim Ein- und Ausfedern des Fahrwerks bildet diese Luftsäule eine Gegenkraft zu den fahrdynamischen Kräften des Fahrwerks. Da Luft kompressibel ist, werden Schwingungen gedämpft, weil die Energie der Schwingung zur Kompression der Luft verwendet wird. Durch ein Steuergerät lässt sich das Druckniveau der Luft in der Federung einstellen, um so auf die jeweilige Anforderung der Fahrbahn und Fahrlage auf das Fahrzeug reagieren zu können. Bei Omni-Bussen wird die Luftfederung außerdem für die Höhenregelung der Fahrgastzelle verwendet. Durch Ablassen bzw. Befüllen der Luftbälge lässt sich die Höhe sehr einfach verstellen.

Der Einsatz von magneto-rheologische (MR)-Dämpfern stellt eine weitere Möglichkeit dar, semi-aktive Dämpfung zu realisieren. MR-Dämpfer sind sehr weit verbreitet und kommen zum Beispiel bei der Dämpfung von Fahrwerken, Gebäuden, Sitzen und in Helikoptern zum Einsatz. Im Gegensatz zu herkömmlichen viskosen Dämpfern kann über ein angelegtes Magnetfeld die Viskosität der Flüssigkeit des Dämpfers verändert und so die Steifigkeit der Flüssigkeitssäule beeinflusst werden. Dadurch können die Dämpfungseigenschaften des MR-Dämpfers eingestellt werden. Die Flüssigkeit besteht dabei meist aus einer Suspension aus magnetisierbaren, eisenhaltigen Mikropartikeln und einer Trägerflüssigkeit aus Silikonöl oder Wasser [46]. In Abbildung 3.1 wird ein grundlegendes Schema für eine semi-aktive Dämpfung mit einem MR-Dämpfer frei nach [57] gezeigt.

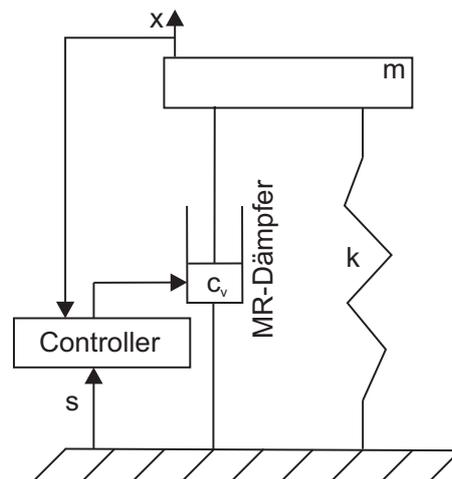


Abbildung 3.1: Schema einer semi-aktiven Dämpfung mit einem MR-Dämpfer

Es soll nun mit Hilfe der semi-aktiven Dämpfung die Auslenkung x der Masse m so gering wie möglich gehalten werden. Um dies realisieren zu können, muss für jede Auslenkung

des Gesamtsystems, hervorgerufen durch die Störauslenkung s , ein passender Wert für die Viskosität c_v des MR-Dämpfers gefunden werden. Ein sehr weit verbreiteter Kontrollansatz, welcher für Problemstellungen der semi-aktiven Dämpfung herangezogen wird, ist der sky-hook-Ansatz [17][35][46][57]. Bei diesem Ansatz nimmt man an, dass die Dämpfung der Masse dann optimal ist, wenn die Masse nicht gegenüber der Störauslenkung, sondern gegenüber einem fixen Punkt, zum Beispiel am Himmel, gedämpft wird. Dazu entkoppelt man die Masse vom System und betrachtet nur die Geschwindigkeit der Masse. Der sky-hook Dämpfer muss nun eine der Geschwindigkeit entgegengesetzte Kraft aufbringen, um die Masse zu dämpfen. Die gleiche Kraft soll dann auch der reale Dämpfer zur Verfügung stellen, um die Masse wirklich gegenüber der Störauslenkung zu dämpfen [6]. Dafür wird ein sehr einfacher Ansatz verwendet: Es wird - je nach Bewegungsrichtung - zwischen dem höchsten und dem niedrigsten Viskositätswert des MR-Dämpfers hin - und hergeschaltet. Durch Beschleunigungssensoren am System werden die Beschleunigung \ddot{x} der zu dämpfenden Masse m und die Beschleunigung \ddot{s} der Störauslenkung s gemessen und erfasst. Aus diesen Messwerten können relativ einfach im Controller durch Integration bzw. zweifache Integration die Geschwindigkeit und der Weg der Masse und Störauslenkung berechnet werden. Damit lautet die Bewegungsgleichung des Systems wie folgt

$$m \cdot \ddot{x} + c_v \cdot (\dot{x} - \dot{s}) + k \cdot (x - s) = 0. \quad (3.1)$$

Mit dieser Bewegungsgleichung und dem oben erklärten sky-hook Ansatz ergibt sich folgendes Kontrollgesetz für die semi-aktive Dämpfung der Masse

$$c_v = \begin{cases} c_{high}, & (\dot{x} - \dot{s}) \cdot \dot{x} > 0 \\ c_{low}, & sonst \end{cases}. \quad (3.2)$$

In [57] wurde mit diesem Kontrollgesetz Glg. 3.2 eine Schwingung mit der maximalen Auslenkung von 0,2 m innerhalb von nur 10 s um das Zehnfache gedämpft.

Ein weiterer Kontrollansatz für eine semi-aktive Dämpfung wird in [60] und [61] vorgestellt und erläutert. Dabei wird wieder ein MR-Dämpfer verwendet, bei welchem mit Hilfe der Fuzzy-Regel-Methode die Eigenschaften verstellt werden. Die Fuzzy-Methode ist eine mehrwertige Logik - Methode, die bei der Modellierung von mathematischen Systemen verwendet wird, bei denen es notwendig ist, dass auch unscharfe Zustände abgebildet werden. Es können also auch Zustände wie zum Beispiel ein wenig, ein bisschen und viel erzeugt werden. Die Grenzen zwischen diesen einzelnen Zuständen verschwimmen. Bei einem MR-Dämpfer ist es wichtig, schnell und sehr genau das angelegte Magnetfeld, mit dem die Viskosität gesteuert wird, einzustellen. Diese Möglichkeit bietet die Fuzzy-Regel-Methode. Der Fuzzy-Controller verwendet als Input die gemessene Beschleunigung der Störauslenkung und berechnet damit das Magnetfeld, um das System zu dämpfen, und dies eben nicht nur in diskrete Schritte unterteilt, sondern in kontinuierliche.

Sehr ähnlich dem Funktionsprinzip eines MR-Dämpfers ist das eines elektro-rheologischen (ER)-Dämpfers. Hier wird als Flüssigkeit eine Suspension von Mikropartikeln mit einer isolierenden, dielektrischen Flüssigkeit verwendet. Durch ein angelegtes elektrisches Feld können verschiedene physikalische Eigenschaften, wie zum Beispiel Steifigkeit, Dämpfung und Nachgiebigkeit der Dämpferflüssigkeit, beeinflusst werden [54]. Beim sogenannten Bypass-ER-Dämpfern, einer speziellen Bauart von ER-Dämpfern, besteht der Aufbau aus zwei Hydraulikzylindern, welche durch einen Kolben in zwei Arbeitskammern getrennt sind. Die Bypass-Kammer besteht aus zwei Röhrenelektroden, die durch einen Kreisring getrennt sind, durch welchen die ER-Flüssigkeit geleitet wird. Liegt kein elektrisches Feld an, besteht die Dämpfungskraft nur aus den Strömungswiderständen des mechanischen Aufbaus des Dämpfers, siehe Abbildung 3.2. Sobald aber ein elektrisches Feld angelegt wird, entsteht eine weitere Dämpfung durch das Einbringen einer Fließspannung in die Flüssigkeit, welche die Bewegung behindert. Diese Fließspannung kann kontinuierlich mit der Höhe des elektrischen Feldes verstellt werden und so für die jeweils benötigte Dämpfung angepasst werden [63]. Die Dämpfungskraft setzt sich wie folgt zusammen

$$F_D = c_0 \cdot \dot{x}_p + F_{ER} \cdot \text{sgn}(\dot{x}_p), \quad (3.3)$$

mit

$$F_{ER} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot U + \alpha_2 \cdot U^2. \quad (3.4)$$

Abbildung 3.2 zeigt den Aufbau eines Bypass-ER-Dämpfers. Ein typischer Wert für die Dämpfung, die mit einem ER-Dämpfer erzielt werden kann, ist eine Dämpfungskraft von 227 N bei einer Kolbengeschwindigkeit von 100 mm/s und einer Spannung von 5 kV [63].

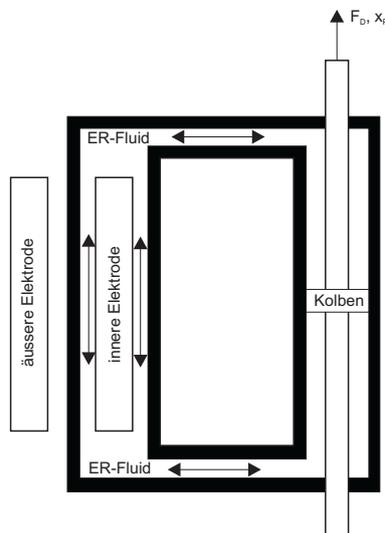


Abbildung 3.2: Aufbau eines Bypass ER-Dämpfers

Eines der größten Anwendungsgebiete für semi-aktive Dämpfung ist die Gebäude- und Strukturdämpfung bei Erdbeben. Dementsprechend finden sich in der Literatur auch sehr

viele Texte, wie zum Beispiel [18][20][25][39][40]. Es kommen dabei die verschiedensten Ausführungen von Hydraulikdämpfern zum Einsatz.

- ASHD... accumulated semi-active hydraulic damper
- ADASHD... added damping and stiffness hydraulic damper
- DSHD... displacement dependent semi-active hydraulic damper
- RVSD... resettable variable stiffness damper

Die Funktionsweise ist bei allen Ausführungen sehr ähnlich. Über einen Hydraulikschaltkreis wird die Kraft, welche der Zylinder der Bewegung, also dem Erdbeben, entgegengesetzt, verändert. Dazu kommt wieder ein Kontrollgesetz, wie beim MR-Dämpfer, zum Einsatz. In [18] wird ein semi-aktiver Dämpfer entworfen und vorgestellt, bei welchem der Dämpfungskoeffizient durch Verstellen der Größe einer Durchflussöffnung reguliert wird. Der große Vorteil dieses Dämpfers ist, dass die Durchflussverstellung vollständig automatisch, durch die Druckbalance zwischen zwei getrennten Hydraulikkammern realisiert wird und so keine externe Energie in das System eingespeist werden muss. Betrachtet man einen herkömmlichen passiven Hydraulikdämpfer, so ist die maximale Energie-Dissipation pro Schwingungszyklus, mit einem konstanten Dämpfungskoeffizienten, limitiert auf

$$\Delta W = \frac{\pi}{2} \cdot k \cdot \delta^2. \quad (3.5)$$

Durch die Veränderung des Dämpfungskoeffizienten nach einem Kontrollgesetz kann die dissipierte Energie ΔW gesteigert werden und beläuft sich dann auf

$$\Delta W = 4 \cdot k \cdot \delta^2. \quad (3.6)$$

Die dissipierte Energie kann also mit einem semi-aktiven Dämpfer um fast das 2,6fache gesteigert werden. Das genaue Hydraulikschaltschema wird in [18] gezeigt und erläutert.

Eine weitere Möglichkeit, semi-aktive Dämpfung zu realisieren, bietet der Einsatz von Piezoelementen mit Nebenschlusswiderständen. Piezoelemente haben die einzigartige Eigenschaft, mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln zu können. Durch die Verformung eines piezoelektrischen Materials, welche zum Beispiel während Schwingungen entstehen, bilden sich mikroskopische Dipole innerhalb der Elementarzelle. Die Aufsummierung dieser Spannungen der Elementarzellen führt zu einer größeren, sehr gut aufnehmbaren Spannung des gesamten Piezoelements. Wird ein solcher Piezokristall mit einem geeigneten Nebenschlusswiderstand (Shunt) verbunden, kann die elektrische Energie dort in Wärme umgewandelt werden. Die mechanische Struktur wird gedämpft. Um nun eine semi-aktive Dämpfung verwirklichen zu können, wird der Shunt verstellbar realisiert. Je nach Größe der Schwingungen, welche über Sensoren erfasst werden, die an der Struktur angebracht sind, wird der Widerstand auf seinen optimalen Wert eingestellt, um so eine bestmögliche Dämpfung garantieren zu können [23][35].

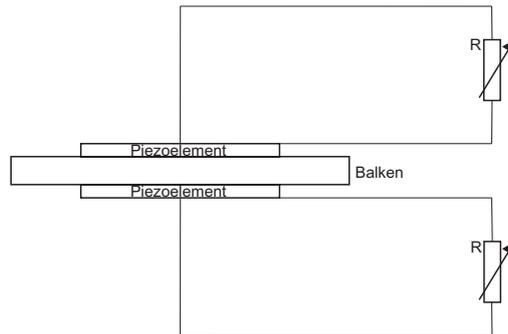


Abbildung 3.3: Semi-aktive Dämpfung mit Piezoelementen und Shunts

3.3 Aktive Dämpfung

Wird aktive Dämpfung verwendet, können nicht nur die Eigenschaften des verwendeten Schwingungsdämpfers verändert und auf den jeweiligen Schwingungsfall angepasst werden, sondern es kann auch aktiv über Aktoren Energie, z. B. in Form von Kraft, in das System eingeleitet werden, die der Schwingung entgegengesetzt ist und diese somit dämpft. Durch diese eingebrachte Energie kann das System instabil werden, was einen deutlich höheren regelungstechnischen Aufwand bedeutet. Dabei bedient man sich der Regelungs- und Steuerungstheorie, siehe Kapitel 3. Aktive Dämpfung gibt es in sehr vielen unterschiedlichen Ausführungen, angefangen von rein digitalen Schwingungsdämpfern bis hin zu Dämpfern, die sich selbst auf veränderliche Systemeigenschaften einstellen können.

Dabei besteht jedes aktive Dämpfungssystem grundlegend aus einem Sensor und Aktorpaar, sowie einer Art von Regler, meistens einem digitalen Filter. Grundsätzlich wird unterschieden, wie viele Sensor-Aktorpaare im System verwendet werden und wie viele Schwingungsmodi im zu dämpfenden System auftreten. Man unterscheidet

- SISO... Single Input Single Output -,
- MIMO... Multiple Input Multiple Output - Systeme.

Einfache Systeme zur aktiven Dämpfung sind zum Beispiel der Low Authority Controller (LAC) Ansatz, die Geschwindigkeitsrückführung eines Aktor-Sensor Paares, die Positive Position Feedback Methode oder die Beschleunigungsrückführung eines Aktor-Sensor Paares [42]. All diese Methoden eignen sich nur für Systeme, die wenige Schwingungsmodi aufweisen und SISO-Systeme sind, was aber auch den Vorteil mit sich bringt, dass keine genauen Kenntnisse und Modelle der Regelstrecke zur Verfügung stehen müssen.

Treten mehrere Schwingungsmodi auf und stehen auch mehrere Aktor-Sensor-Paare zur Verfügung, können, bei Kenntnis der Eigenformen der aktiven Struktur, durch Linearkombinationen von Sensor- bzw. Aktorsignalen modale Filter bestimmt werden, um damit jede einzelnen Schwingungsmodi zu dämpfen [42]. Dadurch entsteht eine mehrkanalige Regelung,

bei der jeder einzelne Kanal auf einen einfachen Regler zurückgeführt und als SISO-System betrachtet werden kann. Hat man Kenntnis über das Model der Regelstrecke, können Methoden, wie zum Beispiel das modellbasierte High Authority Control (HAC) Konzept, zum Einsatz für die Regelung kommen. Der Vorteil bei solchen Methoden ist, dass sie eine breitbandig wirksame Regelung der Dämpfung über mehrerer Schwingungsmodi zulassen, sie haben aber den Nachteil, dass das Zustandsraummodell der Regelstrecke zuvor identifiziert werden muss. Zur Anwendung kommen solche Breitbandregler zum Beispiel bei der aktiven Dämpfung von Gitterstrukturen von Satelliten in der Raumfahrttechnik oder bei der Lärmunterdrückung (Active Noise Control) von rotierenden Maschinen [35]. Ein etwas ausgefalleneres Anwendungsgebiet ist die Dämpfung von Grenzschichtstörungen an Tragflächen von Flugzeugen [42].

