

# **Masterarbeit**

zum Erwerb des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)  
der Studienrichtung Bergwesen  
Masterstudium Rohstoffgewinnung und Tunnelbau  
Schwerpunktfach Geotechnik und Tunnelbau

eingereicht am  
Lehrstuhl für Subsurface Engineering  
an der Montanuniversität Leoben

Gunter Gernot Gschwandtner BSc

Leoben, im Jänner 2010

Thema

**„Analytische Berechnungsansätze  
zum Kennlinienverfahren“**

## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubter Hilfsmittel bedient habe.

## **Affidavit**

I declare in lieu of oath, that I wrote this thesis and performed the associated research myself, using only literature cited in this volume.

(Unterschrift)

---

Datum

---

Gunter Gernot Gschwandtner BSc.

## Danksagung

Ich danke

meinen Eltern die mir durch Ihre Unterstützung dieses Studium ermöglicht haben,

Herrn Univ.-Prof. Dipl.Ing. Dr. mont. Robert Galler für die Ausbildung am Lehrstuhl für Subsurface Engineering,

Herrn Dipl.Ing. Stefan Kainrath-Reumayer, als mein Hauptbetreuer, der mich bei der Durchführung und Ausarbeitung der Arbeit unterstützten hat und immer ein offenes Ohr für meine Anliegen hatte,

und zu guter letzt meinen Studienkollegen die mich durch das Studium begleitet haben.

## Kurzfassung

Das Kennlinienverfahren kann als Hilfsmittel zur Ermittlung des Gebirgsverhaltens und des Systemverhaltens in der Planung von Hohlrumbauteen verwendet werden. Durch Kombination von Gebirgskennlinie, Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung und Ausbaukennlinie soll in Abhängigkeit des Einbauortes bzw. Einbauzeitpunktes der Stützmittel ein erforderlicher Stützmittelbedarf abgeleitet werden. In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Theorien zur Ermittlung der Kennlinien erfasst und Möglichkeiten zu deren Kombination aufgezeigt. Im Weiteren sind auch die Grundlagen zur Berücksichtigung des Einflussfaktors Zeit Inhalt der Arbeit.

## Abstract

The convergence confinement method can be used as an aid in the design of underground excavations in order to determine the rock mass behaviour and system behaviour. By combining the so called ground characteristic curve, the longitudinal displacement profile and the support characteristic curve support requirements are ascertained. In the present study several theories for the calculation of the characteristic curves were gathered and possible combinations are shown. Furthermore basics for time-dependent rock mass and support behaviour are content of this work.

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>AUFGABENSTELLUNG</b> .....	<b>3</b>
<b>II</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG</b> .....	<b>4</b>
<b>III</b>	<b>EINLEITUNG</b> .....	<b>5</b>
<b>IV</b>	<b>GRUNDLAGEN</b> .....	<b>7</b>
	1. ALLGEMEINE RANDBEDINGUNGEN .....	7
	2. MATERIALMODELLE / BRUCHKRITERIEN .....	8
	2.1. <i>Mohr Coulomb</i> .....	8
	2.2. <i>Hoek-Brown</i> .....	8
	2.3. <i>Materialverhalten im post-failure Bereich</i> .....	10
	3. ALLGEMEINES ZUR SPANNUNGSVERTEILUNG .....	11
	3.1. <i>Spannungen im elastischen Bereich</i> .....	11
	3.2. <i>Spannungen im plastischen Bereich</i> .....	12
	4. ALLGEMEINES ZUR VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG.....	15
<b>V</b>	<b>KENNLINIENVERFAHREN</b> .....	<b>18</b>
	1. ALLGEMEINES ZUM KENNLINIENVERFAHREN .....	18
	1.1. <i>Gebirgskennlinie</i> .....	18
	1.2. <i>Ausbaukennlinie</i> .....	18
	1.3. <i>Radialverschiebungsverteilung in Tunnelachsrichtung</i> .....	19
	1.4. <i>Anwendung</i> .....	20
	1.4.1 Anwendung ohne zeitabhängigem Verhalten .....	20
	1.4.2 Anwendung mit zeitabhängigem Verhalten .....	20
	2. GEBIRGSKENNLINIE .....	23
	2.1. <i>Verfahren ohne Entfestigung</i> .....	23
	2.1.1 Sulem/Panet .....	23
	2.1.2 Salencon.....	24
	2.1.3 Carranza-Torres .....	25
	2.2. <i>Verfahren mit plötzlicher Entfestigung</i> .....	26
	2.2.1 Feder .....	26
	2.2.2 Feder für $k_0=1$ .....	26
	2.2.3 Feder für $k_0 \neq 1$ .....	28
	2.2.4 Carranza-Torres .....	29
	2.3. <i>Verfahren mit zeitabhängiger Verformung des Gebirges</i> .....	30
	2.3.1 Sulem/Panet .....	30
	2.3.2 Ladanyi .....	31
	2.3.3 Boidy.....	31
	2.4. <i>Vergleich der Theorien</i> .....	32
	2.4.1 Vergleich der Spannungsverläufe .....	32
	2.4.2 Vergleich der Verschiebungsverläufe .....	32
	2.4.3 Vergleich der Theorien mit zeitabhängiger Entfestigung.....	33
	3. RADIALVERSCHIEBUNGSVERTEILUNG IN TUNNELACHSRICHTUNG (LDP) .....	35
	3.1. <i>Sulem/Panet</i> .....	35
	3.2. <i>Panet/Guenot</i> .....	35
	3.3. <i>Corbetta</i> .....	36
	3.4. <i>Hoek</i> .....	37

3.5.	<i>Pilgerstorfer</i> .....	38
3.6.	<i>Unlu/Gercek</i> .....	39
3.7.	<i>Vlachopoulos</i> .....	39
3.8.	<i>Vergleich der Theorien</i> .....	40
3.9.	<i>LDP mit Zeitabhängigkeit</i> .....	42
3.10.	<i>Anpassung des LDPs durch den vorhandenen Ausbaustützdruck</i> .....	43
3.10.1	Allgemeines .....	43
3.10.2	Berechnungsverfahren ohne dem Faktor Zeit.....	43
3.10.3	Berechnungsverfahren mit dem Faktor Zeit.....	44
4.	AUSBAUKENNLINIE.....	51
4.1.	<i>Spritzbeton</i> .....	51
4.1.1	Allgemeines und zeitunabhängige Betrachtung des Spritzbetons .....	51
4.1.2	Zeitabhängige Entwicklung des Spritzbetons nach Aldrian .....	52
4.1.3	Zeitabhängige Entwicklung des Spritzbetons nach Oreste.....	52
4.1.4	Fließratenmethode nach Aldrian .....	54
4.1.5	Stauchelemente .....	56
4.2.	<i>Anker</i> .....	57
4.2.1	Freispielanker.....	57
4.2.2	Vollverbundanker.....	58
4.3.	<i>Kombination der Stützmittel</i> .....	63
<b>VI</b>	<b>ORTSBRUSTBETRACHTUNG .....</b>	<b>64</b>
1.	KOLYMBAS .....	64
2.	FEDER.....	65
<b>VII</b>	<b>SCHLUSSFOLGERUNGEN .....</b>	<b>68</b>
<b>VIII</b>	<b>ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS.....</b>	<b>69</b>
<b>IX</b>	<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS .....</b>	<b>73</b>
<b>X</b>	<b>FORMELVERZEICHNIS .....</b>	<b>76</b>
<b>XI</b>	<b>QUELLENVERZEICHNIS .....</b>	<b>79</b>
	<b>ANHANG A – GEBIRGSKENNLINIEN</b>	
	<b>ANHANG B – BERECHNUNGSPARAMETER</b>	
	<b>ANHANG C – LDP</b>	
	<b>ANHANG D – STÜTZMITTEL</b>	
	<b>ANHANG E - ORTSBRUST</b>	

## I Aufgabenstellung

Das Kennlinienverfahren<sup>1</sup> ist ein schnelles analytisches und/oder grafisches Verfahren zur Ermittlung des Gebirgsverhaltens und des Systemverhaltens. Ziel ist, aus der Kombination von der Gebirgskennlinie<sup>2</sup>, einem Modell der Entwicklung der radialen Hohlraumrandverschiebungen in Tunnelachsrichtung<sup>3</sup>, der Ausbaukennlinie<sup>4</sup> und dem Einbauzeitpunkt sowie Einbauort der Stützmittel einen erforderlichen Stützmitteleinsatz abzuleiten und zu beurteilen.

Diese vorliegende Arbeit soll die gängigen und unterschiedlichen Berechnungsmethoden der Gebirgskennlinie, der radialen Hohlraumrandverschiebungen in Tunnelachsrichtung und der Ausbaukennlinie erfassen und gegenüberstellen, um deren Abweichungen zu bestimmen. Aus den zuvor betrachteten Berechnungsmethoden ist mittels eines Tabellenkalkulationsprogramms (vorzugsweise Excel) ein Berechnungsformular zu erstellen. Weiteres Augenmerk ist auf die Verfahren mit dem Einflussfaktor Zeit und auf die Implementierung verschiedener Ausbauarten zu legen.

Nach Beendigung der Untersuchungen ist das Kennlinienverfahren einer kritischen Betrachtung zu unterziehen. Dabei solle die Frage einer brauchbaren und einfachen Anwendung nicht außer Acht gelassen werden.

---

<sup>1</sup> Kennlinienverfahren = KLV

<sup>2</sup> Gebirgskennlinie = GKL

<sup>3</sup> radiale Hohlraumrandverschiebungen in Tunnelachsrichtung = LDP

<sup>4</sup> Ausbaukennlinie = AKL



## II Zusammenfassung

Diese Arbeit untersucht die gebräuchlichsten analytischen Berechnungsansätze des Kennlinienverfahrens. Mit Hilfe diverser Kennlinien (Gebirgskennlinie, Ausbaukennlinie und Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung) kann das Gebirgsverhalten und das Systemverhalten von untertägigen Hohlraumbauten abgeleitet werden. Der Bereich der Ortsbrust wird einer separaten Betrachtung unterzogen.

Das Kapitel „Grundlagen“ dieser Arbeit behandelt die für das Verfahren angesetzten Randbedingungen und Vereinfachungen gegenüber der Realität. Weiters wird eine kurze Einführung in die Grundlagen zur Spannungs- und Verschiebungsverteilung um einen Hohlraum im Gebirge gegeben.

Der erste Abschnitt „Gebirgskennlinie“ des Kapitels „Kennlinienverfahren“ stellt eine Übersicht über die verschiedenen Berechnungsverfahren der Gebirgskennlinien dar. Dabei werden unter Berücksichtigung der Randbedingungen der einzelnen Berechnungsmodelle die Größe der plastischen Zone sowie die radialen Hohlraumrandverschiebungen berechnet.

Der zweite Abschnitt des Kapitels „Kennlinienverfahren“ behandelt die unterschiedlichen Verfahren der radialen Hohlraumrandverschiebungen in Tunnelachsrichtung<sup>5</sup>. Der Vergleich dieser Modelle zeigt große Abweichungen. Für die Anwendung im Kennlinienverfahren kann das LDP als unveränderlich oder angepasst an den Ausbaustützdruck angenommen werden. In diesem Abschnitt werden weiters verschiedene Hypothesen zur Anpassung der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung an den vorhandenen Stützdruck angegeben.

Im dritten Abschnitt „Ausbaukennlinie“ des Kapitels „Kennlinienverfahren“ wird auf die Erstellung der Ausbaukennlinie von Spritzbeton und Anker eingegangen. Auf die Verwendung von Gitterbögen wird nicht eingegangen.

In jedem dieser einzelnen Abschnitte wird separat auf die Verwendung des Faktors Zeit eingegangen.

Das Kennlinienverfahren ist ein schnelles Hilfsmittel für die Ermittlung der Gebirgsverhaltenstypen und des Systemverhaltens in der Planung von Untertagebauwerken. Für eine richtige Anwendung ist ein Verständnis der theoretischen Grundlagen der analytischen Verfahren und des Gebirgsverhaltens nötig. Es ist besonders darauf hinzuweisen, dass das Kennlinienverfahren nicht für alle Gebirgsverhaltenstypen geeignet ist. Bei dem Vergleich der einzelnen Theorien wird festgestellt, dass auf Grund der vielen verschiedenen Ansätze und deren Kombination, die Berechnungsergebnisse stark streuen.

---

<sup>5</sup> LDP

### III Einleitung

Das Kennlinienverfahren ist ein Hilfsmittel für die Bemessung von untertägigen Hohlraumbauten und dient zur Abschätzung des Gebirgsverhaltens- und des Systemverhaltenstyps. Es ist ein zweidimensionales analytisches Verfahren dessen Lösungen zum besseren Verständnis grafisch dargestellt werden können. Für das Kennlinienverfahren werden im Allgemeinen drei Kennlinien verwendet:

- Gebirgskennlinie
- Ausbaukennlinie
- radiale Hohlraumrandverschiebungen in Tunnelachsrichtung

Die Kennlinien, Gebirgskennlinie und Ausbaukennlinie sowie der Einbaupunkt und -ort der Stützmittel, werden dazu verwendet um einen notwendigen Stützmitteleinsatz zu ermitteln oder zu beurteilen. Am Schnittpunkt dieser beiden Kennlinien (Gebirgskennlinie und Ausbaukennlinie) bildet sich ein Gleichgewichtszustand zwischen den treibenden Kräften des Gebirges und den haltenden bzw. stützenden Kräften des Ausbaues aus. Zur Berücksichtigung des Einbaupunktes und -ortes muss das zweidimensionale auf ein dreidimensionales System erweitert werden. Dies geschieht mittels eines Modells der Entwicklung der radialen Hohlraumrandverschiebungen in Tunnelachsrichtung, auch LDP genannt. Diese Entwicklung der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung ist auch für zeitabhängige Betrachtungen bezüglich des Ausbaues essentiell. Abbildung III-1 zeigt eine typische grafische Darstellung des analytischen Kennlinienverfahrens.

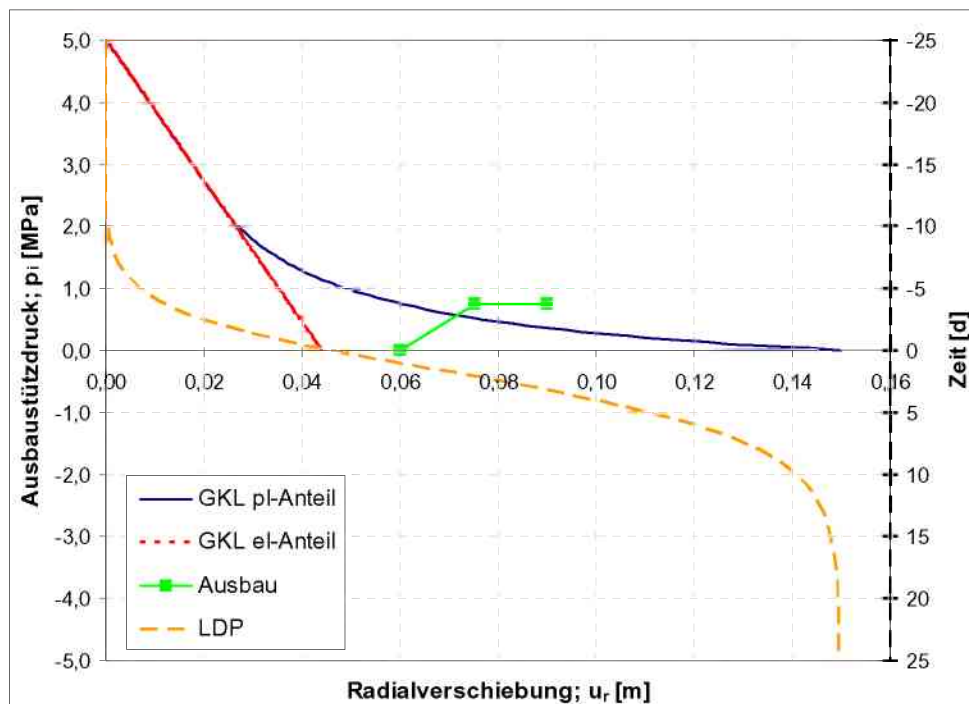


Abbildung III-1: Darstellung des Kennlinienverfahrens mit Gebirgskennlinie GKL, Ausbaukennlinie AKL, Longitudinal Deformation Profil LDP

Die typische Anwendung des ursprünglichen Kennlinienverfahrens liegt im Bereich tiefliegender Tunnel und Hohlräumen mit Gebirgsverhaltenstypen bei welchen die Hohlraumdeformation eine große Rolle spielt. Bei Hohlraumbauten mit schlagartigen Bruchvorgängen und Hohlraumrandverformungen ist das Kennlinienverfahren nicht empfehlenswert. Weiters ist das hier behandelte Kennlinienverfahren für seichtliegende Tunnel und Hohlraumbauten im Lockergestein ungeeignet, da sich in diesen Fällen andere Versagensmechanismen im umliegenden Gebirge ausbilden.

Die Bemessungsverfahren in der Planung unterscheiden sich je nach Anforderungen und Planungsfortschritt sehr stark. In den frühen Planungsstadien werden meist auf Grund der schnellen und guten Abschätzung analytische Verfahren verwendet, wie zum Beispiel das Kennlinienverfahren. Die vollständige Berechnung und Modellierung des Bauablaufes mittels numerischer Berechnungen stellt ein Standardverfahren in der heutigen Detailplanung dar. Durch die schnelle Anwendbarkeit dieser Verfahren können diese gut zur Überprüfung und Abschätzung numerischer Berechnungen verwendet werden. Das Kennlinienverfahren kann jedoch auch in fast allen Stufen der Planung und weiters während des Bauablaufes als Hilfsmittel eingesetzt werden.

Die theoretische Darlegung der elastischen Spannungsverteilung um einen Hohlraum wurde erstmals von Kirsch 1898, mit der Grundlage der gelochten Scheibe erstellt. Die Ausführung dieser Theorie mit plastischem Materialverhalten wurde von Kastner [26] 1949 und später [25] 1962 veröffentlicht. Ende der siebziger und Anfang der achtziger Jahre wurden viele Theorien zur Spannungs- und Verschiebungsverteilungen um Hohlräume mit unterschiedlichen Randbedingungen untersucht und aufgestellt. Einige der gängigsten und bekanntesten Namen in diesem Bereich sind Egger, Feder, Fenner, Hoek, Kastner, Lombardi, Müller, Panet, Pacher, Rabcewicz, Salencon und Sulem.

Nach dieser Zeit verringerte sich der Forschungsumfang auf diesem Gebiet, da andere Forschungsthemen im Vordergrund standen. Erst durch die einfachere Bedienung der numerischen Programme bzw. durch die leichtere Zugänglichkeit leistungsfähigerer Computer erlebte die Anwendung des Kennlinienverfahrens in den letzten Jahren einen erneuten Aufschwung.

## IV Grundlagen

### 1. Allgemeine Randbedingungen

Für die Erstellung der Gebirgskennlinie wird eine analytische Lösung von Differentialgleichungen aus der Theorie der gelochten Scheibe verwendet. Da die geotechnischen Bedingungen bezüglich der Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Gebirges im untertägigen Hohlraumbau sehr weit gestreut sind, kann nur unter Vereinfachung der realen Verhältnisse ein brauchbares und geeignetes Berechnungsverfahren angewendet werden. Es wurden für die analytischen Lösungen folgende vereinfachten Annahmen bzw. Randbedingungen getroffen: [30]

- Die Theorie der gelochten Scheibe ist ein 2-dimensionales Modell mit ebenem Verformungszustand und einer unendlichen Ausdehnung
- kreisförmiger Hohlraumrand
- zentralsymmetrischer homogener Spannungszustand (hydrostatischer Spannungszustand); dies bedeutet einen Seitendruckfaktor  $k_0 = 1$
- konstante Primärspannung über den Bereich des Hohlraums
- gleichmäßiger Ausbau und somit zentralsymmetrisch verteilter Ausbauwiderstand
- homogene Materialeigenschaften des Gebirges
- kein rheologisches Materialverhalten
- isotropes Stoffgesetz

Die meisten der hier genannten Randbedingungen sind in der Realität nur zum Teil vorhanden. Würden diese Bedingungen nicht berücksichtigt werden, müsste eigentlich für jeden Punkt der Hohlraumoberfläche eine einzelne Kennlinie erstellt werden. Auf Grund der 2-dimensionalen Vereinfachungen können Bauabläufe und Arbeitsvorgänge des Tunnelvortriebes nur vereinfacht oder gar nicht berücksichtigt werden. Dies hat eine weitere Idealisierung der vorhandenen Gegebenheiten zur Folge und schränkt das Verfahren in Bezug auf die Realität stark ein.

Nur wenige Modelle weichen teilweise von den genannten Randbedingungen ab. Ein Beispiel dafür sind die analytischen Ansätze nach Feder (1976) [12], der beliebige Primärspannungszustände ( $k_0 \neq 1$ ) und eine ovale Hohlraumgeometrie berücksichtigt. Andere Verfahren beinhalten verschiedene Ansätze einer Gebirgsentfestigung bei Überschreiten der Gebirgsfestigkeit oder ein rheologisches Materialverhalten.

## 2. Materialmodelle / Bruchkriterien

### 2.1. Mohr Coulomb

Das am häufigsten verwendete Modell für die Betrachtung des Bruchzustandes ist das Mohr-Coulomb'sche<sup>6</sup> Bruchkriterium (1773/1882). Es Beschreibt den Zusammenhang zwischen der Schubspannung " $\tau$ " und der Normalspannung " $\sigma_N$ ". Die Material- bzw. Festigkeitseigenschaften des Gesteins hängen hierbei von dem Reibungswinkel " $\varphi$ " und der Kohäsion " $c$ " ab.

Coulomb:  

$$\tau = c + \sigma_N \cdot \tan \varphi$$

Mohr:  

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + c \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

Gl. IV-1: MC-Bruchkriterium

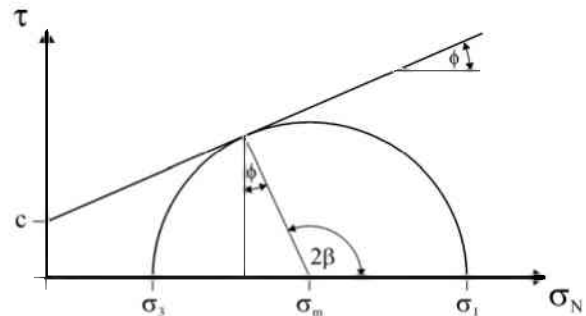


Abbildung IV-1: Darstellung des Mohr'schen Spannungskreises

### 2.2. Hoek-Brown

1980 wurde das Bruchkriterium nach Hoek und Brown<sup>7</sup> [19] in seiner ursprünglichen Form für die Geomechanik vorgestellt, welches vor allem im angloamerikanischen Bereich häufig Anwendung findet. Dieses Modell beschreibt einen gekrümmten Verlauf der Bruchgerade. Das HB Kriterium verwendet für die Beschreibung des Bruchzustandes die maximale Hauptnormalspannung " $\sigma_1$ " und minimale Hauptnormalspannung " $\sigma_3$ " sowie die einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines " $\sigma_{ci}$ ". Weitere Eingangsparameter für die Berechnung sind die Parameter "s" und "a" und eine Stoffkonstante "m<sub>i</sub>" [20].

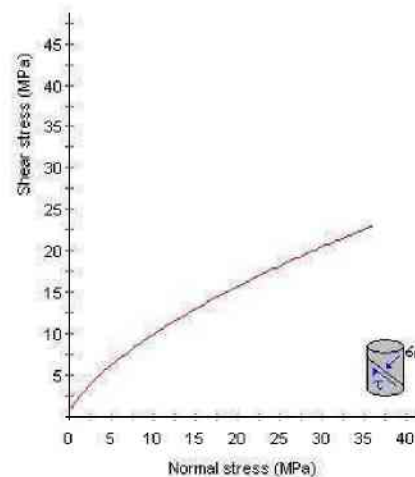


Abbildung IV-2: Darstellung des HB-Bruchkriteriums [41]

<sup>6</sup> Mohr Coulomb = MC

<sup>7</sup> Hoek Brown = HB

Die bisher konstanten Parameter "a" und "s" wurden 2002 [20] in einem allgemeinen Ansatz des Bruchkriteriums durch Variablen ersetzt. Die Störungen des Gebirges durch äußere Einflüsse, wie Sprengen und Spannungsrelaxation, die durch den Vortrieb entstehen, können hierbei durch einen Faktor „D“ berücksichtigt werden.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a$$

$$m_b = m_i \cdot \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{\frac{GSI}{15}} - e^{\frac{20}{3}} \right)$$

Gl. IV-2: Genereller Ansatz des HB - Bruchkriteriums [20]

Zur Berechnung der unterschiedlichen Gebirgskennlinien werden sowohl das MC- und das HB- Bruchkriterium verwendet. Für den Vergleich werden die Verläufe des MC- und des HB- Bruchkriteriums überlagert und ein Flächenausgleich, in den Bereichen über und unter der MC-Geraden, durchgeführt. Durch diese Anpassung können die Parameter von HB ( $m_i$ ,  $s$ ,  $a$  und  $\sigma_{ci}$ ) auf die Festigkeitsparameter ( $\phi$  und  $c$ ) für das MC-Bruchkriterium und die einaxiale Druckfestigkeit " $\sigma_{ucs}$ " umgerechnet werden. Der Flächenausgleich der beiden Bruchlinien erfolgt in dem Bereich des vorhandenen Spannungsniveaus bei der geplanten Tiefe des Hohlrums. Mit steigendem Spannungsniveau wird die Abweichung der Festigkeitsparameter größer. [20]

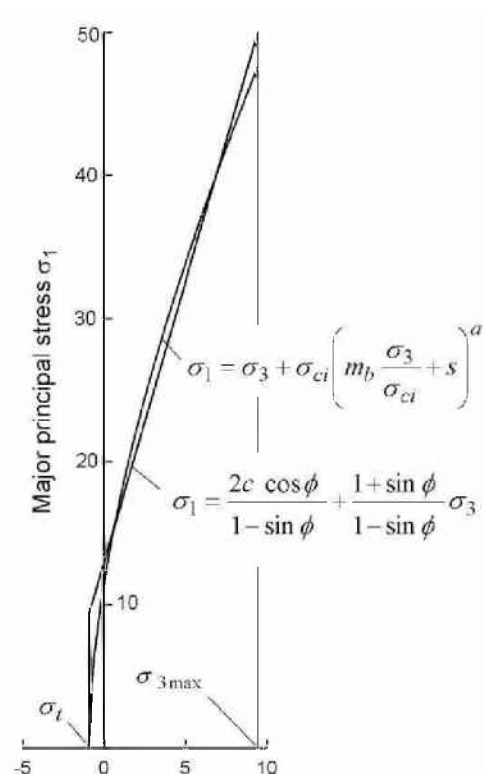


Abbildung IV-3: Überlagerung der Bruchkriterien MC und HB [20]

$$\varphi = \sin^{-1} \left[ \frac{6 \cdot a \cdot m_b (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6 \cdot a \cdot m_b (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}} \right]$$

$$c = \frac{\sigma_{ci} [(1+2a)s + (1-a)m_b \sigma_{1n}] (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{6 \cdot a \cdot m_b (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}$$

$$\sigma_{UCS} = \sigma_{ci} \frac{(m_b + 4s - a(m_b + 8s)) \left( \frac{m_b}{4} + s \right)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)}$$

$$\sigma_{1n} = \frac{\sigma_{1 \max}}{\sigma_{ci}}$$

Gl. IV-3: Umrechnung der Festigkeitsparameter von dem HB- auf das MC- Bruchkriterium [20]

### 2.3. Materialverhalten im post-failure Bereich

Das Verhalten des Gebirges um den Hohlraum nach Überschreiten der Grenzbedingung, also im post-failure Bereich, ist für die weitere Betrachtung des Kennlinienverfahrens von Bedeutung.

Kastner (1962) [25] verwenden ein linear-elastisches ideal-plastisches Materialverhalten, Abbildung IV-1 (a). Bei anderen Verfahren kommen Modelle mit Entfestigung zum Einsatz. Generell findet die plötzliche Entfestigung, Abbildung IV-4 (b), Verwendung in den analytischen Verfahren. Erst in jüngerer Zeit werden Modelle mit allmählicher Entfestigung (softening), Abbildung IV-4 (c), angewendet. Diese Materialverhaltenstypen können sowohl auf das MC-Kriterium als auch auf das HB-Kriterium angewendet werden. [17]

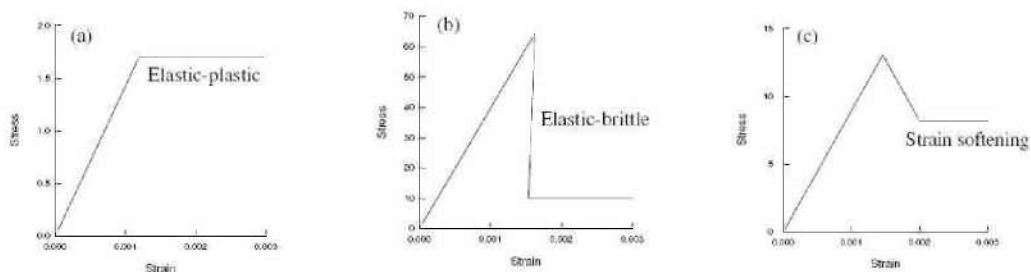


Abbildung IV-4: Materialverhalten; linear-elastisch ideal-plastisches Verhalten (a), linear-elastisch ideal-plastisches Verhalten mit plötzlicher Entfestigung (b), linear-elastisch ideal-plastisches Verhalten allmählicher Entfestigung (c), [18]

### 3. Allgemeines zur Spannungsverteilung

#### 3.1. Spannungen im elastischen Bereich

Die erste theoretische Erfassung der Spannungsverhältnisse um einen Hohlraum mit elastischem Materialverhalten wurde bereits von Lamé (1852) (gemäß Seeber [46]) für die Bereiche der Firste/Sohle und der Ulmen erstellt. Kirsch erweiterte 1898 die Bereiche auf ein Spannungsfeld um den gesamten Hohlraumrand. In diesen Betrachtungen wurde kein Ausbaustützdruck berücksichtigt.

$$\sigma_{t(r),ST} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \right]$$

$$\sigma_{r(r),ST} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} - 4 \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right]$$

$$\sigma_{t(r),F} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \right]$$

$$\sigma_{r(r),F} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} - 4 \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right]$$

Gl. IV-4: Spannungsverteilung für das Gebirge um einen kreisrunden Hohlraumrand mit elastischem Materialverhalten von Lamé (1852) nach Seeber [46]

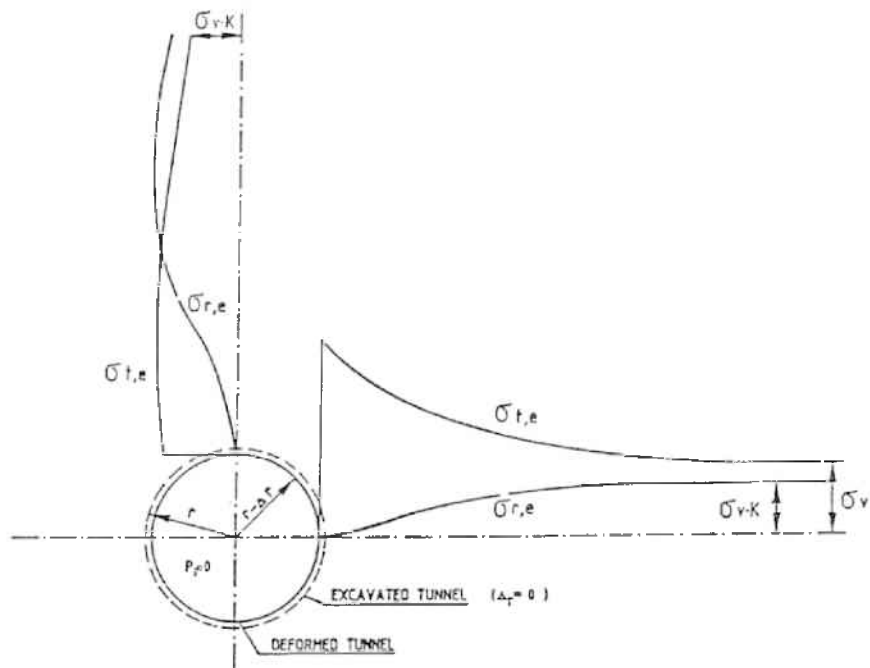


Abbildung IV-5: Spannungsverteilung um einen Hohlraum



### 3.2. Spannungen im plastischen Bereich

Spannungsverläufe mit einem plastischen Materialverhalten und Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium wurden erstmals von Kastner (1962) [25] [47] durch Lösen mehrerer Differenzialgleichungen erstellt.

Wird die Festigkeit des Gebirges, unter der Annahme eines elasto-plastischen Materialverhaltens, überschritten kommt es zur Ausbildung einer „plastischen Zone“. In diesem Fall kommt es zu einem sprunghaften Übergang von elastischem zu plastischem Verhalten. Die Radialspannung am Übergang zur plastischen Zone wird als „kritischer Ausbaustützdruck“ bezeichnet.

$$p_i^{cr} = \frac{1}{k-1}(2p_0 - \sigma_{UCS})$$

Gl. IV-5: kritischer Ausbaustützdruck

Übersteigt der vorhandene Ausbaustützdruck den kritischen Ausbaustützdruck, kommt es zu keiner Ausbildung einer plastischen Zone. Würde der Ausbaustützdruck weiter ansteigen und den primären Spannungszustand überschreiten, würde es zu einer Druckbeanspruchung des Gebirges kommen. Dieser Fall kann im Kraftwerksbau (Druckstollen) eintreten.

Das linear-elastische ideal plastische Materialverhalten mit einer Anstrengungshypothese nach Mohr-Coulomb wird in Abbildung IV-6 im  $\sigma$ - $\tau$  Diagramm dargestellt.