Wagg und Hurlebaus zeigen in [57] und [35], wie aktive Dämpfung bei Fragenstellungen der aktiven Vibrations-Kontrolle zum Einsatz kommt. Wagg betrachtet dabei folgende Problemstellung:

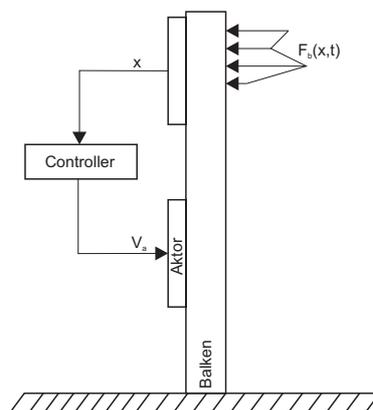


Abbildung 3.4: Aktive Dämpfung eines Balkens

Ein Balken wird durch eine Kraft F_b , bei der Angriffspunkt und Größe von der Zeit t abhängig sind, in Schwingung versetzt. Über einen Beschleunigungssensor wird die Beschleunigung des Balkens erfasst und anschließend im Controller in eine Auslenkung umgerechnet. Die Kontrollaufgabe besteht nun darin, die Auslenkung, sprich die Beschleunigung zu minimieren

$$\min |\ddot{x}(x, t)|. \quad (3.7)$$

Aufgrund der dann durch Glg.3.7 gefundenen Gesetzmäßigkeit wird mit dem Aktor der Schwingung entgegengesteuert. Der Controller sendet eine bestimmte Steuerungsspannung V_a an den Aktor, um eine Gegenbeschleunigung am Balken zu erzeugen, um den Balken zu dämpfen.

In [36] wird aktive Dämpfung dazu verwendet, Schwingungen an einem Eisenbahn-Wagenkasten zu dämpfen, die den Fahrkomfort beeinträchtigen. Dafür werden an der zu dämpfenden

Struktur-Piezopatch-Sensoren und Piezo-Stack-Aktoren angebracht. Dadurch kann die übliche Federung des Wagenkastens konventionell im Radkasten durch Federn ausgelegt werden, da die auftretenden Schwingungen am Wagenkasten durch die aktive Dämpfung abgefangen werden. Dies ermöglicht einen leichteren und frei gestaltbaren Wagenkastenaufbau, bei gleichzeitiger Erhöhung des Komforts. Eine große Frage, die bei jeder Problemstellung der aktiven Dämpfung auftritt, ist wo die Energie in das zu dämpfende System eingeleitet werden soll. Es wurden dazu in der Literatur viele Kriterien veröffentlicht. In [36] wird ein Kriterium verwendet, welches den Einfluss aller betrachteten Eigenmoden gleichzeitig berücksichtigt. Das gesamte System wurde analysiert und eine dafür passende Regelstrecke identifiziert. Für den Reglerentwurf werden zwei verschiedenen Ansätze verwendet und miteinander verglichen. Es kommen ein Kalman-Filter und ein robuster Zustandsregler mit Polvorgabe zum Einsatz, wobei sich gezeigt hat, dass der robuste Regler sich besser für den Einsatz bei dieser Problemstellung eignet. Die gesamte Entwicklung wurde an einem maßstäblichen Modell eines Wagenkastens erprobt und hat gute Ergebnisse gezeigt.

Ändern sich die Umweltbedingungen des Systems, das es zu dämpfen gilt, zum Beispiel durch veränderliche Temperatureinflüsse oder wechselnde Belastungszustände, während des Betriebes, bietet die Technologie der adaptiven Regler einen brauchbaren Lösungsansatz, um darauf reagieren und auch dann eine optimale Dämpfung aufrechterhalten zu können. Adaptive digitale Regler analysieren das zu dämpfende System während des Betriebes ständig und verändern ihre Parameter eigenständig und aktualisieren damit ihre Regler- und Regelstreckenmodelle. Bei der Entwicklung und dem Einsatz solcher adaptiven Regler muss das System als zeitvariant angesehen werden. Ein Konzept für einen adaptiven digitalen Regler ist zum Beispiel die adaptive Gegensteuerung, bei der aus dem Ausgangssignal die Größe der Störgröße bestimmt wird und daraus die Veränderungen im System bestimmt werden. Erforderlich für adaptive Regler ist auf jeden Fall, dass das verwendete Konzept zu einem robusten Algorithmus führt, der ein sicheres Konvergenzverhalten aufweist. Dabei soll der Rechenaufwand nicht zu aufwendig sein, da für die aktive Dämpfung viele Sensoren-Aktoren Paare verwendet werden und daher die einzelnen Rechenoperationen oft ausgeführt werden müssen. Die durch die Veränderungen der Reglerparameter gewonnenen Informationen können auch zur Detektion von Schädigungen des zu dämpfenden Systems verwendet werden (Structural Health Monitoring) [42].

Kapitel 4

Steuerungs- und Regelungstheorie

Die Steuerungstheorie (oder Kontrolltheorie) befaßt sich mit dynamischen Systemen, deren Evolution durch eine Steuerung (oder Kontrolle) beeinflusst werden kann. [11]

4.1 Systemklassifizierung

Ein System ist die Abstraktion eines Prozesses oder Gebildes, das mehrere Signale zueinander in Beziehung setzt. [62]

In der Steuerungs- und Kontrolltheorie werden dynamische Systeme betrachtet, die einen physikalischen, technischen oder ökonomischen Prozess beschreiben. Dabei wird in den meisten Fällen das System als Black-Box auftreten, bei der nicht genau bekannt ist, welche Vorgänge im System vorgehen. Man möchte aber mit Hilfe der Eingangsgrößen das System so beeinflussen, dass die man die gewünschten Ausgangsgrößen vom System erhält. Ganz allgemein kann man sich ein System und seine Größen wie folgt vorstellen:

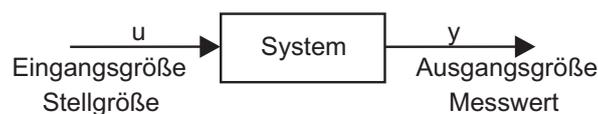


Abbildung 4.1: Blockschaltbild eines Systems

Systeme können nach verschiedenen Eigenschaften klassifiziert werden [56][62].

- statische und dynamische Systeme:

Bei einem statischen System hängt die Ausgangsgröße des Systems nur vom Eingangssignal ab, das gerade am System anliegt, es werden keine Eingangssignale aus

der Vergangenheit miteinbezogen. Bei dynamischen Systemen spielen diese vergangenen Eingangsgrößen eine Rolle - sie beeinflussen das Ausgangssignal, das System hat also eine Art von Gedächtnis.

- zeitvariante und zeitinvariante Systeme:

Wenn die Parameter eines Systems nicht konstant über die gesamte Zeit sind, wird das System als zeitvariant bezeichnet. Beispiele hierfür sind der Start einer Rakete, bei der sich durch das Verbrennen des Treibstoffes die Masse mit der Zeit ändert oder ein temperaturabhängiger Widerstand. Bei einem zeitinvarianten System sind alle Parameter konstant.

- lineare und nichtlineare Systeme:

Ein System ist linear, wenn das Superpositions- und Homogenitätsprinzip erfüllt sind, ist dies nicht der Fall, ist es nichtlinear.

- kausale und nicht kausale Systeme:

Bei kausalen Systemen kann eine Reaktion des Systems erst dann auftreten, nachdem die Ursache eingetreten ist. Ist diese Eigenschaft nicht vorhanden, ist das System nicht kausal. Alle reale, physikalische Systeme sind kausal und daher sinnvoll.

- SISO- und MIMO-Systeme:

Je nachdem wie viele Eingangs- und Ausgangsgrößen am System auftreten, spricht man von Mehrgrößen (MIMO)- oder Eingrößen (SISO)-Systemen.

- deterministische und stochastische Systeme:

Besitzen die Eingangs- und Ausgangssignale oder auch ein Systemparameter einen zufälligen, regellosen und nicht reproduzierbaren Charakter, spricht man von einem stochastischen System. Handelt es sich um ein deterministisches System, sind alle Größen stets eindeutig nachvollziehbar. Das zeitliche Verhalten dieses Systems lässt sich reproduzieren.

- LTI-Systeme:

LTI-Systeme besitzen zwei Systemeigenschaften und werden in der Technik sehr häufig zur Modellbildung verwendet. Sie sind linear und zeitinvariant.

Physikalische Systeme sind in der Praxis oft sehr komplex, deshalb versucht man durch Anwendung physikalischer Gesetzmäßigkeiten und Berücksichtigung der oben beschriebenen Eigenschaften ein mathematisches Modell zu finden, das dem System so gut wie möglich entspricht.

4.2 Signale

Bei einem Signal handelt es sich um den informationstragenden Zeitverlauf einer messbaren, physikalischen Größe. [62]

Die Information wird dabei aus der Modulation der Größe des Signales gewonnen, zum Beispiel durch die Höhe einer Spannung, die als Messsignal dient. Signale lassen sich in kontinuierliche und diskrete Signale unterteilen. Bei diskreten Signalen sind Messwerte nur zu bestimmten Zeitpunkten vorhanden, hingegen bei kontinuierlichen zu jedem Zeitpunkt. Ist ein Signal diskret und kann es nur endlich viele Messwerte annehmen, spricht man von einem digitalen Signal. Ein Analogsignal hingegen kann unendlich viele Messwerte annehmen.

4.3 Regelung und Steuerung

Eine Steuerung verwendet ein Stellglied zur direkten Beeinflussung eines Systems, ohne dass eine Rückkopplung stattfindet. [62]

Ein einfaches Beispiel für eine Steuerung stellt eine Heizung für einen Raum dar, bei welcher über einen Sensor die Außentemperatur gemessen und als Eingangsgröße für die Stellgröße verwendet wird. Die Stellgröße stellt je nach Außentemperatur ein Ventil der Heizung, um den Raum mehr oder weniger zu heizen. Da es sich um eine Steuerung handelt, wird die Raumtemperatur nicht gemessen und für die Berechnung der Stellgröße nicht verwendet. Öffnet man nun zum Beispiel ein Fenster, ändert sich die Raumtemperatur, die Steuerung steuert aber das Ventil der Heizung weiterhin nur nach der Außentemperatur, was dazu führt, dass sich eine nicht gewollte Temperatur im Raum einstellen wird. Abbildung 4.2 zeigt ein Blockschaltbild einer Steuerung eines Systems mit einem Ein- und Ausgang.



Abbildung 4.2: Blockschaltbild einer Steuerung

Unter einer Regelung versteht man einen Vorgang, bei dem das durch Messung erfasste Ausgangssignal (Regelgröße) über einen Rückkopplungsweig mit dem am Eingang anliegenden Soll-Ausgangswert (Führungsgröße) verglichen wird. Mit dem Vergleichsergebnis wird die Regelgröße so beeinflusst, dass sie sich der Führungsgröße angleicht. [62]

Betrachtet man wieder das einfache Beispiel der Raumheizung, nur wird diesmal das Stellglied durch einen Regler ersetzt und dem System noch ein Sensor für die Erfassung der

tatsächlichen Raumtemperatur hinzugefügt, kann aus der Steuerung eine Regelung gemacht werden. Die Raumtemperatur wird nun über eine Rückkopplung in die Berechnung miteinbezogen und hat einen direkten Einfluss auf die Ventilstellung der Heizung. Nun werden auch Störgrößen, wie eben ein geöffnetes Fenster, erfasst und berücksichtigt. In Abbildung 4.3 wird ein Blockschaltbild einer solchen Regelung gezeigt.

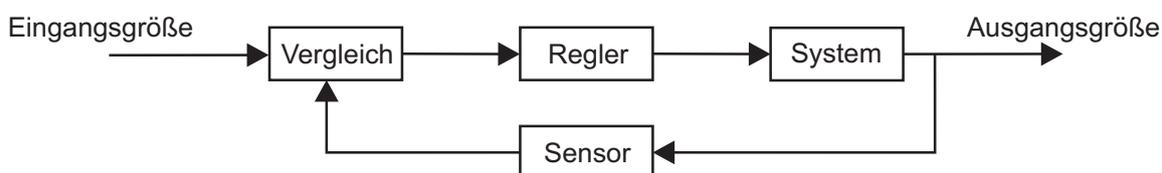


Abbildung 4.3: Blockschaltbild einer Regelung

Die Unterschiede zwischen einer Steuerung und Regelung können wie folgt zusammengefasst werden [56]:

1. Eine Regelung hat einen geschlossenen Wirkungsablauf. Im Gegensatz dazu besitzt eine Steuerung einen offenen Wirkungsablauf.
2. Mit einer Regelung kann einer Störgröße, welche das System beeinflusst, entgegengewirkt werden, mit einer Steuerung nicht.
3. Die Regelung kann instabil werden, wenn die Regelgröße nicht mehr abklingt. Eine Steuerung ist stabil, wenn das zu steuernde System selbst stabil ist.

4.4 Zustandsbeschreibung eines Systems

Um ein System steuern oder kontrollieren zu können, muss der Zustand des Systems mathematisch beschrieben werden. Dazu werden Zustandsgleichungen und Zustandsvektoren verwendet. Eine Systemantwort kann bestimmt werden, wenn der momentane Systemzustand, die Eingangsgrößen und das dynamische Verhalten des System bekannt sind. Folgendes Schema zeigt die benötigten Größen:

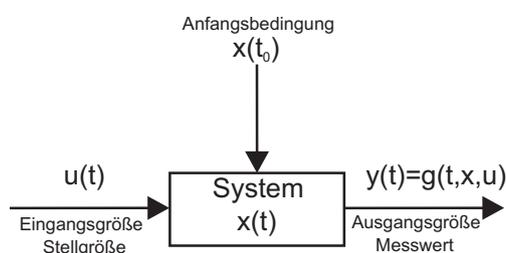


Abbildung 4.4: Zustandsbeschreibung eines Systems

Laut [7] kann der Zustand eines Systems wie folgt mit folgenden Gleichungen und Vektoren beschrieben werden.

$$\text{Zustandsgleichung : } \dot{x} = f(t, x, u) \quad (4.1)$$

$$\text{Anfangsbedingung : } x(t_0) = x^0 \in \chi \quad (4.2)$$

$$\text{Ausgangsgleichung : } y = g(t, x, u) \quad (4.3)$$

Dabei sind

$$x(t) : [t_0, t_f] \rightarrow \chi \text{ der Zustandsvektor,}$$

$$u(t) : [t_0, t_f] \rightarrow v \text{ die Steuerung oder die Stellgrösse,}$$

$$y(t) : [t_0, t_f] \rightarrow \gamma \text{ der Ausgangsvektor,}$$

und es ist

$$\chi \subset \mathbb{R}^n \text{ der Zustandsraum,}$$

$$v \subset \mathbb{R}^m \text{ der Eingangsraum und}$$

$$\gamma \subset \mathbb{R}^p \text{ der Ausgangsraum.}$$

Die Ordnung des Systems ist dann n .

4.5 Steuerbarkeit eines Systems

Um ein System von seinem Ausgangszustand x^0 in einen gewünschten neuen Zustand x^1 zu bringen, muss erst gezeigt werden, dass es durch eine geeignete Wahl von $u(t)$ auch in diesen neuen Zustand steuerbar ist. Dabei ist die Steuerbarkeit nur von der Zustandsgleichung Glg. 4.1 abhängig. Steuerbarkeit beschreibt also den Zusammenhang zwischen $u(t)$ und $x(t)$. Laut [7] müssen folgende Bedingungen erfüllt sein, damit ein System steuerbar ist.

- Das Regelungssystem beschrieben durch die Glg. 4.1 mit den Anfangsbedingungen $x(t_0) \in \chi \subset \mathbb{R}^n$ ist steuerbar nach x^1 in der Zeit $t_1 > t_0$, falls ein $u \in v$ existiert, sodass $x(t_1, u) = x^1$. Das Paar (t_1, x^1) heißt dann erreichbar von (t_0, x^0) .
- Das Regelungssystem beschrieben durch die Glg. 4.1 mit den Anfangsbedingungen $x(t_0) \in \chi \subset \mathbb{R}^n$ ist steuerbar nach x^1 , falls ein $t_1 > t_0$ existiert, sodass (t_1, x^1) erreichbar von (t_0, x^0) ist.

- Ist (t_0, x^0) für alle $x^0 \in \chi$ nach x^1 steuerbar für alle $x^1 \in \chi$, so heißt das Regelungssystem 4.1 vollständig steuerbar.

In [62] wird das Steuerbarkeitskriterium von Kalman verwendet, um die vollständige Steuerbarkeit eines Systems, wie oben beschrieben, zu überprüfen. Dabei wird eine Steuerbarkeitsmatrix Q_c wie folgt aufgestellt. Geht man davon aus, dass die Glg. 4.1 in der folgenden Form auftritt

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad (4.4)$$

so sind n Spaltenvektoren zu ermitteln, die dann zur Steuerbarkeitsmatrix Q_c zusammengesetzt werden können. Sie sieht dann wie folgt aus

$$Q_c = [B, A \cdot B, A^2 \cdot B, \dots, A^{n-1} \cdot B]. \quad (4.5)$$

Das System ist dann vollständig nach Kalman steuerbar, wenn die Steuerbarkeitsmatrix Q_c den Rang n hat oder die Determinante ungleich Null ist [62].

$$\text{rang}(Q_c) = n \quad (4.6)$$

$$\det(Q_c) \neq 0 \quad (4.7)$$

4.6 Stabilisierbarkeit eines Systems

Oft reicht es, wenn ein System nicht in jeden beliebigen Zustand x^n steuerbar ist, sondern nur in eine Gleichgewichtslage. Es wird also versucht, das System durch eine Steuerung zu stabilisieren [7]. Der Zielzustand ist dann $x^1 = 0$.

- Ein System ist dann stabilisierbar, wenn es zu jedem (t_0, x^0) eine für alle $t_f \geq t_0$ definierte, stückweise stetige Steuerung $u \in v$ gibt, sodass die Lösung von Glg. 4.1 mit diesem u die Bedingung $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t_f, u) = 0$ erfüllt.

4.7 Beobachtbarkeit eines Systems

Beobachtbarkeit beschreibt den Zusammenhang zwischen $x(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$. Ein System ist dann beobachtbar, wenn zu verschiedenen Zeitpunkten die gleichen Eingangsgrößen und die gleichen Ausgangsgrößen den gleichen Systemzustand hervorrufen. Das System ist dann auch rekonstruierbar. Laut [62] kann man diese Eigenschaft wie folgt definieren:

- Das System heißt vollständig beobachtbar, wenn der Anfangszustand x^0 aus dem über ein endliches Intervall $[0, t_f]$ bekannten Verlauf der Eingangsgröße $u_{[0, t_f]}$ und der Ausgangsgröße $y_{[0, t_f]}$ immer bestimmt werden kann.

Auch für die Überprüfung eines Systems auf seine Beobachtbarkeit kann ein Kriterium von Kalman verwendet werden - das Beobachtbarkeitskriterium. Liegt die Ausgangsgleichung in der Form

$$y(t) = C x(t) + D u(t) \quad (4.8)$$

vor, so kann durch Berechnen der n Zeilenvektoren die Beobachtbarkeitsmatrix Q_o

$$Q_o = [C, C \cdot A, C \cdot A^2, \dots, C \cdot A^{n-1}]^T, \quad (4.9)$$

mit A aus Glg. 4.4 gebildet werden. Das System ist dann vollständig beobachtbar oder rekonstruierbar, wenn

$$\text{rang}(Q_o) = n \quad (4.10)$$

oder

$$\det(Q_o) \neq 0 \quad (4.11)$$

erfüllt ist.

4.8 Optimale Steuerung

In der Mitte des letzten Jahrhunderts entstanden immer mehr Anwendungen in der Luft- und Raumfahrttechnik, die es nötig machten, Methoden zur Entwicklung einer optimalen Steuerung zu finden. Eine der ersten Aufgaben, die es zu lösen galt, war die optimale Steuerung für eine Rakete, um diese, mit möglichst geringen Treibstoffverbrauch, möglichst hoch steigen zu lassen. Dabei galt es, viele verschiedene Einflüsse zu beachten, welche die Systemeigenschaften der Rakete in entgegengesetzte Richtungen beeinflussen. Um die Flughöhe steigern zu können, sollte das Gesamtgewicht der Rakete so gering wie möglich gehalten werden, andererseits bedeuten aber zum Beispiel geringere Wandstärken des Treibstofftanks ein höheres Explosionsrisiko der Rakete. Es musste also eine Methode gefunden werden, die eine optimale Steuerung, unter Berücksichtigung all dieser gegenläufigen Randbedingungen, liefert [53]. Durch solche Fragenstellungen angetrieben, entwickelte sich aus der klassischen Variationsrechnung eine neue Disziplin - die mathematische Theorie der optimalen Steuerung.

Diese Theorie der optimalen Steuerung hat die Aufgabe, einen optimalen Stellvektor sowie die dazugehörige optimale Trajektorie für eine gegebene Regelstrecke zu finden. Mit diesem Stellvektor kann dann das System von einem bestimmten Ausgangszustand in einen gewünschten Endzustand gesteuert werden. Der optimale Stellvektor hängt immer davon ab, nach welchem Kriterium optimiert werden soll, und von den Neben- sowie Randbedingungen des Systems. Es werden verschiedene integrale Gütekriterien, wie zum Beispiel ein zeitoptimales, ein stellgrößenoptimales, ein energieoptimales oder ein quadratisches, verwendet. Nachfolgend werden zwei verschiedene Methoden vorgestellt.

4.9 Hamilton-Verfahren

Beim Hamilton-Verfahren muss das System vollständig steuerbar und $u(t)$ unbeschränkt sein. Dies bedeutet, dass der optimale Stellvektor $u(t)$ Werte oder Funktionen annehmen kann, die technisch nicht realisierbar sind. Zusammengefasst kann das Verfahren in folgenden Schritten durchgeführt werden [55]:

1. Im ersten Schritt muss die Zustandsgleichung 4.4 des betrachteten Systems aufgestellt werden.
2. Dann werden die Randbedingungen des Anfangszustandes und des gewünschten Endzustandes bestimmt.
3. Im nächsten Schritt muss die Hamilton-Funktion \mathcal{H} aufgestellt werden. Dazu benötigt man die Zustandsgleichung, die im ersten Schritt aufgestellt wurde, in folgender Form

$$0 = A \underline{x} + B \underline{u} - \dot{\underline{x}}, \quad (4.12)$$

und ein integrales Gütekriterium, nach dem optimiert werden soll. Es kann allgemein wie folgt angeschrieben werden

$$J = \int_{t_0}^{t_e} f_0(\underline{x}, \underline{u}, t) \cdot dt. \quad (4.13)$$

Wird nun das Gütekriterium mit der umgeformten Zustandsgleichung und einem Lagrange-Multiplikator $\underline{\Psi}$ erweitert, ergibt sich folgende Gleichung

$$J = \int_0^T \left[f_0(\underline{x}, \underline{u}, t) - \underline{\Psi}^T \cdot (A \underline{x} + B \underline{u} - \dot{\underline{x}}) \right] \cdot dt. \quad (4.14)$$

Diese Gleichung kann in folgende Form gebracht werden

$$J = - \int_0^T \left\{ [-f_0(\underline{x}, \underline{u}, t) + \underline{\Psi}^T \cdot (A \underline{x} + B \underline{u})] + \underline{\Psi}^T \cdot \dot{\underline{x}} \right\} \cdot dt, \quad (4.15)$$

wobei der erste Klammernausdruck die Hamilton-Funktion \mathcal{H} darstellt

$$\mathcal{H}(\underline{x}, \underline{u}, \underline{\Psi}, t) = -f_0(\underline{x}, \underline{u}, t) + \underline{\Psi}^T (A \underline{x} + B \underline{u}). \quad (4.16)$$

4. Nun muss der optimale Stellvektor $u^*(\underline{x}^*, \underline{\Psi}^*, t)$ durch

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \underline{u}} = \underline{0} \quad (4.17)$$

berechnet werden, wobei \underline{x}^* und $\underline{\Psi}^*$ erst noch bestimmt werden müssen.

5. Der optimale Zustandsvektor \underline{x}^* und der dazugehörige adjungierte Zustandsvektor $\underline{\Psi}^*$ werden durch das sogenannte kanonische Hamiltonsche Differentialgleichungssystem bestimmt, welches durch die Ableitungen

$$\dot{\underline{\Psi}}^* = - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \underline{x}} \text{ und} \quad (4.18)$$

$$\dot{\underline{x}}^* = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \underline{\Psi}} \quad (4.19)$$

aufgestellt werden kann.

6. Dieses Differentialgleichungssystem kann nun mit Hilfe der in Punkt 2 aufgestellten Randbedingungen gelöst werden. Man erhält den optimalen Stellvektor.

4.10 Maximumprinzip von Pontrjagin

Schon im Jahr 1956 veröffentlichte der russische Mathematiker Lew Semjonowitsch Pontrjagin (1908-1988) sein Maximumprinzip, mit dessen Hilfe oben aufgezeigte Problemstellungen der optimalen Steuerung gelöst werden können. Im Gegensatz zum Hamilton-Verfahren kann bei dieser Methode jedoch der optimale Stellvektor Beschränkungen unterworfen werden, der wird damit technisch auf jeden Fall realisierbar. Bei diesem Verfahren darf die Gleichung 4.17 aufgrund des beschränkten optimalen Stellvektors $u^*(\underline{x}^*, \underline{\Psi}^*, t)$ nicht zur Anwendung kommen. Ansonsten werden auch hier die Hamilton-Funktion sowie die kanonischen Gleichungen verwendet, jedoch in etwas abgeänderter Form, da die Gleichungen des adjungierten Systems nicht explizit x_0 enthalten müssen [55]. Deshalb muss gelten, dass

$$\dot{\Psi}_0 = 0 \text{ und } \Psi_0 = \text{const} \quad (4.20)$$

ist. Damit kann die Hamilton-Funktion normiert werden und stellt wieder einen lösbaren Ansatz dar.

In Kapitel 5 werden die beiden vorgestellten Methoden am Beispiel des Federpendels veranschaulicht.

Kapitel 5

Beispiel Federpendel

5.1 Steuerbarkeit des Federpendels

Betrachtet man das Federpendel aus Kapitel 2, kann folgende Bewegungsgleichung, ohne mechanische Dämpfung, aber mit einer Steuerungsfunktion $u(t)$, aufgestellt werden

$$0 = \ddot{x}(t) + \frac{D}{m} \cdot x(t) - u(t). \quad (5.1)$$

Aus Glg. 5.1 kann folgendes Differentialgleichungssystem angeschrieben werden

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.2)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{D}{m} \cdot x_1 + u(t), \quad (5.3)$$

wobei $x_1 = x(t)$ und $x_2 = \dot{x}(t)$ sind. Dieses Gleichungssystem kann dann wie folgt zusammengefasst werden

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{D}{m} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t). \quad (5.4)$$

Vergleicht man dieses Gleichungssystem mit der Glg. 4.4, kann festgestellt werden, dass

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{D}{m} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

und

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

sind. Das System kann nun auf seine Steuerbarkeit mit Hilfe der Gleichungen 4.5, 4.6 und 4.7 überprüft werden. Da das System den Rang $n = 2$ hat, ergibt sich folgende Steuerbarkeitsmatrix Q_c

$$Q_c = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{D}{m} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Vereinfacht ergibt sich dann

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Berechnet man den Rang der Steuerbarkeitsmatrix, erhält man

$$\text{rang}(Q_c) = 2 = n, \quad (5.9)$$

Für die Determinante von Q_c ergibt sich

$$\det(Q_c) = -1 \neq 0, \quad (5.10)$$

damit ist nicht nur eine einzelne Forderung für die vollständige Steuerbarkeit des vorliegenden Systems gegeben, sondern sind es sogar beide.

5.2 Berechnung eines steuergrößenoptimalen Stellvektors

Nun soll gezeigt werden, wie für dieses Federpendel ein steuergrößenoptimaler Stellvektor mit Hilfe des Hamilton-Verfahren gefunden werden kann. Bei Systemen, in denen u^2 nicht der Energie entspricht, bedeutet der Ansatz mit folgenden Gütekriterium, die Minimierung der Stellgrößenamplitude

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_e} u^2 \cdot dt. \quad (5.11)$$

Mit diesem Gütekriterium, der Gleichung 4.15 und Gleichung 5.4 kann die Hamilton-Funktion aufgestellt werden. Sie lautet dann

$$\mathcal{H}(\underline{x}, \underline{u}, \underline{\Psi}, t) = -\frac{1}{2} \cdot u(t)^2 + \Psi_1 \cdot x_2 + \Psi_2 \cdot \left(-\frac{D \cdot x_1}{m} + u(t) \right). \quad (5.12)$$

Nun bildet man die Ableitung der Hamilton-Funktion nach der Gleichung 4.17

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = 0 = -u(t) + \Psi_2. \quad (5.13)$$

Nach Umformen derselbigen erhält man den optimalen Stellvektor, welcher lautet

$$u(t) = \Psi_2. \quad (5.14)$$

Der optimale Stellvektor entspricht also dem adjungierten Zustandsvektor Ψ_2 , welcher durch das kanonische Hamiltonsche Differentialgleichungssystem bestimmt werden kann. Dazu werden folgende Ableitungen nach der Gleichung 4.18

$$\dot{\Psi}_1^* = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_1} = \frac{D}{m} \cdot \Psi_2 \quad (5.15)$$

$$\dot{\Psi}_2^* = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_2} = -\Psi_2 \quad (5.16)$$

und der Gleichung 4.19

$$\dot{x}_1^* = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \Psi_1} = x_2 \quad (5.17)$$

$$\dot{x}_2^* = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \Psi_2} = -\frac{D}{m} \cdot x_1 + u(t) \quad (5.18)$$

gebildet. Nun werden die Randbedingungen aufgestellt. Das Pendel soll mit einer Anfangsauslenkung von $A_0 = 3$ m und einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 0$ m/s ausgelenkt werden. Nach 5 Sekunden soll es vollständig in der Ruhelage zum Stillstand gekommen sein. Für die Masse des Pendels wird $m = 1$ kg verwendet. Die Federkonstante ist mit $D = 2$ kg/s² festgesetzt. Diese Werte werden im Folgenden für dieses Beispiel immer verwendet. Die Randbedingungen lauten nun für den Startzeitpunkt

$$x_1(t_0) = 3, \quad x_2(t_0) = 0 \quad (5.19)$$

und für den Endpunkt

$$x_1(t_e) = 0, \quad x_2(t_e) = 0 \quad (5.20)$$

mit $t_e = 5$ Sekunden. Damit lautet das gesamte Differentialgleichungssystem mit den Randbedingungen wie folgt

$$\begin{cases} \dot{x}_1^* = x_2 \\ \dot{x}_2^* = -\frac{D}{m} \cdot x_1 + u(t) \\ \dot{\Psi}_1^* = \frac{D}{m} \cdot \Psi_2 \\ \dot{\Psi}_2^* = -\Psi_2 \\ x_1(0) = 3 \\ x_2(0) = 0 \\ x_1(5) = 0 \\ x_2(5) = 0. \end{cases} \quad (5.21)$$

Dieses System wurde mit Hilfe des in Anhang A gezeigten Maple Codes gelöst. Man erhält dann für den optimalen Stellvektor folgende Funktion

$$u(t) = \Psi_2 = \frac{-12 \cdot \cos(\sqrt{2} \cdot t) + 12 \cdot \cos(\sqrt{2} \cdot t - 10 \cdot \sqrt{2}) + 120 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\sqrt{2} \cdot t)}{99 + \cos(10 \cdot \sqrt{2})}. \quad (5.22)$$

Nun kann diese Funktion in die Gleichung 5.1 eingesetzt werden und man erhält die vollständige Bewegungsgleichung für ein stellgrößenoptimal gesteuertes Federpendel. Die genaue Auswertung erfolgt im Abschnitt 5.4.