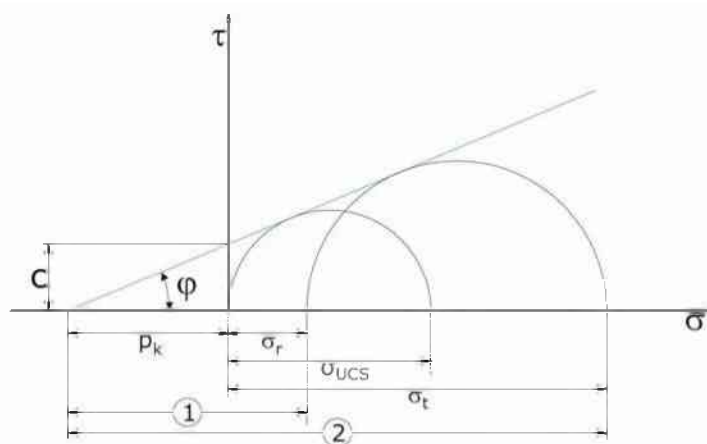


Abbildung IV-6:  $\sigma$ - $\tau$  Diagramm für ein linear-elastische ideal plastische Materialverhalten mit einer Anstrengungshypothese nach Mohr-Coulomb

$$\sigma_{UCS} = \frac{2 \cdot c \cdot \cos(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}; \quad p_k = \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} = c \cdot \cot(\varphi)$$

$$k = \frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} = \frac{\sigma_t + \sigma_{UCS}}{\sigma_r + \sigma_{UCS}} = \frac{\sigma_{UCS} p_k}{p_k} = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}$$

Gl. IV-6: formelmäßige Zusammenhänge im  $\sigma$ - $\tau$  Diagramm für Abbildung IV-6

Mit den aufgelisteten Annahmen im Abschnitt IV-1 „Allgemeine Randbedingungen“ ändert sich die Spannung bei gleichbleibendem Radius, auf Grund einer rotationssymmetrischen Spannungsverteilung, mit dem Winkel "ϑ" nicht. Die folgenden Gleichungen zeigen die Grundlagen für die Herleitung der Spannungsverteilung im plastischen Bereich. Die verwendeten Gleichungen für die Aufstellung der Differentialgleichung sind jene aus dem Ansatz der geometrischen Beziehung des MC Spannungskreises (Gl. IV-7) und der Kräfteansatz in radialer Richtung (Gl. IV-8). Durch Umformen der Gl. IV-8 und Einbringen der Gl. IV-7 wird eine lineare, inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung erstellt. [30] [25] [5]

$$\sigma_{t,pl} = (\sigma_{r,pl} + p_k) \cdot k - p_k = \sigma_{r,pl} \cdot k + p_k(k-1)$$

Gl. IV-7: Geometrische Beziehung aus Abbildung IV-6 [25]

$$F_{r,i} + F_{r,t} - F_{r,a} \rightarrow \sigma_r \cdot r \cdot d\vartheta + \sigma_t \cdot dr \cdot d\vartheta - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot d\vartheta = 0$$

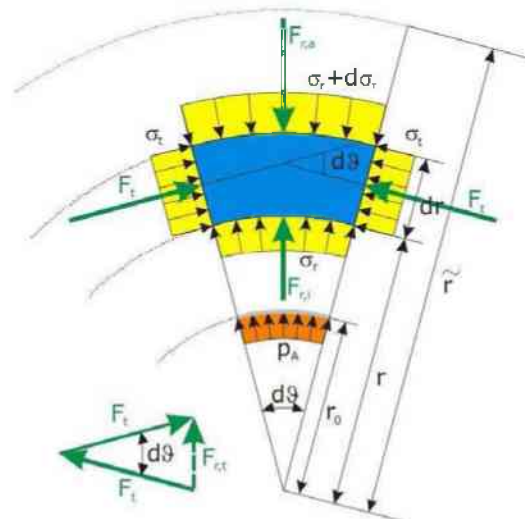
Gl. IV-8: Ansatz der Kräfte in radialer Richtung[25]

$$\frac{\sigma_t}{r} - \frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r}{r} - \frac{d\sigma_r}{r} = 0; \left[ \frac{d\sigma_r}{r} \approx 0 \right]$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{1}{r}(\sigma_t - \sigma_r) \text{ mit Gl. IV-7}$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r}{r}(k-1) = \frac{p_k}{r}(k-1)$$

$$\Rightarrow \sigma_r = C \cdot r^{k-1} + p_k$$



Gl. IV-9: lineare, inhomogene Diff.Gleichung 1.Ordnung der Spannungsverteilung im Gleitbruchbereich

Abbildung IV-7: Grafische Darstellung der Spannungen und Kräfte in einem Gebirgselement um den Hohlraum

Nach Lösen der Differentialgleichung kann die Radialspannung in der plastischen Zone je nach Wahl der Randbedingungen gelöst werden.

Randbedingungen:  $r = r_0; \sigma_r = p_i$

Randbedingungen:  $r = r_p; \sigma_r = p_i^{cr}$

$$\sigma_{r,pl} = (p_i + p_k) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{(k-1)}$$

$$\sigma_{r,pl} = \left( p_i^{cr} + p_k \left( \frac{r}{r_0} \right)^{(k-1)} \right) - p_k$$

Gl. IV-10: Radialspannung in der elastischen/plastischen Zone

Unter der Anwendung der bekannten Beziehungen können die Spannungen im elastischen Bereich und die Spannungen in der plastischen Zone nach Umformung wie folgt angeschrieben werden:

Spannungsverteilung in der pl. Zone

Spannungsverteilung in der el. Zone

$$\sigma_t = -\frac{\sigma_{UCS}}{k-1} + k \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1}$$

$$\sigma_t = p_0 + (p_0 - p_i^{cr}) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_{UCS}}{k-1} + \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1}$$

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_i^{cr}) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

Gl. IV-11: Formelmäßige Zusammenfassung der gesamten Spannungsverteilung für ein linear-elastisches ideal-plastische MC- Medium [15] [47]

Da die plastischen Spannungen am Übergang der elastisch und plastisch Zone gleich groß sein müssen wie die elastischen Spannungen, kann durch Gleichsetzen der elastischen und plastischen Radialspannungen der Halbmesser der plastischen Zone ermittelt werden.

$$r_p = r_0 \left( \frac{2 (k-1)p_0 + \sigma_{UCS}}{k+1 (k-1)p_i + \sigma_{UCS}} \right)^{\left( \frac{1}{k-1} \right)}$$

Gl. IV-12: Berechnung des plastischen Radius [47]

Bei dieser Herleitung geht Kastner davon aus, dass im elastischen und plastischen Bereich gleiche Gebirgskennwerte vorliegen. Abbildung IV-8 zeigt eine schematische Darstellung einer Spannungsverteilung um einen Hohlraum mit der Entwicklung einer plastischen Zone für Gebirge mit linear-elastischem ideal-plastischem Materialverhalten.

Auf Grund der Umrechnung zwischen den Materialmodellen MC und HB ergeben sich geringfügige Unterschiede in der Spannungsverteilung und in der Größe des plastischen Radius. Größere Abweichungen entstehen bei unterschiedlichen Verhalten des Gebirges im post-failure Bereich. Auf die Betrachtung der einzelnen Spannungsverteilungen wird in den Unterabschnitten (V-1.1 „Gebirgskennlinie“ ff.), genauer eingegangen.

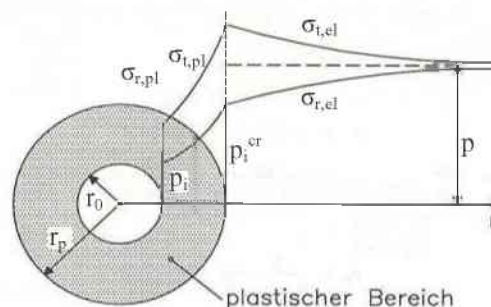


Abbildung IV-8: Schematische Darstellung einer Spannungsverteilung für ein ideal-elastisches linear-plastisches MC Medium mit Ausbildung einer plastischen Zone [28]

### 4. Allgemeines zur Verschiebungsverteilung

Die Verschiebungsverteilung stellt den Verlauf der Verschiebungen in radialer Richtung vom Hohlraumrand in das Gebirge dar. Diese wird durch Integration des Spannungsfeldes in Verbindung mit einem Stoffgesetz ermittelt. Für das Kennlinienverfahren sind insbesondere die radialen Verschiebungen am Hohlraumrand von Bedeutung. Die ersten Ansätze entstanden wiederum aus der Theorie der gelochten Scheibe mit ebenem Verformungszustand ( $\epsilon_z=0$ ) für rein elastische Medien. Um eine exakte Lösung für die Verschiebungsverteilung in elasto-plastischen Medien berechnen zu können, müssen in der plastischen Zone neben elastischen Dehnungen auch die plastischen Dehnungen berücksichtigt werden. Aufbauend auf den Berechnungen des Spannungsfeldes von Kastner ermittelte Egger (1973) [11] die Verschiebungen um einen Hohlraum. Er verwendete hierbei einen ebenen Verformungszustand, jedoch vernachlässigte er die Verschiebungen in radialer Richtung zufolge der Längsspannungen " $\Delta\sigma_z=0$ ". Feder hingegen berücksichtigt den Dehnungsanteil der durch Spannungsänderungen in Längsrichtung hervorgerufen wird.

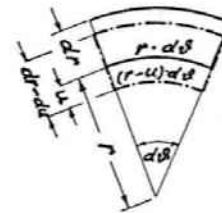


Abbildung IV-9: Schematische Darstellung der Verschiebungen für elastische Bereiche [12]

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \epsilon_\vartheta = \frac{u}{r}; \epsilon_z = 0$$

$$u_r = (p_0 - p_i) \frac{r_0}{2G} \left( \frac{r_0}{r} \right)$$

Gl. IV-13: Dehnungsbeziehung und Verschiebungsverteilung in einem elastischen Medium [22] [28]

Als Beispiel für den Ansatz der Verschiebungsverteilung wurde das Berechnungsmodell nach Feder [12] gewählt.

$$\epsilon_r = \epsilon_r^{el} + \epsilon_r^{pl} = \frac{\partial u}{\partial r}; \epsilon_\vartheta = \epsilon_\vartheta^{el} + \epsilon_\vartheta^{pl} = \frac{u}{r}$$

$$\epsilon_z = \epsilon_z^{el} + \epsilon_z^{pl} = 0$$

$$\epsilon_r^{el} = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_r^{pl} - \nu(\Delta\sigma_\vartheta^{pl} + \Delta\sigma_z^{pl}))$$

$$\epsilon_z^{el} = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_z^{pl} - \nu(\Delta\sigma_\vartheta^{pl} + \Delta\sigma_r^{pl}))$$

$$\epsilon_\vartheta^{el} = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_\vartheta^{pl} - \nu(\Delta\sigma_r^{pl} + \Delta\sigma_z^{pl}))$$

Gl. IV-14: Grundlagen für die Berechnung der Verschiebungsverteilung nach Feder [12]

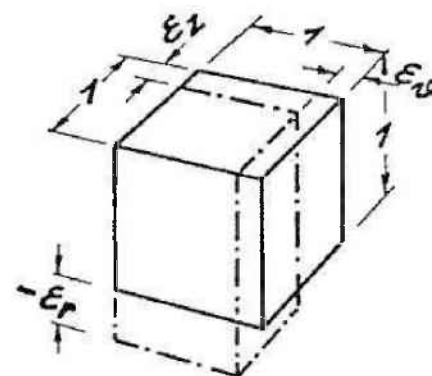


Abbildung IV-10: Schematische Darstellung der Dehnungen anhand eines Einheitswürfels [12]

$$a \cdot \varepsilon_{\vartheta}^{pl} + a \cdot \varepsilon_z^{pl} + \varepsilon_r^{pl} = 0$$

$$\frac{du}{dr} + a \cdot \frac{u}{r} = a \cdot \varepsilon_{\vartheta}^{el} + a \cdot \varepsilon_z^{el} + \varepsilon_r^{el}$$

nach Einsetzen aus Gl. IV-14

$$\frac{du}{dr} + a \cdot \frac{u}{r} = K_1 \cdot r^{k_{pl}-1} + K_2$$

K1 und K2 sind Abkürzungen längerer Argumente

$$u = \frac{C}{r^a} + \frac{r^{k_{pl}}}{a + k_{pl}} K_1 + \frac{r}{a + 1} K_2$$

Gl. IV-15: Differentialgleichung erster Ordnung der Verschiebungsverteilung  
inkl. allgemeiner Lösung [12]

Neben den Anteilen der elastischen und der plastischen Dehnung gibt es nach Feder noch einen dritten Dehnungsanteil der durch die Auflockerung des Gebirges in der plastischen Zone hervorgerufen wird. Die Volumenzunahme des „zerbrochenen“ Gesteines in der plastischen Zone wird mittels eines Auflockerungsfaktors „a“ berücksichtigt. Dieser wird in den meisten Ansätzen wie beispielsweise von Salencon [22] aus dem Dilatationswinkel ermittelt.

Eine Schwierigkeit bei der Ermittlung der Verschiebungsverteilung liegt in der Annahme der Materialparameter. E-Modul und V-Modul sind spannungsabhängig, dies wird allerdings in den meisten Verfahren nicht berücksichtigt. Ein weiteres Problem stellt die Implementierung der zeitlichen Entfestigung dar. Dieser zeitabhängige Verschiebungsanteil kann einerseits über die Veränderung des Schubmoduls (Sulem [49]) oder über die Veränderung der Festigkeitsparameter „c“ und „φ“ (Ladanyi [29]) berücksichtigt werden. In Abschnitt V-2.3 „Verfahren mit zeitabhängiger Verformung des Gebirges“ wird genauer auf diese Thematik eingegangen.

Weitere Schwierigkeiten in der Ermittlung der Verschiebungsverteilung liegen in der Annahme der unterschiedlichen Randbedingungen, der Integrationskonstanten, der Auflockerung und der Art der Entfestigung. Auf Grund der zahlreichen und unterschiedlichen Berechnungsmethoden weichen die Verschiebungen am Hohlraumrand voneinander ab. Abbildung IV-11 zeigt die Verschiebungsverteilungen in Hohlraumnähe auf Basis der verschiedenen Methoden zur Berechnung der Verschiebungsverteilungen. [24]

Die einzelnen Verschiebungsverläufe in radialer Richtung im Gebirge befinden sich in „Anhang A - Kennlinienverfahren“ da für die Berechnung der Gebirgskennlinie nur die maximalen Hohlraumrandverschiebungen benötigt werden.

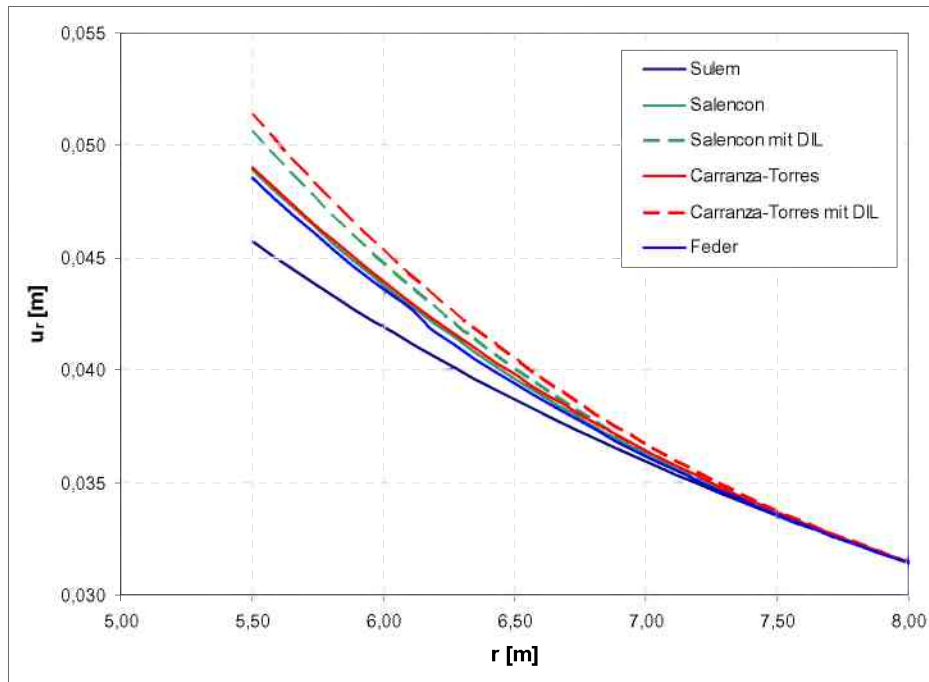


Abbildung IV-11: Verschiedenen Verschiebungsverteilung im Gebirge in radialer Richtung bei einem Hohlraumradius von  $r_0=5,5$  m nach: Sulem [49], Salencon [43], Feder elastoplastisch [13] [15], HB elastoplastisch [7] [24]

## V Kennlinienverfahren

### 1. Allgemeines zum Kennlinienverfahren

Wichtig für die korrekte Anwendung des Verfahrens ist ein Grundverständnis für die Theorie und den Ablauf der Bruchvorgänge im Gebirge und deren Auswirkung auf das Systemverhalten. In den folgenden Unterkapiteln werden die einzelnen Kennlinien, deren Anwendung und Kombination erörtert.

#### 1.1. Gebirgskennlinie

Die Gebirgskennlinie stellt in dem Kennlinienverfahren die Reaktion des Gebirges genauer des Hohlraumrandes auf die Vortriebsarbeiten dar. Es zeigt den Zusammenhang eines „fiktiven“ inneren Stützdruckes und der Radialverschiebungen am Hohlraumrand. Die Gebirgsverhaltenstypen können in Abhängigkeit maximalen Hohlraumrandverschiebungsverteilung ermittelt werden. Durch die Reduktion des inneren Stützdruckes entwickeln sich bis zum

„kritischen Ausbaustützdruck“ (Gl. IV-5) elastische Verformungen. Wird dieser unterschritten, kommt es zu einem plastischen Materialverhalten und zusätzlichen plastischen Verformungen. Je nach Wahl der Verschiebungsverteilung und des Materialmodells treten unterschiedlichen Endverschiebungen bei gleichen Materialparametern auf (Abbildung IV-11).

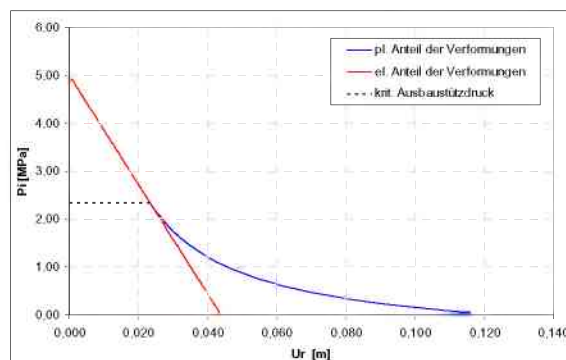


Abbildung V-1: Gebirgskennlinie nach Salencon [43]

#### 1.2. Ausbaukennlinie

Die Ausbaukennlinie stellt den Widerstand dar, den die Stützmaßnahmen gegen die wachsende Verschiebung aufbauen.

Sie wird auch „Arbeitslinie der Stützmittel“ genannt. Die Stützmittel müssen die Belastungen und die Verschiebungen die durch den Vortrieb entstanden sind. Diese Stützmittel sind im Allgemeinen Spritzbeton, Freispielanker und Vollverbundanker. Die Ausbaukennlinie wird durch Steifigkeit, maximal aufnehmbare Spannung und Dehnung dargestellt. Einfache Modelle der Stützmittel beruhen auf ideal-elastischen linear-plastischen Materialverhalten. Andere

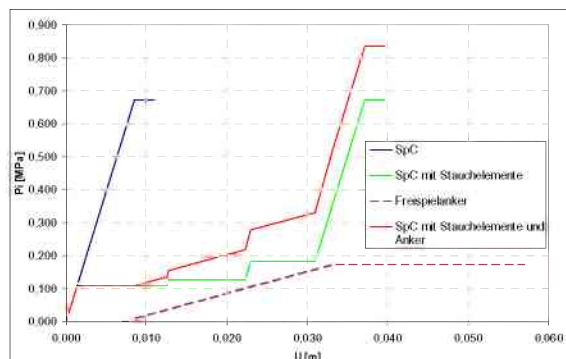


Abbildung V-2: Verschiedene Ausbaukennlinien; SpC, Anker, Stauchelemente und deren Kombination

Modelle, vor allem die des Spritzbetons<sup>8</sup>, können eine zeitabhängige Betrachtung der Stützmittel beinhalten, wobei die Vortriebsgeschwindigkeit berücksichtigt werden muss. Grundlegend kann die Ausbaukennlinie wie in Gl. V-1 berechnet werden. Auf die einzelnen Stützmittel und deren Theorien wird im Abschnitt V-4 „Ausbaukennlinie“ genauer eingegangen.

$$p_i = K_{SN} \cdot \frac{u_r}{r_A}$$

$$K_{SN}^{GES} = \sum_{k=m}^n K_{SNk}$$

$$u_{r,max,el} = u_{r,el} + u_{r,0} = \frac{r_A \cdot p_{i,max}}{K_{SN}} + u_{r,0}$$

$$u_{r,max} = \frac{r_A \cdot p_{i,max}}{K_{SN}} + u_{r,pl} + u_{r,0}$$

Gl. V-1: Allg. Berechnung der Ausbaukennlinie

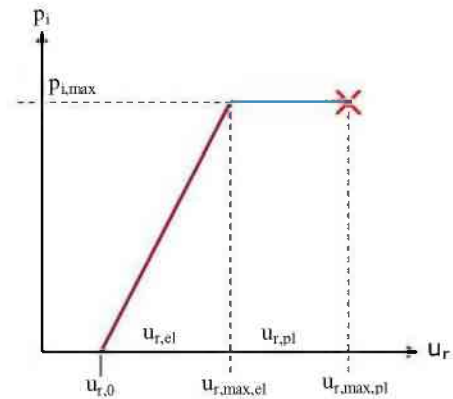


Abbildung V-3: Darstellung einer Ausbaukennlinie (ideal elastisch – linear plastisch)

### 1.3. Radialverschiebungsverteilung in Tunnelachsrichtung

Die Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung, oder auch LDP<sup>9</sup> genannt, zeigen den örtlichen beziehungsweise den zeitlichen Zusammenhang der Radialverschiebungen entlang des Tunnels. Anhand dieser Verschiebungsverteilung wird das zweidimensionale System auf ein dreidimensionales System erweitert. Damit können Einbauzeitpunkt und Einbauort der Stützmittel sowie zeitliche Bauabläufe berücksichtigt werden. Neuere Modelle des LDPs berücksichtigen die Tiefe der plastischen Zone [24] in ihrem Verlauf.

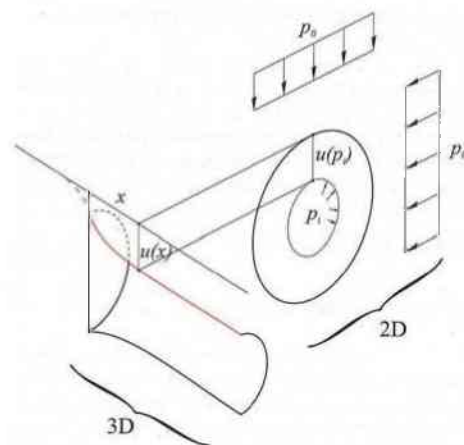


Abbildung V-4: Systematische Darstellung eines LDP und Übergang auf ein 3D Modell [38]

Bei Berechnungen mit der Berücksichtigung des Faktors Zeit können Vortriebsstillstände und Bauverzögerungen simuliert werden, die sich auf die GKL und die Stützmittel auswirken. Die verschiedenen Verfahren werden in Abschnitt V-3 „Radialverschiebungsverteilung in Tunnelachsrichtung (LDP)“ erläutert.

<sup>8</sup> Spritzbeton = SpC

<sup>9</sup> LDP = Longitudinal Displacement Profile



## 1.4. Anwendung

### 1.4.1 Anwendung ohne zeitabhängigem Verhalten

Das Kennlinienverfahren beruht auf der Kombination der drei oben genannten Linien (GKL, LDP und AKL). Am Schnittpunkt von Gebirgskennlinie und Ausbaukennlinie entsteht ein Gleichgewichtszustand zwischen den belastenden Kräften des Gebirges und den stützenden Kräften des Ausbaus [24]. Kommt es zu keinem Schnittpunkt der beiden Linien, sind die gewählten Stützmittelmaßnahmen nicht ausreichend. Das LDP bestimmt hierbei den Einbauzeitpunkt und Einbauort nach der Ortsbrust.

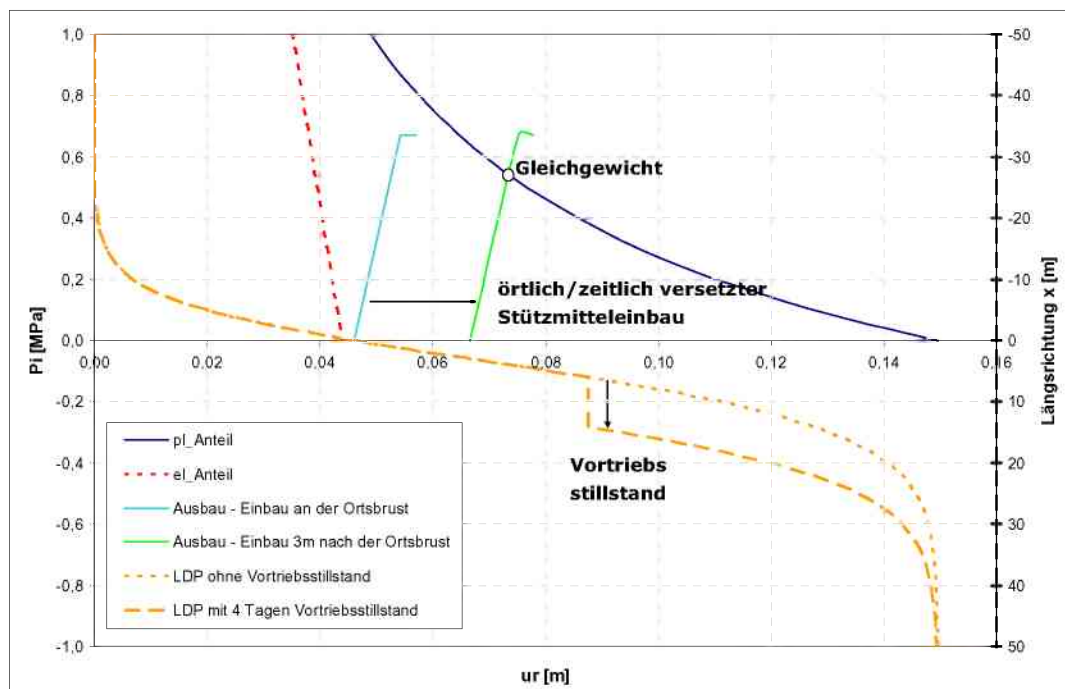


Abbildung V-5: Beispiel einer Anwendung des Kennlinienverfahrens mit Vortriebsstillstand und Veränderung des Einbauzeitpunktes der Stützmittel

Abbildung V-5 zeigt, dass bei zu frühem Einbau der Stützmittel, beispielsweise an der Ortsbrust, der Ausbau zu stark belastet wird und sich kein Gleichgewicht einstellt. Durch die Wahl eines späteren Einbauzeitpunktes (3m hinter der Ortsbrust) stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein. Eine andere Variante wäre einen Ausbau zu wählen, der dem Gebirge einen größeren Ausbauwiderstand entgegengesetzten kann. Im LDP wird weiters noch ein Vortriebsstillstand dargestellt. In diesem Fall hat dies keine Auswirkungen auf den Ausbau oder die GKL, da für diese Darstellung keine zeitabhängigen Verfahren verwendet wurden.

### 1.4.2 Anwendung mit zeitabhängigem Verhalten

In weiterer Folge können auch Änderungen in der Vortriebsgeschwindigkeit in die Berechnung mit eingebracht werden. Abbildung V-6 zeigt unterschiedliche Verläufe der Ausbaukennlinien und LDPs für eine Vortriebsgeschwindigkeit von 2 m/Tag und 5 m/Tag. Die Ausbaukennlinien wurde für beide Vortriebsgeschwindigkeiten mit

einem zeitabhängigen SpC Modell (Veränderungen in Verformungs- und Festigkeitseigenschaften) erstellt. Bei der größeren Vortriebsgeschwindigkeit bilden sich die Radialverschiebungen schneller aus, da die Ortsbrust schneller voranschreitet. Gleichzeitig hat der SpC weniger Zeit seine Festigkeit zu entwickeln. Aus diesem Grund kommt es zu einem früheren Versagen der SpC – Schale bei schnellerer Vortriebsgeschwindigkeit. Um einen Gleichgewichtszustand zu erreichen können in die SpC-Schale Stauchelemente mit eingebaut werden. Mit Hilfe der Stauchelemente kann die Schale mehr Verschiebungen aufnehmen und der SpC hat mehr Zeit zur Festigkeitsentwicklung (Abbildung V-6).

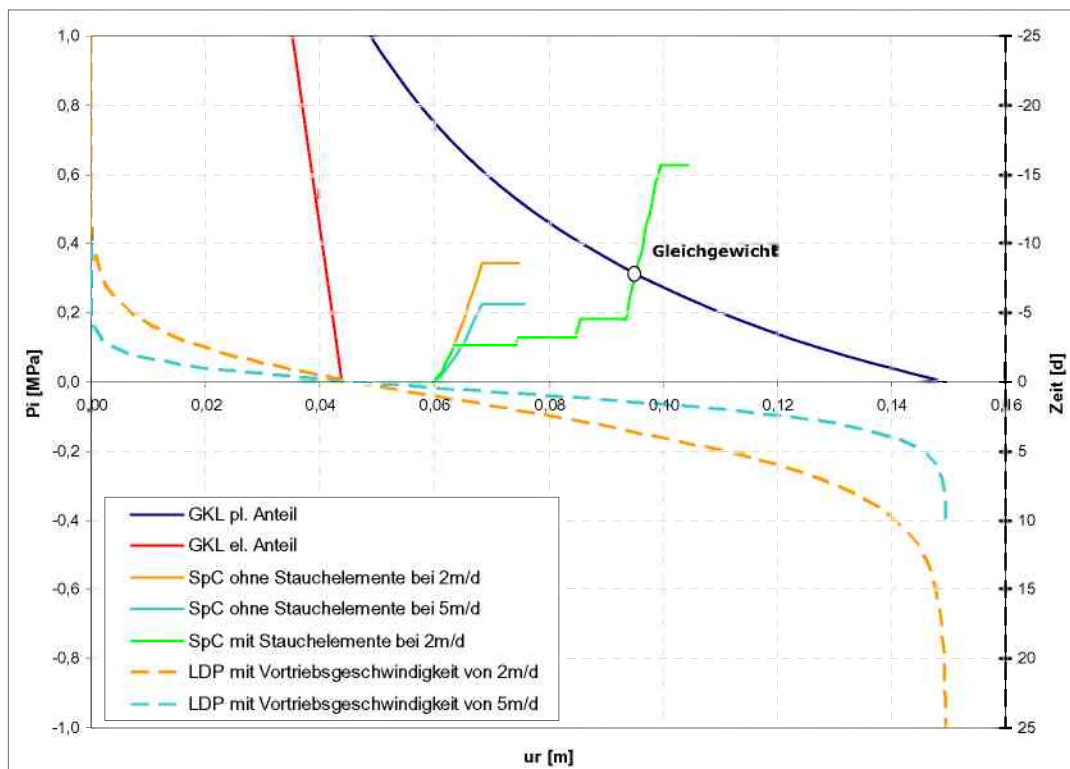


Abbildung V-6: Gebirgskennlinie (zeitunabhängig); Ausbaukennlinie bei Vortriebsgeschwindigkeiten von 2 und 5 m/Tag für SpC und SpC mit Stauchelementen; [1] [27] [32]

Durch den Einbau der Stützmittel kommt es zur Ausbildung eines Ausbaustützdruckes, der eine Verringerung der radialen Endverschiebungen am Hohlraumrand zur Folge hat. Dies bewirkt eine Veränderung des LDPs und es kann eine Anpassung des LDPs mit dem vorhandenen Ausbaustützdruck vorgenommen werden. Mit der veränderten Kennlinie wird der nächste Berechnungsschritt des Ausbaus durchgeführt. Durch diesen schrittweisen Berechnungsvorgang kommt es zu einer Verringerung der aufgezwungenen Radialverschiebungen der Stützmittel. Die Anpassung des LDPs an den vorhandenen Ausbaustützdruck kann auf verschiedene Arten vorgenommen werden, diese werden in dem Unterabschnitt V-3.10 „Anpassung des LDPs durch den vorhandenen Ausbaustützdruck“ aufgezeigt. Die Betrachtungsweise eines unveränderlichen LDPs mit maximalen Endverschiebungen ist die ungünstigste Annahme für die Betrachtung der

Stützmittel, da ihnen einerseits zu große Verformungsgeschwindigkeiten aufgezwungen werden und die Festigkeitsentwicklung durch die zeitliche Betrachtung verringert wird.

Die meisten der folgenden Untersuchungen und Anwendungsbeispiele wurden unter der Annahme eines unveränderlichen LDP-Verlaufs mit maximalen Endverschiebungen durchgeführt. Abbildung V-7 zeigt ein Beispiel für den Unterschied zwischen fixen und veränderlichen LDP mit einem zeitabhängigem SpC Modell.

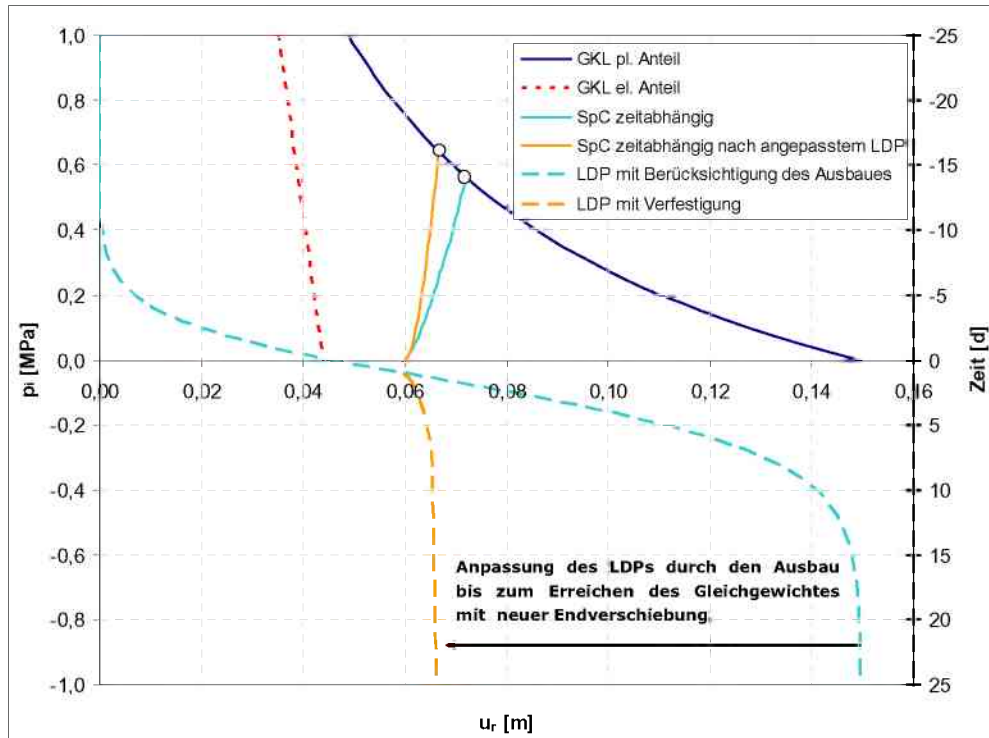


Abbildung V-7: Verfahren mit Abhängigkeit der GKL und des LDP vom Ausbaustützdruck mit zeitabhängigem SpC Modell [1]

## 2. Gebirgskennlinie

In diesem Teil der Arbeit werden die einzelnen Modelle der Gebirgskennlinie, der Berechnung des plastischen Radius und Besonderheiten in den Spannungsverteilungen behandelt. Die Unterteilung wird nach dem Materialverhalten im post-failure Bereich (Abbildung IV-4) und nach zeitabhängigem Verhalten getroffen. Die einzelnen Berechnungsmodelle sind zum besseren Verständnis und für die Anwendung in Anhang A angeführt.