5.3 Berechnung eines zeitoptimalen Stellvektors

Möchte man das Federpendel in der kürzest möglichen Zeit in die Ruhelage bringen und zusätzlich noch eine Steuerbeschränkung verwenden, muss das Maximumprinzip von Pontrjagin verwendet werden. Wieder wird die Hamilton-Funktion für das System aufgestellt, diesmal jedoch mit dem Gütekriterium für eine zeitoptimale Steuerung, welches lautet

$$J = \int_{t_0}^{t_e} 1 \cdot dt. \quad (5.23)$$

Damit lautet die Hamilton-Funktion mit einem normierten adjungierten Zustandsvektor

$$\mathcal{H} = \Psi^T \cdot \left\{ -1 + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{D}{m} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t) \right\}, \quad (5.24)$$

wobei

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_0 \\ \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

ist. Nach dem Ausmultiplizieren erhält man

$$\mathcal{H} = -\Psi_0 + \Psi_1 \cdot x_2 + \Psi_2 \cdot \left(-\frac{D \cdot x_1}{m} + u(t) \right), \quad (5.26)$$

wobei

$$\Psi_0 = 0 \quad (5.27)$$

laut Definition sein muss. Zeitoptimale Steuerungen stellen einen Spezialfall dar, da die Hamilton-Funktion nur mehr linear von der Steuerung $u(t)$ abhängig ist. Es ergibt sich daher immer eine sogenannte „Bang-Bang“-Steuerung [34]. Bei dieser Art von Steuerung wird nur zwischen dem negativen und positiven Maximalwerten der Steuergröße hin- und

hergeschaltet. Damit kann der optimale Steuervektor in folgender Form angeschrieben werden

$$u(t) = \begin{cases} U_{min}, & 0 < t \leq t_s \\ U_{max}, & t_s < t < t_e \end{cases} . \quad (5.28)$$

Im Weiteren kann nun der optimale Schaltzeitpunkt t_s berechnet werden, bei welchem zwischen U_{max} und U_{min} umgeschaltet werden muss. Hier für dieses Beispiel wurden $U_{max} = 100$ und $U_{min} = 0$ gewählt. Da es in diesem Beispiel nur einen Schaltpunkt geben soll, können folgende zwei Gleichungssysteme aufgestellt werden

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{21} \\ \dot{x}_{21} = -\frac{D}{m} \cdot x_{11} + U_{min}, \end{cases} \quad (5.29)$$

und

$$\begin{cases} \dot{x}_{12} = x_{22} \\ \dot{x}_{22} = -\frac{D}{m} \cdot x_{12} + U_{max}. \end{cases} \quad (5.30)$$

Für beide Gleichungssysteme müssen nun die Randbedingungen festgelegt werden, sie lauten für den Startzeitpunkt

$$x_{11}(t_0) = 3, \quad x_{21}(t_0) = 0 \quad (5.31)$$

und für den Endpunkt

$$x_{12}(t_e) = 0, \quad x_{22}(t_e) = 0. \quad (5.32)$$

Es können die Funktionen x_{11} , x_{12} , x_{21} und x_{22} berechnet werden. Es muss gelten, dass zum Schaltzeitpunkt t_s

$$x_{11} = x_{12} \quad (5.33)$$

und

$$x_{21} = x_{22} \quad (5.34)$$

ist. Mit diesen beiden Gleichungen 5.33 und 5.34 können der Schaltzeitpunkt t_s und die Endzeit t_e berechnet werden. Mit den Standardwerten, welche für dieses Beispiel in Kapitel 5.2 definiert wurden, ergeben sich folgende Werte

$$t_s = 1.089504 \text{ s} \text{ und } t_e = 1.131937 \text{ s}. \quad (5.35)$$

Die Berechnung wurde mit Maple durchgeführt. Der gesamte Code ist in Anhang B dokumentiert. Im folgenden Kapitel erfolgt eine genaue Auswertung.

5.4 Auswertung des Beispiels

In diesem Unterkapitel werden die verschiedenen gesteuerten Federpendel dem System eines viskos gedämpften Federpendels gegenübergestellt und verglichen. Dazu wurden die einzelnen Systeme in Matlab abgebildet und berechnet.

Im nachstehender Abbildung 5.1 wird der Geschwindigkeits-, Reibungskraft- und Amplitudenverlauf des viskos gedämpfte Federpendels gezeigt. Dabei wird ein Dämpfungsgrad von $D = \frac{1}{\sqrt{2}}$ verwendet. Es kommt nach $t = 9.4$ Sekunden zum Stillstand (innerhalb von $\pm 0.5 \cdot 10^{-3} m$), wobei eine maximale Reibungskraft $F_{max} = 3.86$ N auftritt.

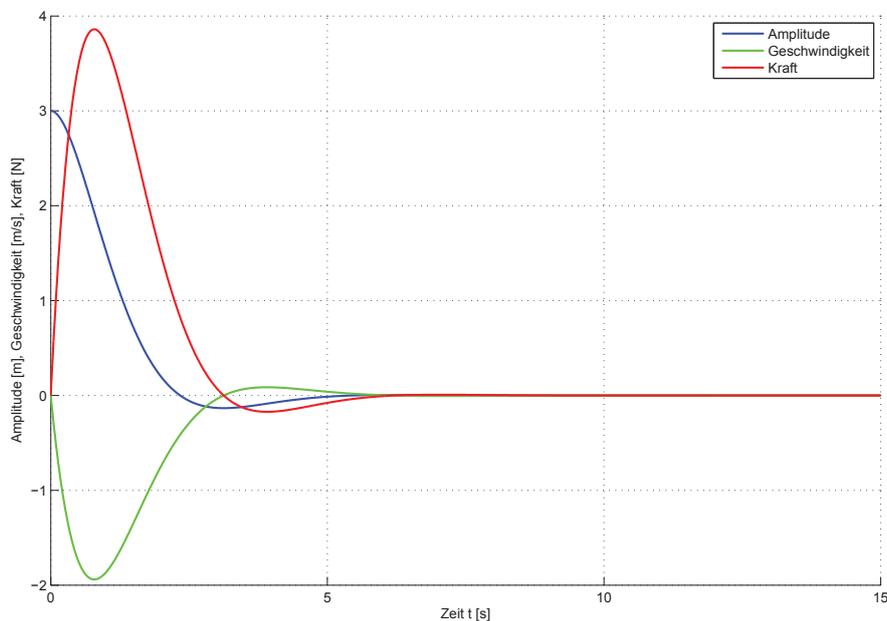


Abbildung 5.1: Verlauf des viskos gedämpften Federpendels

Der in Kapitel 5.2 für das stellgrößenoptimal gesteuerte Federpendel berechnete Stellvektor wird in nachfolgender Abbildung 5.2 veranschaulicht. Da der Stellvektor u auf die Masse des Pendels normiert ist und hier $m = 1$ kg, ist der jeweilige Funktionswert des Stellvektors auch gleichzeitig die Kraft die zur Bremsung verwendet werden muss. In Abbildung 5.3 ist klar ersichtlich, dass das Federpendel wie gefordert bei $t = 5$ s zum Stillstand in der Ruhelage kommt. Lässt man den Stellvektor nach diesem Zeitpunkt weiter auf das System wirken, beginnt sich das Federpendel wieder aufzuschaukeln. Ab diesem Zeitpunkt wirkt der Stellvektor nicht mehr als Bremse für das System, sondern als Antrieb. Um dieses erneute ungewollte Aufschwingen des Federpendels zu verhindern, muss, sobald der Stillstand in der Ruhelage erreicht ist, der Einfluss des Stellvektors auf das System entfernt werden.

Es muss also eine Abbruchbedingung in der Steuerung mit eingeplant werden, um den Stellvektor abschalten zu können, siehe Abbildung 5.4.

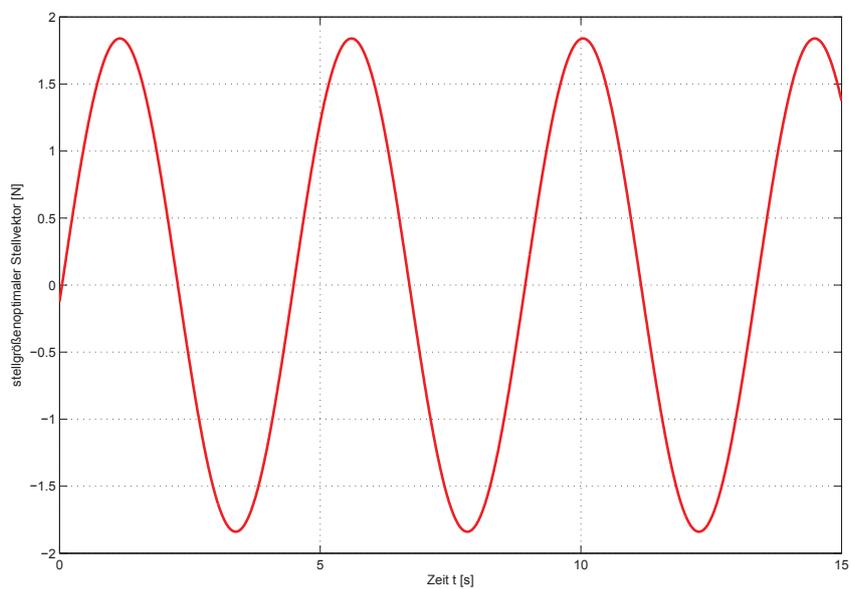


Abbildung 5.2: Verlauf des stellgrößenoptimalen Stellvektors

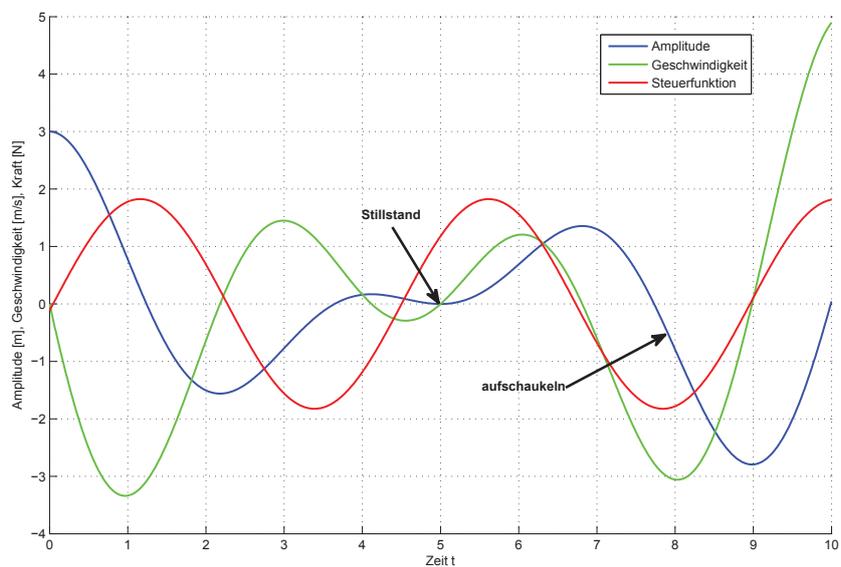


Abbildung 5.3: Verlauf des stellgrößenoptimal gesteuerten Federpendels

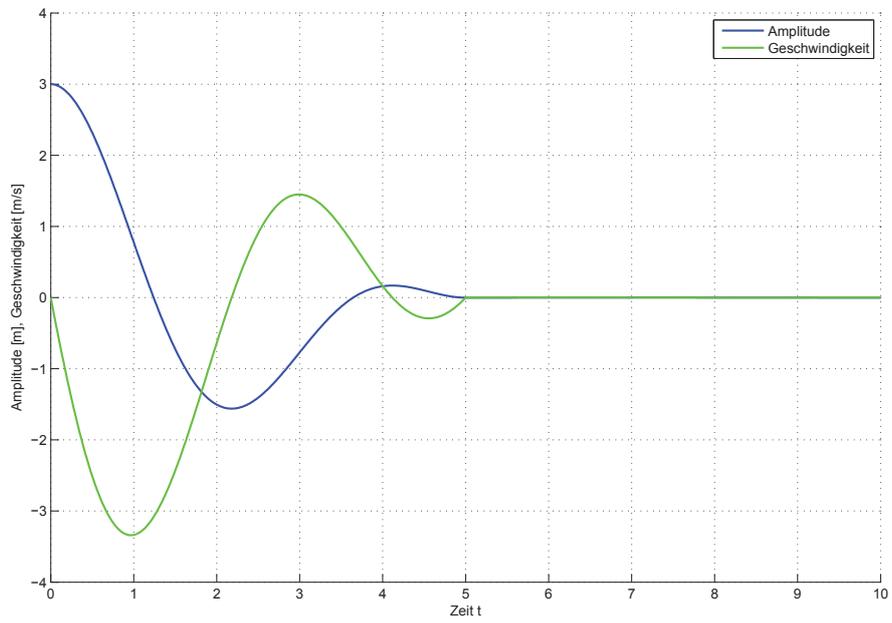


Abbildung 5.4: Verlauf des Pendels mit Abschaltung des Stellvektors

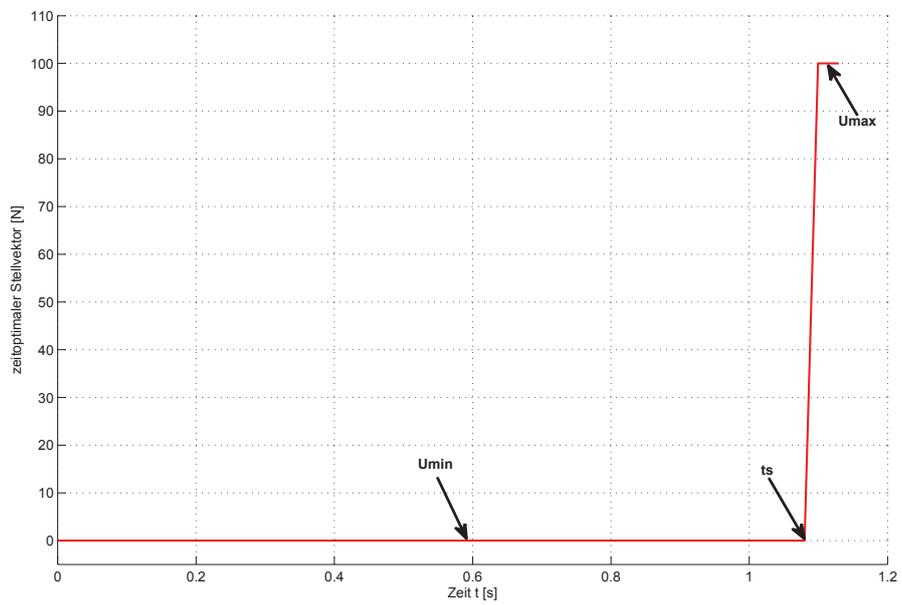


Abbildung 5.5: Verlauf des zeitoptimalen Stellvektors

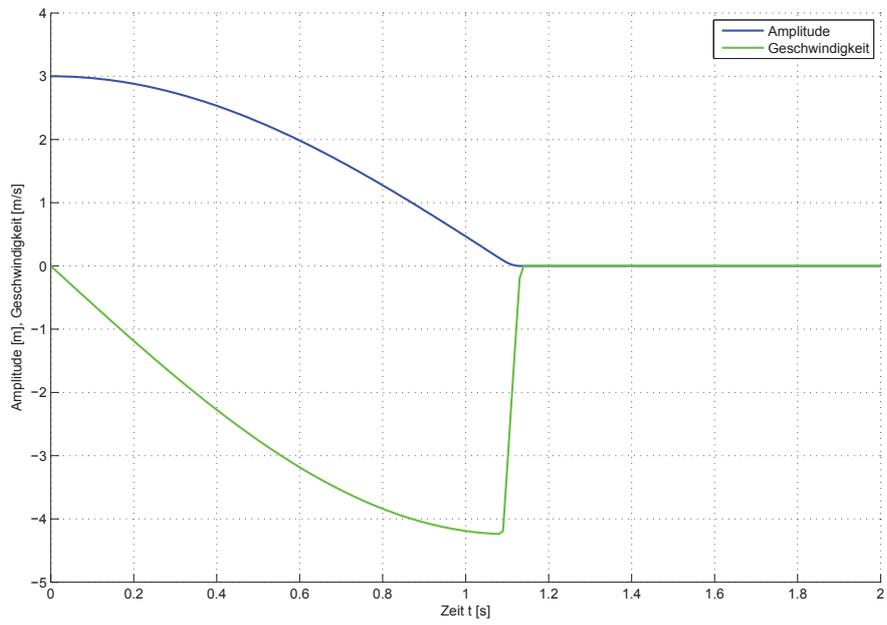


Abbildung 5.6: Verlauf des zeitoptimal gesteuerten Federpendels

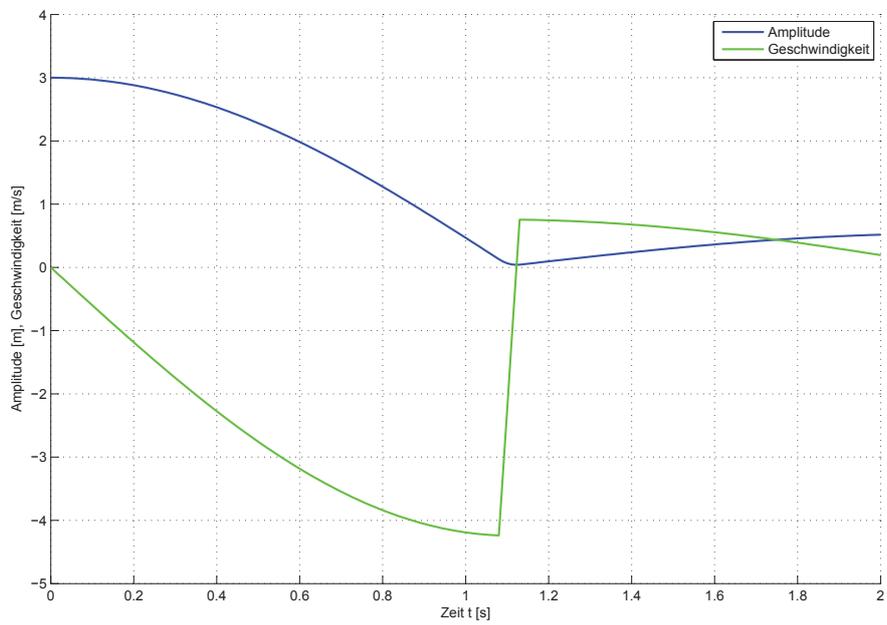


Abbildung 5.7: Verlauf mit ungenauen t_s und t_e

Der zeitoptimale Stellvektor für die „Bang-Bang“-Steuerung wird in Abbildung 5.5 gezeigt. In Abbildung 5.6 wird die Wirkung des zeitoptimalen Stellvektors auf das Pendel gezeigt. Das Federpendel kommt zum vollständigen Stillstand in der Ruhelage. Werden der Schaltzeitpunkt t_s und der Abschaltzeitpunkt t_e des Stellvektors nicht sehr genau eingehalten, kommt es zum Überschwingen des Pendels und es kann deshalb nicht gestoppt werden. In Abbildung 5.7 wird dieses Verhalten gezeigt. Dabei wurden für $t_s = 1.08$ s und $t_e = 1.13$ s verwendet anstatt der in Kapitel 5.3 errechneten Werte. Es reicht also schon, die Werte nur auf zwei Kommastellen zu runden, um das Pendel nicht mehr stoppen zu können. t_s und t_e müssen äußerst genau eingehalten werden, um das gewünschte Ergebnis zu erreichen, was unter Umständen in manchen Fällen einen hohen Aufwand für die Steuerung bedeuten kann.

Der gesamte Matlab-Code, mit welchem die beiden Federpendel-Systeme berechnet und die gesamten Abbildungen erstellt wurden, befinden sich im Anhang C.

Kapitel 6

Servohydraulik

Hydraulikkreise bestehen im Allgemeinen aus Pumpen, Hydromotoren, Druckspeichern, Behälter, Filter, Ölleitungen, Steuerleitungen, Zylindern und verschiedenen Arten von Ventilen. Hydromotore oder zum Beispiel Zylinder stellen dabei in einem hydraulischen Arbeitskreis die Verbraucher dar, die es gilt, immer mit dem richtigen Volumensstrom aus der Druckquelle zu versorgen, um an ihnen die gewünschte Leistung abrufen zu können. Deshalb kommen Ventile zum Einsatz, welche die hydraulische Leistung steuern und regeln, indem sie die Größe und Richtung des Volumenstroms sowie den Betrag des hydraulischen Drucks beeinflussen. Je nach Aufgabe, die ein Ventil zu erfüllen hat, richtet sich die Auswahl eines Ventils - Ventile können daher in folgende Gruppen unterteilt werden [13]

- Druckventile,
- Stromventile,
- Sperrventile,
- Wegeventile und
- Servoventile.

Da in dieser Arbeit die aktive Dämpfung an servohydraulischen Systemen, immer im Vergleich zur Reibungsdämpfung, wie sie zum Beispiel in Drosselventilen auftritt, vorgestellt wird, werden in den folgenden Unterkapiteln nur Strom- und Servoventile genauer erläutert.

6.1 Stromventile

Eine Art von einfachen Stromventilen stellen die verschiedenen Ausführungen von Drosselventilen dar. Es gibt Konstantdrosseln, Konstantblendendrosseln und einstellbare Drosselventile. Die grundlegende Arbeitsweise ist dabei bei allen drei Ventilen die gleiche. Über eine Verjüngung des Strömungsquerschnittes kommt es zu einer Änderung der Strömungsverhältnisse und damit auch zu Reibungsverlusten im Ventil selbst. Durch die Reibung

ensteht eine Energieumwandlung von Bewegungsenergie in Wärmeenergie. Dadurch wird auch unter anderem die Einsatzgrenze von Drosselventilen bestimmt, da die erzeugte Wärme in die Hydraulikflüssigkeit abgeleitet wird und dort die Eigenschaften des Öles, wie zum Beispiel Alterung und Viskosität, beeinflusst. Insgesamt zeichnen sich Drosselventile durch ihren sehr einfachen Aufbau und ihre sehr hohe Betriebssicherheit aus [13].

Der Volumenstrom durch eine Drossel, und damit die Größe der Änderung des Stromes und die Größe der hervorgerufenen Reibung, ist abhängig von der Druckdifferenz und der Größe des Drosselwiderstandes. Der Drosselwiderstand selbst ist abhängig von der geometrischen Ausführung des Strömungsquerschnittes und der Reynoldszahl sowie der Viskosität der Hydraulikflüssigkeit. In den meisten Fällen wird der Drosselwiderstand über eine Änderung des Strömungsquerschnittes verstellt. Ebenso hat die Länge der Verjüngung des Strömungsquerschnittes einen Einfluss auf die Reynoldszahl, was sich in den beiden Bauarten - Konstantdrossel und Konstantblendendrossel - widerspiegelt [51][13].

Bei Blendendrosseln, die eine sehr kurze Durchflussstrecke aufweisen, ist der Ölstrom nahezu unabhängig von der Viskosität und damit von der Betriebstemperatur der Hydraulikflüssigkeit. Es stellt sich eine turbulente Strömung ein. Die einfachste Bauform einer Blende ist eine mittig aufgebohrte Scheibe. Wichtig ist, dass das Verhältnis von Bohrungsdurchmesser zur Durchflussstrecke nicht größer als 1,5 sein sollte [2]

$$\frac{l_d}{d_d} = 1,5. \quad (6.1)$$

Die folgende Abbildung 6.1 zeigt eine Prinzipdarstellung einer Konstantblendendrossel mit dazugehörigem Druckverlauf.

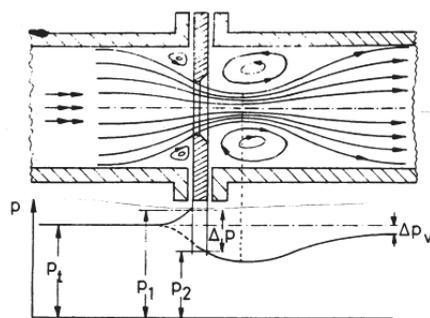


Abbildung 6.1: Aufbau und Druckverlauf einer Drossel ©[2]

Konstantdrosseln weisen dagegen durch ihren röhrenförmigen Widerstand $l_d \gg d_d$ eine hohe Viskositätsabhängigkeit auf. Es können sich turbulente und laminare Strömungen ausbilden. In Abbildung 6.2 wird das Prinzip einer Konstantdrossel gezeigt. Bei einstellbaren Drosselventilen ist der Drosselquerschnitt verstellbar. Dadurch lässt sich die Drossel für verschiedene Betriebsfälle einstellen. Es werden sehr viele verschiedene Öffnungsquer-

schnitte verwendet, wie zum Beispiel Nadel-, Kreis-, Rechteck- und Dreiecksquerschnitte [51].

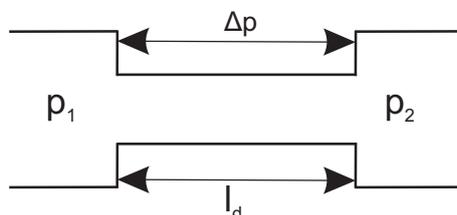


Abbildung 6.2: Prinzipaufbau einer Konstantdrossel

6.2 Servoventile

Servoventile sind Hydraulikventile, die mit Hilfe eines steuerbaren Eingangssignals, meist in Form von Spannung oder Strom, ihre Ventillage sehr präzise und proportional zu diesem Signal verändern können. Sie werden also immer in einem Regelkreis betrieben. Anfangs wurden diese Servoventile entwickelt, da in der Flug- und Raumfahrt immer anspruchsvollere Anforderungen an die Steuerung der Flugzeuge und Flugkörper auftraten, die es nötig machten, mit kleinen Leistungen immer größere Stellkräfte mit höherer Geschwindigkeit zu stellen. Sie mussten in der Lage sein, auch große Massen gegen große Kräfte, die bei Flugmanövern entstehen, eine präzise Lageregelung der Ventile zu gewährleisten. Um einen zuverlässigen Betrieb solcher Ventile gewährleisten zu können, sind eine sehr hochgenaue Fertigung der einzelnen Komponenten sowie im Betrieb eine aufwendige Filterung des Hydrauliköls notwendig. Da dies meist sehr teuer ist, sind die Kosten auch der größte Nachteil von Servoventilen. Unter elektrohydraulische Regelungen fallen zum Beispiel die Regelungen von hydraulischen Geräten, die mechanische Größen wie Weg, Drehzahl, Kraft, Drehmoment, Volumenstrom oder Druck regeln [51]. In der Automatisierungstechnik werden meist Servoventile in der Kraft- und Lageregelung verwendet.

Es kann grundsätzlich zwischen ein-, zwei- und dreistufigen Servoventilen unterschieden werden, wobei einstufige Servoventile eher selten zum Einsatz kommen, da sie eine begrenzte, zu geringe Leistungsfähigkeit aufweisen [13]. Bei einstufigen Servoventilen beeinflusst das elektrische Steuersignal direkt den mechanischen Steuerkolben. Mechanische und elektrische Komponenten arbeiten also in einer Steuerkette, weswegen auch Störeinflüsse nicht in die Steuerung einfließen und berücksichtigt werden können. Bei einem zweistufigen Ventil wird das Steuersignal über einen elektromechanischen Umformer (=1.Stufe) an die Hauptsteuerstufe (=2.Stufe) weitergegeben. Außerdem wird meist eine Lagerückführung, zum Beispiel in Form einer Feder, verbaut. Werden sehr hohe Volumsströme für eine Anwendung benötigt, werden dreistufige Servoventile verwendet. Sie sind doppelt vorgesteuert, um eine Leistungserhöhung zu erreichen [4]. Der Aufbau und die prinzipielle Funktionsweise eines Servoventils werden nun anhand eines zweistufigen Servoventils mit

Federrückstellung erläutert. Die folgende Abbildung 6.3 zeigt den Aufbau und die Komponenten eines zweistufigen Servoventils.

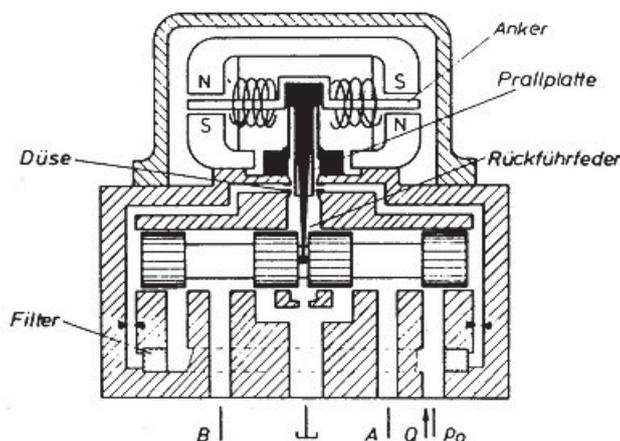


Abbildung 6.3: Aufbau und Komponenten eines Servoventils ©[4]

Das Steuerungssignal wird durch den Steuermotor in eine mechanische Bewegung umgewandelt, indem, über die durch das Steuersignal magnetisierten Spulen, der Anker verschoben wird. Dieser Anker ist mit der sogenannten Prallplatte verbunden und verschiebt wiederum diese, je nach dem Moment, der durch die Spulen auf den Anker ausgeübt wird. Sind die Spulen stromlos, wird durch die Rückstellfeder die Prallplatte in der mittigen Ruhelage gehalten. Der Steuermotor muss hermetisch gegenüber dem hydraulischen Teil des Servoventiles abgedichtet sein, damit keine Kurzschlüsse auftreten können. Er ist meist abnehmbar auf den Ventilblock verschraubt, um eine einfache Wartung und eventuelle Reparatur gewährleisten zu können. Die Prallplatte fungiert nun, gemeinsam mit zwei Düsen, als hydraulischer Verstärker. Der am System anstehende Steuerdruck p_0 wird über diese beiden Düsen gleichmäßig abgebaut. Verändert sich jedoch, durch die Verschiebung der Prallplatte, der Abstand zu den beiden Düsen, verändert sich auch automatisch der Druck. Bei jener Düse, die nun den geringeren Abstand zur Prallplatte hat, steigt der Druck an, bei der anderen sinkt er. Die dadurch entstandene Druckdifferenz bewegt nun den Kolbenschieber und es werden die Einlässe A und B verstellt. Dabei erfolgt die Justierung des gesamten Aufbaus so, dass sich eine lineare Steuerkennlinie ausbildet [51].

Eine wichtige Rolle bei Servoventilen spielt die Kolbenüberdeckung. Je nach Art der Regelung müssen die vier Steuerkanten des Kolbenschiebers verschieden symmetrisch abgeschliffen werden. Eine positive Überdeckung wird bei einer Druckregelung und Geschwindigkeitsregelung gewählt. Bei einer Positionsregelung ist eine Null- oder Negativüberdeckung zu wählen, da das Ventil nahe dem Nullpunkt arbeitet und hier eine positive Überdeckung die Signale nicht übertragen würde und somit keine stabile Regelung ermöglicht werden könnte.

Kapitel 7

ALPINE Miner

7.1 Verwendung und Aufbau des ALPINE Miners

Der ALPINE Miner ist eine Teilschnittmaschine mit elektrohydraulischem Schneidarm. Teilschnittmaschinen sind Vortriebsmaschinen, welche im Tunnel- und Bergbau eingesetzt werden. Sie gehören zu den Umfangsfräsen. Grundlegend besteht der Aufbau des ALPINE Miners aus einem fahrbar gelagerten Maschinenchassis, indem sich die gesamte Hydraulik und Elektrik befindet und einem Schneidarm, an dessen Ende sich der Schneidkopf befindet, welcher mit Schneidmeißeln bestückt ist. Dieser Schneidarm kann sowohl horizontal, als auch vertikal geschwenkt werden. Um die Ortsbrust abtragen zu können, wird der Schneidkopf auf die Ortsbrust angesetzt und in Drehung versetzt. Das Gestein wird feinstückig durch die Schneidmeißel aus der Ortsbrust herausgefräbt und fällt vor dem ALPINE Miner auf den Boden. Dort fällt es auf einen Ladetisch von dem es mittels Kratzkettenförderer und Förderband hinter die Teilschnittmaschine verbracht wird. Teilschnittmaschinen werden beim Abtrag von Gesteinsschichten mittlerer Festigkeit, sowie bei geschichteteten und geklüftetem Gestein eingesetzt [1].



Abbildung 7.1: ALPINE Miner mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010

In Abbildung 7.1 wird ein ALPINE Miner gezeigt. In Abbildung 7.2 sieht man eine Seitenansicht der Teilschnittmaschine.

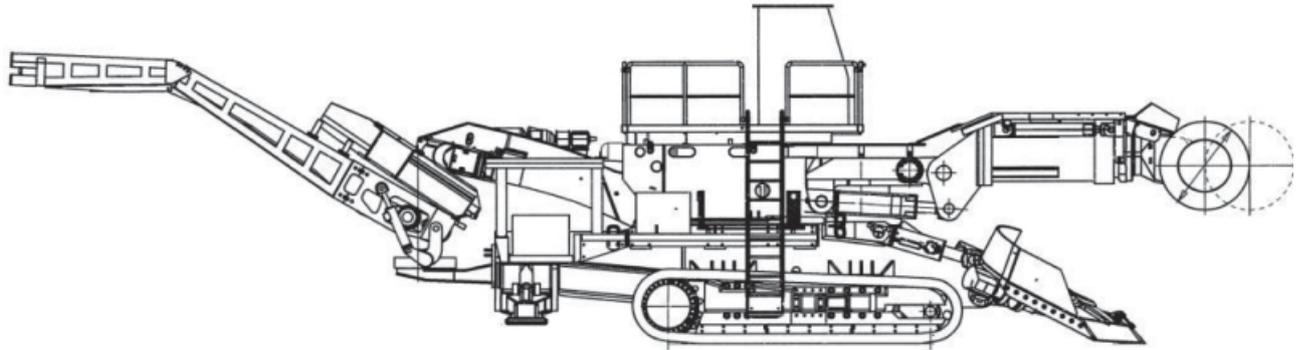


Abbildung 7.2: Seitenansicht des ALPINE Miners mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010

7.2 Bildung eines Ersatzmodells

Es soll nun folgende Problemstellung gelöst werden. Am Schneidarm des ALPINE Miners wird der Schneide ein Kraftstoß F versetzt, welcher die Auslenkung y_0 zur Folge hat. Die Vibration, welche durch diesen Stoß und die Auslenkung hervorgerufen wird, soll nun durch die beiden Hydraulikzylinder mit Hilfe der aktiven Dämpfung gedämpft werden. Dazu wird folgendes vereinfachtes mechanisches Ersatzmodell des ALPINE Miners betrachtet.