### 2.1. Verfahren ohne Entfestigung

#### 2.1.1 Sulem/Panet

Sulem/Panet [49] (1987) verwenden für ihre Betrachtungen ein MC-Materialmodell. Die Verformungen werden in zwei Anteile unterschieden. Der erste Anteil ist eine zeitunabhängige Berechnung der Radialverschiebungen, durch die Verringerung des Ausbaustützdruckes, dass das Fortschreiten der Ortsbrust, beschreibt. Der zweite Anteil beinhaltet eine zeitliche Entfestigung, dieser wird im Unterabschnitt E-2.3.1 „Sulem/Panet“ behandelt. Abbildung V-8 zeigt eine schematische Darstellung des zeitunabhängigen Anteiles. Dabei beschreibt der Stützmittelkoeffizient "λ" das Fortschreiten der Ortsbrust.

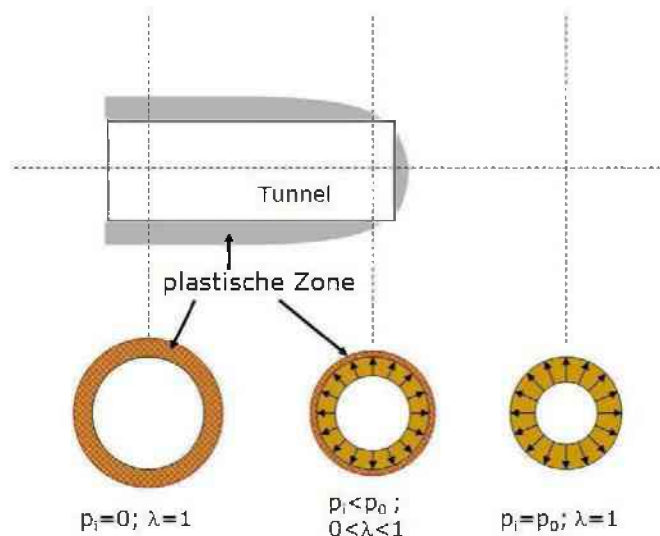


Abbildung V-8: Verringerung des Ausbaustützdruckes durch Fortschreiten der Ortsbrust, Anlehnung aus [49]

$$p_i = (1 - \lambda)p_0; \lambda = \lambda(x); x(t) = v \cdot t$$

$$\varepsilon_z = 0$$

Gl. V-2: Grundlegendes zu Randbedingungen und Annahmen [49]

Sulem/Panet gehen von allen der in dem Abschnitt IV-1 „Grundlagen“ angesprochen Vereinfachungen aus. Zusätzlich wird der Verformungsanteil durch Auflockerung vernachlässigt. Gl. V-3 und Gl. V-4 zeigen den formelmäßigen Zusammenhang der plastischen Zone und die Radialverschiebungen am Hohlraumrand.

$$r_p = r_0 \left( \frac{2}{k+1} \frac{(k-1)p_0 + \sigma_{UCS}}{(k-1)p_i + \sigma_{UCS}} \right)^{\left(\frac{1}{k-1}\right)}$$

Gl. V-3: plastischer Radius nach Sulem/Panet [49]

$$u_r = \lambda \cdot r_0 \cdot \frac{p_0}{2G} \left( \frac{r_p}{r_0} \right)^2; \quad \lambda = \frac{1}{(k+1)} \left( k - 1 + \frac{\sigma_{UCS}}{p_0} \right)$$

Gl. V-4: radiale Hohlraumrandverschiebung nach Sulem/Panet [49]

### 2.1.2 Salencon

Salencon [43] (1969) war einer der Ersten, der eine Auflockerung der plastischen Zone in Betracht gezogen hat. Dies wird durch einen Auflockerungsfaktor "k<sub>ψ</sub>" berücksichtigt, der über den Dilatationswinkel berechnet wird. Die Berechnung des plastischen Radius ist gleich wie in 2.1.1 Sulem/Panet Gl. V-4.

$$r_p = r_0 \left( \frac{2}{k+1} \frac{p_0 + \frac{\sigma_{UCS}}{(k-1)}}{p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{(k-1)}} \right)^{\left(\frac{1}{k-1}\right)}$$

Gl. V-5: plastischer Radius nach Salencon [22]

$$u_r = \frac{r}{2G} \chi$$

$$\begin{aligned} \chi = & (2\nu - 1) \left( p_0 + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) + \left( \frac{(1-\nu)(k^2 - 1)}{k + k_\psi} \right) \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r_p}{r_0} \right)^{(k-1)} \left( \frac{r_p}{r} \right)^{(k_\psi+1)} \\ & + \left( (1-\nu) \frac{(k_\psi k + 1)}{k + k_\psi} - \nu \right) \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{(k-1)} \end{aligned}$$

$$k_\psi = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}; \quad k = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Gl. V-6: radiale Hohlraumrandverschiebung mit Auflockerung nach Salencon [22]

### 2.1.3 Carranza-Torres

Das Verhalten von Hohlraumrandverschiebungen und die Ausbildung eines plastischen Bereiches um kreisrunde Hohlräume in Hoek-Brown Medien wurde 1999 von Carranza-Torres und Fairhurst [6] untersucht. Durch die Symmetrie des Systems werden alle tangentialen Komponenten der Verschiebung Null gesetzt ( $u_t, u_s=0$ ), die Radialkomponente ist nur von der Radialentfernung "r" des betrachteten Punktes vom Mittelpunkt abhängig. Es wird wie bei den meisten Verfahren ein ebener Verformungszustand angenommen. Die Spannung in der Ebene " $\sigma_z$ ", also die Spannung in Tunnelachsrichtung, befindet sich zwischen dem Maximum " $\sigma_t (= \sigma_\theta)$ " und dem Minimum " $\sigma_r$ " im plastischen Bereich.

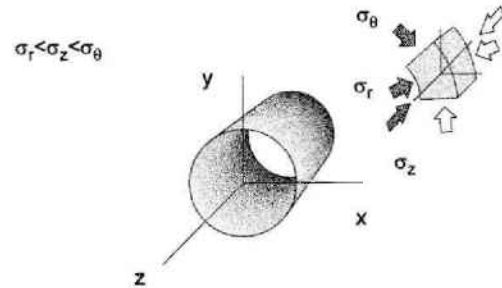


Abbildung V-9: Schematische Ansicht der vorhandenen Spannungen [6]

Bei der Berechnung wurden Hoek-Brown Parameter ( $\sigma_{ci}, s, a, m_i$ ) verwendet. Es ist noch darauf hinzuweisen, dass für alle Berechnungen "a=0,5" gesetzt wurde. In diesem Fall kann für die Berechnung des plastischen Radius und des kritischen Ausbaustützdruckes eine exakte Lösung in Form einer quadratischen Gleichung ermittelt werden. Für a>0,5 muss die Lösung mit einem numerischen Verfahren, wie der Newton-Raphson Methode, ermittelt werden. Der Auflockerungsfaktor " $k_\psi$ " wird wie bei Salencon über den Dilatationswinkel berücksichtigt. Das gesamte Berechnungsmodell ist in Anhang A dargestellt. In Gl. V-7 und Gl. V-8 werden lediglich die Berechnungen des plastischer Radius und der Hohlraumrandverschiebung behandelt.

$$r_p = r_0 \cdot \exp\left[2\left(\sqrt{P_i^{cr}} - \sqrt{P_i}\right)\right]$$

Gl. V-7: plastischer Radius nach Carranza-Torres und Fairhurst [6][22]

$$u_r = \frac{r_0}{2G} \cdot r_p \cdot (p_0 - p_i^{cr}) \cdot \bar{u}_r$$

$$\bar{u}_r = \frac{A_1 + 1}{A_1 - 1} \frac{r}{r_p} + \frac{D}{2(S_0 - P_i^{cr})(1 - A_1)^3} \left(\frac{r}{r_p}\right)^{A_1} - \frac{2}{A_1 - 1} \left(\frac{r}{r_p}\right)^{A_1}$$

$$+ \frac{C}{4(S_0 - P_i^{cr})(1 - A_1)} \frac{r}{r_p} \left(\ln \frac{r}{r_p}\right)^2 + \frac{D}{2(S_0 - P_i^{cr})(1 - A_1)^3} \frac{r}{r_p} \left(\left(1 - A_1\right) \ln \frac{r}{r_p} - 1\right)$$

$$A_1 = -k_\psi; \quad A_2 = 1 - \nu - \nu \cdot k_\psi; \quad A_3 = \nu - (1 - \nu)k_\psi; \quad C = A_2 - A_3;$$

$$D = A_2 \left[2(1 - A_1)\sqrt{P_i^{cr}} - 1\right] - A_3 \left[2(1 - A_1)\sqrt{P_i^{cr}} - A_1\right]; \quad k_\psi = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}$$

Gl. V-8: radiale Hohlraumrandverschiebung mit Auflockerung nach Carranza-Torres und Fairhurst [6] [22]

## 2.2. Verfahren mit plötzlicher Entfestigung

### 2.2.1 Feder

Feder und Arwanitakis [12][13] stellten 1976 eines der ersten Verfahren zur Berechnung von Spannungs- und Verschiebungsverteilungen um tiefliegende Hohlräume mit linear-elastisch ideal-plastischem Materialverhalten mit plötzlicher Entfestigung (brittle-elastic) auf. Eine Besonderheit des Verfahrens von Feder ist die Berechnung von zylindrischen Hohlraumbauten mit einer beliebigen Primärspannungszustandes (kein hydrostatischer Spannungszustand  $k_0 \neq 1$ ). Weiters gibt es auch Berechnungsmodelle

für ovale Hohlräume auf die jedoch in dieser Arbeit nicht eingegangen wird. Für die folgenden Betrachtungen ist darauf hin zu weisen, dass die Kohäsion über den Binnendruck<sup>10</sup>

$$p_k = \frac{c}{\tan(\varphi)}$$

Gl. V-9: Binnendruck [12]

in Rechnung gestellt wird. Die Festigkeitsparameter "c" und "φ" sind auf Grund der Entfestigung getrennt für den elastischen und plastischen Bereich anzugeben. Es ist zu beachten, dass bei der Berechnung nach Feder die Hohlraumrandverschiebungen in Richtung des Zentrums negativ angenommen werden.

### 2.2.2 Feder für $k_0=1$

Zu Beginn werden kreisförmige Hohlräume bei zentralsymmetrischem Primärspannungszustand behandelt. Abbildung V-10 zeigt das Spannungsfeld nach Feder. Der plastische Radius wird in diesem Fall als " $\tilde{R} = r_p$ " angegeben. Um eine durchgehende Notation der Bezeichnungen in dieser Arbeit beizubehalten wurden die Parameterbezeichnungen nach Feder angepasst.

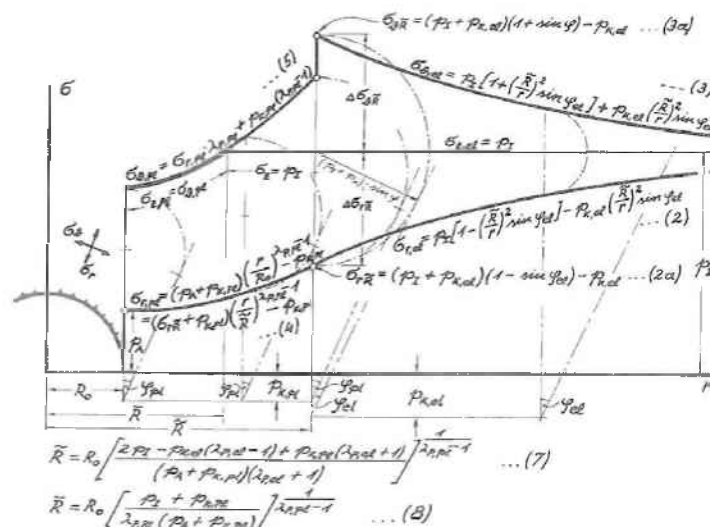


Abbildung V-10: Spannungsfeld um einen kreisförmigen Hohlraum mit zentralsymmetrischen Primärspannungszustand nach Feder [13]

<sup>10</sup> Binnendruck = absolute Kohäsion

$$r_p = r_0 \left[ \frac{2p_0 - p_{k\_el}(k_{el} - 1) + p_{k\_pl}(k_{el} + 1)}{(p_i + p_{k\_pl})(k_{el} + 1)} \right]^{k_{pl}^{-1}}$$

Gl. V-10: Berechnung des plastischen Radius nach Feder [12]

Das Verschiebungsfeld von Feder setzt sich aus vier Anteilen zusammen:

- elastischer Anteil
- Volumsänderung aus der Konvergenz des plastischen Bereiches
- Volumszunahme aus dem el. Bereich durch die Entspannung der Bruchzone
- Volumszunahme durch Zerschneiden des Gebirges in der plastischen Zone

Zu den Dehnungsvorgängen in Tunnelachsrichtung (z-Achse) ist laut Feder auf die Hauptspannungen besonders Rücksicht zu nehmen. Die Spannungen in Längsrichtung des Tunnels können auf Grund des Bruchkriteriums nicht größer sein als die größte Hauptspannung. Gl. V-12 gibt die radiale Lage des Hauptspannungswechsels an. Es wird zwischen folgenden Bereichen unterschieden:

$$r_0 < r < r_{p-2} \rightarrow \text{zwei größte Hauptnormalspannungen } \sigma_z = \sigma_t$$

$$r_{p-2} < r < r_p \rightarrow \text{eine größte Hauptnormalspannung } \sigma_z = p_0$$

Gl. V-11: Bereiche der unterschiedlichen Hauptspannungen [12]

$$r_{p-2} = r_0 \left[ \frac{p_0 + p_{k\_pl}}{k_{pl}(p_i + p_{k\_pl})} \right]^{k_{pl}^{-1}}$$

Gl. V-12: Lage (Radius) der Änderung der Hauptspannungen und Spannungen in Tunnelachsrichtung [12]

Durch die Spannungsänderung in Tunnelachsrichtung kommt es zu einer elastischen Ausdehnung " $\varepsilon_z$ " in Richtung der Tunnelachse. Die Gesamtdéhnung in z-Richtung muss aber durch den ebenen Verformungszustand im Allgemeinen null ergeben. Laut Feder ergibt sich eine „elastische Ausdehnung kompensierende Stauchung gleicher GröÙe, die sich als ein Abdrängen von Material in die Richtung der kleinsten Hauptspannung verwirklicht (Volumsbilanz).“ [12] Gl. V-13 zeigt das Verschiebungsfeld in der plastischen Zone. Die Berechnung des Auflockerungsfaktors " $a = k_\psi$ " wurde aufgrund der besseren Vergleichbarkeit wie in Gl. V-8 mit Abhängigkeit des Dilatationswinkels gewählt. Die Berechnung der Beiwerte ( $C_1, C_2, \overline{C}_1, \overline{C}_2$ ) für Gl. V-13 werden im Anhang A dargestellt.



$$r_0 < r < r_{p-2}$$

$$u_r = r \left[ \frac{u_{rp-2}}{r_{p-2}} \left( \frac{r_{p-2}}{r} \right)^{a+1} + \frac{p_0}{E} \overline{K}_u \right]$$

$$\overline{K}_u = \overline{C}_1 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - \left( \frac{r}{r_p} \right)^{k_{pl}-1} \right] \left[ 2 - \frac{p_{k-el}}{p_0} \left( k_{el} - 1 - \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} (k_{el} + 1) \right) \right]$$

$$- \overline{C}_2 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - 1 \right] \left( 1 + \frac{p_{k-el}}{p_0} \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} \right)$$

$$r_{p-2} < r < r_p$$

$$u_r = r \left[ \frac{u_{rp}}{r_p} \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} + \frac{p_0}{E} K_u \right]$$

$$K_u = C_1 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - \left( \frac{r}{r_p} \right)^{k_{pl}-1} \right] \left[ 2 - \frac{p_{k-el}}{p_0} \left( k_{el} - 1 - \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} (k_{el} + 1) \right) \right]$$

$$- C_2 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - 1 \right] \left( 1 + \frac{p_{k-el}}{p_0} \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} \right)$$

Gl. V-13: Berechnung des Verschiebungsfeldes in dem plastischen Bereich nach Feder [12]

### 2.2.3 Feder für $k_0 \neq 1$

Wie schon oben erwähnt ist Feder einer der Wenigen, die eine analytische Lösung für einen beliebigen Primärspannungszustand aufgestellt haben. Abbildung V-11 und Gl. V-14 zeigen den Spannungsverlauf um den Hohlraum und die Größe der plastischen Zone bei  $k_0 \neq 1$ . Die dazugehörigen Gleichungen für Abbildung V-11 können im Anhang A oder in [12] nachgeschlagen werden.

$$r_p = r_0 \left[ \frac{p_{cr} + p_{k-pl}}{(p_i + p_{k-pl})} \right]^{\frac{1}{k_{pl}-1}}$$

Gl. V-14: Berechnung des plastischen Radius nach Feder [12]

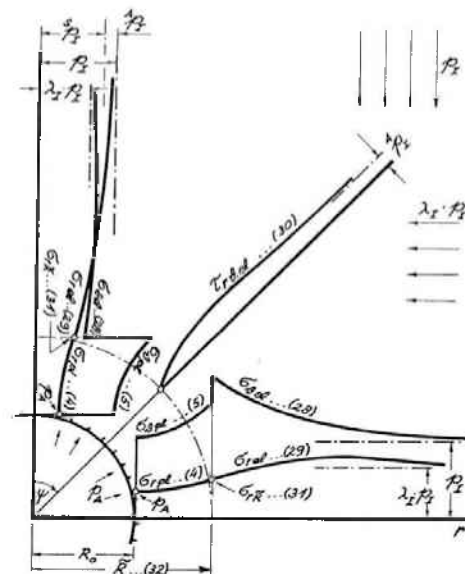


Abbildung V-11: Spannungsverlauf um einen kreisrunden Hohlraum mit beliebigem Primärspannungszustand nach Feder [12]

Gl. V-15

$$p_{cr} = \sigma_{r_{el-pl}} = \left( p_0 \frac{3-k_0}{2} + p_{k_{el}} \right) (1 - \sin(\varphi_{el})) - p_{k_{el}}$$

Gl. V-16: Berechnung des kritischen Ausbaustützdruckes nach Feder [12]

Die Verschiebungen werden in einen zentralsymmetrischen und in einen antimetrischen Anteil aufgeteilt. Der antimetrische Anteil bewirkt nur eine kleine Ovalverformung des kreisrunden Hohlraumrandes. Es kommt zudem zu keiner weiteren Beanspruchung, daher können die beiden Teile ohne weiteres superpositioniert werden. Die Verschiebungsverteilung wird nur in den Bereichen der Ulmen und der Firste/Sohle ermittelt. Die Berechnungsvorgänge sind in Anhang A abgebildet.

### 2.2.4 Carranza-Torres

Carranza-Torres [7] entwickelte 2004, aufbauend auf seinen Erkenntnissen von 1999 (E-2.1.3 „Carranza-Torres“), ein analytisches Verfahren zur Untersuchung der Hohlraumrandverschiebungen in HB Medien mit plötzlicher Entfestigung (brittle-elastic). In diesem Fall muss wieder zwischen Normalfestigkeit und Restfestigkeit, die mit  $\sim$  gekennzeichnet sind, unterschieden werden. Wie in E-2.1.3 ist „a=0,5“ anzunehmen um eine exakte Lösung zu erhalten. Falls der Faktor „a≠0,5“ ist, muss eine numerische Methode zur Lösung herangezogen werden. Der Auflockerungsfaktor „k<sub>ψ</sub>“ wird wie zuvor über den Dilatationswinkel berechnet. Der gesamte Berechnungsvorgang und die Beiwerte sind in Anhang A nachzulesen.

$$r_p = r_0 \cdot \exp \left[ \frac{\tilde{P}_i^{cr^{1-\tilde{a}}} - \tilde{P}_i^{1-\tilde{a}}}{(1-\tilde{a})\tilde{\mu}} \right]$$

Gl. V-17: plastischer Radius nach Carranza-Torres bei brittle-elastic Verhalten nach dem Überschreiten Bruchbedingung [7]

$$u_r = \frac{1}{1-A_1} (\rho^{A_1} - A_1 \rho) \mu_r(1) + \frac{1}{1-A_1} (\rho - \rho^{A_1}) \mu_r'(1) + \frac{r_p}{2\tilde{G}} \frac{1}{4} \frac{A_2 - A_3}{1-A_1} \rho (\ln(\rho))^2$$

$$+ \frac{r_p}{2\tilde{G}} \left[ \frac{A_2 - A_3}{(1-A_1)^2} \sqrt{\tilde{P}_i^{cr}} - \frac{1}{2} \frac{A_2 - A_1 A_3}{(1-A_1)^3} \right] (\rho^{A_1} - \rho + (1-A_1)\rho \ln(\rho))$$

$$A_1 = -k_\psi; \quad A_2 = 1 - \nu - \nu \cdot k_\psi; \quad A_3 = \nu - (1 - \nu)k_\psi$$

$$\rho = \frac{r}{r_p}; \quad \tilde{G} = \frac{G}{\tilde{m}_b^{\frac{1-\tilde{a}}{\tilde{a}}} \tilde{\sigma}_{Ci}}$$

Gl. V-18: radiale Hohlraumrandverschiebung mit Auflockerung und brittle-elastic Verhalten nach dem Überschreiten Bruchbedingung [7]

### 2.3. Verfahren mit zeitabhängiger Verformung des Gebirges

Die Einflussfaktoren, mit welchen die zeitabhängigen Verformungen des Gebirges beschrieben werden, sind sehr unterschiedlich und können ohne Langzeitversuche nur bedingt in der Planung verwendet werden.

#### 2.3.1 Sulem/Panet

Sulem/Panet [49] beschreiben das zeitabhängige Verhalten des Gebirges über einen Effekt des Kriechens. Dieser Effekt, welcher durch den Tunnelvortrieb und den damit verbundenen Spannungsveränderungen erzeugt wird, ist ein viskoses Verhalten des Gebirges. Wie in Unterabschnitt V-2.1.1 erläutert, unterteilt Sulem/Panet die Radialverschiebungen in zwei Komponenten. Einen Anteil, der rein dem Vortreiben des Hohlraums zugeschrieben werden kann, und einen Anteil, der den Effekt des Kriechens beinhaltet. Gl. V-19 zeigt die Radialverschiebungen am Hohlraumrand mit dem zeitabhängigen Kriecheffekt.

$$u_r = \underbrace{\lambda \cdot r_0 \cdot \frac{p_0}{2G} \left(\frac{r_p}{r_0}\right)^2}_{\text{Verschiebungen auf Grund des Vortriebs}} \underbrace{\left(1 + \frac{G}{G_f} \cdot f(t)\right)}_{\text{Verschiebungen auf Grund des Kriechens}}$$

Gl. V-19: radiale Hohlraumrandverschiebungen nach Sulem/Panet mit zeitabhängigem Gebirgsverhalten [49]

Für diese Berechnung wird der Kriechmodul "G<sub>f</sub>" des umliegenden Gesteins und eine logarithmischen Funktion "f(x)", die das zeitabhängige Verhalten beschreibt, benötigt. Die Eingangsparameter der zeitabhängigen Funktion sind nur durch Langzeitversuche oder durch Rückrechnung aus Projekten mit ähnlichen Gegebenheiten möglich. In dieser Arbeit wurden die Parameter aus [49] verwendet.

$$f(t) = 1 - \left(\frac{T}{T+t}\right)^n$$

T = 0,2 d  
t = Zeit in d  
n = 0,3

Gl. V-20: Zeitabhängige Funktion des Kriechanteils der Verschiebungen nach Sulem/Panet [49]

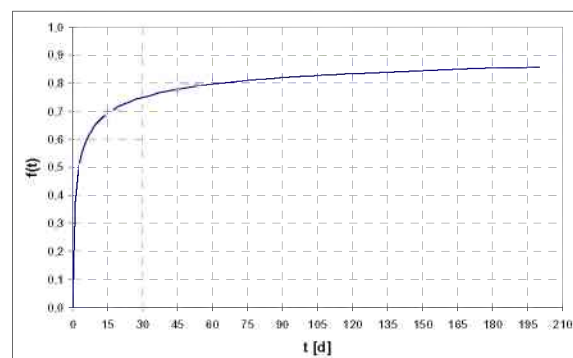


Abbildung V-12: Zeitabhängige Funktion f(x) von Gl. V-20 nach Sulem/Panet [49]

Bei der Betrachtung des zeitabhängigen Verhaltens ist besonders auf die Vortriebsgeschwindigkeit zu achten. Eine langsame Vortriebsgeschwindigkeit oder ein Vortriebsstillstand hat zu Folge, dass der Anteil der Radialverschiebungen, die durch den Effekt des Kriechens entstehen, weiter fortschreitet. Bei größerer Vortriebsgeschwindigkeiten bildet sich der Kriecheffekt langsamer aus und es kommt zu einer geringeren Verschiebungsentwicklung am des Hohlraumrand. Es ist darauf hinzuweisen, dass die Endverschiebungen nach unendlicher Zeit unabhängig zur Vortriebsgeschwindigkeit gleich groß sind.

### 2.3.2 Ladanyi

Der ursprüngliche Ansatz von Ladanyi [29] kommt von Untersuchungen der Langzeitfestigkeitseigenschaften des Gebirges. Durch die Verwitterung und allmählich auftretende Brucherscheinungen werden die Festigkeitseigenschaften des Gebirges verringert. Das Verhalten der Verringerung der Festigkeitseigenschaften kann auf die plastische Zone auf Grund der dort stattfindenden Auflockerungen und Brucherscheinungen angewendet werden.

Die Langzeitparameter der Festigkeitseigenschaften können durch Untersuchungen ermittelt werden. Sind solche Langzeituntersuchungen nicht möglich, empfiehlt der Autor [29] [44] eine Verringerung der vorhandenen Festigkeitsparameter (i.d.R. Kohäsion "c" und Reibungswinkel "φ") um 30% bis maximal 40%. Gl. V-21 zeigt die mathematischen Ansätze für die zeitliche Entwicklung der Festigkeitsparameter "c" und "φ".

$$c(t) = c_{ST} - \left[ (c_{ST} - c_{LT}) \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{t}{T}} \right) \right] \quad \varphi(t) = \varphi_{ST} - \left[ (\varphi_{ST} - \varphi_{LT}) \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{t}{T}} \right) \right]$$

Gl. V-21: Zeitabhängiges Verhalten der Festigkeitsparameter "c" und "φ" [29] [44]

### 2.3.3 Boidy

Eine andere Variante der zeitabhängigen Verschiebungen kann ebenfalls über das Langzeitverhalten der Gesteinsmassen betrachtet werden. Boidy [4] stellte hierfür ein Modell des primären Kriechens auf. Dieser zusätzliche Verschiebungsanteil wird dabei über eine Funktion der Deviatorspannungen aus dem Spannungstensor berechnet. Gl. V-22 zeigt den vereinfachten Kriechansatz nach Boidy, wobei "q" die Deviatorspannung ist.

$$\varepsilon_{vp} = a \cdot (q - \sigma_s)^\beta \cdot t^\alpha$$

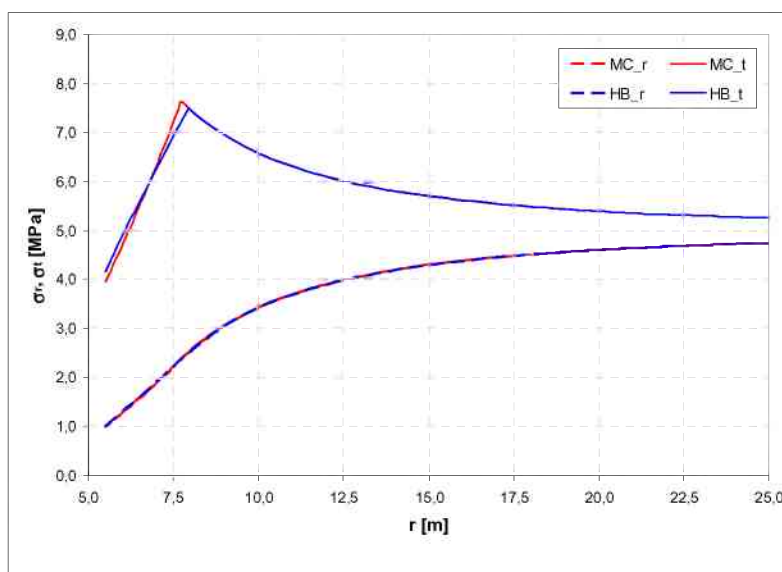
Gl. V-22: Berechnung des Kriechens über die Deviatorspannungen nach Boidy [4]

## 2.4. Vergleich der Theorien

Für den Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsmodelle werden die in Anhang B angeführten Parameter verwendet.

### 2.4.1 Vergleich der Spannungsverläufe

Abbildung V-13 zeigt den Verlauf radialer und tangentialer Spannungen um einen kreisrunden Hohlraum. Die Abweichungen der Spannungsverläufe in der plastischen Zone und die unterschiedliche Größe des plastischen Radius sind auf die Verwendung der verschiedenen Materialmodelle (MC und HB) zurückzuführen. Ebenso sind die unterschiedlichen Krümmungen des HB Modells im Vergleich zum MC Modell in der plastischen Zone erkennbar.



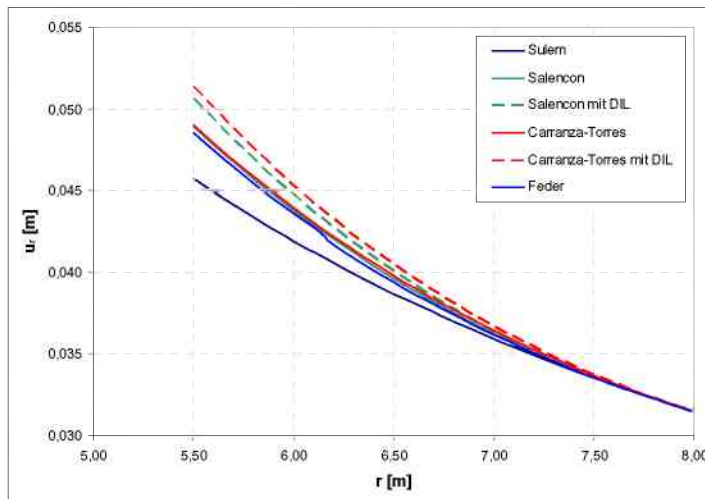
<i>plastischer Radius</i>		
MC	7,73	m
HB	7,95	m

Abbildung V-13: Spannungsverläufe der Radial- und Tangentialspannungen mit Materialmodellen nach Mohr Coulomb [43] und Hoek-Brown [22]

### 2.4.2 Vergleich der Verschiebungsverläufe

In Abbildung V-14 sind die unterschiedlichen Radialverschiebungsverläufe dargestellt. Bei zwei Berechnungen (Salencon und Carranza-Torres) wurde zusätzlich ein Dilatationswinkel<sup>11</sup> von 5° zur Berechnung eines Auflockerungsfaktors verwendet. Auf die Wahl des Dilatationswinkels, bzw. des Auflockerungsfaktors, ist ein besonderes Augenmerk zu legen, da dieser große Auswirkungen auf die radialen Endverschiebungen besitzt.

<sup>11</sup> Dilatationswinkel = DIL

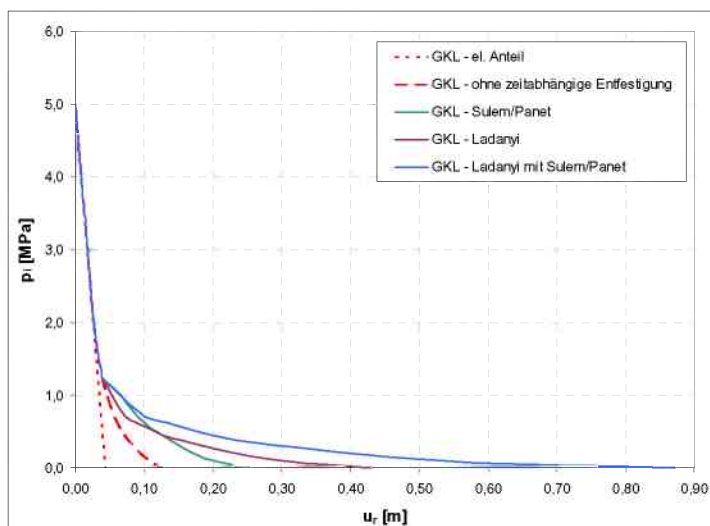


<i>Hohlraumrandverschiebungen <math>u_r</math></i>		
Sulem	0,046	m
Salencon	0,049	m
Salencon (DIL)	0,051	m
Carranza-Torres	0,049	m
Carranza-Torres (DIL)	0,051	m
Feder	0,048	m

Abbildung V-14: Radialverschiebungsverlauf und radiale Hohlraumrandverschiebung nach Sulem [49], Salencon [41] [43], Carranza-Torres [6] [7] und Feder [12]

### 2.4.3 Vergleich der Theorien mit zeitabhängiger Entfestigung

In dem Bereich der Gebirgskennlinien mit zeitabhängigem Verformungsanteil des Gebirges wurden die Theorien von Ladanyi [29] und Sulem/Panet [49] miteinander verglichen. Für das Berechnungsbeispiel wurde bei Sulem/Panet der Kriechmodul "G<sub>r</sub>" auf die Hälfte des Schubmoduls verringert. Bei dem Verfahren von Ladanyi wurde eine Verringerung der Festigkeitseigenschaften (Kohäsion "c" und Reibungswinkel "φ") von 30% vorgenommen. Es wurde ebenso eine Variante berechnet die sowohl eine Verringerung der Festigkeitseigenschaften sowie eine berücksichtigt des Kriechmoduls enthält.



<i>max. Hohlraumrandverschiebungen</i>		
el. Anteil	0,044	m
ohne Entfestigung	0,116	m
Ladanyi	0,431	m
Sulem/Panet	0,305	m
Ladanyi mit Sulem/Panet	0,872	m

Abbildung V-15: Gebirgskennlinie mit zeitabhängiger Entfestigung nach Ladanyi [29] und Sulem/Panet [49]

Für die Untersuchungen des zeitabhängigen Verhaltens wurden Berechnungen zu den Zeitpunkten 0,5; 1; 2; 5; 10 und 20 Tagen durchgeführt. Als Modell für die Entwicklung der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung wurde die Variante von Hoek mit einer konstanten Vortriebsgeschwindigkeit von 2m/d gewählt. Die

einzelnen Gebirgskennlinien wurden anschließend überlagert und zu einer gesamten, zeitabhängigen Gebirgskennlinie zusammengefügt.

Die Theorien der zeitabhängigen Entfestigung sollten nur dann angewendet werden, wenn die Langzeiteigenschaften des Gesteines durch Versuche ermittelt, oder durch eine gute Abschätzung aus älteren Projekten getroffen werden kann. Wie in Abbildung V-15 zu erkennen, führt die Verringerung der Festigkeitseigenschaften oder die Berücksichtigung des Kriechmoduls zu einer erheblichen Erhöhung der radialen Endverschiebungen.

### 3. Radialverschiebungsverteilung in Tunnelachsrichtung (LDP)

#### 3.1. Sulem/Panet

Sulem/Panet [49] erstellten 1987 eine analytische Berechnungsmethode für die Vorhersage des Verschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung. Hierbei wird jedoch keine Veränderung der Festigkeitseigenschaften oder des Materialverhalten des Gebirges in Betracht gezogen. Gl. V-23 bezieht sich nur auf den Verschiebungsverlauf bei einer maximalen Endverschiebung und einem Parameter "X" der Konvergenzregel.

$$C_{(x)} = C_{\infty(X)} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{X}{x+X} \right)^2 \right]$$

Gl. V-23: Einfluss der fortschreitenden Ortsbrust für die Berechnung der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung nach Sulem/Panet [49]

Dieses Erkenntnis in Gl. V-23 wurden von Sulem/Panet mit Resultaten aus einigen Konvergenzmessungen verglichen und es wurden weitere Anpassungen der Gleichung durch Ausgleichsrechnung vorgenommen.

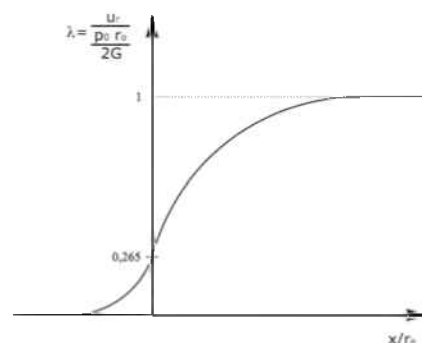
#### 3.2. Panet/Guenot

Basierend auf Sulem/Panet [49] beschrieben Panet/Guenot [34] die Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung in elastischen Medien mit Hilfe der Verringerung des Ausbaustützdruckes durch das Fortschreiten der Ortsbrust wie es in Abbildung V-8 dargestellt ist. Als Berechnungsgrundlage wird das Stützlastverfahren herangezogen. Abbildung V-16 stellt den in Gl. V-24 beschriebenen Zusammenhang aus den Überlegungen der Gebirgskennlinie und den Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung für elastisches Materialverhalten dar.

$$p_i = (1 - \lambda)p_0$$

$$\lambda = \frac{u_{r(x)}}{u_{\infty}}$$

$$u_{\infty} = u_{r,el,max} = \frac{p_0 \cdot r_0}{2G}$$



Gl. V-24: Grundlagen der Berechnung von Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung für elastische Medien nach Panet/Guenot [34] [22] [28]

Abbildung V-16: Radialverschiebungen in Richtung der Tunnelachse in elastischen Medien nach Panet/Guenot [34] aus Gl. V-24



Im Fall eines Auftretens einer plastischen Zone bei elasto-plastischen Materialverhalten ist das Verhältnis für "λ", wie in Gl. V-24 aufgezeigt, nicht mehr gültig.

Für eine Berechnung eines elasto-plastischen Materialverhaltens wurden numerische Analysen und Parameterstudien mit Hilfe des Finite Elemente Programms ROSALIE durchgeführt. Gl. V-27 stellt das Ergebnis der Untersuchung in elasto-plastischen Medien dar. Diese Berechnungsmethode kann ebenfalls für den elastischen Fall herangezogen werden (Gl. V-26).

Zu beachten ist, dass für die Berechnung zwischen elastischem Materialverhalten und elasto-plastischem Materialverhalten unterschieden werden muss. Da sich unterschiedliche radiale Endverschiebungen "u<sub>∞</sub>" ausbilden.

$$u_d = u_0 + a_d(u_\infty - u_0); \quad d = \frac{x}{r_0}$$

$$u_0 = 0,265 \cdot u_\infty \rightarrow \lambda = \frac{u_{r(x)}}{u_\infty} = 0,265$$

Gl. V-25: Allgemeiner Zusammenhang der Radialverschiebungsverteilung in Tunnelachsrchtung nach Panet/Guenot [34]

$$u_d = u_0 + (u_{el,\infty} - u_0) \left[ 1 - \left( \frac{0,84 \cdot r_0}{x + 0,84 \cdot r_0} \right)^2 \right]$$

$$u_d = u_0 + (u_{pl,\infty} - u_0) \left[ 1 - \left( \frac{0,84 r_p}{x + 0,84 r_p} \right)^2 \right]$$

Gl. V-26: Berechnung des LDP in elastischen Medien nach Panet/Guenot [34]

Gl. V-27: Berechnung des LDP in elasto-plastischen Medien nach Panet/Guenot [34]

Die Radialverschiebungen an der Ortsbrust werden mit 26,5% der maximalen radialen Endverschiebungen (Abbildung V-16) angenommen. Dieses Verfahren beinhaltet auch einen Zusammenhang zwischen dem Verschiebungsverlauf und dem plastischen Radius. Es ist darauf hinzuweisen, dass es in der Literatur für der Berechnungswert (0,84) und λ unterschiedliche Angaben getroffen werden. Für den Wert (0,84) kann ebenso 0,83 verwendet werden. Für den Faktor λ finden sich in der Literatur Angaben von 0,26, 0,265 und 0,27.

### 3.3. Corbetta

Corbetta [9] [10] verwendet für die Erstellung des Radialverschiebungsprofils entlang der Tunnelachse die SSP<sup>12</sup> Methode. Die Konvergenz des Hohlraumrandes wird über eine Ähnlichkeitstransformation ermittelt. Dabei kann aus der elastischen Verformungsentwicklung die Gleichung für das elasto-plastischen Materialverhalten über eine geometrische Beziehung ermittelt werden. Die elastischen Verformungen wurde dafür über ein rotationssymmetrisches Finite-Elemente Modell bestimmt.

<sup>12</sup> SSP = Self Similarity Principle

$$\frac{u_0}{r_0} = \chi \cdot f\left(\frac{d}{\chi}\right);$$

Gl. V-28: Ähnlichkeitstransformation nach Corbetta [10] [51]

$$u_x = u_{el} \cdot \left[ 1 - 0,71 * e^{-1,5*(d)^{0,7}} \right]$$

$$u_x = u_{el} \cdot \chi \cdot \left[ 1 - 0,71 * e^{-1,5*\left(\frac{d}{\chi}\right)^{0,7}} \right]$$

$$d = \frac{x}{r_0}$$

$$\chi = \frac{u_{pl,\infty}}{u_{el,\infty}}; d = \frac{x}{r_0}$$

Gl. V-29: Berechnung der elastischen Radialverformungen in Tunnelachsrichtung nach Corbetta [10] [51]

Gl. V-30: Berechnung der plastischen Radialverformungen in Tunnelachsrichtung mittels der Ähnlichkeitstransformation nach Corbetta [10] [51]

### 3.4. Hoek

Der Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung von Hoek [42] wurde 1999 aus einer Reihe von Messdaten entwickelt. Diese Daten entstammen aus einem Projekt aus dem asiatischen Raum mit Parallelvortrieb, wo während des Auffahrens der zweiten Röhre in dem schon vorhandenen Tunnel die Messinstrumente installiert wurden. Hoek verwendete die Messdaten von Chern J.C. [8] für seine Untersuchungen. Aus diesen Daten der Messung und einer numerischen Analyse entwickelte Hoek mittels einer Ausgleichsrechnung eine Trendlinie, die die Radialverschiebungen in Achsrichtung des Tunnels beschreibt. Das Ergebnis der Berechnungen ist in Gl. V-31 dargestellt.

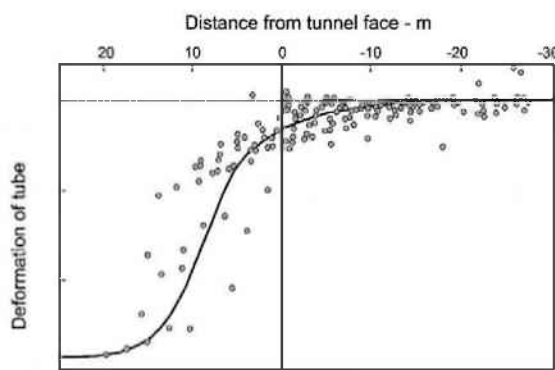


Abbildung V-17: Schematische Darstellung der Messdaten in Anlehnung an [50]

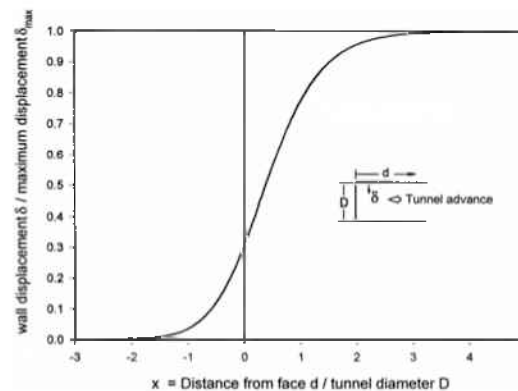


Abbildung V-18: grafische Darstellung der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung nach Hoek [42]

$$u_{r(x)} = u_{pl(pi=0)\infty} \cdot \lambda = u_{pl,\infty} \cdot \frac{1}{(1 + e^{(\Lambda)})^{1,7}}; \Lambda = -\frac{x}{2r_0 \cdot 0,55}$$

Gl. V-31: Berechnung des LDP nach Hoek [42]

Die allgemeine Anwendung dieser Theorie ist jedoch fragwürdig, da die Gleichung für die Berechnung der Radialverschiebungen aus den Messdaten eines einzelnen Projektes entwickelt wurde.

### 3.5. Pilgerstorfer

Pilgerstorfer [37] [38] entwickelte auf der Basis von Sulem [49] ein Verfahren zur Vorhersage und Berechnung des Radialverschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung über einen "fiktiven" Ausbaustützdruck. Der fiktive Ausbaustützdruck ist jener Ausbaustützdruck, der aufgebracht werden muss, um aus der Berechnung der analytischen Lösung nach Feder [12] die gleichen Endverschiebungen zu erhalten wie aus einer numerischen Berechnung. Dazu wurde eine Parameterstudie in FLAC<sup>3D</sup> durchgeführt. Die Parameterstudie wurde für Reibungswinkel von 20°, 30° und 40° und einem Primärspannungszustand von 20 MPa durchgeführt. Die Kohäsion (Abbildung V-19) wurde so gewählt, dass der plastische Radius maximal das 3,5-fachen des Hohlraumradius ist.

Für die Berechnung des äquivalenten Ausbaustützes " $\lambda_{(x)}$ ", und in weiterer Folge des fiktiven Ausbaustützes, müssen zuerst drei Interpolations-Beziehungen für den betrachteten Bereich gelöst werden. Dazu zählen die Einflusslänge " $l_{inf}$ ", der Vorentlastungsfaktor (äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust) " $\lambda_{face}$ " und der Formparameter " $\xi$ ". Der Berechnungsvorgang für diese Beziehungen befindet sich in Anhang C.

Mit dem in Gl. V-32 berechneten äquivalenten Ausbaustützdruck können in weiterer Folge die radialen Endverschiebungen bei vorherrschendem fiktiven Ausbaustützdruck mit Hilfe der analytischen Lösung nach Feder berechnet werden. Dies sind jene Radialverschiebungen die im relativen Abstand " $x$ " zur Ortsbrust auftreten.

$$\lambda_{(x)} = \lambda_{face} \cdot \xi^{\psi} \cdot \left( \frac{1-x}{x+\xi} \right)^{\psi}$$

$$\lambda_{(x)} = \frac{\tilde{p}_i}{p_0}$$

Gl. V-32: äquivalenter Ausbaustützdruck und "fiktiven" Ausbaustützdruck nach Pilgerstorfer [38]

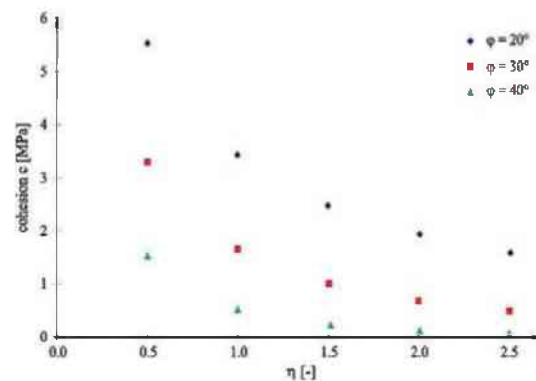


Abbildung V-19: Wahl der Kohäsion in Bezug auf  $r_p/r_0$  für die Parameterstudie [38]

### 3.6. Unlu/Gercek

Das Profil der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung von Unlu & Gercek [53] (2003) wurde aus Untersuchungen der Ortsbrustverschiebungen bei Veränderung der Querdehnzahl entwickelt. Unlu/Gercek führten zu diesem Zweck dreidimensionale numerische Berechnungen (in FLAC<sup>3D</sup>) mit elastischem Materialverhalten durch, bei denen sie die Poissonzahl in einem Bereich von 0,05 bis 0,45 variierten. Aus den Ergebnissen der numerischen Berechnung wurde eine Ausgleichskurve, die den Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung beschreibt, erstellt. Um eine bessere Korrelation der Ausgleichskurve zu gewährleisten werden die Bereiche vor (Gebirge) und hinter (Tunnel) der Ortsbrust getrennt betrachtet (Gl. V-34 und Gl. V-35). Abbildung V-20 zeigt eine schematische Darstellung der Ausgleichskurven vor und hinter der Ortsbrust.

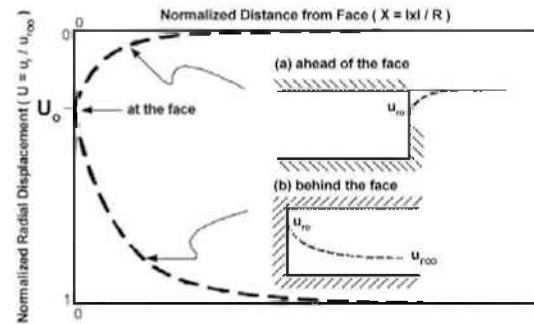


Abbildung V-20: Schematische Darstellung des normierten LDPs nach Unlu/ Gercek [53]

$$u_0^N = \frac{u_0}{u_{r,max}} = 0,22 \cdot \nu + 0,19$$

Gl. V-33: Normalisierte Radialverschiebungen an der Ortsbrust nach Unlu/Gercek [53]

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_r}{u_{r,max}} = \frac{u_0}{u_{r,max}} + A_a \left( 1 - e^{-\frac{B_a \cdot x}{r_0}} \right)$$

$$A_a = -0,22 \cdot \nu - 0,19$$

$$B_a = 0,73 \cdot \nu + 0,81$$

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_r}{u_{r,max}} = \frac{u_0}{u_{r,max}} + A_b \left( 1 - \left( \frac{B_b}{A_b + \frac{x}{r_0}} \right)^2 \right)$$

$$A_b = -0,22 \cdot \nu + 0,81$$

$$B_b = 0,39 \cdot \nu + 0,65$$

Gl. V-34: a.)  $x < 0$ ; Radialverschiebungen vor der Ortsbrust nach Unlu/Gercek [53]

Gl. V-35: b.)  $x > 0$ ; Radialverschiebungen hinter der Ortsbrust nach Unlu/ Gercek [53]

Diese Berechnung gilt für elastisches Materialverhalten. In dieser Arbeit wurden zu Vergleichszwecken auch Berechnungen mit elasto-plastischen Materialien. Dabei wurde festgestellt, dass dieses LDP im Vergleich zu den anderen LDPs eine zu große Verformung in Ortsbrustnähe für den elasto-plastischen Fall aufweist.

### 3.7. Vlachopoulos

Vlachopoulos [55] entwickelte eine neue Formulierung (2009) für die Berechnung des LDPs bei der die Größe der plastischen Zone berücksichtigt wird, da sich trotz der Normalisierung der Parameter der Radialverschiebungsverlauf ändert. Untersuchungen zeigten, dass keine Interaktion zwischen dem plastischen Bereich an der Ortsbrust und um den Tunnel entsteht, wenn die plastische Zone nicht mehr als das Zweifache des Tunnelradius entspricht.

Ab diesem Bereich ist das LDP nach Panet [34] nicht mehr zulässig. Zur Behandlung dieses Problems wurden numerische Berechnungen mit unterschiedlichen Gebirgsparametern durchgeführt.

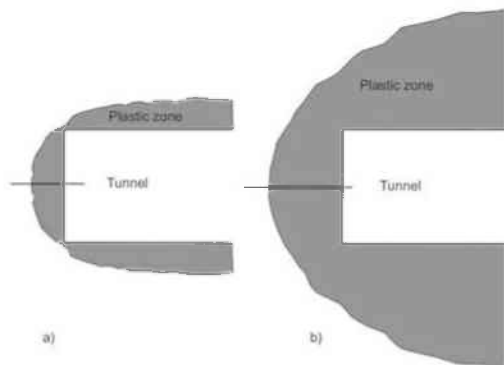


Abbildung V-21: a.) plastische Zone ist kl. als zwei mal der Tunnelradius – keine Interaktion zwischen der plastischen Zone an der Ortsbrust und der plastischen Zone um den Tunnel; b.) plastische Zone größer als zwei mal der Tunnelradius es kommt zu einer Beeinflussung der plastischen Zone an der Ortsbrust [55]

Es konnte dabei eine direkte Korrelation zwischen der normierten Verschiebung ( $u^* = u_r / u_{r,max}$ ) in radialer Richtung und der maximalen normierten Größe der plastischen Zone ( $r_p / r_0$ ) festgestellt werden. Das Ergebnis der analytischen Lösung wurde durch Ausgleichsrechnungen ermittelt. Gl. V-36 zeigt die normierten Radialverformungen an der Ortsbrust. Wie bei Unlu/Gercek [53] werden die Bereiche vor (Gebirge) und hinter (Tunnel) der Ortsbrust separat für die Erstellung der Ausgleichskurve betrachtet. Gl. V-36 bis Gl. V-38 zeigen die Ergebnisse der Ausgleichsrechnung.

$$u_0^N = \frac{u_0}{u_{r,max}} = \frac{1}{3} \cdot e^{-0,15 \cdot R^*}; \quad R^* = \frac{r_p}{r_0}; \quad X^* = \frac{x}{r_0}$$

Gl. V-36: Normalisierte Radialverschiebungen an der Ortsbrust nach Vlachopoulos [55]

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_0}{u_{r,max}} = u_0^N \cdot e^{X^*}$$

Gl. V-37:  $x < 0$ ; Radialverschiebungen vor der Ortsbrust nach Vlachopoulos [55]

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_0}{u_{r,max}} = 1 - (1 - u_0^N) \cdot e^{-\frac{3 \cdot X^*}{2 \cdot R^*}}$$

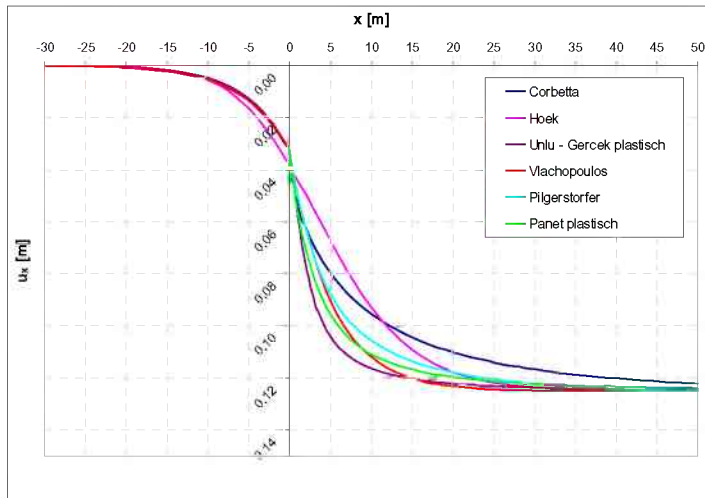
Gl. V-38:  $x > 0$ ; Radialverschiebungen hinter der Ortsbrust nach Vlachopoulos [55]

### 3.8. Vergleich der Theorien

Für den Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsmodelle werden die gleichen Gebirgsparameter wie in Anhang B herangezogen. Abbildung V-22 zeigt den Vergleich der verschiedenen Theorien von Sulem/Panet (plastisch) [34], Corbetta [10] [51], Hoek [42], Pilgerstrofer [38], Unlu/Gercek (plastisch) [53] und Vlachopoulos [55].

Wie in Abbildung V-22 zu erkennen ist, weichen die einzelnen Modelle im Verschiebungsverlauf stark von einander ab. Dies bedeutet, dass die Stützmittel je nach verwendetem Modell der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung unterschiedliche Verschiebungswege aufnehmen müssen. Weiters befinden sich die größten Differenzen in den Radialverschiebungen wenige Meter hinter der Ortsbrust, genau wo der Stützmitteleinbau stattfindet.

Abbildung V-22 zeigt die die unterschiedlichen Radialverschiebungsverläufe und die Radialverschiebungen an und 3 m nach der Ortsbrust in tabellarischer Form.

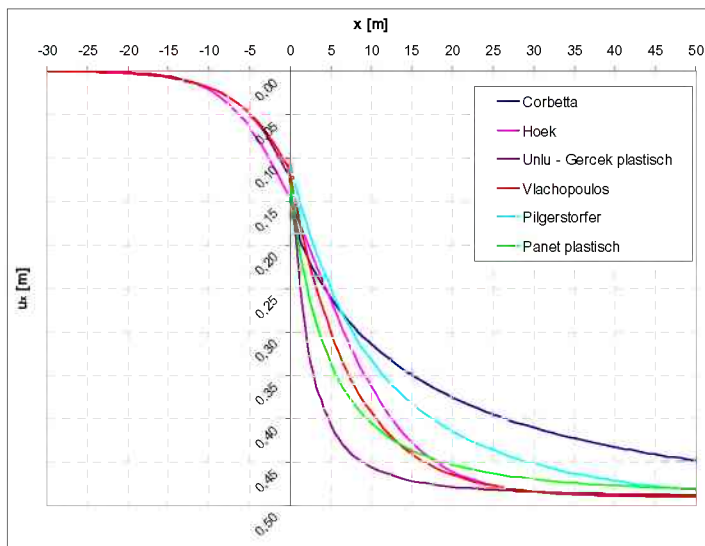


<b>Radialverschiebungen <math>u_r</math> 3m hinter der Ortsbrust</b>	
Corbetta	0.070 m
Hoek	0.056 m
Unlu - Gercek	0.090 m
Vlachopoulos	0.074 m
Pilgerstorfer	0.074 m
Panet	0.082 m

<b>Radialverschiebungen <math>u_r</math> an der Ortsbrust</b>	
Corbetta	0.036 m
Hoek	0.039 m
Unlu - Gercek	0.033 m
Vlachopoulos	0.034 m
Pilgerstorfer	0.032 m
Panet	0.033 m

Abbildung V-22: Radialverschiebungsprofile in Tunnelachsrichtung nach Corbetta [10] [51], Hoek [42], Unlu/Gercek [53], Vlachopoulos [55], Pilgerstrofer [38], Panet [34] und die Radialverschiebungen 3m nach der Ortsbrust und an der Ortsbrust in tabellarischer Form bei einer Primärspannung von 5 MPa

Im Vergleich von Abbildung V-22 und Abbildung V-23 ist zu erkennen, dass bei einer Erhöhung des primären Spannungszustands von 5 MPa auf 10 MPa die einzelnen Modelle noch weiter auseinander klaffen. Dies bedeutet, dass je größer der vorhandene Spannungszustand, desto größer der Unterschied zwischen den Verfahren, außerdem verändert sich die Reihung der einzelnen Modelle untereinander. Dies erschwert den Vergleich der LDPs untereinander.



<b>Radialverschiebungen <math>u_r</math> 3m hinter der Ortsbrust</b>	
Corbetta	0.231 m
Hoek	0.218 m
Unlu - Gercek	0.354 m
Vlachopoulos	0.243 m
Pilgerstorfer	0.203 m
Panet	0.283 m

<b>Radialverschiebungen <math>u_r</math> an der Ortsbrust</b>	
Corbetta	0.142 m
Hoek	0.151 m
Unlu - Gercek	0.131 m
Vlachopoulos	0.120 m
Pilgerstorfer	0.108 m
Panet	0.130 m

Abbildung V-23: Radialverschiebungsprofile in Tunnelachsrichtung nach Corbetta [10] [51], Hoek [42], Unlu/Gercek [53], Vlachopoulos [55], Pilgerstrofer [38], Panet [34] und die Radialverschiebungen 3m nach der Ortsbrust und an der Ortsbrust in tabellarischer Form bei einer Primärspannung von 10 MPa

### 3.9. LDP mit Zeitabhängigkeit

Die LDPs können durch die Einbeziehung der Vortriebsgeschwindigkeit mit einer Zeitabhängigkeit versehen werden. Dies zeitabhängige Betrachtung ist besonders für die Berechnung der Stützmittel von Bedeutung.

Dazu wird die Achse, die den Abstand zur Ortsbrust "x" beschreibt, durch eine Zeitachse ersetzt. Diese Zeitachse beschreibt nun indirekt den Vortriebsstand in Meter. Abbildung V-24 zeigt eine schematische Darstellung des zeitabhängigen Radialverschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung bei unterschiedlichen Vortriebsgeschwindigkeiten. Wie zu erkennen ist, wird die Kurve mit größerer Vortriebsgeschwindigkeit steiler und nähert sich dem Wert der Endsetzungen schneller an.

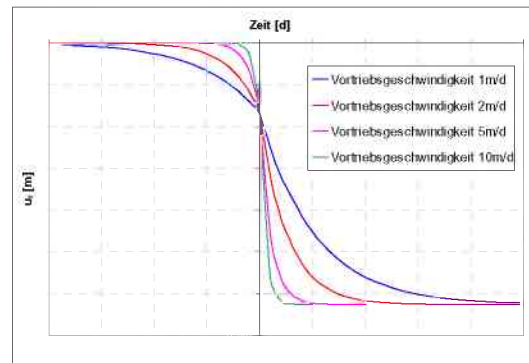


Abbildung V-24: zeitabhängiges LDP nach Vlachopoulos [55] mit Vortriebsgeschwindigkeiten von 1 m/d, 2 m/d, 5 m/d und 10 m/d

In Unterabschnitt V-1.4 „Anwendung“ ist in Abbildung V-5 ein LDP mit Vortriebsstillstand abgebildet. Trotz Fortschreiten der Zeit stellen sich keine Radialverschiebungen ein, da dieses LDP nur Ortsgebunden und daher zeitunabhängig ist. Dies entspricht nicht der Realität da trotz des Vortriebsstillstandes weitere Radialverschiebungen auf Grund von Spannungsumlagerungen auftreten.

Wird für den Ausbau eine zeitabhängige Betrachtungsweise gewählt, erhöht sich die Steifigkeit des Ausbaus weiter und erzeugt damit einen „Knick“ in der Ausbaukennlinie. Auf dieses zeitabhängige Verhalten der Stützmittel wird im nachfolgenden Abschnitt V-4 „Ausbaukennlinie“ genauer eingegangen.

### 3.10. Anpassung des LDPs durch den vorhandenen Ausbaustützdruck

#### 3.10.1 Allgemeines

Wie in Unterabschnitt V-1.4 erläutert, wurde in den meisten Untersuchungen dieser Arbeit das LDP als unveränderlich angenommen. Diese Herangehensweise ist nicht die geeignetste, jedoch für einfache Betrachtungen kann diese herangezogen werden. In diesem Abschnitt werden nun die Überlegungen und Annahmen zu den einzelnen Varianten der Anpassung des LDPs, durch Einfluss der vorhandenen Stützmittel, behandelt. Schwierigkeiten treten im Besonderen bei den zeitabhängigen Verfahren auf.

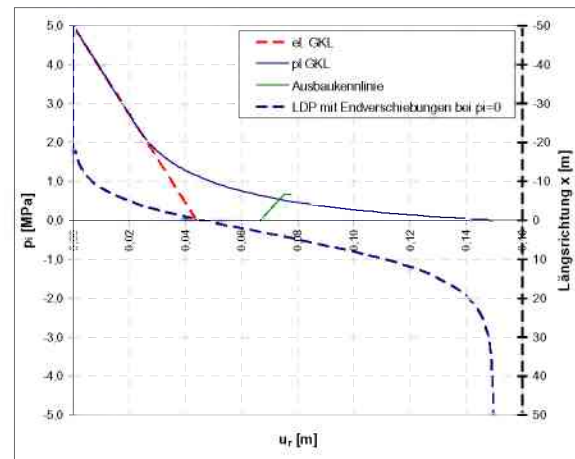


Abbildung V-25: Kennlinien ohne Anpassung des LDP

#### 3.10.2 Berechnungsverfahren ohne dem Faktor Zeit

Die einfachste Variante einer Anpassung des LDPs ist die Berechnung eines "neuen" LDPs mit den ermittelten Endverschiebungen aus dem Gleichgewichtszustand.

Zuerst wird ein LDP ohne Ausbaustützdruck mit den maximalen Endverschiebungen berechnet. Dieses erste LDP wird dazu verwendet den Einbauort der Stützmittel hinter der Ortsbrust zu bestimmen, es ist ebenso der Startpunkt der Ausbaustützlinie. Nach Erstellen der Ausbauskennlinie wird anschließend der Gleichgewichtszustand am Schnittpunkt von Gebirgskennlinie und Ausbauskennlinie abgelesen. Mit den entnommenen Endverschiebungen aus dem Schnittpunkt (Gleichgewicht) kann ein neues LDP berechnet werden. Im eigentlichen Sinn kommt es dabei zu keiner Anpassung des LDPs sondern lediglich zu einer Neuberechnung mit den Endverschiebungen im Gleichgewicht. Dieser Berechnungsvorgang ist jedoch nur bei zeitunabhängigen Verfahren möglich.

Da die beiden LDPs einen gänzlich unterschiedlichen Verlauf aufweisen, muss das neue LDP so an das alte angepasst werden, dass sie sich bei den Verschiebungen des Stützmitteleinbaus überlagern.

Abbildung V-26 zeigt den Berechnungsvorgang mittels Flussdiagramm. Das neue LDP mit Berücksichtigung der Stützmittel ist in Abbildung V-27 dargestellt, für eine bessere Darstellung wurde der zu betrachtende Teil vergrößert.



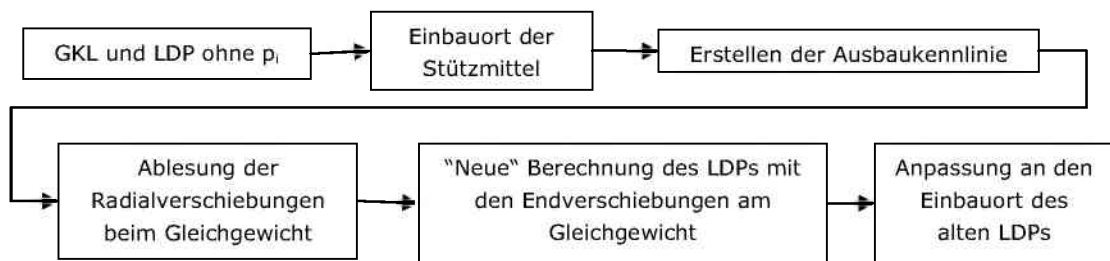


Abbildung V-26: Flussdiagramm für den Berechnungsvorgang für die Berechnung eines neuen LDP mit den Radialverschiebungen beim Gleichgewichtszustand

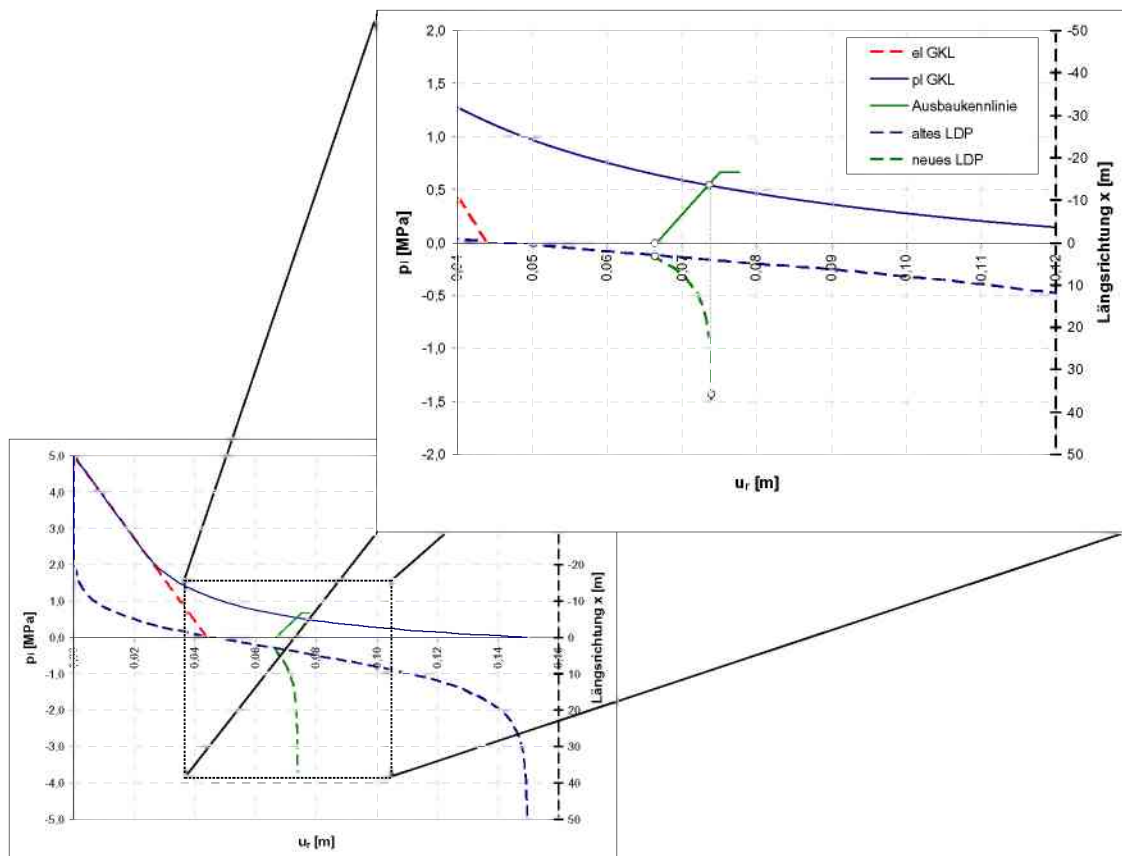


Abbildung V-27: Kennlinien nach Einbringen der Stützmittel für die Berechnung eines neuen LDP mit den Radialverschiebungen beim Gleichgewichtszustand

### 3.10.3 Berechnungsverfahren mit dem Faktor Zeit

In diesem Unterabschnitt werden drei verschiedene Berechnungsverfahren mit Berücksichtigung des Zeitfaktors erläutert. Zu Beginn wird die erste Variante als Beispiel verwendet, dass man Verfahren die den Faktors Zeit berücksichtigen auch zeitunabhängig betrachten kann.

Berechnungsvariante I:

Eine andere Variante für die Anpassung des LDPs ist die intervallweise Einbeziehung des ansteigenden Stützdruckes. Durch den Anstieg des vorhandenen Ausbaustützdruckes nach Einbau der Stützmittel können neue Endverschiebungen in ausgewählten Intervallen berechnet werden. Mit diesen neuen Endverschiebungen werden nun zusätzliche LDPs ermittelt. In dem Anschauungsbeispiel wurden Ausbaustützdrücke von 0,1 MPa, 0,2 MPa, 0,3 MPa, 0,4 MPa und der Ausbaustützdruck im Gleichgewicht verwendet. Anschließend werden die einzelnen LDPs dem jeweiligen Ausbaustützdruck auf der Ausbaukennlinie zugewiesen. Dadurch beschreibt jeder Ausbaustützdruck einen Punkt auf dem jeweilig zugewiesenen Radialverschiebungsverlauf (Abbildung E-28). Die Summe der Punktfolgen erzeugt somit das angepasste LDP. Zur besseren Illustration wird der Berechnungsvorgang in Abbildung V-29 als Flussdiagramm dargestellt.