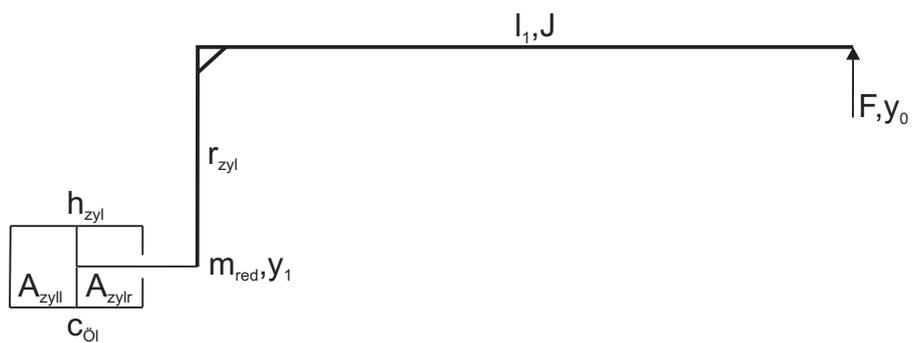


Abbildung 7.3: Mechanisches Ersatzmodell des ALPINE Miners

Folgende Maschinendaten wurden verwendet.

| Name | Wert | Einheit |
|------------|------------------|---------------------|
| P_{max} | 100 | [bar] |
| A_{zyl} | 0.06 | [m ²] |
| A_{zylr} | 0.04 | [m ²] |
| h_{zyl} | 0.4 | [m] |
| r_{zyl} | 0.5 | [m] |
| $E_{öl}$ | $1.4 \cdot 10^9$ | [N/m ²] |
| l_1 | 5.0 | [m] |
| J | 145000 | [kgm ²] |
| y_0 | 0.1 | [m] |

Das gesamte System soll wieder auf ein Differentialgleichungssystem, wie es durch die Gleichungen 5.2 und 5.3 beschrieben wird, zurückgeführt werden. Dabei stellt die im Hydraulikzylinder aufgebaute Ölsäule eine Feder mit der Federkonstante $c_{öl}$ dar. Am Zylinder selbst greift die reduzierte Masse m_{red} des Gesamtsystems mit der Anfangsauslenkung y_1 an.

Laut [48] kann die Federkonstante einer Ölsäule, die in einem Zylinder eingesperrt ist, wie folgt hergeleitet und berechnet werden. Durch das Hooksche-Gesetz wird die Beziehung zwischen der Federkraft F_f und dem Federweg x_f mit

$$c_{öl} = - \frac{\partial F_f}{\partial x_f} \quad (7.1)$$

angeschrieben. Dieser Bruch kann wie folgt weiter vereinfacht bzw. umgeformt werden

$$c_{öl} = - \frac{\partial F_f}{\partial x_f} = - \frac{A \cdot \partial p}{\partial x_f} = - \frac{A^2 \cdot \partial p}{\partial V} = \frac{A^2 \cdot E}{V} = \frac{A \cdot E}{x}, \quad (7.2)$$

wobei x den Zylinderhub und A die Fläche des Zylinders darstellt. Mit oben angeführten Werten ergibt sich dann ein $c_{öl}$ für beide Hydraulikzylinder des ALPINE Miners von

$$c_{öl} = \frac{1.4 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 0.04}{0.4} = 28 \cdot 10^7 [N/m]. \quad (7.3)$$

Nun soll die Masse m_{red} berechnet werden, die am Hydraulikzylinder wirkt. Dazu wird das Momenten im Drehpunkt des Schneidarms aufgestellt, welches wie folgt lautet

$$M = J \cdot \ddot{\phi}. \quad (7.4)$$

Dieses Moment kann aber auch beschrieben werden durch

$$M = F \cdot r_{zyl}, \quad (7.5)$$

womit man erhält

$$M = J \cdot \ddot{\phi} = F \cdot r_{zyl}. \quad (7.6)$$

Mit

$$\ddot{\phi} = \frac{\ddot{x}}{r_{zyl}} \quad (7.7)$$

erhält man

$$F \cdot r_{zyl} = \frac{\ddot{x}}{r_{zyl}} \cdot J. \quad (7.8)$$

Formt man Glg. 7.8 um und vergleicht sie mit dem zweiten newtonschen Gesetz, sieht man, dass

$$F = \frac{J}{r_{zyl}^2} \cdot \ddot{x} = m \cdot a \quad (7.9)$$

ist. Damit muss gelten

$$m_{red} = \frac{J}{r_{zyl}^2}. \quad (7.10)$$

Für den ALPINE Miner ergibt sich somit

$$m_{red} = \frac{145000}{0.5^2} = 580000 [kg] = 580 [t]. \quad (7.11)$$

Nun kann die Eigenfrequenz für das System mit folgender Gleichung berechnet werden

$$f = \sqrt{\frac{c_{\dot{O}l}}{m_{red}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} = \sqrt{\frac{28 \cdot 10^7}{580000}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} = 3.49 [Hz]. \quad (7.12)$$

Mit all diesen Werten kann nun das Differentialgleichungssystem angeschrieben werden

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (7.13)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{c_{\dot{O}l}}{m_{red}} \cdot x_1 + u(t) = -482.75 \cdot x_1 + u(t). \quad (7.14)$$

Um dieses Gleichungssystem lösen zu können, müssen noch die Randbedingungen aufgestellt werden. Die Anfangsauslenkung y_1 am Hydraulikzylinder kann aus den Verhältnissen von y_0 , l_1 und r_{zyl} berechnet werden und beläuft sich auf

$$y_1 = 0.0125 [m]. \quad (7.15)$$

Damit ist nun das mechanische Ersatzmodell vollständig gebildet worden, und der optimale Stellvektor kann im nächsten Kapitel berechnet werden.

7.3 Stellgrößensoptimale Steuerung

Da der maximale Druck, welcher von den Hydraulikzylindern aufgebracht werden kann, bei $p_{max} = 100$ bar liegt, soll die Auslenkung innerhalb von $t = 0.4$ s zum Stillstand gebracht werden, da dann der Arbeitsbereich des Zylinders best möglich ausgenutzt wird. Wie in Kapitel 5.2 beschrieben, wurde der optimale Stellvektor berechnet. Er lautet für den ALPINE Miner

$$u(t) = -0.0784 \cdot \cos(\omega \cdot t) + 0.0784 \cdot \cos(\omega \cdot t - 17.5772) + 1.3795 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (7.16)$$

wobei

$$\omega = \sqrt{\frac{c_{Öl}}{m_{red}}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 10^7}{580000}} = 21.9715 \text{ [1/s]} \quad (7.17)$$

ist. Es ergibt sich dann folgender Kraftverlauf des Stellvektors - Abbildung 7.4.

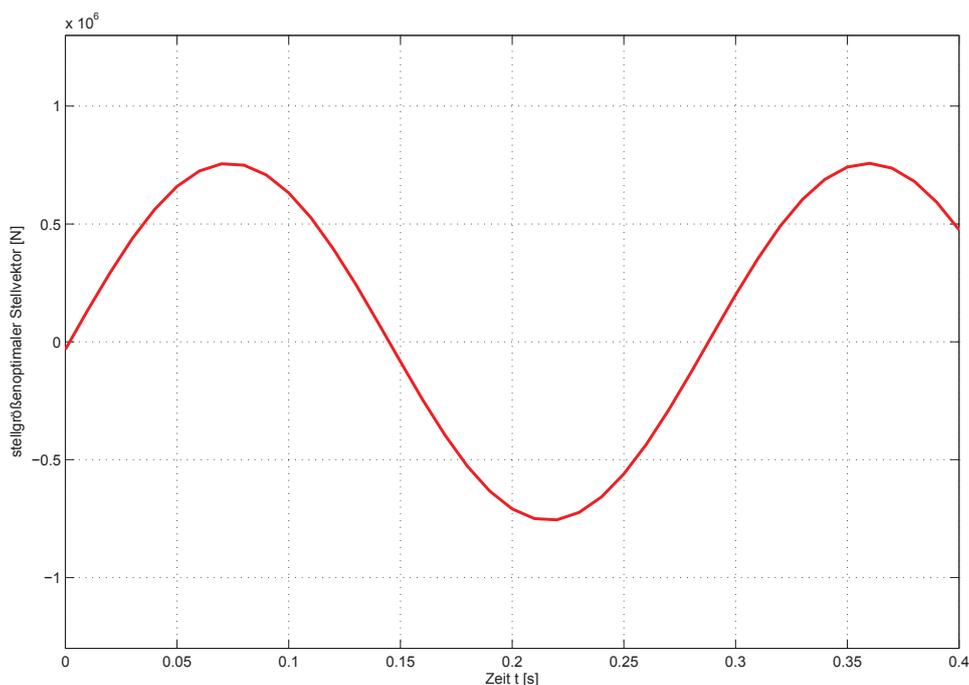


Abbildung 7.4: Kraftverlauf des stellgrößensoptimalen Stellvektors für den ALPINE Miner

Daraus kann dann sehr einfach der Druckverlauf berechnet werden. Er wird in Abbildung 7.5 veranschaulicht. Es muss ein maximaler Druck von $p = 94.4$ bar bei einer Fläche A_{zylr} aufgebracht werden. Lässt man den eben berechneten Stellvektor auf das Gesamtsystem wirken, stellen sich folgende Verläufe für die Auslenkung und Geschwindigkeit ein - siehe Abbildung 7.6.

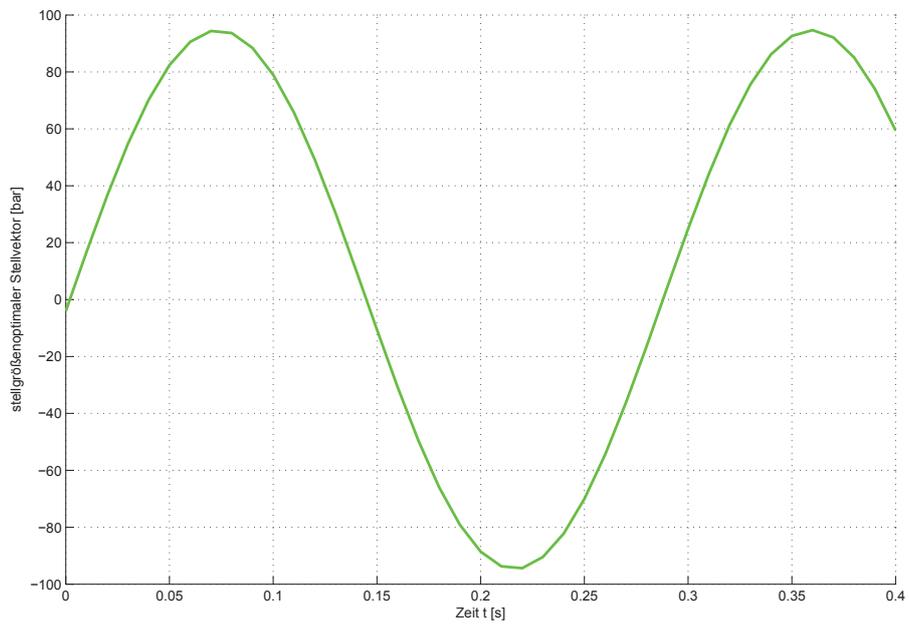


Abbildung 7.5: Druckverlauf des stellgrößenoptimalen Stellvektors für den ALPINE Miner

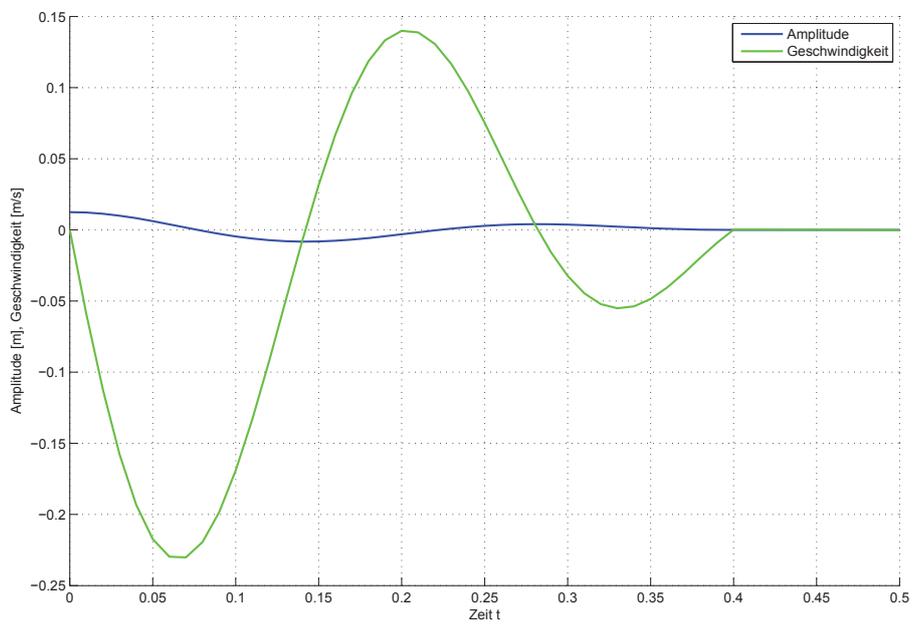


Abbildung 7.6: Verlauf des stellgrößenoptimal gedämpften ALPINE Miners

7.4 Zeitoptimale Steuerung

Da der zeitoptimale Stellvektor nur zwischen den Maximalwerten U_{max} und U_{min} hin- und hergeschaltet wird und U_{max} entgegengesetzt der Auslenkung wirken, muss um diese dämpfen zu können, darf nur die linke Kammer des Hydraulikzylinders für den Druckaufbau in betracht gezogen werden. Der Stellvektor darf nur maximal $p_{max} = 100$ bar annehmen. Die Berechnung des Stellvektors wurde wieder analog zum Kapitel 5.3 durchgeführt. Daher ergibt sich für u , dass

$$u = \frac{2 \cdot A_{zyl} \cdot p_{max}}{m_{red}} = \frac{2 \cdot 0.06 \cdot 100 \cdot 10^5}{580000} = 2.06 \quad (7.18)$$

Mit einer Steuerbeschränkung von $u = 2.06$ gibt es aber für den Schaltzeitpunkt t_s nur die Lösung, dass dieser einen negativen Wert annimmt. Dies ist technisch natürlich nicht realisierbar. Man erhält für dieses System erst ab einer Steuerbeschränkung von $u = 3.1$ einen positiven Wert für den Schaltzeitpunkt. Dies würde aber einen maximalen Druck von

$$p = \frac{u \cdot m_{red}}{2 \cdot A_{zyl}} = \frac{3.1 \cdot 580000}{2 \cdot 0.06} = 149.833 [bar] \quad (7.19)$$

bedeuten. Zusätzlich muss noch die statische Last des Eigengewichts aufgenommen werden. Eine zeitoptimale Steuerung des ALPINE Miners ist deshalb kaum möglich. In der folgenden Abbildung 7.7 wird die Dämpfung der Auslenkung mit einem $u = 3.1$ gezeigt.