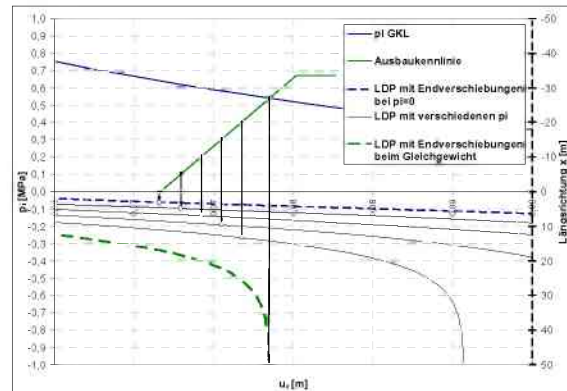


Abbildung V-28: Zuweisung der unterschiedlichen LDPs zu dem jeweiligen Ausbaustützdruck der Ausbaukennlinie

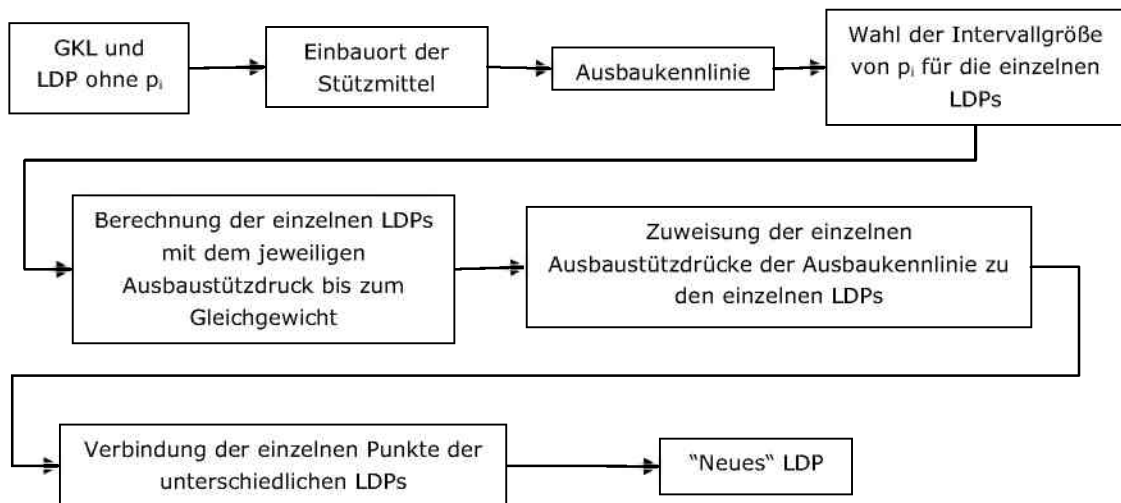


Abbildung V-29: Flussdiagramm für den Berechnungsvorgang mit unterschiedlichen LDPs

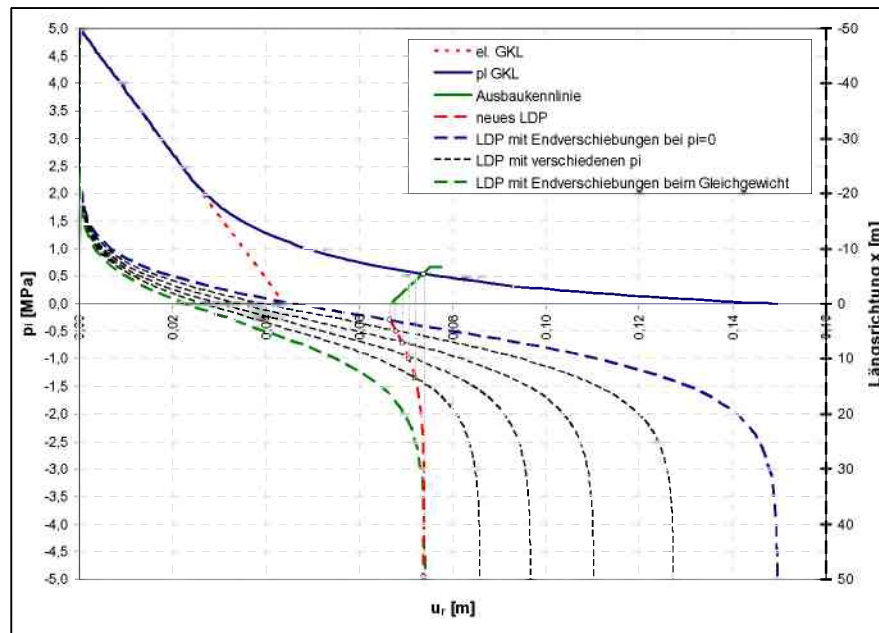


Abbildung V-30: Darstellung der verschiedenen LDP durch die Einbeziehung verschiedener Ausbaustützdrücke zu verschiedenen Zeitpunkten

Die Annahme der Intervallgröße ist dabei für den Verlauf des neuen LDPs entscheidend. Je kleiner die Intervalle gewählt werden, desto durchgängiger lässt sich das neue LDP darstellen. Dies bedeutet jedoch auch mehr Rechenaufwand, da für jedes Intervall ein neues LDP mit einer Punktzuweisung zum jeweiligen Ausbaustützdruck der Ausbaukennlinie durchgeführt werden muss. Dies ist in einem Tabellenkalkulationsprogramm sehr aufwendig. Für diesen Fall sollte auf einen Berechnungsalgorithmus, der mittels Programmiersprache implementiert werden kann, zurückgegriffen werden.

Ein weiteres Problem stellen die schon eingetretenen Verschiebungen zu Beginn des Berechnungsvorganges an der Ortsbrust dar. Die einzelnen neuen LDPs besitzen andere Radialverschiebungen an der Ortsbrust und daher auch andere Radialverschiebungen beim Einbau der Stützmittel die nicht mit dem Ausgangszustand übereinstimmen. In dieser Berechnung werden die Änderungen der bereits eingetretenen Verschiebungen nicht berücksichtigt. Dies stellt einen falschen Verlauf der Radialverschiebungen in Tunnelachsrichtung dar.

Bei diesen Verfahren wird ebenfalls eine zeitabhängige Betrachtung der Ausbaukennlinie verwendet. Dabei muss weiters die zeitabhängige Steifigkeitsentwicklung der Stützmittel bei jedem Intervall mitberücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere für die Berechnung des Spritzbetons (V-4.1 „Spritzbeton“). Abbildung V-31 zeigt die Änderungen in den Berechnungsschritten mit Hilfe eines Flussdiagramms.

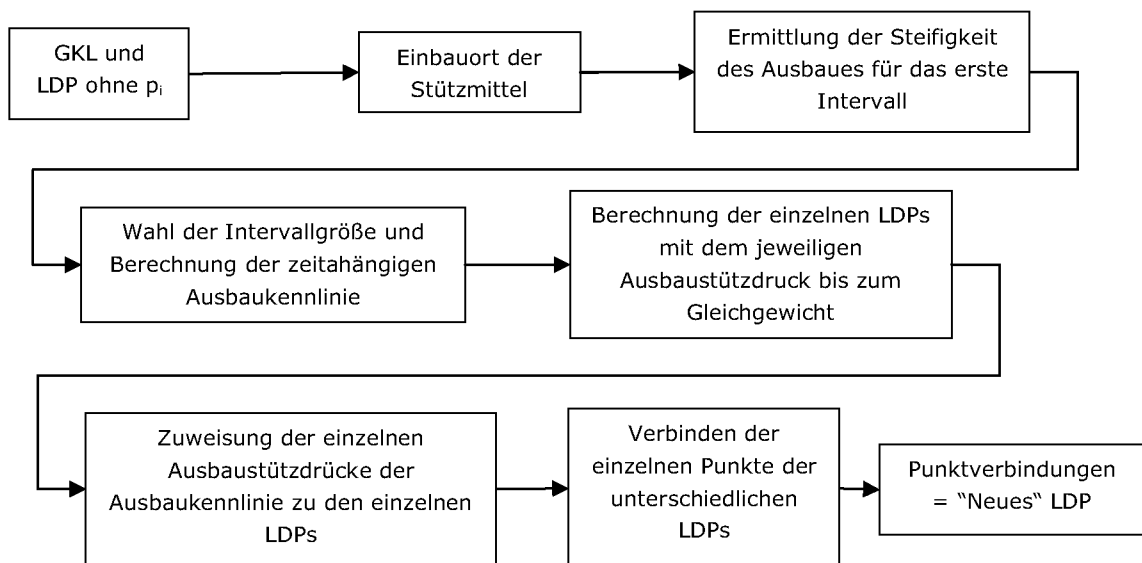


Abbildung V-31: Flussdiagramm für den Berechnungsvorgang mit unterschiedlichen LDPs inkl. der Berücksichtigung des Faktors Zeit

***Berechnungsvariante II: (Anpassung des LDPs mit einer alternativen Zeit)***

Eine Variante der Anpassung des LDPs an den Ausbaustützdruck mit Einbeziehung der Zeitabhängigkeit kann mittels Betrachtung einer neuen "alternativen" Zeit vorgenommen werden.

Nach dem ersten Berechnungsschritt, der mit dem ursprünglichen LDP ohne Ausbaustützdruck durchgeführt wird, wird eine neue Endverschiebung berechnet. Mit den neuen Endverschiebungen kann die Gleichung des LDPs so umgeformt werden, dass mittels der neu ermittelten Endverschiebung und vorhandenen Radialverschiebung der Stützmittel eine "alternative" Zeit berechnet werden kann. Mit dieser neuen Zeit werden anschließend die Stützmittel für ein neues Intervall berechnet und Berechnungsvorgang erneut durchgeführt. Diese Berechnungsabfolge wird bis zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes wiederholt. Abbildung V-32 zeigt den Verlauf der Berechnung.

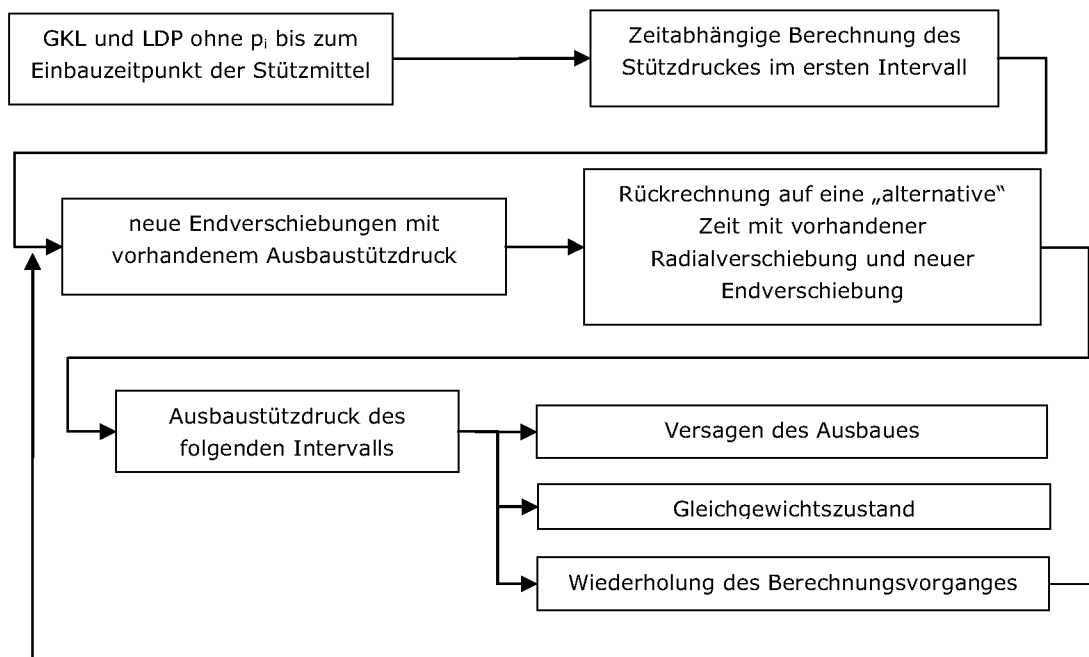


Abbildung V-32: Flussdiagramm für die Berechnung eines zeitabhängigen LDPs mittels "alternative" Zeit

In Abbildung V-35 ist zu erkennen, dass es in diesem Fall zu einem sehr raschen Abfallen des LDPs nach dem Einbau der Stützmittel kommt.

**Berechnungsvariante III: (inkrementelle Anpassung des LDPs)**

Die letzte Variante des LDPs mit einer Abhängigkeit des Ausbaustützdruckes verwendet einen inkrementellen Berechnungsalgorithmus unter Berücksichtigung von Ähnlichkeiten im LDP-Verlauf.

Dabei wird wie zuvor für jedes gewählte Intervall der Ausbaustützdruck und die neuen entstehenden Endverschiebungen berechnet. Anschließend werden für das nächste Intervall die auftretenden Radialverschiebungen durch die Annahme eines ähnlichen Radialverschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung über die Endverschiebungen wie in Gl. V-39 ermittelt.

Mit den so ermittelten neuen Radialverschiebungen kann der Ausbaustützdruck im darauffolgenden Intervall berechnet werden. Dieser Berechnungsvorgang wird bis zum Erreichen des Gleichgewichtes durchgeführt. Zum besseren Verständnis wird in Abbildung V-34 der Berechnungsvorgang als Flussdiagramm dargestellt.

$$\frac{u_{r,max}^{NEU} - u_{r,0}^N}{u_{r,max}^{ALT} - u_{r,0}^N} = \frac{\Delta u_r^{N+1}}{\Delta u_r^N}$$

Gl. V-39: Berechnung der zusätzlich auftretenden Radialverschiebungen im Punkt N+1

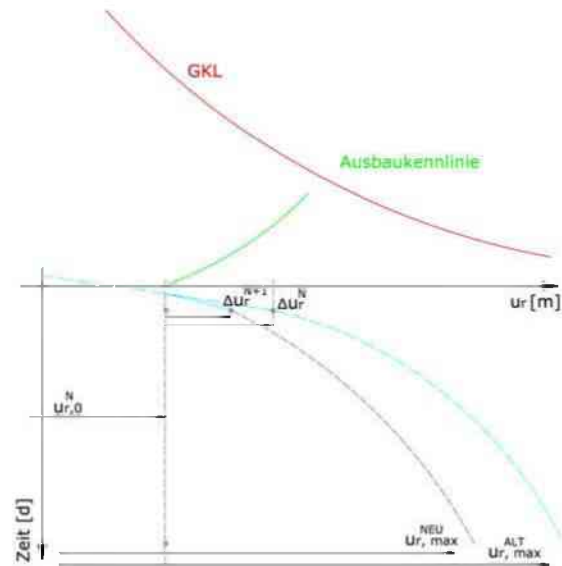


Abbildung V-33: schematische Darstellung der Grundlagen für den Berechnungsvorgang

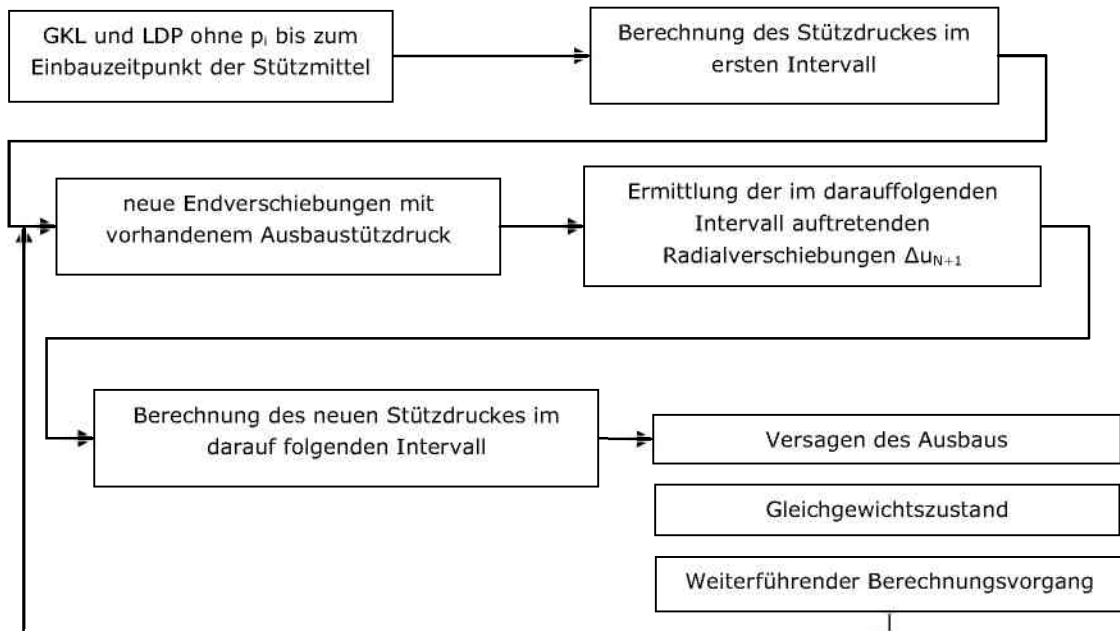


Abbildung V-34: grafische Darstellung des Berechnungsvorganges

Durch die Annahme eines linearen Zusammenhanges über Ähnlichkeiten der Endverschiebungen zu den schon entstandenen Radialverschiebungen der Intervalle entsteht ein sehr flacher Verlauf des neuen LDPs.

Abbildung V-35 zeigt einen Vergleich der beiden Verläufe der angepassten zeitabhängigen LDPs mit dem Ansatz der "alternative" Zeit und mit der Ansatz der inkrementelle Ähnlichkeitsbetrachtung.

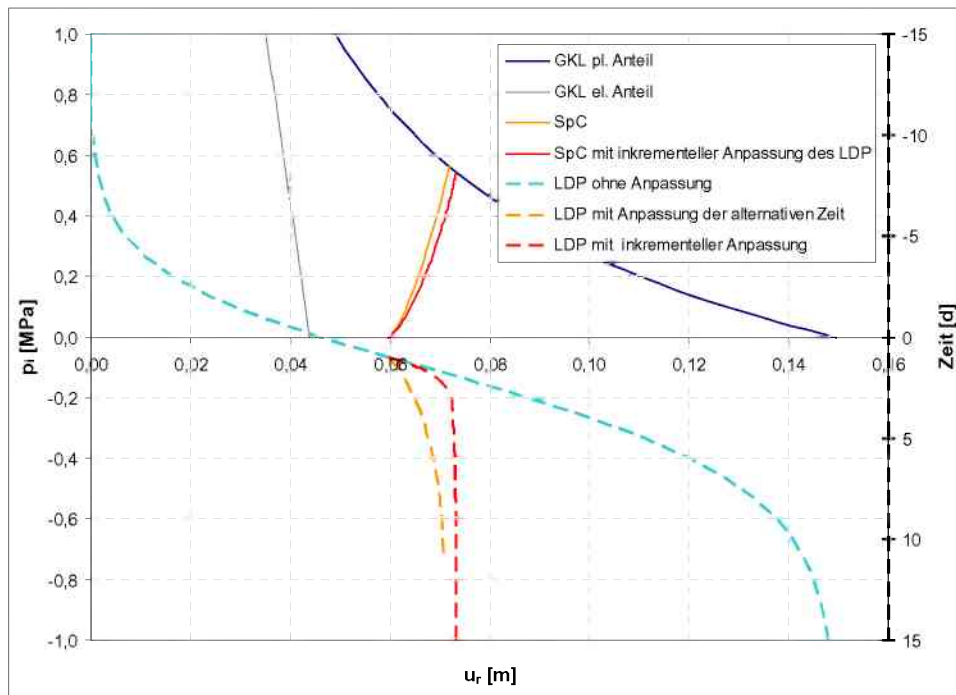


Abbildung V-35: Vergleich der beiden zeitabhängigen Verfahren zur Anpassung des LDP an den Ausbaustützdruck

## 4. Ausbaukennlinie

In diesem Kapitel werden die gängigsten Stützmittel (Spritzbeton und Anker) die breite Anwendung finden behandelt. Im Besonderen wird auf die Ermittlung der Steifigkeiten und des Ausbaustützdruckes eingegangen. Grundlegendes wurde in Unterabschnitt V-1.2 „Ausbaukennlinie“ behandelt, wo sich die allgemeinen Berechnungen befinden (Gl. V-1).

### 4.1. Spritzbeton

#### 4.1.1 Allgemeines und zeitunabhängige Betrachtung des Spritzbetons

Im Kennlinienverfahren wird der Spritzbeton vereinfachend als kreisrunder Ring mit konstanter Dicke betrachtet (Abbildung V-35). Der einfachste Fall für die Berechnung der SpC – Ausbaukennlinie verwendet ein linear-elastisches ideal-plastisches Materialverhalten. Gl. V-40 zeigt die Berechnung der Steifigkeiten und des Ausbaustützdruckes bei konstanten Festigkeits- und Verformungseigenschaften. Wenn die Bedingung  $e_{SpC}^{13} \ll r_0$  erfüllt ist, kann die Gleichung der Steifigkeitsberechnung vereinfacht werden. Der maximale Ausbaustützdruck wird über die Theorie des Hohlzylinders ermittelt. Nach Erreichen des maximalen Stützdruckes bei linear-elastischem ideal-plastischem Materialverhalten kommt es beim Überschreiten der maximalen zulässigen Dehnung des Spritzbetons zum Versagen der SpC-Schale. Abbildung V-37 stellt eine typische Ausbaukennlinie des SpC mit linear elastischem ideal plastischem Materialverhalten dar.

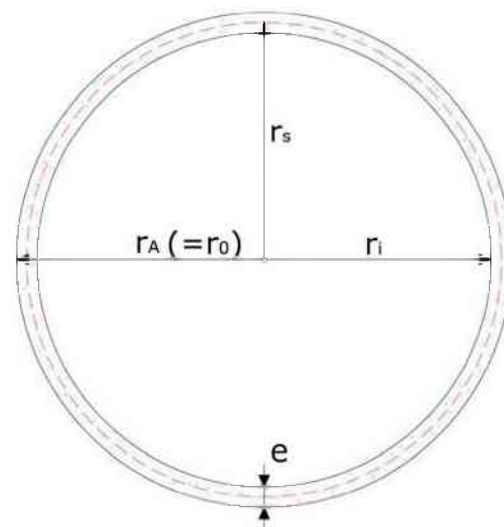


Abbildung V-36: Schematische Darstellung der Spritzbetonschale

<sup>13</sup> Spritzbetonstärke  $\ll$  Tunnelradius



Normalsteifigkeit

$$K_{SN} = \frac{E_{SpC} \cdot (r_A^2 - r_i^2)}{(1 + \nu) \cdot ((1 - 2\nu) \cdot r_A^2 - r_i^2)}$$

$$e_{SpC} \ll r_0 \quad K_{SN} = \frac{E_{SpC}}{(1 - \nu^2)} \cdot \frac{e_{SpC}}{r_S}$$

Biegesteifigkeit

$$K_{SF} = \frac{E_{SpC}}{(1 - \nu_S^2)} \cdot \frac{e_{SpC}^3}{12 \cdot r_S^3}$$

max. Ausbaustützdruck

$$p_{i,max} = \frac{1}{2} \beta_{gd,s} \cdot \left(1 - \frac{r_i^2}{r_A^2}\right)$$

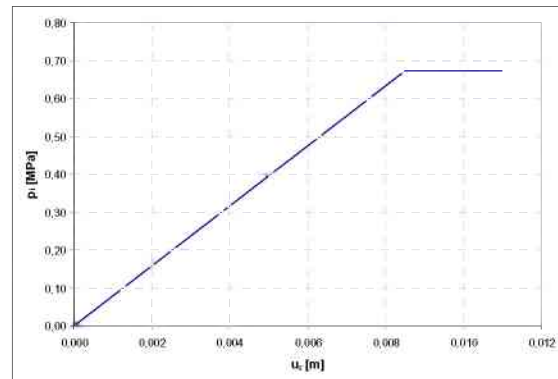


Abbildung V-37: Ausbaukennlinie des Spritzbetons mit linear elastischem ideal plastischem Materialverhalten

Gl. V-40: Berechnung der Ausbaukennlinie des Spritzbetons nach [16] [36]

Dies ist jedoch ein sehr vereinfachtes Verfahren und entspricht nicht der Realität, da die Veränderung des E-Moduls und der Festigkeit des Spritzbetons über die Zeit vernachlässigt wird. Im Folgenden werden zwei Varianten der zeitabhängigen Entwicklung des E-Moduls und der Festigkeit behandelt.

#### 4.1.2 Zeitabhängige Entwicklung des Spritzbetons nach Aldrian

Die erste Methode der Betrachtung eines zeitabhängigen E-Moduls und einer zeitabhängigen Festigkeitsentwicklung wurde aus der erweiterten Fließratenmethode nach Aldrian [1] entnommen. Der altersabhängige E-Modul entstammt ursprünglich aus der Richtlinie CEB-FIB<sup>14</sup> von 1978. Dabei ist zu beachten, dass diese Richtlinie im eigentlichen Sinn für Beton und nicht für Spritzbeton erstellt wurde.

$$E_{SpC(t)} = E_{SpC(28D)} \cdot \sqrt{\frac{t}{4,2 + 0,85 \cdot t}}$$

Gl. V-41: Berechnung des zeitabhängigen E-Moduls nach Aldrian [1]

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot 0,03 \cdot t; \quad 0 < t < 8h$$

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot \sqrt{\frac{t-5}{45 + 0,925 \cdot t}}; \quad t > 8h$$

Gl. V-42: Berechnung der zeitabhängigen Festigkeitsentwicklung nach Aldrian [1]

#### 4.1.3 Zeitabhängige Entwicklung des Spritzbetons nach Oreste

Eine andere Variante für die Ermittlung der zeitabhängigen Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Spritzbetons ist jene Annahme nach Oreste [32], die auf Berechnungen des Spritzbetonsausbaus von Pöttler [39] und Weber [56] aufbauen. Bei dieser Methode werden zwei Zeitkonstanten "α" (Verlauf der

<sup>14</sup> Comite Euro-International du Beton

zeitabhängigen Verformungseigenschaften) Gl. V-43 und "β" (Verlauf der zeitabhängigen Festigkeitseigenschaften) Gl. V-44 benötigt. Diese Konstanten müssen aus älteren Projekten oder Versuchen ermittelt werden. Abbildung V-39 zeigt unterschiedliche Verläufe der E-Modulentwicklung nach Oreste und Aldrian.

$$E_{SpC(t)} = E_{SpC(28D)} \cdot (1 - e^{-\alpha t})$$

Gl. V-43: Berechnung des zeitabhängigen E-Moduls nach Oreste [32]

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot (1 - e^{-\beta t})$$

Gl. V-44: Berechnung der zeitabhängigen Festigkeitsentwicklung nach Oreste [32]

Mit Hilfe der in Gl. V-40 angeführten Berechnung der Steifigkeit kann nun eine zeitabhängige Ausbaukennlinie erstellt werden. Abbildung V-38 zeigt die Ausbaukennlinie einer Spritzbetonschale mit unterschiedlichen zeitabhängigen Festigkeitsentwicklungen. Nach Überschreiten der zulässigen Festigkeit wird plastisches Fließen bis zum Versagen des Spritzbetons angenommen.

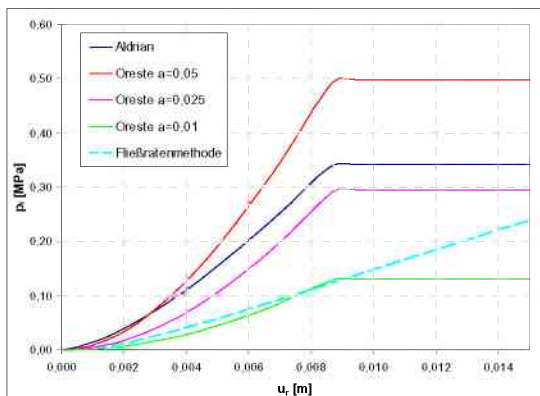


Abbildung V-38: Ausbaukennlinien einer Spritzbetonschale bei einer Vortriebsgeschwindigkeit von 2m/d nach Oreste [32]; Aldrian [1] und nach der Fließratenmethode

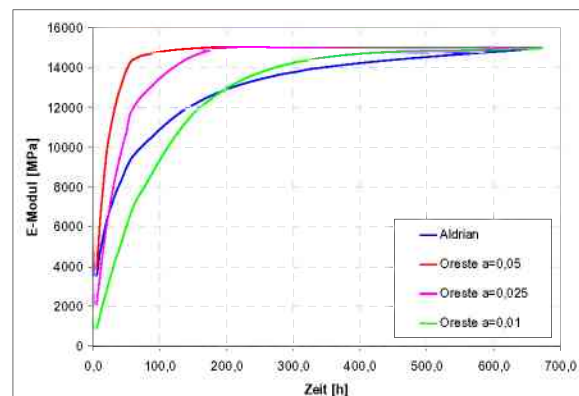


Abbildung V-39: Verlauf des zeitabhängigen E-Moduls mit  $\alpha = 0,01; 0,025; 0,05$  nach Oreste [32] und Aldrian [1]

Gesondert ist darauf zu hinzuweisen, dass die Größe der Vortriebsgeschwindigkeit Auswirkungen auf die Ausbaukennlinie hat.

Bei größerer Vortriebsgeschwindigkeit muss der SpC mehr Verformungen in einer kürzeren Zeitspanne aufnehmen als bei langsamer Vortriebsgeschwindigkeit. Dazu kommt, dass dem Spritzbeton in der kürzeren Zeitspanne weniger Zeit bleibt die Festigkeit zu erhöhen, und somit ein geringerer maximaler Ausbaustützdruck mobilisiert werden kann. In Abbildung V-40 ist zu erkennen, dass bei diesem Beispiel für beide Vortriebsgeschwindigkeiten kein Gleichgewichtszustand erreicht wird. In diesem Fall könnte durch den Einsatz von Stauchelementen ein Gleichgewichtszustand erreicht werden.

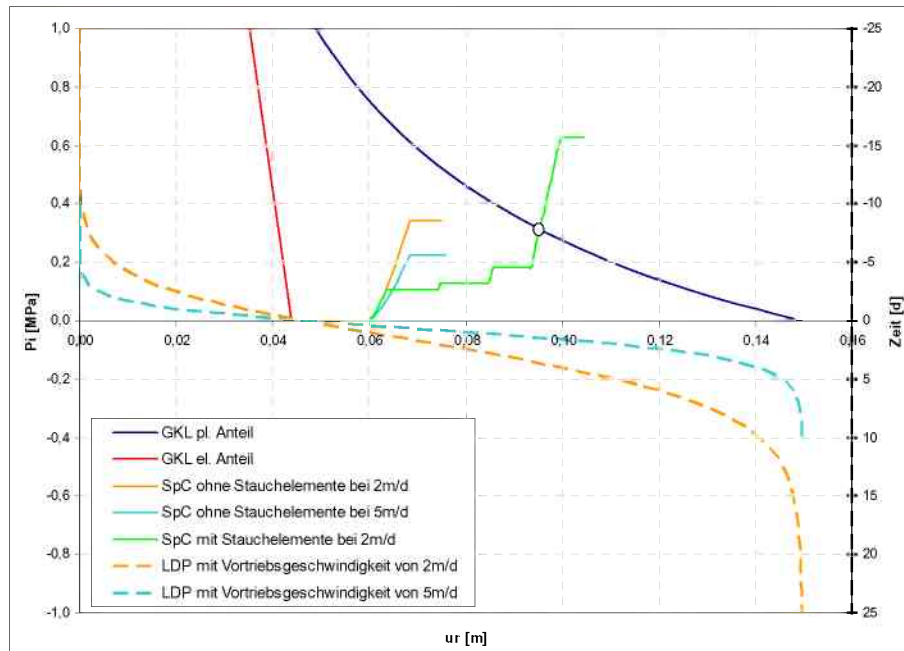


Abbildung V-40: Ausbaukennlinien von SpC mit zeitabhängigem Verhalten nach Aldrian [1] mit einer Vortriebsgeschwindigkeit von 2m/d und 5m/d

#### 4.1.4 Fließratenmethode nach Aldrian

Die erweiterte Fließratenmethode nach Aldrian [1] beschreibt das Verformungsverhalten des Spritzbetons unter Berücksichtigung eines von der Zeit und vom Auslastungsgrad abhängigen Verformungsmoduls und eines vorhandenen Spannungszustandes. Die Verformung des Spritzbetons kann im Wesentlichen in folgende Komponenten aufgeteilt werden:

1. Die elastische Sofortdehnung ist eine sofort auftretende umkehrbare Verformung, wobei diese mit zunehmenden Betonalter sinkt.
2. Die verzögerte elastische Dehnung ist eine umkehrbare Kriechverformung. Die Verformung entwickelt sich gleichartig, egal ob durch Be- oder Entlastung des Spritzbetons.
3. Die Fließdehnung ist eine bleibende Kriechverformung, deren Größe abhängig von auf den Spritzbeton aufgetragenen Spannung ist.
4. Schwind- und Temperaturverformungen

Bei dem Berechnungsvorgang, der in Gl. V-45 abgebildet ist, werden zwei aufeinander folgende Zeitintervalle betrachtet und die Dehnung am Ende des Intervalls errechnet. Innerhalb dieses Intervalls werden die auftretenden Spannungen, der Verformungsmodul, Druckfestigkeit und der Ausnutzungsgrad als konstant angesehen. Die einzelnen Teilabschnitte der Berechnung befinden sich in Anhang D.

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 + \underbrace{\frac{\sigma_3 - \sigma_2}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f}}_{\text{Anteil der Sofortdehnung}} + \underbrace{\sigma_2 \cdot \Delta C \cdot (e^{8a_2-6} + 1)}_{\text{Anteil der viskosen Dehnung}} + \underbrace{(\sigma_2 \cdot C_{d\infty} - \varepsilon_{d2}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}}\right)}_{\text{Anteil der viskoelastischen Dehnung}} + \underbrace{\Delta \varepsilon_{sh} + \Delta \varepsilon_t}_{\text{Schwind- und Temp.dehnung}}$$

Gl. V-45: Berechnung der Dehnung am Ende eines Intervalls mit der erweiterten Fließregel nach Aldrian [1]

Im Kennlinienverfahren wird der Dehnungsverlauf der Spritzbetonschale, der durch das nachdrängende Gebirge am Hohlraumrand entsteht, vorgegeben. Zur Berechnung der Spannungen mittels eines vorgegebenen Dehnungsverlaufes wird daher die Gl. V-45 für diese Anwendung umgeformt.

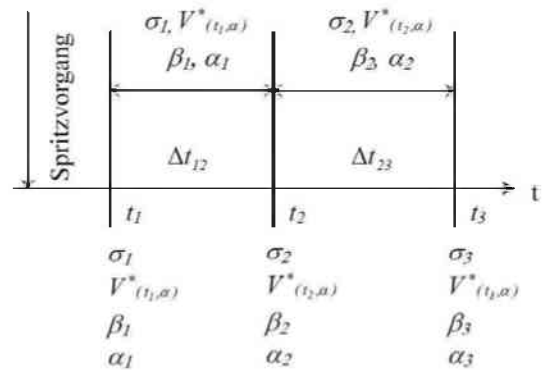


Abbildung V-41: Schemadarstellung des betrachtenden Zeitintervalls [31]

$$\sigma_3 = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2 + \frac{\sigma_2}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f} + \varepsilon_{d2} \left(1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}}\right) - \Delta \varepsilon_{sh} - \Delta \varepsilon_t}{\frac{1}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f} + \Delta C \cdot (e^{8a_2-6} + 1) + C_{d\infty} \left(1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}}\right)}$$

Gl. V-46: Berechnung der Spannungen mittels vorgegebener Dehnungen nach Aldrian [1]

Abbildung V-42 zeigt einen Verlauf der Ausbaukennlinie nach der erweiternden Fließratenmethode.

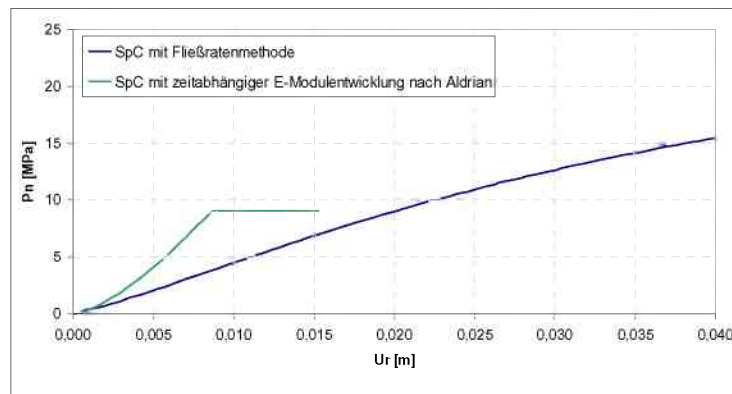


Abbildung V-42: Normalspannungen in der Spritzbetonschale mit erweiterter Fließratenmethode und zeitabhängiger E-Modulentwicklung nach Aldrian [1]

### 4.1.5 Stauchelemente

Stauchelemente kommen vor allem in tiefliegenden Tunnelvortrieben oder in Tunnelvortrieben mit schlechten Gebirgseigenschaften, in welchen große Hohlraumrandverschiebungen zu erwarten sind, zum Einsatz. In solchen Situationen würde für das Erreichen des Gleichgewichtes bei Ausbau ohne Stauchelemente ein großer Ausbaustützdruck, und daher eine sehr dicke Spritzbetonschale, erforderlich sein.

Um nun große Verschiebungen aufnehmen zu können und es somit zu keiner Überlastung der Spritzbetonschale kommt, werden Stauchelemente in der Spritzbetonschale eingebaut. Die Stauchelemente sind so ausgebildet, dass sie bei einem gewissen Ausbaustützdruck bzw. Normalspannungszustand in der Spritzbetonschale mobilisiert werden und Radialverschiebungen aufnehmen können. Dabei ist zu beachten, dass die Mobilisierungsspannung der Stauchelemente unter dem Tragvermögen der Spritzbetonschale liegt. Während das Stauchelement aktiv ist und der Spritzbeton konstant belastet wird, hat dieser mehr Zeit um seine Festigkeitseigenschaften zu entwickeln. Abbildung V-43 zeigt den Unterschied zwischen der AusbauKennlinie des Spritzbetons mit und ohne Stauchelemente. Im Laufe der letzten Jahre wurden mehrere unterschiedliche Systeme von Stauchelementen entwickelt [40]. Diese können je nach Verwendungsgebiet in unterschiedlichen Variationen bezüglich der Stauchlänge, Aktivierungsspannung und mit stufenweise Aktivierung hergestellt werden.

In Abbildung V-44 ist eine Berechnung mit den in Anhang B angeführten Parametern der Stauchelemente durchgeführt worden. Es wurde dabei ein dreistufiges Stauchelement verwendet. Wie in Abbildung V-44 zu erkennen ist, kommt es in diesem Beispiel ohne Einbau der Stauchelemente zu einem Versagen der Spritzbetonschale, bevor ein Gleichgewichtszustand erreicht werden kann. Durch die Verwendung von Stauchelemente kann der Ausbau mehr Radialverschiebungen aufnehmen und es kann sich in weiterer Folge ein Gleichgewichtszustand einstellen.

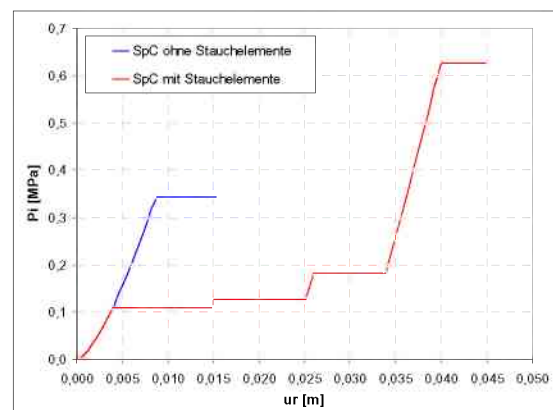


Abbildung V-43: AusbauKennlinien von SpC mit zeitabhängigem Verhalten nach Aldrian [1] mit dreistufigem Stauchelement und ohne Stauchelementen

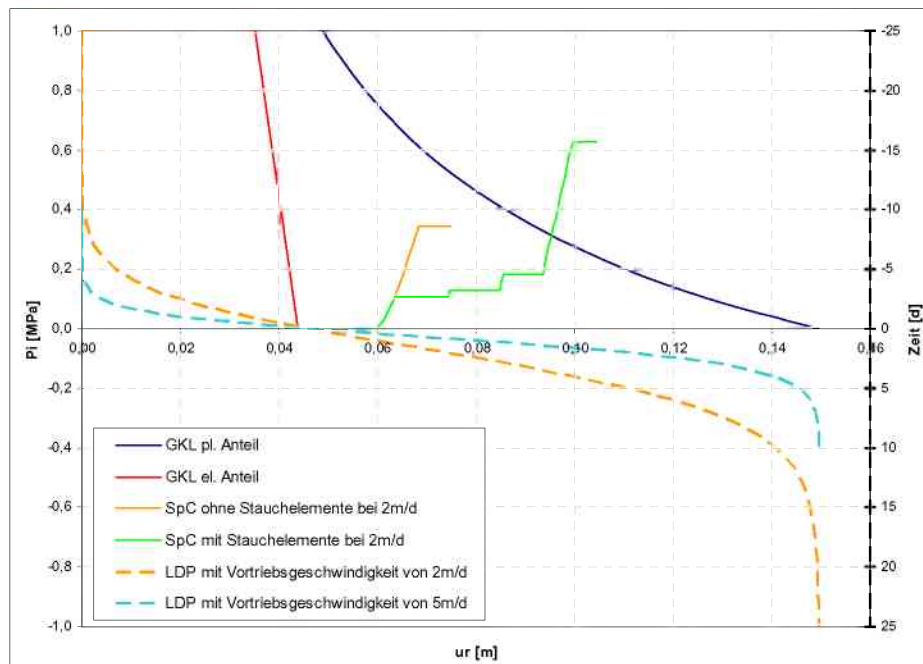


Abbildung V-44: Gebirgskennlinie nach Salencon [22] [43], LDP nach Hoek [42] und Ausbauskennlinie nach Aldrian [1] mit zeitabhängigem Verhalten mit und ohne Stauchelemente

## 4.2. Anker

Zu Beginn muss eine Unterscheidung der Ankertypen getroffen werden. Man kann Anker in zwei Gruppen, dem Freispielanker und dem Vollverbundanker, unterteilen.

### 4.2.1 Freispielanker

Die Freispielanker sind am Hohlraumrand mittels einer Ankerplatte und am Bohrloch tiefsten mit dem Gebirge verbunden. Durch die freie Länge des Ankerstabes zwischen den beiden Befestigungspunkten kann dieses Ankersystem, in Abhängigkeit der Ankerlänge, große Dehnwege aufnehmen, bevor es zum Versagen des Ankerstahls kommt. Dieses System besitzt nur eine Normalsteifigkeit, die vom vorhandenen Ankerquerschnitt " $d_A$ ", der Ankerlänge " $l_A$ ", dem Ankerraster " $f$ " und " $e$ ", sowie vom Elastizitätsmodul " $E_A$ " und dem Faktor " $Q$ " abhängig ist. Gl. V-47 beschreibt die Berechnung der Normalsteifigkeit und des maximalen Ausbaustützdruckes von Freispielankersystemen [16] [36].

$$K_{SN} = \frac{1}{\frac{e \cdot f}{r_0} \cdot \left( \frac{4 \cdot l_A}{\pi \cdot d_A^2 \cdot E_A} + Q \right)}; p_{i,max} = \frac{F_{A,max}}{e \cdot f}$$

Gl. V-47: Berechnung der Normalsteifigkeit und des maximalen Ausbaustützdruckes von Freispielankern [16] [36]

Ein weiterer Einflussfaktor ist der Verschiebungsfaktor des Ankerkopfes bzw. der Ankerplatte und der Befestigung im Bohrlochtiefsten. Dieser Faktor "Q" (Gl. V-48) wird mittels eines Ankerzugversuches ermittelt. Abbildung V-45 stellt einen schematischen Verlauf eines Ankerzugversuches dar.

$$Q = \frac{(u_2 - u_{e2}) - (u_1 - u_{e1})}{F_2 - F_1}$$

Gl. V-48: Verschiebungsfaktor "Q" des Ankerkopfes [16] [36]

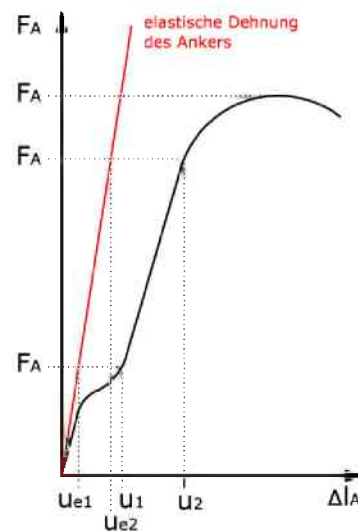


Abbildung V-45: Schematische Darstellung eines Ankerzugversuches [16]

Bei der Berechnung der Ausbaukennlinie der Freispielanker ist darauf zu achten, dass der Endpunkt des Ankers im Bohrlochtiefsten ebenfalls Radialverschiebungen aufweist. Die Größe der Radialverschiebungen am Bohrlochtiefsten kann mittels eines Verschiebungsverlaufs im Gebirge ermittelt werden. Aus diesem Grund kann dem Anker eine geringere Dehnung als die am Hohlraumrand auftretenden Radialverschiebungen zugewiesen werden.

#### 4.2.2 Vollverbundanker

Vollverbundanker sind nicht wie die Freispielanker nur an zwei Punkten mit dem Gebirge verbunden, sondern über die gesamte Ankerlänge an das Gebirge gekoppelt. Dabei werden dem Anker nicht nur die Hohlraumrandverschiebungen aufgezwungen, sondern auch der Verschiebungsverlauf des Gebirges entlang der Ankerlänge. [23]

Die Berücksichtigung der Vollverbundanker kann zuvor über einen Ausbauwiderstand oder wie in Gl. V-47 über verbesserte Gebirgseigenschaften berechnet werden. Aufgrund der Kopplung der Vollverbundanker mit dem Gebirge über die gesamte Länge des Ankers wird für die Vollverbundanker das Verfahren mit den verbesserten Gebirgseigenschaften verwendet. Eine gängige Methode zur Betrachtung der verbesserten Gebirgseigenschaften ist die Kohäsionserhöhung. Die Kohäsionserhöhung "Δc" kann entweder aus in-situ oder Laborversuchen über die Schubfestigkeit des geankerten Bereiches ermittelt werden. Stehen keine Versuche zu Verfügung gibt es zur Berechnung der Größe von "Δc" analytische Berechnungsverfahren [3] [45]. Für das Materialmodell nach Mohr-Coulomb kann die Kohäsionserhöhung auf zwei Arten erfolgen. In beiden Verfahren kommt es zu einer Erhöhung der Gebirgsdruckfestigkeit durch den Ausbaustützdruck der einen dreiaxialen Spannungszustand erzeugt. Der "aktive" Ansatz ist konservativer und erfolgt durch eine Horizontalverschiebung der τ-Achse. Der "passive" Ansatz lässt eine höhere Beanspruchung des Gebirges vom Grundzustand zu, was durch eine Verschiebung der Bruchgerade entlang der τ-Achse dargestellt wird. Beide

Varianten sind in Abbildung V-46 schematisch dargestellt. In dieser Arbeit wurde ausschließlich der "passive" Ansatz verwendet.

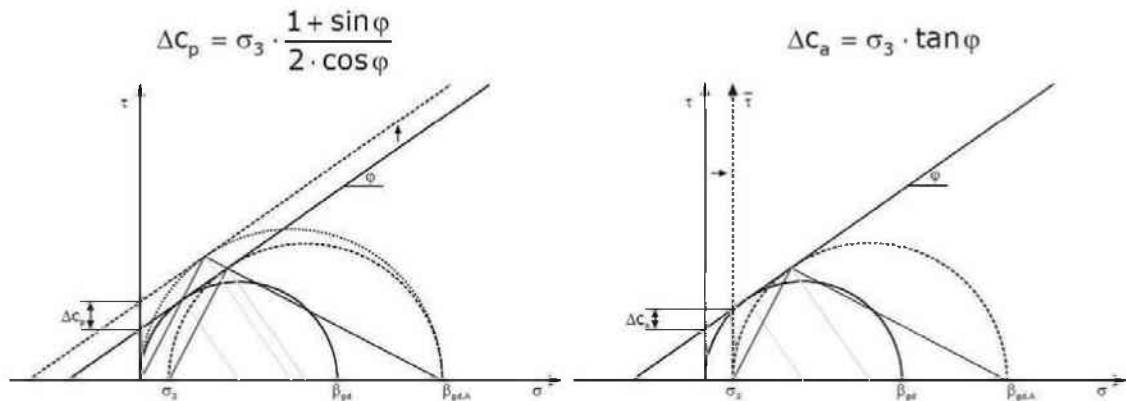


Abbildung V-46: "aktiver" (rechts) und "passiver" (links) Ansatz der Kohäsionserhöhung [23]

Die einfachste Berechnung eines vollvermörtelten Ankers ist jene ohne einer Zeitabhängigkeit der Parameter des Ankermörtels. In dieser Betrachtung wird der gesamte Ausbaustützdruck nach Einbau der Anker voll mobilisiert. Nach Umrechnen auf die Kohäsionserhöhung "Δc" kann eine neue Gebirgskennlinie berechnet werden, die das Systemverhalten Gebirge/geankerter Bereich beschreibt.

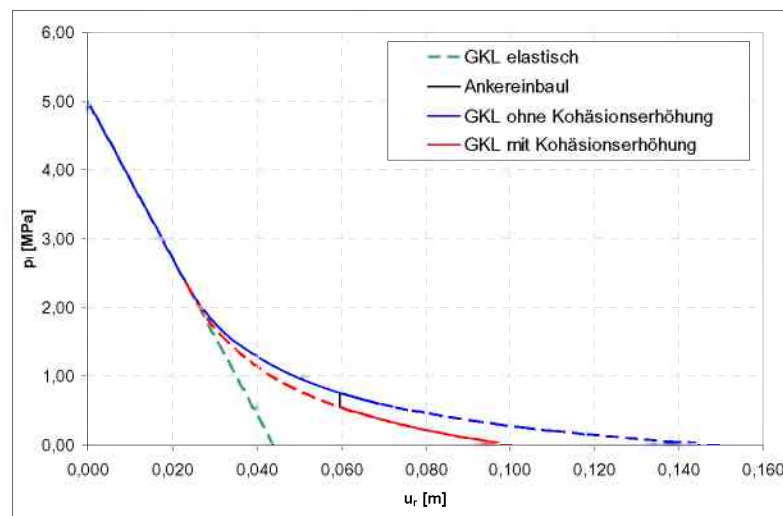


Abbildung V-47: Kennlinien mit Vollverbundanker ohne Zeitabhängigkeit

Im Gegensatz zur zeitunabhängigen Berechnungsmethode kommt es bei der zeitabhängigen Betrachtung zu einer kontinuierlichen Zunahme des Ausbaustützdruckes und somit zu einer allmählichen Zunahme der Kohäsionserhöhung. Die Art des Versagens bei Vollverbundankern ist von vielen unterschiedlichen Faktoren abhängig. Für die Berechnung wurde besonders auf die Verschiebungsrates und die Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels geachtet.



Schubert [45] und Blümel [2] führten Ausziehversuche mit unterschiedlichen Ausziehgeschwindigkeiten durch. Abbildung V-48 zeigt die Ergebnisse der Versuche nach Blümel. Dabei ist zu erkennen, dass der maximale Herauszieh Widerstand stark von der Verschiebungsrate abhängig ist. Wichtig für die Berechnung des Versagens der vollvermörtelten Anker ist die Bruchlast und Bruchdehnung des Ankerstabes, die Verschiebungsrate und der daraus ermittelbare maximale Herauszieh Widerstand und die Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels.

Blümel [2] führte die Versuche auch bei unterschiedlichen Temperaturen durch, um die Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels unter Temperatureinfluss zu ermitteln. Für die Festigkeitsentwicklung wurden die Ansätze von Oreste [32] verwendet. Der Faktor  $f(T)$  beschreibt die Steigung der Kurve der Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels. Dabei wurde die in Gl. V-49 abgebildeten Parameter für  $f(T)$  bei der Berechnung verwendet.

Der Vergleich mit Herstellerdaten zeigt, dass die Festigkeit des jungen Ankermörtels in der Berechnung überschätzt wird. Mit den zuvor angenommenen Kriterien der zeitabhängigen Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels, der Abbruchkriterien aus dem Herauszieh Widerstand und der maximalen Ankerzugkraft, kann nun zu jedem Zeitpunkt der Ausbaustützdruck und weiters die Kohäsionserhöhung berechnet werden. Diese Kohäsionserhöhung wird zu der Kohäsion des Gebirges addiert und eine neue Gebirgskennlinie berechnet. Je kleiner die Zeitintervalle für die Berechnung gewählt werden, desto detaillierter kann die neue Gebirgskennlinie dargestellt werden. Dafür wäre es von Vorteil dies, wie bei dem angepassten LDP (V-3.10 „Anpassung des LDPs durch den vorhandenen Ausbaustützdruck“) mittels Programmiersprache zu implementieren. Die Implementierung der Vollverbundanker in der Berechnung mittels Tabellenkalkulationsprogramms ist sehr komplex, da für jeden neuen Zustand bzw. für jedes neue Inkrement alle Kennlinien neu berechnet werden müssen. Die neu berechneten Gebirgskennlinien mit der Kohäsionserhöhung stellt im eigentlichen Sinn eine Systemkennlinien und nicht eine Gebirgskennlinien dar. Abbildung V-49 zeigt ein Flussdiagramm des Berechnungsvorganges der Vollverbundanker.

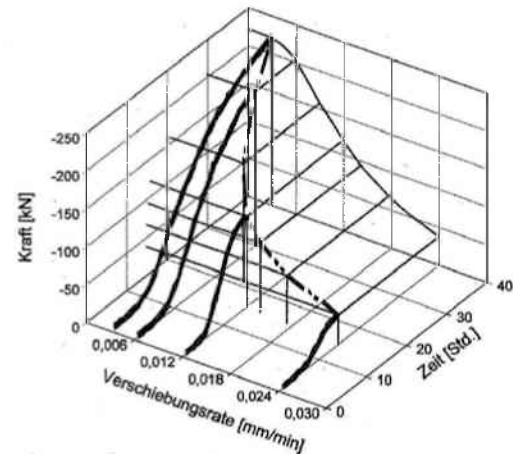


Abbildung V-48: Arbeitslinie der Ankerbolzen nach den Ausziehversuchen von Blümel [2]

$$F_{Azul} = F_{max} \cdot \left(1 - e^{-f(T) \cdot t(t_h)}\right)$$

$f(T)$  = Faktor für die Steigung (Verlauf) der Kurve

$f(T) = 0,05$  ... Oreste

$f(T) = 0,01$  ... Blümel bei 5°C

$f(T) = 0,025$  ... Blümel bei 20°C

Gl. V-49: Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels nach dem Ansatz von Oreste [32]

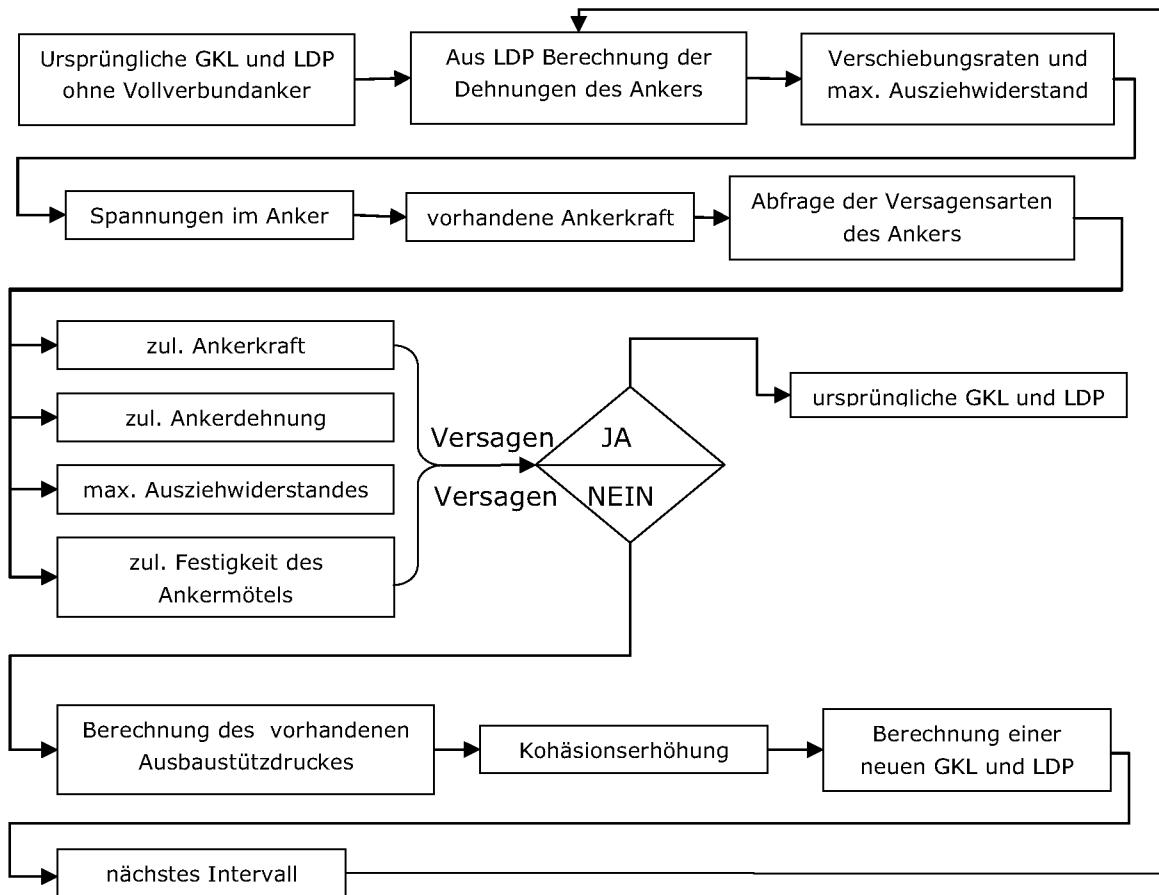


Abbildung V-49: Flussdiagramm der Berechnung von Vollverbundankern

Abbildung V-50 zeigt die Veränderung der Gebirgskennlinie durch die Systemankerung aus Vollverbundankern. Dabei ist zu sehen, dass während der Verformung der Ankerplatte die Gebirgskennlinie konstant gehalten wird, da es in diesem Bereich zu keiner weiteren Kohäsionserhöhung kommt.

Um den Anker und vor allem den Ankermörtel in einer frühen Phase nicht zu stark zu belasten, können Rohre unter der Ankerplatte angebracht werden. Während diese Rohre als "Stachelemente" dienen hat der Ankermörtel Zeit um seine Festigkeit zu entwickeln.

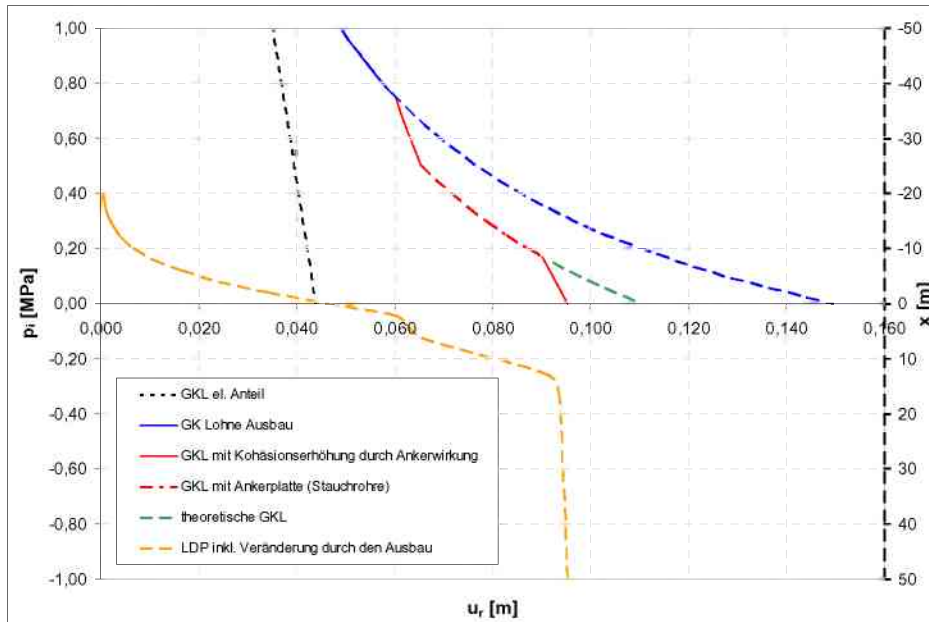


Abbildung V-50: Kennlinien unter Berücksichtigung von einer Systemankeringung aus Vollverbundankern – inkl. Ankerplatte

Aufgrund der Komplexität der Berechnungsmodelle der Vollverbundanker ist noch anzumerken, dass für die Berechnung viele Vereinfachungen getroffen wurden. Ein besonderes Problem ist der reale Spannungsverlauf im Ankerstab. Dieser unbekannte Spannungsverlauf im Anker lässt eine genauere Betrachtung der Versagensmechanismen nicht zu.

### 4.3. Kombination der Stützmittel

Werden die einzelnen Stützmittel nun gemeinsam eingebaut, werden die einzelnen Kennlinien der Stützmittel zu einer gesamten Ausbaukennlinie zusammengefasst werden. Abbildung V-51 zeigt eine Kombination einer Spritzbetonschale mit einem dreistufigen Stauchelement und Freispiellankern. Eine Überlagerung der einzelnen Stützmittel wird über die Addition der Steifigkeit der Stützmittel durchgeführt. Dabei ist zu unterscheiden, ob die Stützmittel "in Reihe" oder "parallel" eingebaut werden. Eine Überlagerung "in Reihe" ist zum Beispiel die Kombination von Freispiellankern mit einer Spritzbetonschale (Gl. V-50). Eine "parallele" Überlagerung kommt bei der Kombination von Stauchelementen mit einer Spritzbetonschale zu Stande (Gl. V-51).

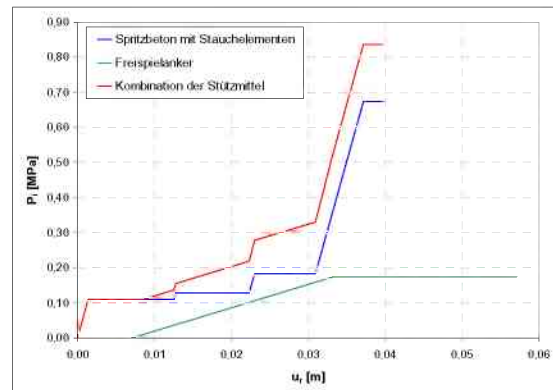


Abbildung V-51: Ausbaukennlinie von Spritzbeton mit Stauchelementen und Freispiellankern inkl. Kombination

$$K_{ges} = \sum_{i=1}^n K_i$$

Gl. V-50: "Serienschaltung" der Ausbausteifigkeiten

$$K_{ges} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i}}$$

Gl. V-51: "Parallelschaltung" der Ausbausteifigkeiten

## VI Ortsbrustbetrachtung

Bisher wurde nur der Hohlraumrand in Betracht gezogen. Um den Hohlraum als Gesamtes Bauwerk darzustellen zu können wird in diesem Kapitel die bisher unbeachtet gebliebene Ortsbrust und deren Verschiebungs- und Spannungsverteilungen behandelt. Zur Erklärung der Vorgehensweise wurden die Berechnungsverfahren von Kolymbas [28] und Feder [14] gewählt. Wie zuvor unterscheiden sich die einzelnen Theorien in den Randbedingungen und den getroffenen Vereinfachungen.

### 1. Kolymbas

Kolymbas [28] vereinfacht das Problem der Geometrie unter der Annahme einer kugelförmigen Ortsbrust. Es wird für die Berechnung ein unendlich ausgedehnter homogener Gebirgskörper mit hydrostatischem Spannungszustand (Seitendruckfaktor  $k_0 = 1$ ) verwendet.

Wird bei der Berechnung der elastischen Spannungsverteilung am Hohlraumrand in Gl. IV-11, eine Zylindersymmetrie herangezogen, wird für den Fall der Ortsbrust eine Kugelsymmetrie verwendet. Der vollständigen Berechnungs- bzw. Herleitungsvorgang ist ähnlich wie in Gl. IV-7 bis Gl. IV-9 und sind in Anhang E dargestellt. Gl. VI-1 und Gl. VI-2 zeigen die Ergebnisse der Differentialgleichung für den elastischen Fall.

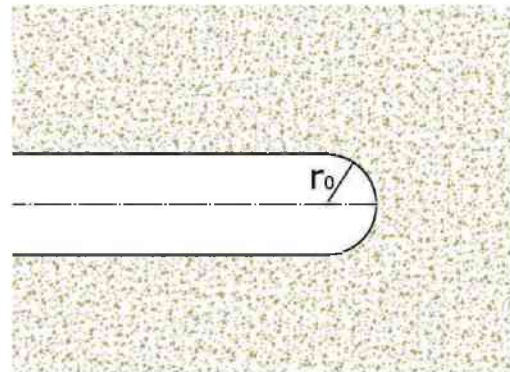


Abbildung VI-1: Ortsbrustgeometrie als Halbkugel nach Kolymbas [28]

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_i) \left( \frac{r_0}{r} \right)^3 \qquad \sigma_t = p_0 + \frac{1}{2} (p_0 - p_i) \left( \frac{r_0}{r} \right)^3$$

Gl. VI-1: Spannungen im elastischen Bereich der Ortsbrust nach Kolymbas [28]

$$u_{r(r_0)} = \frac{p_0 - p_i}{4G} r_0$$

Gl. VI-2: elastische Verschiebungen an der Ortsbrust nach Kolymbas [28]

Wird die Gebirgsfestigkeit an der Ortsbrust überschritten bzw. sinkt der Ausbaustützdruck unter den kritischen Ausbaustützdruck, kommt es zur Ausbildung einer plastischen Zone im Bereich der Ortsbrust. Die Herleitung und die dazugehörige Differentialgleichung befinden sich in Anhang E.

$$\sigma_r = (p_i + c \cdot \cot \varphi) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2(k_p - 1)} - c \cdot \cot \varphi$$

Gl. VI-3: Radialspannungen in der plastischen Zone um die Ortsbrust nach Kolymbas [28]

$$r_p = r_0 \cdot \left( \frac{\frac{2}{2 \cdot k_p + 1} \cdot \left( \frac{3}{2} \cdot p_0 - 2c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) + c \cdot \cot \varphi}{p_i + c \cdot \cot \varphi} \right)^{\frac{1}{2(k_p - 1)}}$$

Gl. VI-4: Berechnung des plastischen Radius nach Kolymbas [28]

Nun kann, falls erforderlich, ein Schätzwert für einen Ausbauwiderstand getroffen werden, der die Größe der plastischen Zone bis zu einer vordefinierten Grenzfläche verringert. Diese Grenzfläche kann beispielsweise durch eine Geländefläche, wie in Gl. VI-5 die Überlagerungshöhe "h", oder andere Bauwerksgrenzen beschrieben werden.

$$p_i \approx \left[ \frac{2}{2 \cdot k_p + 1} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot h - 2c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) + c \cdot \cot \varphi \right] \cdot \left( \frac{r_0}{r_0 + h} \right)^2 \cdot (k_p - 1) - c \cdot \cot \varphi$$

Gl. VI-5: Schätzwert für einen erforderlichen Ausbauwiderstand zur Verringerung des plastischen Radius nach Kolymbas [28]

## 2. Feder

Feder [14] nimmt eine Kugelsymmetrie für die plastische Zone im Bereich der Ortsbrust an. Der Unterschied liegt jedoch in der Annahme der geometrischen Randbedingungen. Feder geht davon aus, dass ein Teil des Hohlraumes hinter der Ortsbrust nicht von einem Ausbau gestützt wird. Dieser ungestützte Hohlraum hinter der Ortsbrust besitzt keine stabilisierende Wirkung und es kommt zu einer Vergrößerung des zu betrachtenden Hohlraumradius. Abbildung VI-2 zeigt eine schematische Darstellung der Geometrie der Ortsbrust und des erweiterten Hohlraumradius "R<sub>0B</sub>=r<sub>0,neu</sub>". Feder unterteilt den Bereich um die Ortsbrust in ein plastisches Kugelgewölbe und in ein elastisches Kugelgewölbe. Gl. VI-6 stellt die Ergebnisse der Spannungsbetrachtung in dem plastischen Kugelgewölbe dar.

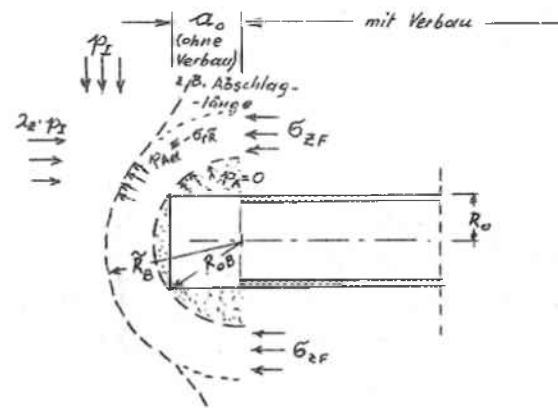


Abbildung VI-2: Darstellung der Ortsbrustgeometrie und der plastischen Zone nach Feder [14]

$$\sigma_r = \left( p_i + 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k \right) \cdot \left( \frac{r}{r_{0,neu}} \right)^{2k_{pl}-1} - 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k$$

Gl. VI-6: Berechnung des Spannungsverlaufes in dem plastischen Kugelgewölbe nach Feder [14]

Die Spannungsrechnung im elastischen Teil vor der Ortsbrust wird mittels der Airy'schen Spannungsfunktion in einem Kugelgewölbe berechnet. Es können nach Feder verschiedene Seitendruckbeiwerte längs und quer zur Tunnelachse verwendet werden. Für diese Annahme müssen der Ulm, die Firste und der Zentralpunkt, das ist der Punkt vor der Ortsbrust, separat betrachtet werden. Der analytisch aufwendige Berechnungsapparat wird durch die Annahme eines hydrostatischen Spannungszustandes, also  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$  vereinfacht. Gl. VI-7 zeigt die Berechnung der Spannung am Übergang vom plastischen zum elastischen Bereich für  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$ .