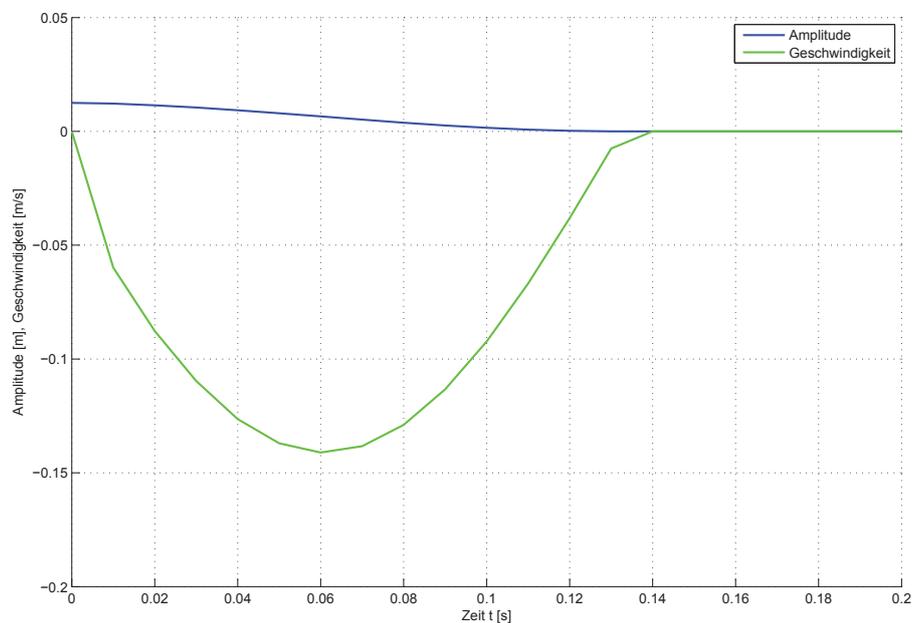


Abbildung 7.7: Verlauf des zeitoptimal gedämpften ALPINE Miners

Kapitel 8

Diskussion der Ergebnisse

8.1 Schlussfolgerungen

In diesem Abschnitt werden die in den vorhergehenden Kapiteln erhaltenen Ergebnisse verglichen und diskutiert. Nachfolgende Abbildung 8.1 zeigt die beiden Kraftverläufe des Federpendels aus Kapitel 5. Dabei kann festgestellt werden, dass bei der passiven Dämpfung eine maximale Kraft von $F_{maxp} = 3,86$ N und bei der aktiven Dämpfung, mittels des stellgrößenoptimalen Ansatzes, eine maximale Kraft von $F_{maxa} = 1,84$ N auftreten.

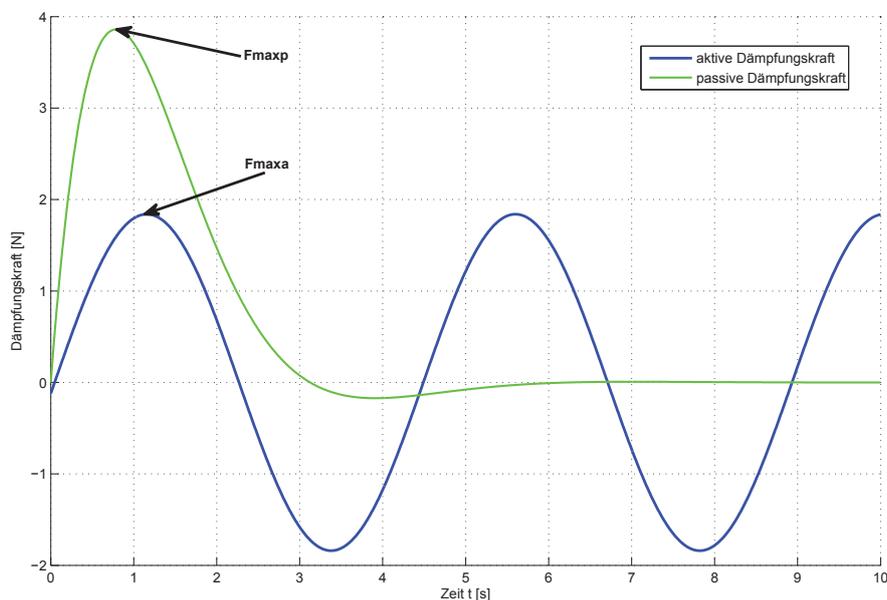


Abbildung 8.1: Kräftevergleich bei passiver und aktiver Dämpfung

Es muss also für die aktive Dämpfung eine um das 2.09 fache kleinere Kraft, als bei der passiven Dämpfung benötigt, aufgebracht werden. Dies hat gleichzeitig auch den Vorteil, dass

dadurch die Drücke, die mittels der Servohydraulik zur Verfügung gestellt werden müssen, kleiner ausfallen können. Dadurch wird das gesamte System weniger belastet und während des Betriebes mehr geschont. Dies bedeutet auch, dass mittels aktiver Dämpfung, Störungen mit großer Auslenkung besser gedämpft werden können, da die aktive Dämpfung nicht so schnell wie die passive Dämpfung, an die Grenze der Hydraulik stößt. Desweiteren kann die aktive Dämpfung das System schneller zum Stillstand bringen, als die passive Dämpfung. In diesem Fall steht das System, mit einem Toleranzfenster von $\pm = 0.5 \cdot 10^{-3} m$ betrachtet, nach nur 5 Sekunden anstatt in 9.4 Sekunden, also um 4.4 Sekunden schneller.

Betrachtet man die zeitoptimale aktive Dämpfung, so wird zwar eine größere Kraft $F_{maxa} = 100 N$ benötigt, die gesamte Auslenkung der Störung kann aber in nur 1.13 Sekunden gedämpft werden - also um das 8.3 fache schneller als bei einer passiven Dämpfung.

Im Kapitel 7 wurde gezeigt, dass die Vibration, hervorgerufen durch einen Kraftstoß am Schneidarm einer Teilschnittmaschine für den Tunnelbau (ALPINE Miner), durch eine stellgrößenoptimale Steuerung, jedoch nicht durch eine zeitoptimale Steuerung, aktiv gedämpft werden kann. Die stellgrößenoptimale Steuerung wurde so ausgelegt, dass der Arbeitsbereich der Hydraulikzylinder sehr gut ausgenutzt wird. Innerhalb der 0.4 Sekunden, die die Steuerung benötigt, um die Auslenkung zum Stillstand zu bringen, muss zwei mal zwischen der rechten und linken Seite des Hydraulikzylinders hin- und hergeschaltet werden. Dies bedeutet, dass ca. alle 0.14 Sekunden geschaltet werden muss, was mit der heutigen Technik der servohydraulischen Schaltungen kein Problem darstellt. Die zeitoptimale Steuerung funktioniert nur für dieses bestimmte System, mit oben angeführten Werten, nicht. Wie in Kapitel 7.4 gezeigt, kann zum Beispiel durch Erhöhung des maximalen Drucks, den die Hydraulikzylinder zur Verfügung stellen können, eine zeitoptimale Steuerung realisiert werden.

Ein Nachteil der aktiven Dämpfung, mittels der optimalen Kontrolltheorie, ist sicherlich, dass während des kontinuierlichen Betriebes, für jede Störung sehr schnell ein optimaler Stellvektor berechnet werden muss, was sehr aufwendig sein kann. Wie beim System des ALPINE Miners mit der zeitoptimalen Steuerung gezeigt, muss es auch nicht immer eine geeignete Lösung geben. Es können also Lösungen für Stellvektoren auftreten, die mechanisch nicht realisierbar sind. In diesem Fall könnte dann die Störung überhaupt nicht gedämpft werden und es müsste auf eine passive Dämpfung zurück gegriffen werden. Auch muss die gesamte Logik sehr genau rechnen, um die verschiedenen errechneten Schaltzeitpunkte einhalten zu können. Werden diese nur ungenau eingehalten, können die Störungen nicht zum Stillstand gedämpft werden - siehe Abbildung 5.7.

8.2 Ausblick

Abschließend kann gesagt werden, dass der Ansatz der aktiven Dämpfung mittels der optimalen Kontrolltheorie, sehr brauchbare Ergebnisse in der Simulation liefert. Es sollten daher versucht werden die Methoden in der Praxis zu erproben, um sie dann weiter zu verbessern und zu verfeinern.

Literaturverzeichnis

- [1] Alpine Miner, Teilschnittmaschine. Website, 2011. Available online at <http://de.wikipedia.org/wiki/Teilschnittmaschine>.
- [2] Hydraulikdrossel - Blende. Website, 2011. Available online at <http://hawe.fi/lexikon/index.php?alfa=b&id=296>.
- [3] Luftfederung: Feinregelung. Website, 2011. Available online at <http://www.unavenirquiroule.be/documents/turbostart/german/Luftfederung.pdf>.
- [4] Servohydraulikventil. Website, 2011. Available online at <http://hawe.eu/lexikon/index.php?alfa=b&id=1935>.
- [5] Wikipedia: Reibungskoeffizient. Website, 2011. Available online at <http://de.wikipedia.org/wiki/Reibungskoeffizient>.
- [6] M. Ersoy B. Heißing and S. Gies. *Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven*. Vieweg + Teuber, 2007.
- [7] P. Benner. *Mathematische System- und Regelungstheorie*. Fakultät für Mathematik, Technische Universität Chemnitz, 2009.
- [8] W. Bernzen. Active vibration control of flexible robots using virtual spring-damper systems. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 24:69–88, 1999.
- [9] R. Biancale. Entwicklung eines semi-aktiven Fahrwerks für BMW K1200S Motorrad. Master's thesis, Hochschule München, 2008.
- [10] C. Brand und E. Hausenblas. *Maschinendynamik I*. Lehrstuhl für Angewandte Mathematik, Montanuniversität Leoben, 2011.
- [11] M. Brokate. *Steuerungstheorie I*. Fakultät für Mathematik, Technische Universität München, 1994.
- [12] C.H.O. Cline. *Nonlinear control and active damping of a forced-feedback metering poppet valve*. PhD thesis, Faculty of the Graduate School, University of Missouri - Columbia, 2007.

- [13] Hrsg. D. Will. *Hydraulik: Grundlagen, Komponenten, Schaltungen*. Springer, 2011.
- [14] W. Eichlseder. *Fahrzeugtechnik*. Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, Montanuniversität Leoben, 2008.
- [15] D.H. Kim et al. Active impact control system design with a hydraulic damper. *Journal of Sound and Vibration*, 250:485–501, 2002.
- [16] G. Rath et al. Servo-hydraulic Positioning System for the ALPINE MINER. *Control Applications, 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Conference*, 1:594–597, 2000.
- [17] G.Z. Yao et al. MR damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system. *Mechatronics*, 12:963–973, 2002.
- [18] H. Kurino et al. High performance passive hydraulic damper with semi-active characteristics. *13th World Conference on Earthquake Engineering*, 13:Paper No.33, 2004.
- [19] H.H. Zhang et al. A magnetic design method of MR fluid dampers and FEM analysis on magnetic saturation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17:813–818, 2006.
- [20] J.G. Chase et al. Re-shaping hysteretic behaviour using semi-active resettable device dampers. *Engineering Structures*, 28:1418–1429, 2006.
- [21] J.W. Kim et al. Electrorheological semi-active damper: Polyaniline based ER system. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 13:509–513, 2002.
- [22] K. Oshima et al. A Hybrid Damper Composed of Elastomer and Piezo Ceramic for Multi-Mode Vibration Control. *Journal of System Design and Dynamics*, 4:594–597, 2010.
- [23] M. Neubauer et al. Optimization of damping and absorbing performance of shunted piezo elements utilizing negative capacitance. *Journal of Sound and Vibration*, 298:84–107, 2006.
- [24] N. Kurata et al. Forced vibration test of a building with semi-active damper system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 29:629–645, 2000.
- [25] N. Niwa et al. Dynamic loading test and simulation analysis of full-scale semi-active hydraulic damper for structural control. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 29:91–102, 2000.
- [26] N.M. Kwok et al. A novel hysteretic model for magnetorheological fluid dampers and parameter identification using particle swarm optimization. *Sensors and Actuators*, 132:441–451, 2006.

- [27] X.Y. Wang et al. Optimal design of viscous dampers for multi-mode vibration control of bridge cables. *Engineering Structures*, 27:792–800, 2005.
- [28] L.C. Evans. *An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory*. Department of Mathematics, University of California, Berkeley, Version 0.2.
- [29] D. Findeisen. *Ölhydraulik*. Springer, 2006.
- [30] H. Försterling and P. Furtner. Applications of hydraulic actuators for damping and isolation of structural oscillations. *Third European Conference on Structural Control, 3ECSC*, 3, 2004.
- [31] C.L. Giliomee and P.S. Els. Semi-active hydropneumatic spring and damper system. *Journal of Terramechanics*, 35:109–117, 1998.
- [32] D. Guo and H. Hu. Nonlinear stiffness of a magneto-rheological damper. *Nonlinear Dynamics*, 40:241–249, 2005.
- [33] U. Harten. *Physik: Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer, 2009.
- [34] A. Heim. *Modellierung, Simulation und optimale Bahnplanung bei Industrierobotern*. Herbert Utz Verlag, 1999.
- [35] S. Hurlebaus and L. Gaul. Smart structure dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20:255–281, 2006.
- [36] M. Kozek and C. Benatzky. Ein masstäbliches Experiment zur aktiven Schwingungsdämpfung eines Eisenbahn- Wagenkastens. *at-Automatisierungstechnik*, 10:504–512, 2008.
- [37] C.W. Lim. Active vibration control of the linear structure with an active mass damper applying robust saturation controller. *Mechatronics*, 18:391–399, 2008.
- [38] L.Y. Lu and G.L. Lin. Improvement of near-fault seismic isolation using a resettalbe variable stiffness damper. *Engineering Structures*, 31:2097–2114, 2009.
- [39] W.-P. Sung M.-H. Shih and C.G. Go. A design concept with a displacement dependent semi-active hydraulic damper for energy dissipation. *Experimental techniques*, 27:53–56, 2003.
- [40] W.-P. Sung M.-H Shih and C.G. Go. Development of accumulated semi-active hydraulic dampers. *13th World Conference on Earthquake Engineering*, 13:Paper No.1963, 2004.
- [41] M. Higashino M. Yamamoto, S. Aizawa and K. Toyama. Practical applications of active mass dampers with hydraulic actuator. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30:1697–1717, 2001.

- [42] D. Mayer. *Regelung und Identifikation aktiver mechanischer Strukturen mit adaptiven digitalen Filtern*. PhD thesis, Fachbereich Maschinenbau, Technische Universität Darmstadt, 2003.
- [43] V. Mehrmann. *Kontrolltheorie*. Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin, 2004.
- [44] E.H. Merrit. *Hydraulic Control Systems*. John Wiley&Sons, 1967.
- [45] J.B. Mander M.H. Chey, J.G. Chase and A.J. Carr. Semi-active tuned mass damper building systems: Application. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 39:69–89, 2010.
- [46] V.A. Neelakantan and G.N. Washington. Vibration Control of Structural Systems using MR dampers and a Modified Sliding Mode Control Technique. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19:211–223, 2008.
- [47] N. Liao P. Yang and J. Yang. Design, test and modelling evaluation approach of a novel Si-oil shock absorber for protection of electronic equipment in moving vehicles. *Mechanism and Machine Theory*, 43:18–32, 2008.
- [48] G. Rath. *Introduction to Servo-Hydraulic Control*. Lehrstuhl für Automation, Montanuniversität Leoben, Vorlesungsunterlagen 2011.
- [49] G. Rath. Auslegung eines Stossdämpfers mit Hydraulik-Akkumulator. April 2011.
- [50] B. Samali S.L. Djajakesukma and H. Nguyen. Study of a semi-active stiffness damper under various earthquake inputs. *Earthquake Engineering And Structural Dynamics*, 31:1757–1776, 2002.
- [51] M. Stoschka. *Lehrbehelf zur Vorlesung Hydraulik und Pneumatik*. Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, Montanuniversität Leoben, 2008.
- [52] H. Streiter. *Entwicklung und Realisierung eines analytischen Regelkonzeptes für eine aktive Federung*. PhD thesis, ISS-Fahrzeugtechnik, Technische Universität Berlin, 1996.
- [53] N. Tauchnitz. *Das Pontrjaginsche Maximumprinzip für eine Klasse hybrider Steuerungsprobleme mit Zustandsbeschränkungen und seine Anwendung*. PhD thesis, Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und Informatik, Technische Universität Cottbus, 2010.
- [54] D.P. Taylor and N. Makris. Development and testing of an electronically controlled shock and vibration damper having an electrorheological fluid medium. *Department of Civil Engineering and Environmental Science, University of California at Berkeley*, 1:1–14, 1997.