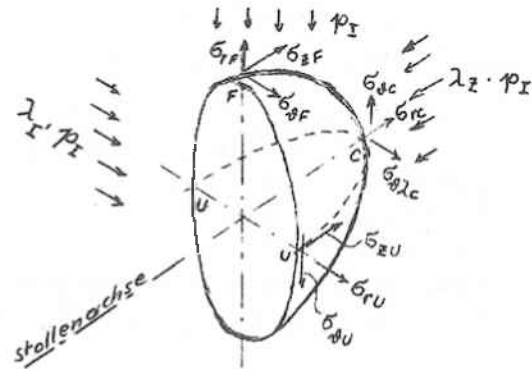


Abbildung VI-3: Schematische Darstellung der Ortsbrust mit elastischem Kugelgewölbe [14]

$$\sigma_{r,el-pl} = p_i^{cr} = \frac{27 - 15\nu - 6k_{0y}}{(7 - 5\nu)(2k_{el} + 1)} \cdot p_0 - 2 \cdot \frac{k_{el} - 1}{2k_{el} - 1} \cdot p_k$$

Gl. VI-7: Berechnung der Spannungen zwischen der elastischen und der plastischen Zone mit der Vereinfachung  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$  nach Feder [14]

$$r_p = r_{0,neu} \cdot \left( \frac{p_i^{crit} + 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k}{p_i + 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k} \right)^{\frac{1}{2k_{pl}-1}}$$

Gl. VI-8: Berechnung des plastischen Radius nach Feder [14]

Für die Berechnung des plastischen Radius (Gl. VI-8) wird als Spannung zwischen elastischen und plastischen Bereich der maximale Wert von Ulm, Firste oder Zentralpunkt verwendet. Bei der vereinfachten Betrachtung ( $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$ ) kann die in Gl. VI-7 berechnete Spannung für den kritischen Ausbaustützdruck verwendet werden. Feder weist darauf hin, dass zur Ermittlung des LDPs die Entwicklung der plastischen Zone an der Ortsbrust mit berücksichtigt werden muss.

Die Berechnung der Verformungen des elastischen Bereiches bis zum Übergang in den plastischen Bereich lassen sich wie in Gl. VI-9 aufgezeigt berechnen.

$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{1}{E} \cdot (\Delta\sigma_{\vartheta} - \nu \cdot \Delta\sigma_z - \nu \cdot \Delta\sigma_r)$$

Gl. VI-9: Berechnungsvorgang für die Ermittlung der elastischen Verschiebungen bei  $r_p$  nach Feder [14]

Da das Gebirge durch das Kugelgewölbe in zwei Richtungen zusammengedrängt wird, können näherungsweise die doppelten plastischen Verschiebung eines gleich großen zylindrischen Hohlraumes für den plastischen Anteil der Ortsbrustverschiebungen angesetzt werden. Der vollständige Berechnungsvorgang für die Spannungen und Verformungen ist in Anhang E aufgezeigt.



## VII Schlussfolgerungen

Das Kennlinienverfahren ist ein schnelles Hilfsmittel für die Ermittlung der Gebirgsverhaltenstypen und des Systemverhaltens in einer frühen Planungsphase. Durch die Vereinfachungen und Randbedingungen ist zu berücksichtigen, dass das Verfahren nur begrenzt einsetzbar ist. Die Genauigkeit ist für die Abschätzungen des Gebirgsverhaltens in einer frühen Planungsphase und als große Kontrolle von numerischen Berechnungen ausreichend.

Durch die vielen unterschiedlichen Ansätze, die für das Kennlinienverfahren herangezogen werden, und deren Kombinationsmöglichkeiten können die Berechnungsergebnisse stark voneinander abweichen. Dabei ist festzuhalten, dass im Kennlinienverfahren alleine aus den hier vorgestellten Verfahren mit acht verschiedenen Gebirgskennlinien, sieben Modellen der Radialverschiebungen entlang der Tunnelachse und den unterschiedlichen Stützmitteln mit beispielsweise vier Varianten der Spritzbetonberechnung, über 200 Kombinationen erstellt werden können. Darin sind die verschiedenen Berechnungsmethoden der zeitabhängigen LDPs und die Kombination von mehreren Stützmitteln nicht berücksichtigt.

So schnell und anschaulich dieses Verfahren auch ist, so ist nach Ansicht des Verfassers ein Grundverständnis der analytischen Modelle und der gebirgsmechanischen Vorgänge im Gebirge nötig um das Kennlinienverfahren richtig anwenden zu können.

Weiters stellt sich die Frage, ob durch eine detailliertere theoretische Annahme und eine Verringerung der getroffenen Vereinfachungen das Kennlinienverfahren für die Anwender verbessert wird. Die Abweichung der Berechnungsergebnisse zwischen numerischer und analytischer Betrachtung würde geringer ausfallen. Der negative Aspekt dabei ist die steigende Komplexität der analytischen Berechnungsverfahren.

Vor allem die zeitabhängigen Verfahren der einzelnen Teilbereiche des Kennlinienverfahrens wie, Gebirgsverhaltens, radialen Hohlraumrandverschiebungen entlang der Tunnelachse und der Stützmittel besitzen noch Forschungs- und Entwicklungspotential.

Derzeit werden aufbauend auf diese Arbeit Untersuchungen zum Vergleich des Kennlinienverfahrens mit dreidimensionalen numerischen Berechnungen am Lehrstuhl für Subsurface Engineering durchgeführt.

## VIII Abkürzungsverzeichnis

### Indizes

- $el$  ...elastischer Anteil  
 $pl$  ...plastischer Anteil

### griechische Buchstaben

- $\alpha$  ...Kriechkonstante in -  
 $\beta$  ...Konstante des Deformationsmechanismus in -  
 $\beta_i$  ...zulässige Festigkeit des Ausbaues in MPa  
 $\varepsilon_{\vartheta}$  ...Tangentialdehnung in -  
 $\varepsilon_r$  ...Radialdehnung in -  
 $\varepsilon_{vp}$  ...visko-elastische Dehnung in -  
 $\varepsilon_z$  ...Längsdehnung in -  
 $\vartheta$  ...Winkel in Umfangsrichtung des Hohlraumes in °  
 $\lambda_{face}$  ...äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -  
 $\lambda_{(x)}$  ...äquivalenter Stützmittelkoeffizient in -  
 $\nu$  ... Poissonzahl in -  
 $\xi$  ... Formparameter in -  
 $\sigma_1$  ...max. Hauptspannung in MPa  
 $\sigma_3$  ...min. Hauptspannung in MPa  
 $\sigma_{Ank}$  ...Spannungen im Anker in MPa  
 $\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa  
 $\sigma_N$  ...Normalspannung in MPa  
 $\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa  
 $\sigma_s$  ...beschreibt das Kriterium der Plastifizierung nach Boidy (wird hier nicht berücksichtigt) =0 MPa  
 $\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa  
 $\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

$\tau$	...Schubspannung in MPa
$\varphi$	...Reibungswinkel in °
$\varphi_{LT}$	...Reibungswinkel - Langzeit in °
$\varphi_{ST}$	...Reibungswinkel - Kurzzeit in °
$\psi$	...Dilatationswinkel in °

### römische Buchstaben

$a$	...Konstante in -
$a$	...visko-elastischer Parameter nach dem Arrhenius Gesetz in -
$c$	...Kohäsion in MPa
$c_{LT}$	...Kohäsion - Langzeit in MPa
$c_{ST}$	...Kohäsion - Kurzzeit in MPa
$D$	...Faktor für die Gesteinsstörung (Sprengerschütterung) in -, D=0 keine Störung, D=1 starke Störung des Gebirges
$d_A$	...Ankerdurchmesser in m
$E$	...Elastizitätsmodul in MPa
$E_A$	...E-Modul des Ankers in MPa
$E_{SpC}$	...E-Modul des Spritzbetons in MPa
$E_{St}$	...E-Modul des Ankerstahles in MPa
$e$	...Ankerabstand in tangentialer Richtung in m
$e_{SpC}$	...Spritzbetondicke in m
$f$	...Ankerabstand in Tunnelachsrichtung in m
$F_{A,max}$	...maximale Ankerzugkraft in MN
$F_{A;zul}$	...zulässige Ankerzugkraft für den Ankermörtel in MN
$F_{vorh}$	...vorhandene Ankerzugkraft in MN
$G$	...Schubmodul in MPa
$K_{SF}$	...Biegesteifigkeit in MPa
$K_{SN}$	...Normalsteifigkeit in MPa
$k$	...Seitendruckbeiwert (passiv) in -
$k_0$	...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in -
$k_\psi$	...Auflockerungsfaktor in -

---

$l_A$	...Ankerlänge in m
$m_i$	...Stoffkonstante in -
$p_0$	...Primärspannung in MPa
$p_i$	...Ausbaustützdruck in MPa
$\tilde{p}_i$	... equivalenter Ausbaustützdruck in MPa
$p_i^{cr}$	...kritischer Ausbaustützdruck in MPa
$p_{i,max}$	...maximaler Ausbauwiderstand der Stützmittel in MPa
$p_k$	...Binnendruck in MPa
$Q$	...Faktor für die Verschiebung des Ankerkopfes in $\text{MPa}^{-1}\text{m}^{-1}$
$q$	...Deviatorspannung in MPa
$r$	...Laufvariable in m
$r_0$	...Hohlraumradius in m
$r_A$	...Außenradius des Ausbaues ( $= r_0$ ) in m
$r_I$	...Innenradius des Ausbaues in m
$r_p$	...plastischer Radius in m
$r_s$	...Wirkungsradius der inneren Kräfte im Ring in m
$s$	...Konstante in -, $s=1$ für intaktes Gestein
$t$	...Zeit in d bzw. in s
$u_0$	...Radialverschiebungen beim Einbau der Stützmittel in m
$u_\infty$	...maximale Radialverschiebungen bei $x=\infty$ in m
$u_r$	...Radialverschiebung in m
$u_{r,el}$	...elastische Radialverschiebungen des Ausbaues in m
$u_{r,max,el}$	...Radialverschiebungen bei maximaler elastischer Verschiebung des Ausbaues in m
$u_{r,max}$	...maximale Radialverschiebungen bei Versagen des Ausbaues in m
$u_{r(x)}$	...Radialverschiebungen an der Stelle x entlang der Tunnelachse in m

**Fließbratenmethode**

$\alpha$	...Auslastungsgrad in -
$\beta_{(t)}$	...ermittelte Druckfestigkeit zum Zeitpunkt t in MPa
$\beta_{(28D)}$	...28-Tage Druckfestigkeit in MPa
$\Delta\epsilon_{d12}$	...Zuwachs der viskoelastischen Dehnung in -
$\epsilon_{d(t)}$	...verzögerte elastische Dehnung zum Zeitpunkt t in -
$\Delta\epsilon_s$	...Änderung der Sofortdehnung in m
$\epsilon_{sh}$	...Schwinddehnung nach t Tagen in -
$\epsilon_{sh\infty}$	...Endschwinddehnung in $\mu\text{m}/\text{m}$
$\epsilon_t$	...Temperaturdehnung nach Tagen in -
$\Delta\epsilon_v$	...Zuwachs der viskosen Dehnung in -
$\sigma_{vorh}$	...Spannung im betrachteten Intervall in MPa
$\sigma_3$	...Spannungen im nächsten Intervall in MPa
$\sigma_2$	...Spannungen im vorhergehenden Intervall in MPa
$A$	...Fließparameter (Konstante) in $\text{MPa}\cdot\text{h}^{0,25}$
$B$	...Konstante; Maß für die Krümmung der Schwindkurve in h
$\Delta C$	...Zeitansatz für die Entwicklung der viskosen Dehnung in $\text{MPa}^{-1}$
$C_{d\infty}$	...Grenzwert der umkehrbaren Kriechverformung in $\text{MPa}^{-1}$
$E_{28}$	...28-Tage E-Modul in MPa
$E_{(t)}$	...E-Modul zum Zeitpunkt t in MPa
$f$	...Konstante für die Entlastung in $\text{MPa}^{-1}$
$Q$	...Konstante; kann aus der Geschwindigkeit der umkehrbaren Kriechverformung hergeleitet werden in MPa
$t$	...Betonalter in h
$t$	...Alter in Tagen für die Temperaturdehnung d
$V_{(t,a)}$	...Verformungsmodul in MPa
$V_{(t,a)}^*$	...bezogener Verformungsmodul in MPa

## IX Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG III-1: DARSTELLUNG DES KENNLINIENVERFAHRENS MIT GEBIRGSKENNLINIE GKL, AUSBAUKENNLINIE AKL, LONGITUDINAL DEFORMATION PROFIL LDP .....	5
ABBILDUNG IV-1: DARSTELLUNG DES MOHR ´SCHEN SPANNUNGSKREISES .....	8
ABBILDUNG IV-2: DARSTELLUNG DES HB-BRUCHKRITERIUMS [41] .....	8
ABBILDUNG IV-3: ÜBERLAGERUNG DER BRUCHKRITERIEN MC UND HB [20] .....	9
ABBILDUNG IV-4: MATERIALVERHALTEN; LINEAR-ELASTISCH IDEAL-PLASTISCHES VERHALTEN (A), LINEAR-ELASTISCH IDEAL-PLASTISCHES VERHALTEN MIT PLÖTZLICHER ENTFESTIGUNG (B), LINEAR- ELASTISCH IDEAL-PLASTISCHES VERHALTEN ALLMÄHLICHER ENTFESTIGUNG (C), [18] .....	10
ABBILDUNG IV-5: SPANNUNGSVERTEILUNG UM EINEN HOHLRAUM.....	11
ABBILDUNG IV-6: $\sigma$ - $\tau$ DIAGRAMM FÜR EIN LINEAR-ELASTISCHE IDEAL PLASTISCHE MATERIALVERHALTEN MIT EINER ANSTRENGUNGSHYPOTHESE NACH MOHR-COULOMB.....	12
ABBILDUNG IV-7: GRAFISCHE DARSTELLUNG DER SPANNUNGEN UND KRÄFTE IN EINEM GEBIRGSELEMENT UM DEN HOHLRAUM.....	13
ABBILDUNG IV-8: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG EINER SPANNUNGSVERTEILUNG FÜR EIN IDEAL- ELASTISCHES LINEAR-PLASTISCHES MC MEDIUM MIT AUSBILDUNG EINER PLASTISCHER ZONE [28] .....	14
ABBILDUNG IV-9:SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER VERSCHIEBUNGEN FÜR ELASTISCHE BEREICHE [12] .....	15
ABBILDUNG IV-10: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER DEHNUNGEN ANHAND EINES EINHEITSWÜRFELS [12] .....	15
ABBILDUNG IV-11: VERSCHIEDENEN VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG IM GEBIRGE IN RADIALER RICHTUNG BEI EINEM HOHLRAUMRADIUS VON $r_0=5,5$ M NACH: SULEM [49], SALENCON [43], FEDER ELASTOPLASTISCH[13] [15], HB ELASTOPLASTISCH [7] [24].....	17
ABBILDUNG V-1: GEBIRGSKENNLINIE NACH SALENCON [43] .....	18
ABBILDUNG V-2: VERSCHIEDENE AUSBAUKENNLINIEN; SPC, ANKER, STAUCHELEMENTE UND DEREN KOMBINATION .....	18
ABBILDUNG V-3:DARSTELLUNG EINER AUSBAUKENNLINIE (IDEAL ELASTISCH – LINEAR PLASTISCH) ...	19
ABBILDUNG V-4: SYSTEMATISCHE DARSTELLUNG EINES LDP UND ÜBERGANG AUF EIN 3D MODELL [38] .....	19
ABBILDUNG V-5: BEISPIEL EINER ANWENDUNG DES KENNLINIENVERFAHRENS MIT VORTRIEBSTILLSTAND UND VERÄNDERUNG DES EINBAUZEITPUNKTES DER STÜTZMITTEL.....	20
ABBILDUNG V-6: GEBIRGSKENNLINIE (ZEITUNABHÄNGIG); AUSBAUKENNLINIE BEI VORTRIEBSGESCHWINDIGKEITEN VON 2 UND 5 M/TAG FÜR SPC UND SPC MIT STAUCHELEMENTEN; [1] [27] [32] .....	21
ABBILDUNG V-7: VERFAHREN MIT ABHÄNGIGKEIT DER GKL UND DES LDP VOM AUSBAUSTÜTZDRUCK MIT ZEITABHÄNGIGEM SPC MODELL [1] .....	22
ABBILDUNG V-8: VERRINGERUNG DES AUSBAUSTÜTZDRUCKES DURCH FORTSCHREITEN DER ORTSBRUST, ANLEHNUNG AUS [49].....	23
ABBILDUNG V-9: SCHEMATISCHE ANSICHT DER VORHANDENEN SPANNUNGEN [6] .....	25
ABBILDUNG V-10: SPANNUNGSFELD UM EINEN KREISFÖRMIGEN HOHLRAUM MIT ZENTRALSCHMETRISCHEN PRIMÄRSPANNUNGSZUSTAND NACH FEDER [13] .....	26
ABBILDUNG V-11: SPANNUNGSVERLAUF UM EINEN KREISRUNDEN HOHLRAUM MIT BELIEBIGEM PRIMÄRSPANNUNGSZUSTAND NACH FEDER [12].....	28
ABBILDUNG V-12: ZEITABHÄNGIGE FUNKTION $f(x)$ VON GL. V-20 NACH SULEM/PANET [49] .....	30

ABBILDUNG V-13: SPANNUNGSVERLÄUFE DER RADIAL- UND TANGENTIALSPANNUNGEN MIT MATERIALMODELLEN NACH MOHR COULOMB [43] UND HOEK-BROWN [22] .....	32
ABBILDUNG V-14: RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF UND RADIALE HOHLRAUMRANDVERSCHIEBUNG NACH SULEM [49], SALENCON [41] [43], CARRANZA-TORRES [6] [7] UND FEDER [12] .....	33
ABBILDUNG V-15: GEBIRGSKENNLINIE MIT ZEITABHÄNGIGER ENTFESTIGUNG NACH LADANYI [29] UND SULEM/PANET [49] .....	33
ABBILDUNG V-16: RADIALVERSCHIEBUNGEN IN RICHTUNG DER TUNNELACHSE IN ELASTISCHEN MEDIEN NACH PANET/GUENOT [34] AUS GL. V-24 .....	35
ABBILDUNG V-17: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER MESSDATEN IN ANLEHNUNG AN [50] .....	37
ABBILDUNG V-18: GRAFISCHE DARSTELLUNG DER RADIALVERSCHIEBUNGEN IN TUNNELACHSRICHTUNG NACH HOEK [42] .....	37
ABBILDUNG V-19: WAHL DER KOHÄSION IN BEZUG AUF $r_p/r_o$ FÜR DIE PARAMETERSTUDIE [38] .....	38
ABBILDUNG V-20: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DES NORMIERTEN LDPs NACH UNLU/ GERCEK [53] .....	39
ABBILDUNG V-21: A.) PLASTISCHE ZONE IST KL. ALS ZWEI MAL DER TUNNELRADIUS – KEINE INTERAKTION ZWISCHEN DER PLASTISCHEN ZONE AN DER ORTSBRUST UND DER PLASTISCHEN ZONE UM DEN TUNNEL; B.) PLASTISCHE ZONE GRÖßER ALS ZWEI MAL DER TUNNELRADIUS ES KOMMT ZU EINER BEEINFLUSSUNG DER PLASTISCHEN ZONE AN DER ORTSBRUST [55] .....	40
ABBILDUNG V-22: RADIALVERSCHIEBUNGSPROFILE IN TUNNELACHSRICHTUNG NACH CORBETTA [10] [51], HOEK [42], UNLU/GERCEK [53], VLACHOPOULUS [55], PILGERSTROFER [38], PANET [34] UND DIE RADIALVERSCHIEBUNGEN 3M NACH DER ORTSBRUST UND AN DER ORTSBRUST IN TABELLARISCHER FORM BEI EINER PRIMÄRSPANNUNG VON 5 MPA .....	41
ABBILDUNG V-23: RADIALVERSCHIEBUNGSPROFILE IN TUNNELACHSRICHTUNG NACH CORBETTA [10] [51], HOEK [42], UNLU/GERCEK [53], VLACHOPOULUS [55], PILGERSTROFER [38], PANET [34] UND DIE RADIALVERSCHIEBUNGEN 3M NACH DER ORTSBRUST UND AN DER ORTSBRUST IN TABELLARISCHER FORM BEI EINER PRIMÄRSPANNUNG VON 10 MPA .....	41
ABBILDUNG V-24: ZEITABHÄNGIGES LDP NACH VLACHOPOULUS [55] MIT VORTRIEBSGESCHWINDIGKEITEN VON 1 M/D, 2 M/D, 5 M/D UND 10 M/D .....	42
ABBILDUNG V-25: KENNLINIEN OHNE ANPASSUNG DES LDP .....	43
ABBILDUNG V-26: FLUSSDIAGRAMM FÜR DEN BERECHNUNGSVORGANG FÜR DIE BERECHNUNG EINES NEUEN LDP MIT DEN RADIALVERSCHIEBUNGEN BEIM GLEICHGEWICHTSZUSTAND .....	44
ABBILDUNG V-27: KENNLINIEN NACH EINBRINGEN DER STÜTZMITTEL FÜR DIE BERECHNUNG EINES NEUEN LDP MIT DEN RADIALVERSCHIEBUNGEN BEIM GLEICHGEWICHTSZUSTAND .....	44
ABBILDUNG V-28: ZUWEISUNG DER UNTERSCHIEDLICHEN LDPs ZU DEM JEWELIGEN AUSBAUSTÜTZDRUCK DER AUSBAUKENNLINIE .....	45
ABBILDUNG V-29: FLUSSDIAGRAMM FÜR DEN BERECHNUNGSVORGANG MIT UNTERSCHIEDLICHEN LDPs .....	45
ABBILDUNG V-30: DARSTELLUNG DER VERSCHIEDENEN LDP DURCH DIE EINBEZIEHUNG VERSCHIEDENER AUSBAUSTÜTZDRÜCKE ZU VERSCHIEDENEN ZEITPUNKTEN .....	46
ABBILDUNG V-31: FLUSSDIAGRAMM FÜR DEN BERECHNUNGSVORGANG MIT UNTERSCHIEDLICHEN LDPs INKL. DER BERÜCKSICHTIGUNG DES FAKTORS ZEIT .....	47
ABBILDUNG V-32: FLUSSDIAGRAMM FÜR DIE BERECHNUNG EINES ZEITABHÄNGIGEN LDPs MITTELS “ALTERNATIVE“ ZEIT .....	48
ABBILDUNG V-33: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER GRUNDLAGEN FÜR DEN BERECHNUNGSVORGANG .....	49
ABBILDUNG V-34: GRAFISCHE DARSTELLUNG DES BERECHNUNGSVORGANGES .....	49
ABBILDUNG V-35: VERGLEICH DER BEIDEN ZEITABHÄNGIGEN VERFAHREN ZUR ANPASSUNG DES LDP AN DEN AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	50
ABBILDUNG V-36: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER SPRITZBETONSCHALE .....	51

ABBILDUNG V-37: AUSBAUKENNLINIE DES SPRITZBETONS MIT LINEAR ELASTISCHEM IDEAL PLASTISCHEM MATERIALVERHALTEN .....	52
ABBILDUNG V-38: AUSBAUKENNLINIEN EINER SPRITZBETONSCHALE BEI EINER VORTRIEBSGESCHWINDIGKEIT VON 2M/D NACH ORESTE [32]; ALDRIAN [1] UND NACH DER FLIEBRATENMETHODE .....	53
ABBILDUNG V-39: VERLAUF DES ZEITABHÄNGIGEN E-MODULS MIT $\alpha = 0,01;0,025;0,05$ NACH ORESTE [32] UND ALDRIAN [1] .....	53
ABBILDUNG V-40: AUSBAUKENNLINIEN VON SPC MIT ZEITABHÄNGIGEM VERHALTEN NACH ALDRIAN [1] MIT EINER VORTRIEBSGESCHWINDIGKEIT VON 2M/D UND 5M/D .....	54
ABBILDUNG V-41: SCHEMADARSTELLUNG DES BETRACHTENDEN ZEITINTERVALLS [31] .....	55
ABBILDUNG V-42: NORMALSPANNUNGEN IN DER SPRITZBETONSCHALE MIT ERWEITERTE FLIEBRATENMETHODE UND ZEITABHÄNGIGE E-MODULENTWICKLUNG NACH ALDRIAN [1] .....	55
ABBILDUNG V-43: AUSBAUKENNLINIEN VON SPC MIT ZEITABHÄNGIGEM VERHALTEN NACH ALDRIAN [1] MIT DREISTUFIGEM STAUCHELEMENT UND OHNE STAUCHELEMENTEN .....	56
ABBILDUNG V-44: GEBIRGSKENNLINIE NACH SALENCON [22] [43], LDP NACH HOEK [42] UND AUSBAUKENNLINIE NACH ALDRIAN [1] MIT ZEITABHÄNGIGEM VERHALTEN MIT UND OHNE STAUCHELEMENTE .....	57
ABBILDUNG V-45: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG EINES ANKERZUGVERSUCHES [16] .....	58
ABBILDUNG V-46: "AKTIVER" (RECHTS) UND "PASSIVER" (LINKS) ANSATZ DER KOHÄSIONSERHÖHUNG [23] .....	59
ABBILDUNG V-47: KENNLINIEN MIT VOLLVERBUNDANKER OHNE ZEITABHÄNGIGKEIT .....	59
ABBILDUNG V-48: ARBEITSLINIE DER ANKERBOLZEN NACH DEN AUSZIEHVERSUCHEN VON BLÜMEL [2] .....	60
ABBILDUNG V-49: FLUSSDIAGRAMM DER BERECHNUNG VON VOLLVERBUNDANKERN .....	61
ABBILDUNG V-50: KENNLINIEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON EINER SYSTEMANKERUNG AUS VOLLVERBUNDANKERN – INKL. ANKERPLATE .....	62
ABBILDUNG V-51: AUSBAUKENNLINIE VON SPRITZBETON MIT STAUCHELEMENTEN UND FREISPIELANKER INKL. KOMBINATION .....	63
ABBILDUNG VI-1: ORTSBRUSTGEOMETRIE ALS HALBKUGEL NACH KOLYMBAS [28] .....	64
ABBILDUNG VI-2: DARSTELLUNG DER ORTSBRUSTGEOMETRIE UND DER PLASTISCHEN ZONE NACH FEDER [14] .....	65
ABBILDUNG VI-3: SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER ORTSBRUST MIT ELASTISCHEM KUGELGEWÖLBE [14] .....	66



## X Formelverzeichnis

GL. IV-1: MC-BRUCHKRITERIUM .....	8
GL. IV-2: GENERELLER ANSATZ DES HB – BRUCHKRITERIUMS [20].....	9
GL. IV-3: UMRECHNUNG DER FESTIGKEITSPARAMETER VON DEM HB- AUF DAS MC- BRUCHKRITERIUM [20] .....	10
GL. IV-4: SPANNUNGSVERTEILUNG FÜR DAS GEBIRGE UM EINEN KREISRUNDEN HOHLRAUMRAND MIT ELASTISCHEM MATERIALVERHALTEN VON LAME (1852) NACH SEEBER [46] .....	11
GL. IV-5: KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK.....	12
GL. IV-6: FORMELMÄßIGE ZUSAMMENHÄNGE IM $\sigma$ - $\tau$ DIAGRAMM FÜR ABBILDUNG IV-6.....	12
GL. IV-7: GEOMETRISCHE BEZIEHUNG AUS ABBILDUNG IV-6 [25] .....	13
GL. IV-8: ANSATZ DER KRÄFTE IN RADIALER RICHTUNG[25] .....	13
GL. IV-9: LINEARE, INHOMOGENE DIFF.GLEICHUNG 1.ORDNUNG DER SPANNUNGSVERTEILUNG IM GLEITBRUCHBEREICH .....	13
GL. IV-10: RADIALSPANNUNG IN DER ELASTISCHEN/PLASTISCHEN ZONE .....	13
GL. IV-11: FORMELMÄßIGE ZUSAMMENFASSUNG DER GESAMTEN SPANNUNGSVERTEILUNG FÜR EIN LINEAR-ELASTISCHES IDEAL-PLASTISCHE MC- MEDIUM [15] [47].....	14
GL. IV-12: BERECHNUNG DES PLASTISCHEN RADIUS [47] .....	14
GL. IV-13: DEHNUNGSBEZIEHUNG UND VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG IN EINEM ELASTISCHEN MEDIUM [22] [28].....	15
GL. IV-14: GRUNDLAGEN FÜR DIE BERECHNUNG DER VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG NACH FEDER [12] 15	
GL. IV-15: DIFFERENTIALGLEICHUNG ERSTER ORDNUNG DER VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG .....	16
GL. V-1: ALLG. BERECHNUNG DER AUSBAUKENNLINIE .....	19
GL. V-2: GRUNDLEGENDES ZU RANDBEDINGUNGEN UND ANNAHMEN [49] .....	23
GL. V-3: PLASTISCHER RADIUS NACH SULEM/PANET [49] .....	24
GL. V-4: RADIALE HOHLRAUMRANDVERSCHIEBUNG NACH SULEM/PANET [49].....	24
GL. V-5: PLASTISCHER RADIUS NACH SALENCON [22] .....	24
GL. V-6: RADIALE HOHLRAUMRANDVERSCHIEBUNG MIT AUFLOCKERUNG NACH SALENCON [22].....	24
GL. V-7: PLASTISCHER RADIUS NACH CARRANZA-TORRES UND FAIRHURST [6][22].....	25
GL. V-8: RADIALE HOHLRAUMRANDVERSCHIEBUNG MIT AUFLOCKERUNG NACH CARRANZA-TORRES UND FAIRHURST [6] [22] .....	25
GL. V-9: BINNENDRUCK [12] .....	26
GL. V-10: BERECHNUNG DES PLASTISCHEN RADIUS NACH FEDER [12] .....	27
GL. V-11: BEREICHE DER UNTERSCHIEDLICHEN HAUPTSPANNUNGEN [12] .....	27
GL. V-12: LAGE (RADIUS) DER ÄNDERUNG DER HAUPTSPANNUNGEN UND SPANNUNGEN IN TUNNELACHSRICHTUNG [12] .....	27
GL. V-13: BERECHNUNG DES VERSCHIEBUNGSFELDES IN DEM PLASTISCHEN BEREICH NACH FEDER [12] .....	28
GL. V-14: BERECHNUNG DES PLASTISCHEN RADIUS NACH FEDER [12] .....	28
GL. V-15 .....	29
GL. V-16: BERECHNUNG DES KRITISCHEN AUSBAUSTÜTZDRUCKES NACH FEDER [12].....	29
GL. V-17: PLASTISCHER RADIUS NACH CARRANZA-TORRES BEI BRITTLE-ELASTIC VERHALTEN NACH DEM ÜBERSCHREITEN BRUCHBEDINGUNG [7].....	29
GL. V-18: RADIALE HOHLRAUMRANDVERSCHIEBUNG MIT AUFLOCKERUNG UND BRITTLE-ELASTIC VERHALTEN NACH DEM ÜBERSCHREITEN BRUCHBEDINGUNG [7].....	29

GL. V-19: RADIALE HOHLRAUMRANDVERSCHIEBUNGEN NACH SULEM/PANET MIT ZEITABHÄNGIGEM GEBIRGSVERHALTEN [49] .....	30
GL. V-20: ZEITABHÄNGIGE FUNKTION DES KRIECHANTEILS DER VERSCHIEBUNGEN NACH SULEM/PANET [49] .....	30
GL. V-21: ZEITABHÄNGIGES VERHALTEN DER FESTIGKEITSPARAMETER “c“ UND “φ“ [29] [44].....	31
GL. V-22: BERECHNUNG DES KRIECHENS ÜBER DIE DEVIATORSPANNUNGEN NACH BOIDY [4].....	31
GL. V-23: EINFLUSS DER FORTSCHREITENDEN ORTSBRUST FÜR DIE BERECHNUNG DER RADIALVERSCHIEBUNGEN IN TUNNELACHSRICHTUNG NACH SULEM/PANET [49] .....	35
GL. V-24: GRUNDLAGEN DER BERECHNUNG VON RADIALVERSCHIEBUNGEN IN TUNNELACHSRICHTUNG FÜR ELASTISCHE MEDIEN NACH PANET/GUENOT [34] [22] [28].....	35
GL. V-25: ALLGEMEINER ZUSAMMENHANG DER RADIALVERSCHIEBUNGSVERTEILUNG IN TUNNELACHSRICHTUNG NACH PANET/GUENOT [34] .....	36
GL. V-26: BERECHNUNG DES LDP IN ELASTISCHEN MEDIEN NACH PANET/GUENOT [34].....	36
GL. V-27: BERECHNUNG DES LDP IN ELASTO-PLASTISCHEN MEDIEN NACH PANET/GUENOT [34].....	36
GL. V-28: ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATION NACH CORBETTA [10] [51] .....	37
GL. V-29: BERECHNUNG DER ELASTISCHEN RADIALVERFORMUNGEN IN TUNNELACHSRICHTUNG NACH CORBETTA [10] [51].....	37
GL. V-30: BERECHNUNG DER PLASTISCHEN RADIALVERFORMUNGEN IN TUNNELACHSRICHTUNG MITTELS DER ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATION NACH CORBETTA [10] [51].....	37
GL. V-31: BERECHNUNG DES LDP NACH HOEK [42] .....	37
GL. V-32: ÄQUIVALENTER AUSBAUSTÜTZDRUCK UND “FIKTIVEN“ AUSBAUSTÜTZDRUCK NACH PILGERSTORFER [38].....	38
GL. V-33: NORMALISIERTE RADIALVERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST NACH UNLU/GERCEK [53].	39
GL. V-34: A.) $x < 0$ ; RADIALVERSCHIEBUNGEN VOR DER ORTSBRUST NACH UNLU/GERCEK [53] .....	39
GL. V-35: B.) $x > 0$ ; RADIALVERSCHIEBUNGEN HINTER DER ORTSBRUST NACH UNLU/ GERCEK [53] .....	39
GL. V-36: NORMALISIERTE RADIALVERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST NACH VLACHOPOULUS [55]40	
GL. V-37: $x < 0$ ; RADIALVERSCHIEBUNGEN VOR DER ORTSBRUST NACH VLACHOPOULUS [55] .....	40
GL. V-38: $x > 0$ ; RADIALVERSCHIEBUNGEN HINTER DER ORTSBRUST NACH VLACHOPOULUS [55].....	40
GL. V-39: BERECHNUNG DER ZUSÄTZLICH AUFTRETENDEN RADIALVERSCHIEBUNGEN IM PUNKT N+1 .	49
GL. V-40: BERECHNUNG DER AUSBAUKENNLINIE DES SPRITZBETONS NACH [16] [36].....	52
GL. V-41: BERECHNUNG DES ZEITABHÄNGIGEN E-MODULS NACH ALDRIAN [1].....	52
GL. V-42: BERECHNUNG DER ZEITABHÄNGIGEN FESTIGKEITSENTWICKLUNG NACH ALDRIAN [1] .....	52
GL. V-43: BERECHNUNG DES ZEITABHÄNGIGEN E-MODULS NACH ORESTE [32] .....	53
GL. V-44: BERECHNUNG DER ZEITABHÄNGIGEN FESTIGKEITSENTWICKLUNG NACH ORESTE [32].....	53
GL. V-45: BERECHNUNG DER DEHNUNG AM ENDE EINES INTERVALLS MIT DER ERWEITERTEN FLIEBREGEL NACH ALDRIAN [1].....	55
GL. V-46: BERECHNUNG DER SPANNUNGEN MITTELS VORGEGEBENER DEHNUNGEN NACH ALDRIAN [1] .....	55
GL. V-47: BERECHNUNG DER NORMALSTEIFIGKEIT UND DES MAXIMALEN AUSBAUSTÜTZDRUCKS VON FREISPIELANKERN [16] [36].....	57
GL. V-48: VERSCHIEBUNGSFAKTOR “Q“ DES ANKERKOPFES [16] [36].....	58
GL. V-49: FESTIGKEITSENTWICKLUNG DES ANKERMÖRTELS NACH DEM ANSATZ VON ORESTE [32] .....	60
GL. V-50: “SERIENSCHALTUNG“ DER AUSBAUSTEIFIGKEITEN .....	63
GL. V-51: “PARALLELSCHALTUNG“ DER AUSBAUSTEIFIGKEITEN .....	63
GL. VI-1: SPANNUNGEN IM ELASTISCHEN BEREICH DER ORTSBRUST NACH KOLYMBAS [28].....	64
GL. VI-2: ELASTISCHE VERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST NACH KOLYMBAS [28].....	64
GL. VI-3: RADIALSPANNUNGEN IN DER PLASTISCHEN ZONE UM DIE ORTSBRUST NACH KOLYMBAS [28]65	
GL. VI-4: BERECHNUNG DES PLASTISCHEN RADIUS NACH KOLYMBAS [28] .....	65