- [55] H. Unbehauen. *Regelungstechnik III*. Vieweg + Teuber, 1995.
- [56] H. Unbehauen. *Regelungstechnik I*. Vieweg + Teuber, 2008.
- [57] D.J. Wagg and S.A. Neild. A review of non-linear structural control techniques. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 225:759–770, 2011.
- [58] S. Winkler. Mathematical Engineering: Grundlagen der Dämpfung. Website, 2011. Available online at <http://me-lrt.de/dampfung-grundlagen>.
- [59] M.S. Dutra W.M. Bessa and E. Kreuzer. Sliding Mode Control with Adaptive Fuzzy Dead-Zone Compensation of an Electro-hydraulic Servo-System. *Journal of Intelligent Robot Systems*, 58:3–16, 2010.
- [60] Z.D. Xu and Y.Q. Guo. Fuzzy Control Method for Earthquake Mitigation Structures with Magnetorheological Dampers. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17:871–881, 2006.
- [61] Z.D. Xu and Y.Q. Guo. Neuro-fuzzy control strategy for earthquake-excited nonlinear magnetorheological structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 28:717–727, 2008.
- [62] V. Zerbe. *Systemtheorie/Systeme- und Steuerungstheorie*. Fakultät für Informatik und Automatisierung, Technische Universität Ilmenau, 2008.
- [63] C. Zhao and D. Chen. A Two-stage Floating Raft Isolation System Featuring Electrorheological Damper with Semi-Active Fuzzy Sliding Mode Control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19:1041–1051, 2008.

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | ALPINE Miner mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010 | 1 |
| 1.2 | Seitenansicht des ALPINE Miners mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010 | 3 |
| 2.1 | Schematische Darstellung eines Federpendels | 4 |
| 2.2 | Auslenkung des gedämpften Federpendels mit Hüllkurve | 5 |
| 3.1 | Schema einer semi-aktiven Dämpfung mit einem MR-Dämpfer | 11 |
| 3.2 | Aufbau eines Bypass ER-Dämpfers | 13 |
| 3.3 | Semi-aktive Dämpfung mit Piezoelementen und Shunts | 15 |
| 3.4 | Aktive Dämpfung eines Balkens | 16 |
| 4.1 | Blockschaltbild eines Systems | 18 |
| 4.2 | Blockschaltbild einer Steuerung | 20 |
| 4.3 | Blockschaltbild einer Regelung | 21 |
| 4.4 | Zustandsbeschreibung eines Systems | 21 |
| 5.1 | Verlauf des viskos gedämpften Federpendels | 32 |
| 5.2 | Verlauf des stellgrößenoptimalen Stellvektors | 33 |
| 5.3 | Verlauf des stellgrößenoptimal gesteuerten Federpendels | 33 |
| 5.4 | Verlauf des Pendels mit Abschaltung des Stellvektors | 34 |
| 5.5 | Verlauf des zeitoptimalen Stellvektors | 34 |
| 5.6 | Verlauf des zeitoptimal gesteuerten Federpendels | 35 |
| 5.7 | Verlauf mit ungenauen t_s und t_e | 35 |
| 6.1 | Aufbau und Druckverlauf einer Drossel ©[2] | 38 |
| 6.2 | Prinzipaufbau einer Konstantdrossel | 39 |
| 6.3 | Aufbau und Komponenten eines Servoventils ©[4] | 40 |
| 7.1 | ALPINE Miner mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010 | 41 |
| 7.2 | Seitenansicht des ALPINE Miners mit freundlicher Genehmigung von ©Sandvik Mining & Construction 2010 | 42 |
| 7.3 | Mechanisches Ersatzmodell des ALPINE Miners | 42 |

| | | |
|-----|---|----|
| 7.4 | Kraftverlauf des stellgrößenoptimalen Stellvektors für den ALPINE Miner . | 45 |
| 7.5 | Druckverlauf des stellgrößenoptimalen Stellvektors für den ALPINE Miner | 46 |
| 7.6 | Verlauf des stellgrößenoptimal gedämpften ALPINE Miners | 46 |
| 7.7 | Verlauf des zeitoptimal gedämpften ALPINE Miners | 47 |
| 8.1 | Kräftevergleich bei passiver und aktiver Dämpfung | 48 |

Anhang A

Maple-Code: Berechnung einer steuergrößenoptimalen Steuerfunktion

Header:

Beispiel: steuergrößenoptimale Steuerung eines Pendels
Kellner A., 10.01.2012, V1.1

Start des Programmes:

```
> restart;
```

Definition des DGL-Systems:

```
> sys2 := {diff(x1(t),t)=x2(t), diff(x2(t),t)=-b*x1(t)+phi2(t),  
diff(phi1(t),t)=b*phi2(t), diff(phi2(t),t)=-phi1(t)};
```

Definition der Randbedingungen:

```
> ics2 := {x1(0)=3, x2(0)=0, x1(5)=0, x2(5)=0};
```

Definition des Verhältnisses $b=D/m$

```
> b := 2.0;
```

Lösen des DGL-Gleichungssystems:

```
> sol2 := combine(dsolve(sys2 union ics2, {x1(t),x2{t},phi1(t),phi2(t)}));
```

Vereinfachen des Ergebnisses:

```
> evalf(sol2);
```

Anhang B

Maple-Code: Berechnung einer zeitoptimalen Steuerfunktion

Header:

```
Beispiel zeitoptimale Steuerung eines Pendels  
Rath G., 20.12.2011, V1.0
```

Start des Programmes:

```
> restart;
```

Definition des ersten DGL-Systems:

```
> sys1 := {diff(x1(t),t)=x2(t), diff(x2(t),t)=u1-c*x1(t)-b*x2(t)};
```

Definition des zweiten DGL-Systems:

```
> sys2 := {diff(x1(t),t)=x2(t), diff(x2(t),t)=u2-c*x1(t)-b*x2(t)};
```

Definition der Randbedingungen für das erste DGL-System:

```
> ics := {x1(0)=x0, x2(0)=0}
```

Lösen des ersten DGL-Systems:

```
> sol1 := combine(dsolve(sys1 union ics, {x1(t), x2(t)}));
```

Definition der Randbedingungen für das zweite DGL-System:

```
> ecs := {x1(T)=0, x2(T)=0};
```

Lösen des zweiten DGL-Systems:

```
> sol2 := combine(dsolve(sys2 union ecs, {x1(t), x2(t)}));
```

Zuweisung der Funktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ des ersten DGL-Systems:

```
> assign(sol1);
> x1(t);
> x2(t);
```

t mit Schaltzeitpunkt t_s tauschen:

```
> x1links := subs(t=ts, x1(t));
> x2links := subs(t=ts, x2(t));
```

Lösen der Zuweisung:

```
> unassign('x1(t)');
> unassign('x2(t)');
```

Zuweisung der Funktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ des zweiten DGL-Systems:

```
> assign(sol2);
```

t mit Schaltzeitpunkt t_s tauschen:

```
> x1rechts := subs(t=ts, x1(t));
> x2rechts := subs(t=ts, x2(t));
```

Lösen der Zuweisung:

```
> unassign('x1(t)');
> unassign('x2(t)');
```

Definition der Werte:

```
> b := 0;
> u1 := 0;
> u2 := 100;
> c := 2.0;
> x0 := 3;
```

Gleichsetzen der Gleichungen:

```
> eq1 := x1links = x1rechts;
> eq2 := x2links = x2rechts;
```

Bedingung für t_s setzen:

```
> assume(ts>0);
```

Lösen des Gleichungssystems:

```
> jep := solve({eq1, eq2}, {ts, T});
```

Ergebniss vereinfachen:

```
> simplify(%);
```

Ergebniss in Zahlenwerten:

```
> result := evalf(%);
```

Zuweisen der Ergebnisse:

```
> assign(result);
```

Berechnen des Realteiles für t_s und T :

```
> ts := Re(ts);
```

```
> T := Re(T);
```

Anhang C

Matlab-Code Beispiel Federpendel

Definition der Anfangsbedingungen:

```
x0=[3 0];  
t=0:0.01:15;  
m=1;  
D=2;  
b=1.99;
```

Lösen der Differentialgleichung für das ungesteuerte Federpendel, durch Aufruf der Funktion DGFederpendel:

```
[t,x]=ode45(@DGFederpendel,t,x0,[],D,m,b);
```

Funktion DGFederpendel:

```
function dx=DGFederpendel(t,x,D,m,b)  
    dx=[0;0];  
    dx(1)=x(2);  
    dx(2)=- (D/m)*x(1)-(b/m)*x(2);  
end
```

Lösen der Differentialgleichung für das stellgrößenoptimal gesteuerte Federpendel, durch Aufruf der Funktion DGFederpendelSteuerung:

```
[t,y]=ode45(@DGFederpendelSteuerung,t,x0,[],D,m);
```

Funktion DGFederpendelSteuerung:

```
function dx=DGFederpendelSteuerung(t,x,D,m)  
    dx=[0;0];  
  
    if(t<=5)
```

```

    Ft=-0.1212*cos(1.4142*t)+0.1212*cos(1.4142*t-14.1421)+1.7142*sin(1.4142*t);
else
    Ft=0;
end

dx(1)=x(2);
dx(2)=- (D/m)*x(1)+Ft;

end

```

Plot der Steuerfunktion erstellen:

```

figure(1);
plot(t,-0.1212*cos(1.4142*t)+0.1212*cos(1.4142*t-14.1421)
+1.7142*sin(1.4142*t),'r','LineWidth',2);
hold on;
ylabel('stellgrößenoptimaler Stellvektor [N]');
xlabel('Zeit t [s]');
axis([0 15 -1.5 1.5]);
grid on;
hold on;
axis([0 15 -2.0 2.0]);
hold on;

```

Plot des viskos gedämpften Federpendels erstellen:

```

figure(2)
plot(t,x(:,1),'b','LineWidth',1.5);
hold on;
plot(t,x(:,2),'g','LineWidth',1.5);
hold on;
ylabel('Amplitude [m], Geschwindigkeit [m/s], Kraft [N]');
hold on;
xlabel('Zeit t [s]');
legend('Amplitude','Geschwindigkeit','Kraft');
hold on;
grid on;
hold on;

```

Plot des stellgrößenoptimal gesteuerten Federpendels erstellen:

```

figure(3)
plot(t,y(:,1),'b','LineWidth',1.5);
hold on;

```

```

plot(t,y(:,2),'g','LineWidth',1.5);
hold on;
plot(t,-0.1212*cos(1.4142*t)+0.1212*cos(1.4142*t-14.1421)
+1.7142*sin(1.4142*t),'r','LineWidth',1.5);
hold on;
xlabel('Zeit t');
hold on;
ylabel('Amplitude [m], Geschwindigkeit [m/s]');
legend('Amplitude','Geschwindigkeit','Steuerfunktion');
grid on;
hold on;

```

Aufstellen des zeitoptimalen Stellvektors:

```

t1=0;
t3=1.089504;
t4=1.131937;

intervall=0.01;

X1=t1:intervall:t3;
X2=t3+intervall:intervall:t4;

Y1=0*ones(size(X1));
Y2=100*ones(size(X2));

X=[X1 X2];
Y=[Y1 Y2];

```

Plot des zeitoptimalen Stellvektors erstellen:

```

figure(4)
hold on;
plot(X,Y,'r','LineWidth',1.5);
hold on;
grid on;
hold on;
ylabel('zeitoptimaler Stellvektor [N]');
xlabel('Zeit t [s]');
axis([0 1.2 -5.0 110.0]);
hold on;

```

Lösen der Differentialgleichung für das zeitoptimal gesteuerte Federpendel, durch Aufruf der Funktion DGFederpendelSteuerung2:

```
options = odeset('MaxStep', 0.00001);
[t,z]=ode45(@DGFederpendelSteuerung2,t,x0,options,D,m);
```

Funktion DGFederpendelSteuerung2:

```
function dx=DGFederpendelSteuerung2(t,x,D,m)

    dx=[0;0];

    if(t>1.089504 && t<1.131937)
        Ft=100;
    else
        Ft=0;
    end

    dx(1)=x(2);
    dx(2)=-((D/m)*x(1)+Ft);

end
```

Plot des zeitoptimal gesteuerten Federpendels erstellen:

```
figure(5)
grid on;
hold on;
plot(t,z(:,1),'b','LineWidth',1.5);
hold on;
plot(t,z(:,2),'g','LineWidth',1.5);
hold on;
ylabel('Amplitude [m], Geschwindigkeit [m/s]');
hold on;
xlabel('Zeit t [s]');
hold on;
axis([0 2 -5.0 4]);
hold on;
legend('Amplitude','Geschwindigkeit');
hold on;
```

Anhang D

Matlab-Code ALPINE Miner

Definition der Anfangsbedingungen:

```
x0=[0.0125 0];  
t=0:0.01:10;
```

Definition der Werte des ALPINE Miners:

```
Eoel=1.4*10^9;  
Al=0.06;  
Ar=0.04;  
J=145000;  
rzym=0.5;  
Hub=0.4;
```

Berechnung der Federkonstante und der reduzierten Masse:

```
m=J/rzym^2;  
D=(2*Ar*Eoel)/Hub;  
Ag=2*Ar;
```

Lösen der Differentialgleichung für den stellgrößenoptimal gesteuerten ALPINE Miner, durch Aufruf der Funktion DGFederpendel:

```
[t,y]=ode45(@DGFederpendelSteuerung,t,x0,[],D,m);
```

Funktion DGFederpendelSteuerung:

```
function dx=DGFederpendelSteuerung(t,x,D,m)  
    dx=[0;0];  
  
    if(t<=5)  
        Ft=-0.0784*cos(21.9715*t)+0.0784*cos(21.9715*t-17.5772)+1.3795*sin(21.9715*t);
```

```

else
    Ft=0;
end

dx(1)=x(2);
dx(2)=- (D/m)*x(1)+Ft;

```

```
end
```

Plot Kraftverlauf des Stellvektors:

```

figure(1);
plot(t, (-0.0784*cos(21.9715*t)+0.0784*cos(21.9715*t-17.5772)
+1.3795*sin(21.9715*t))*m, 'r', 'LineWidth', 2);
hold on;
grid on;
ylabel('stellgrößenoptimaler Stellvektor [N]');
xlabel('Zeit t [s]');
axis([0 0.4 -1300000.0 1300000.0]);

```

Plot Druckverlauf des Stellvektors:

```

figure(2);
hold on;
plot(t, ((((-0.0784*cos(21.9715*t)+0.0784*cos(21.9715*t-17.5772)
+1.3795*sin(21.9715*t))*m))/Ag)/100000, 'g', 'LineWidth', 2);
hold on;
grid on;
ylabel('stellgrößenoptimaler Stellvektor [bar]');
xlabel('Zeit t [s]');
hold on;
axis([0 0.4 -100.0 100.0]);

```

Finden des maximalen Drucks:

```

[value, pos] = max(((((-0.0784*cos(21.9715*t)+0.0784*cos(21.9715*t-17.5772)
+1.3795*sin(21.9715*t))*m))/Ag)/100000);

```

Plot des stellgrößenoptimal gedämpften ALPINE Miners:

```

figure(3)
hold on;
plot(t, y(:,1), 'b', 'LineWidth', 1.5);
hold on;

```

```

plot(t,y(:,2),'g','LineWidth',1.5);
hold on;
grid on;
ylabel('Amplitude [m], Geschwindigkeit [m/s]');
xlabel('Zeit t');
legend('Amplitude','Geschwindigkeit','Steuerfunktion');
hold on;
axis([0 0.5 -0.25 0.15]);
hold on;

```

Lösen der Differentialgleichung für den zeitoptimal gesteuerten ALPINE Miner, durch Aufruf der Funktion DGFederpendelSteuerung2:

```

options = odeset('MaxStep', 0.00001);

[t,z]=ode45(@DGFederpendelSteuerung2,t,x0,options,D,m);

```

Funktion DGFederpendelSteuerung2:

```

function dx=DGFederpendelSteuerung2(t,x,D,m)

    dx=[0;0];

    if(t>0.0105401604 && t<0.1324429948)
        Ft=3.1;
    else
        Ft=0;
    end

    dx(1)=x(2);
    dx(2)=- (D/m)*x(1)+Ft;

end

```

Plot des zeitoptimal gesteuerten ALPINE Miners erstellen:

```

figure(4)
grid on;
hold on;
plot(t,z(:,1),'b','LineWidth',1.5);
hold on;
plot(t,z(:,2),'g','LineWidth',1.5);
hold on;
ylabel('Amplitude [m], Geschwindigkeit [m/s]');

```

```
hold on;  
xlabel('Zeit t [s]');  
hold on;  
axis([0 0.2 -0.2 0.05]);  
hold on;  
legend('Amplitude', 'Geschwindigkeit');  
hold on;
```