---

GL. VI-5: SCHÄTZWERT FÜR EINEN ERFORDERLICHEN AUSBAUWIDERSTAND ZUR VERRINGERUNG DES PLASTISCHEN RADIUS NACH KOLYMBAS [28] .....	65
GL. VI-6:BERECHNUNG DES SPANNUNGSVERLAUFES IN DEM PLASTISCHEN KUGELGEWÖLBE NACH FEDER [14].....	66
GL. VI-7: BERECHNUNG DER SPANNUNGEN ZWISCHEN DER ELASTISCHEN UND DER PLASTISCHEN ZONE MIT DER VEREINFACHUNG $K_{0x} = K_{0y} \leq 1$ NACH FEDER [14].....	66
GL. VI-8: BERECHNUNG DES PLASTISCHEN RADIUS NACH FEDER [14] .....	66
GL. VI-9: BERECHNUNGSVORGANG FÜR DIE ERMITTLUNG DER ELASTISCHEN VERSCHIEBUNGEN BEI $R_p$ NACH FEDER [14].....	67

## XI Quellenverzeichnis

- [1] Aldrian W.: Beitrag zum Materialverhalten von früh belastetem Spritzbeton; Dissertation; Institut für Geomechanik, Tunnelbau und Konstruktiven Tiefbau; Montanuniversität Leoben; (1991)
- [2] Blümel, M.: Untersuchungen zum Tragverhalten vollvermörtelter Felsbolzen im druckhaften Gebirge; Dissertation; Institut für Felsmechanik und Tunnelbau; TU Graz; (1996)
- [3] Bjurström, S.: Shear strength of hard rock joints reinforced by grouted untensioned bolts; 3rd ISRM Congress; Denver; (1974)
- [4] Boidy E.: Modélisation numérique du comportement différé des cavités souterraines; Thèse de doctorat; Université Joseph Fourier; Grenoble; (2002)
- [5] Brandl J.: Richtstollen – Auswirkungen auf den Haupttunnelvortrieb; Dissertation; Institut für Geomechanik, Tunnelbau und Konstruktiven Tiefbau; Montanuniversität Leoben; (1995)
- [6] Carranza-Torres C., Fairhurst C.: The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion; International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences; 777-809; (1999)
- [7] Carranza-Torres C.: Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion; Itasca Consulting Group Inc. Minnesota USA; International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences; 41; Suppl. 1; 629-639; (2004)
- [8] Chern, J.C. Shaio, F.Y. and Yu, C.W.: An empirical safety criterion for tunnel construction; Proceedings Regional Symposium on Sedimentary Rock Engineering; 222-227; Taipei, Taiwan; (1998)
- [9] Nguyen-Minh D., Corbetta F.: New methods for rock-support analysis of tunnels in elastoplastic media; in: Kaiser, P.; McCreath: Rock Support in Mining and Underground Construction; 83-90; (1992)
- [10] Corbetta F., Bernaud D., Nguyen-Minh D.: Contribution à la méthode Convergence - Confinement par le principe de la similitude; Laboratoire de Mécanique des solides, Revue Française de Géotechnique 54; 5-11; (1991)
- [11] Egger P.: Einfluss des Post-Failure-Verhaltens von Fels auf den Tunnelausbau; Der Bauingenieur Heft 2; (1972)
- [12] Feder G., Arwanitakis M.: Zur Gebirgsmechanik ausbruchsnaher Bereiche tiefliegender Hohlraumbauten; BHM, Jg. 121 - 4; 103-117; Leoben; (1976)
- [13] Feder G.: Versuchsergebnisse und analytische Ansätze zum Scherbruchmechanismus im Bereich tiefliegender Tunnel; Rock Mechanics Suppl. 6; 71-102; (1978)

- 
- [14] Feder G.: Das Verhalten der Ortsbrust; Skriptum zur Vorlesung "Konstruktiver Tiefbau"; Institut für Geomechanik, Tunnelbau und Konstruktiven Tiefbau; Montanuniversität Leoben;
- [15] Fenner R.: Untersuchungen zur Erkenntnis des Gebirgsdruckes, Verlag Glückauf GmbH; 681-715; Essen; (1938)
- [16] Gesta P. et al.: Tunnel Support and Lining; A.F.T.E.S Groupe de travail Nr.7; 206-222; (N/A)
- [17] Hoek E., Brown E.T.; Ground response curves for Rock Tunnels; (1983)
- [18] Hoek E.: Practical Rock Engineering; <http://www.rocscience.com/hoek/PracticalRockEngineering.asp>; (2007)
- [19] Hoek E., Brown E.T.: Empirical strength criterion for rock masses; Journal of Geotechnical Engineering ASCE 106 (GT9); 1013-1035; (1980)
- [20] Hoek E., Carranza-Torres C.: Hoek-Brown failure criterion – 2002 Edition; Proceedings NARMS-TAC Conference; 267-273; Toronto; (2002)
- [21] Hoek E. et al.: Ground Response Curves for Tunnel; Journal of Geotechnical Engineering; 15-39; (1983)
- [22] Itasca Consulting Group: Flac3D Version 3.1 Manual; (2006)
- [23] Kainrath-Reumayer S. et al.: Ankerung im Untertagebau – Theorie und Praxis; Geomechanik und Tunnelbau; 345-351; (2008)
- [24] Kainrath-Reumayer S., Gschwandtner G. et al.: Das Kennlinienverfahren als Hilfsmittel für die Bemessung von tiefliegenden Tunnelbauwerken; Geomechanik und Tunnelbau; 553-560; (2009)
- [25] Kastner H.: Statik des Tunnel- und Stollenbaues; Springer Verlag; Berlin; (1962)
- [26] Kastner H.: Über den echten Gebirgsdruck beim Bau tiefliegender Tunnel; Österreichische Bauzeitung, Heft 10; 179-183; (1949)
- [27] Kienberger G.: Einschaliger Tunnelausbau – Einfluss des zeitabhängigen Materialverhaltens auf die Ausbaubeanspruchung; Dissertation; Institut für Geomechanik, Tunnelbau und Konstruktiven Tiefbau; Montanuniversität Leoben; (1999)
- [28] Kolymbas D.: Geotechnik – Tunnelbau und Tunnelmechanik; Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York; (1998)
- [29] Ladanyi B.: Use of long-term strength concept in the determination of ground pressure on tunnel linings; Proceedings of the 3<sup>rd</sup> international congress on rock mechanics; National Academy of Science; 1150-1156; Denver; (1974)
- [30] Lombardi G.: Zur Bemessung der Tunnelauskleidung mit Berücksichtigung des Bauvorganges; Schweizerische Bauzeitung 89; 793-801; (1971)

- 
- [31] Müller M.: Kriechversuche an jungem Spritzbeton zur Ermittlung der Parameter für Materialgesetze; Diplomarbeit; Institut für Geomechanik, Tunnelbau und Konstruktiven Tiefbau; Montanuniversität Leoben; (2001)
- [32] Oreste P.P.: A Procedure for Determining the Reaction Curve of Shotcrete Lining Considering Transient Conditions; Rock Mechanics Rock Engineering 36 (39); 209-236; (2003)
- [33] Pacher F.: Deformationsmessungen im Versuchsstollen als Mittel zur Erforschung des Gebirgsverhaltens und zur Bemessung des Ausbaues; Felsmechanik; 149-161; (1964)
- [34] Panet M., Guenot A.: Analysis of convergence behind the face of a tunnel; Tunnelling 82; Proceedings of the 3rd international symposium; 197-204; Brighton; (1982)
- [35] Panet M.: Understanding deformations in tunnels; Comprehensive Rock Engineering 1; 663-690; London; (1993)
- [36] Panet M. et al.: The Convergence – Confinement Method; AFTES; (2001)
- [37] Pilgerstorfer T.: Prediction of displacement development using closed form solution; Dissertation; Institut für Felsmechanik und Tunnelbau; TU-Graz; (2008)
- [38] Pilgerstorfer T., Radončić N.: Vorhersage der räumlichen Verschiebungsentwicklung; Geomechanik und Tunnelbau Volume 2; 250-259; (2009)
- [39] Pöttler R.: Time-dependent rock-shotcrete interaction - A numerical shortcut; Computers and Geotechnics Volume 9-3 149-169; (1990)
- [40] Radončić N., et al.: Zur Auslegung duktiler Ausbauten; Geomechanik und Tunnelbau Volume 2; 561-576; (2009)
- [41] [www.rocscience.com](http://www.rocscience.com); Stand last update 17. August 2009
- [42] Rocscience Inc.: RocSupport Tutorial v3.0;
- [43] Salençon, J.: Contraction Quasi-Statique D'une Cavite a Symetrie Spherique Ou Cylindrique Dans Un Milieu Elastoplastique; Annales Des Ponts Et Chaussees; 231-236; (1969)
- [44] Sandrone F., Labiouse V.: Analysis of the evolution of road tunnels equilibrium conditions with a convergence-confinement approach; Rock Mechanics and Rock Engineering; Springer Verlag; (2009)
- [45] Schubert, P.: Das Tragvermögen des mörtelversetzten Ankers unter aufgezwungener Kluftverschiebung; Dissertation; Institut für Geomechanik, Tunnelbau und Konstruktiven Tiefbau; Montanuniversität Leoben; (1984)
- [46] Seeber G.: Druckstollen und Druckschächte Bemessung – Konstruktion - Ausführung; ENKE im Georg Thieme Verlag, Stuttgart – New York; (1999)

- 
- [47] Seeber G.: Bemessungsverfahren für die Sicherungsmaßnahmen und die Auskleidung von Straßentunneln bei Anwendung der neuen österreichischen Tunnelbauweise; Bundesministerium für Bauten und Technik, Straßenforschung Heft 133; (1980)
- [48] Sharan S.K.; Analytical solution for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock; International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 45; 78-85; (2008)
- [49] Sulem J., Panet M., Guenot A.: An Analytical Solution for Time-dependent Displacements in a Circular Tunnel International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstract 24; 155-164; (1987)
- [50] Tanimoto C.: Contribution to discussion in proceedings of the paris conference an analysis of tunnel stability by the convergence-confinement method; Underground space 4; Oxford; (1980)
- [51] Terrasol: TunRen Manual (2003)
- [52] Terzaghi K.: Theoretische Bodenmechanik, Springer B/G/H, (1954)
- [53] Unlu T., Gercek H.: Effect of Poisson's ratio on the normalized radial displacements occurring around the face of a circular tunnel; Tunnelling and Underground Space Technology 18; 547-553; (2003)
- [54] Vavrovsky, G.M.: Gebirgsdruckentwicklung, Hohlraumverformung und Ausbaudimensionierung; Felsbau; 312-329; (1994)
- [55] Vlachopoulos N., Diederichs M.S.: Improved Longitudinal Displacement Profiles for Convergence Confinement Analysis of Deep Tunnel; Rock Mechanics and Rock Engineering 42; 131-146; (2009)
- [56] Weber J.W.: Empirische Formel zur Beschreibung der Festigkeitsentwicklung und der Entwicklung von Beton; Betonwerk und Fertigteiltechnik; 754-759; (1979)

# Anhang A – Gebirgskennlinien

## Inhaltsverzeichnis

<b>ANHANG A – GEBIRGSKENNLINIEN .....</b>	<b>A1</b>
<b>FORMELVERZEICHNIS .....</b>	<b>A2</b>
1. SPANNUNGSVERTEILUNG IM REIN ELASTISCHEN BEREICH.....	A5
1.1. <i>Lame/Kirsch</i> .....	A5
2. VERFAHREN OHNE ENTFESTIGUNG .....	A6
2.1. <i>Sulem/Panet</i> .....	A6
2.2. <i>Salencon</i> .....	A9
2.3. <i>Carranza-Torres</i> .....	A12
3. VERFAHREN MIT PLÖTZLICHER ENTFESTIGUNG .....	A17
3.1. <i>Feder Beiwerte</i> .....	A17
3.2. <i>Feder (k=1)</i> .....	A18
3.3. <i>Feder (k≠1)</i> .....	A22
3.4. <i>Carranza-Torres</i> .....	A27
4. VERFAHREN MIT ZEITABHÄNGIGER VERFORMUNG DES GEBIRGES .....	A33
4.1. <i>Sulem/Panet</i> .....	A33
4.2. <i>Ladanyi</i> .....	A34



## Formelverzeichnis

### Lame/Kirsch

GL. 1-1 A: BERECHNUNG DER TANGENTIALSPANNUNG AN DEM STOB / ULM NACH LAME .....	A5
GL. 1-2 A: BERECHNUNG DER RADIALSPANNUNGEN AN DEM STOB / ULM NACH LAME .....	A5
GL. 1-3 A: BERECHNUNG DER TANGENTIALSPANNUNG AN DER FIRSTE/ SOHLE NACH LAME.....	A5
GL. 1-4 A: BERECHNUNG DER RADIALSPANNUNGEN AN DER FIRSTE/ SOHLE NACH LAME.....	A5

### Sulem/Panet

GL. 2-1 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A6
GL. 2-2 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A6
GL. 2-3 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A6
GL. 2-4 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE.....	A7
GL. 2-5 A: GRENZSPANNUNGSZUSTAND BZW. KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK.....	A7
GL. 2-6 A: PLASTISCHER RADIUS .....	A7
GL. 2-7 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A8
GL. 2-8 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF BEI AUFTRETEN KEINER PLASTISCHEN ZONE .....	A8
GL. 2-9 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A8

### Salencon

GL. 2-10 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A9
GL. 2-11 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A9
GL. 2-12 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A9
GL. 2-13 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE.....	A10
GL. 2-14 A: GRENZSPANNUNGSZUSTAND BZW. KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK.....	A10
GL. 2-15 A: PLASTISCHER RADIUS .....	A10
GL. 2-16 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A11
GL. 2-17 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF BEI AUFTRETEN KEINER PLASTISCHEN ZONE .....	A11
GL. 2-18 A: AUFLOCKERUNGSFAKTOR.....	A11
GL. 2-19 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A12

### Carranza-Torres ohne Entfestigung

GL. 2-20 A: MAßSTABGERECHTE FERNFELD-SPANNUNGEN $S_0$ .....	A12
GL. 2-21 A: MAßSTABGERECHTER INNENDRUCK $P_1$ .....	A13
GL. 2-22 A: MAßSTABGERECHTER KRITISCHER INNENDRUCK $P_1^{CR}$ .....	A13
GL. 2-23 A: KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK.....	A13
GL. 2-24 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A14
GL. 2-25 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A14
GL. 2-26 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE.....	A14
GL. 2-27 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A15
GL. 2-28 A: PLASTISCHER RADIUS .....	A15
GL. 2-29 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A15

GL. 2-30 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A16
GL. 2-31 A: AUFLOCKERUNGSFAKTOR .....	A16

### Feder - Beiwerte

GL. 3-1 A: SEITENDRUCKBEIWERTE .....	A17
GL. 3-2 A: BINNENDRUCK .....	A17
GL. 3-3 A: AUFLOCKERUNGSFAKTOR .....	A17
GL. 3-4 A: ZENTRALSCHMETRISCHER PRIMÄRSPANNUNGSZUSTAND .....	A18
GL. 3-5 A: AXIALSCHMETRISCHER PRIMÄRSPANNUNGSZUSTAND .....	A18

### Feder ( $k_0=1$ )

GL. 3-6 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A18
GL. 3-7 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A18
GL. 3-8 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A19
GL. 3-9 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A19
GL. 3-10 A: KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	A19
GL. 3-11 A: PLASTISCHER RADIUS .....	A19
GL. 3-12 A: RADIUS BEI WECHSELNDER ZWEITER HAUPTSPANNUNG .....	A20
GL. 3-13 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A20
GL. 3-14 A: BEIWERTE FÜR DIE VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A20
GL. 3-15 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A21

### Feder ( $k_0 \neq 1$ )

GL. 3-16 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A22
GL. 3-17 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IM DER ELASTISCHEN ZONE .....	A22
GL. 3-18 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A22
GL. 3-19 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A23
GL. 3-20 A: KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	A23
GL. 3-21 A: PLASTISCHER RADIUS .....	A23
GL. 3-22 A: RADIUS BEI WECHSELNDER ZWEITER HAUPTSPANNUNG .....	A24
GL. 3-23 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A24
GL. 3-24 A: BEIWERTE FÜR DIE VERSCHIEBUNGSVERTEILUNG IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A25
GL. 3-25 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A25

### Carranza-Torres mit plötzlicher Entfestigung

GL. 3-26 A: MAßSTABGERECHTE FERNFELD-SPANNUNGEN $S_0$ – MIT PEAK PARAMETERN .....	A27
GL. 3-27 A: MAßSTABGERECHTER INNENDRUCK $P_1$ – MIT PEAK PARAMETERN .....	A27
GL. 3-28 A: MAßSTABGERECHTER KRITISCHER INNENDRUCK $P_1^{CR}$ – MIT PEAK PARAMETERN .....	A27
GL. 3-29 A: KRITISCHER AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	A28
GL. 3-30 A: MAßSTABGERECHTE FERNFELD-SPANNUNGEN $\sim S_0$ – MIT RESTFESTIGKEIT .....	A28
GL. 3-31 A: MAßSTABGERECHTER INNENDRUCK $\sim P_1$ - MIT RESTFESTIGKEIT .....	A28
GL. 3-32 A: MAßSTABGERECHTER KRITISCHER INNENDRUCK $\sim P_1^{CR}$ - MIT RESTFESTIGKEIT .....	A29
GL. 3-33 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A29

---

GL. 3-34 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A29
GL. 3-35 A: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE.....	A30
GL. 3-36 A: TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A30
GL. 3-37 A: PLASTISCHER RADIUS .....	A31
GL. 3-38 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER ELASTISCHEN ZONE .....	A31
GL. 3-39 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	A31
GL. 3-40 A: AUFLOCKERUNGSFAKTOR .....	A32

#### Sulem/Panet mit zeitabhängiger Verformung des Gebirges

GL. 4-1 A: VERSCHIEBUNGSVERLAUF MIT ZEITABHÄNGIGER VERFORMUNG .....	A33
GL. 4-2 A: FUNKTION DER ZEITABHÄNGIGKEIT.....	A33

#### Ladanyi

GL. 4-3 A: ZEITABHÄNGIGE VERÄNDERUNG DER KOHÄSION .....	A34
GL. 4-4 A: ZEITABHÄNGIGE VERÄNDERUNG DES REIBUNGSWINKELS.....	A34

# 1. Spannungsverteilung im rein elastischen Bereich

## 1.1. Lamé/Kirsch

Gl. 1-1 A: Berechnung der Tangentialspannung an dem Stoß / Ulm nach Lamé

$$\sigma_{t(r),ST} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \right]$$

Gl. 1-2 A: Berechnung der Radialspannungen an dem Stoß / Ulm nach Lamé

$$\sigma_{r(r),ST} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} - 4 \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right]$$

Gl. 1-3 A: Berechnung der Tangentialspannung an der Firste/ Sohle nach Lamé

$$\sigma_{t(r),F} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} \right) \right]$$

Gl. 1-4 A: Berechnung der Radialspannungen an der Firste/ Sohle nach Lamé

$$\sigma_{r(r),F} = p_0 \left[ \frac{1+k_0}{2} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \frac{1-k_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{r_0^4}{r^4} - 4 \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right]$$

$k_0$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\sigma_{t(r),ST}$  ...Tangentialspannungen am Stoß in MPa

$\sigma_{r(r),ST}$  ...Radialspannungen am Stoß in MPa

$\sigma_{t(r),F}$  ...Tangentialspannungen am First/Sohle in MPa

$\sigma_{r(r),F}$  ...Radialspannungen am First/Sohle in MPa

## 2. Verfahren ohne Entfestigung

### 2.1. Sulem/Panet

Gl. 2-1 A: Tangentialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_t = p_0 + \left( p_0 - p_i^{cr} \right) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 2-2 A: Radialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_r = p_0 - \left( p_0 - p_i^{cr} \right) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 2-3 A: Tangentialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_t = -\frac{\sigma_{UCS}}{k-1} + k \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-4 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_{UCS}}{k-1} + \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-5 A: Grenzspannungszustand bzw. kritischer Ausbaustützdruck

$$2p_0 \geq (k+1)p_i + \sigma_{UCS} ; \quad p_i^{cr} = \frac{2 \cdot p_0 - \sigma_{UCS}}{1+k}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-6 A: Plastischer Radius

$$r_p = r_0 \left( \frac{2}{k+1} \frac{(k-1)p_0 + \sigma_{UCS}}{(k-1)p_i + \sigma_{UCS}} \right)^{\left( \frac{1}{k-1} \right)}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-7 A: Verschiebungsverlauf in der elastischen Zone

$$u_r = (p_0 - p_i^{cr}) \frac{r_p}{2G} \left( \frac{r_p}{r} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

Gl. 2-8 A: Verschiebungsverlauf bei Auftreten keiner plastischen Zone

$$u_r = (p_0 - p_i) \frac{r_0}{2G} \left( \frac{r_0}{r} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

Gl. 2-9 A: Verschiebungsverlauf in der plastischen Zone

$$u_r = \lambda \cdot r_0 \cdot \frac{p_0}{2G} \left( \frac{r_p}{r_0} \right)^2 ; \quad \lambda = \frac{1}{(k+1)} \left( k - 1 + \frac{\sigma_{UCS}}{p_0} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

## 2.2. Salencon

Gl. 2-10 A: Tangentialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_t = p_0 + (p_0 - p_i^{cr}) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

- $p_0$  ...Primärspannung in MPa
- $p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa
- $r$  ...Laufvariable in m
- $r_p$  ...plastischer Radius in m
- $\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 2-11 A: Radialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_i^{cr}) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

- $p_0$  ...Primärspannung in MPa
- $p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa
- $r$  ...Laufvariable in m
- $r_p$  ...plastischer Radius in m
- $\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 2-12 A: Tangentialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_t = -\frac{\sigma_{UCS}}{k-1} + k \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1}$$

- $k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –
- $p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa
- $r$  ...Laufvariable in m
- $r_0$  ...Hohlraumradius in m
- $\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa
- $\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa



Gl. 2-13 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_{UCS}}{k-1} + \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-14 A: Grenzspannungszustand bzw. kritischer Ausbaustützdruck

$$2p_0 \geq (k+1)p_i + \sigma_{UCS} \quad p_i^{cr} = \frac{2 \cdot p_0 - \sigma_{UCS}}{1+k}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-15 A: Plastischer Radius

$$r_p = r_0 \left( \frac{2 \cdot p_0 + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1}}{p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1}} \right)^{\left( \frac{1}{k-1} \right)}$$

$k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 2-16 A: Verschiebungsverlauf in der elastischen Zone

$$u_r = (p_0 - p_i^{cr}) \frac{r_p}{2G} \left( \frac{r_p}{r} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

Gl. 2-17 A: Verschiebungsverlauf bei Auftreten keiner plastischen Zone

$$u_r = (p_0 - p_i) \frac{r_0}{2G} \left( \frac{r_0}{r} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

Gl. 2-18 A: Auflockerungsfaktor

$$k_\psi = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}$$

$k_\psi$  ...Auflockerungsfaktor in -

$\psi$  ...Dilatationswinkel in °

Gl. 2-19 A: Verschiebungsverlauf in der plastischen Zone

$$u_r = \frac{r}{2G} \chi$$

$$\chi = (2\nu - 1) \left( p_0 + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) + \left( \frac{(1-\nu)(k^2-1)}{k+k_\psi} \right) \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r_p}{r_0} \right)^{(k-1)} \left( \frac{r_p}{r} \right)^{(k_\psi+1)}$$

$$+ \left( (1-\nu) \frac{(k_\psi k + 1)}{k+k_\psi} - \nu \right) \left( p_i + \frac{\sigma_{UCS}}{k-1} \right) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{(k-1)}$$

- $G$  ...Schubmodul in MPa  
 $k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in -  
 $k_\psi$  ...Auflockerungsfaktor in -  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa  
 $r$  ...Laufvariable in m  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m  
 $r_p$  ...plastischer Radius in m  
 $u_r$  ...Radialverschiebung in m  
 $\nu$  ...Poissonzahl in -  
 $\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

### 2.3. Carranza-Torres

Gl. 2-20 A: maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen  $S_0$

$$S_0 = \frac{p_0}{\left( m_b \frac{1-a}{a} \sigma_{ci} \right)} + \frac{s}{\left( m_b \frac{1}{a} \right)}$$

- $a$  ...HB Konstante in -  
 $m_b$  ...HB Stoffkonstante in -  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein  
 $\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 2-21 A: maßstabsgerechter Innendruck  $P_i$

$$P_i = \frac{p_i}{\left(m_b^{\frac{1-a}{a}} \sigma_{ci}\right)} + \frac{s}{\left(m_b^{\frac{1}{a}}\right)}$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 2-22 A: maßstabsgerechter kritischer Innendruck  $P_i^{cr}$

$$P_i^{cr} = \frac{p_i^{cr}}{\left(m_b^{\frac{1-a}{a}} \sigma_{ci}\right)} + \frac{s}{\left(m_b^{\frac{1}{a}}\right)}$$

$$P_i^{cr} = \frac{1}{16} \left(1 - \sqrt{1 + 16S_0}\right)^2 \quad \text{Lösung wenn } a=0,5$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$S_0$  ...maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen  $S_0$  in -

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 2-23 A: kritischer Ausbaustützdruck

$$p_i^{cr} = \left( P_i^{cr} - \frac{s}{m_b^{\frac{1}{a}}} \right) m_b^{\frac{1-a}{a}} \cdot \sigma_{ci}$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$P_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck in -

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 2-24 A: Radialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_i^{cr}) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 2-25 A: Tangentialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_t = p_0 + (p_0 - p_i^{cr}) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 2-26 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_r(r) = \left( S_r(r) - \frac{S}{m_b^{\frac{1}{a}}} \right) m_b^{\frac{1-a}{a}} \cdot \sigma_{ci} \quad ; \quad S_r(r) = \left( \sqrt{P_i^{cr}} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{r}{r_p} \right) \right)^2$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$P_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck in -

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$S$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 2-27 A: Tangentialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_t(r) = \left( S_t(r) - \frac{S}{m_b^{\frac{1}{a}}} \right) m_b^{\frac{1-a}{a}} \cdot \sigma_{ci} ; \quad S_t(r) = S_r(r) + \sqrt{S_r(r)}$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$r$  ...Laufvariable in m

$S$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 2-28 A: Plastischer Radius

$$r_p = r_0 \cdot \exp\left[2\left(\sqrt{P_i^{cr}} - \sqrt{P_i}\right)\right]$$

$P_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck in -

$P_i$  ...maßstabsgerechter Innendruck in -

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

Gl. 2-29 A: Verschiebungsverlauf in der elastischen Zone

$$u_r = (p_0 - p_i^{cr}) \frac{r_p}{2G} \left( \frac{r_p}{r} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

Gl. 2-30 A: Verschiebungsverlauf in der plastischen Zone

$$u_r = \frac{r_0}{2G} \cdot r_p \cdot (p_0 - p_i^{cr}) \cdot \bar{u}_r$$

$$\bar{u}_r = \frac{A_1 + 1}{A_1 - 1} \frac{r}{r_p} + \frac{D}{2(S_0 - P_i^{cr})(1 - A_1)^3} \left(\frac{r}{r_p}\right)^{A_1} - \frac{2}{A_1 - 1} \left(\frac{r}{r_p}\right)^{A_1}$$

$$+ \frac{C}{4(S_0 - P_i^{cr})(1 - A_1)} \frac{r}{r_p} \left(\ln \frac{r}{r_p}\right)^2 + \frac{D}{2(S_0 - P_i^{cr})(1 - A_1)^3} \frac{r}{r_p} \left((1 - A_1) \ln \frac{r}{r_p} - 1\right)$$

$$A_1 = -k_\psi$$

$$A_2 = 1 - \nu - \nu \cdot k_\psi$$

$$A_3 = \nu - (1 - \nu)k_\psi$$

$$C = A_2 - A_3$$

$$D = A_2 \left[ 2(1 - A_1) \sqrt{P_i^{cr} - 1} \right] - A_3 \left[ 2(1 - A_1) \sqrt{P_i^{cr} - A_1} \right]$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$k_\psi$  ...Auflockerungsfaktor in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$P_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck in -

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$S_0$  ...maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen  $S_0$  in -

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

$\nu$  ... Poissonzahl in -

Gl. 2-31 A: Auflockerungsfaktor

$$k_\psi = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}$$

$k_\psi$  ...Auflockerungsfaktor in -

$\psi$  ...Dilatationswinkel in °

### 3. Verfahren mit plötzlicher Entfestigung

#### 3.1. Feder Beiwerte

Gl. 3-1 A: Seitendruckbeiwerte

$$k_{el} = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi_{el}}{2} \right)$$

$$k_{pl} = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi_{pl}}{2} \right)$$

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in –

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$\varphi_{el}$  ...Reibungswinkel elastisch in °

$\varphi_{pl}$  ...Reibungswinkel plastisch in °

Gl. 3-2 A: Binnendruck

$$p_{k\_el} = \frac{c_{el}}{\tan(\varphi_{el})}$$

$$p_{k\_pl} = \frac{c_{pl}}{\tan(\varphi_{pl})}$$

$c_{el}$  ...Kohäsion elastisch in MPa

$c_{pl}$  ...Kohäsion plastisch in MPa

$p_{k\_el}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$p_{k\_pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$\varphi_{el}$  ...Reibungswinkel elastisch in °

$\varphi_{pl}$  ...Reibungswinkel plastisch in °

Gl. 3-3 A: Auflockerungsfaktor

$$a = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}$$

$\psi$  ...Dilatationswinkel in °



Gl. 3-4 A: zentralsymmetrischer Primärspannungszustand

$$p_{0_s} = p_0 \left( \frac{1+k_0}{2} \right)$$

$k_0$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

Gl. 3-5 A: axialsymmetrischer Primärspannungszustand

$$p_{0_a} = p_0 \left( \frac{1-k_0}{2} \right)$$

$k_0$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

### 3.2. Feder (k=1)

Gl. 3-6 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_{r_{el}} = p_0 \left[ 1 - \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \sin(\varphi_{el}) \right] - p_{k_{el}} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \sin(\varphi_{el})$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_{k_{el}}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\varphi_{el}$  ...Reibungswinkel elastisch in °

Gl. 3-7 A: Tangentialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_{t_{el}} = p_0 \left[ 1 + \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \sin(\varphi_{el}) \right] + p_{k_{el}} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \sin(\varphi_{el})$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_{k_{el}}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\varphi_{el}$  ...Reibungswinkel elastisch in °

Gl. 3-8 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_{r\_pl} = (p_i + p_{k\_pl}) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k_{pl}-1} - p_{k\_pl}$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_{k\_pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

Gl. 3-9 A: Tangentialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_{t\_pl} = \sigma_{r\_pl} \cdot k_{pl} + p_{k\_pl} (k_{pl} - 1)$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_{k\_pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$\sigma_{t\_pl}$  ...Radialspannungen in der plastischen Zone in MPa

Gl. 3-10 A: kritischer Ausbaustützdruck

$$p_{cr} = \sigma_{r\_el-pl} = (p_0 + p_{k\_el}) (1 - \sin(\varphi_{el})) - p_{k\_el}$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_{k\_el}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$\varphi_{el}$  ...Reibungswinkel elastisch in °

Gl. 3-11 A: Plastischer Radius

$$r_p = r_0 \left[ \frac{2p_0 - p_{k\_el}(k_{el} - 1) + p_{k\_pl}(k_{el} + 1)}{(p_i + p_{k\_pl})(k_{el} + 1)} \right]^{\frac{1}{k_{pl}-1}}$$

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_{k\_el}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

Gl. 3-12 A: Radius bei wechselnder zweiter Hauptspannung

$$r_{p-2} = r_0 \left[ \frac{p_0 + p_{k-pl}}{k_{pl}(p_i + p_{k-pl})} \right]^{\frac{1}{k_{pl}-1}}$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_{k-pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

Gl. 3-13 A: Verschiebungsverlauf in der der elastischen Zone

$$u_r = -\frac{1}{E} \left[ (1-\nu^2) \left( -p_0 \left( \frac{r_p^2}{-r} \right) + p_i^{cr} \frac{r_p^2}{-r} \right) - (\nu - \nu^2) \left( p_0 \left( \frac{r_p^2}{-r} \right) - p_i^{cr} \frac{r_p^2}{-r} \right) \right]$$

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\nu$  ... Poissonzahl in -

Gl. 3-14 A: Beiwerte für die Verschiebungsverteilung in der plastischen Zone

$$C_1 = \frac{1-\nu \cdot k_{pl} + a(k_{pl}(1-\nu) - 2\nu)}{(a+k_{pl})(1+k_{el})} ; \quad C_2 = \frac{1-\nu + a(1-3\nu)}{a+1}$$

$$\overline{C}_1 = \frac{1-2\nu \cdot k_{pl} + 2a(k_{pl}(1-\nu) - \nu)}{(a+k_{pl})(1+k_{el})} ; \quad \overline{C}_2 = \frac{1-2\nu + 2a(1-2\nu)}{a+1}$$

$a$  ...Auflockerungsfaktor

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in -

$\nu$  ... Poissonzahl in -

## Gl. 3-15 A: Verschiebungsverlauf in der plastischen Zone

$$r_0 < r < r_{p-2}$$

$$u_r = r \left[ \frac{u_{rp-2}}{r_{p-2}} \left( \frac{r_{p-2}}{r} \right)^{a+1} + \frac{p_0}{E} \overline{K}_u \right]$$

$$\begin{aligned} \overline{K}_u = & C_1 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - \left( \frac{r}{r_p} \right)^{k_{pl}-1} \right] \left[ 2 - \frac{p_{k-el}}{p_o} \left( k_{el} - 1 - \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} (k_{el} + 1) \right) \right] - \\ & - C_2 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - 1 \right] \left( 1 + \frac{p_{k-el}}{p_0} \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} \right) \end{aligned}$$

$u_{rp-2}$  ... Verformungen am Übergang der 2ten Hauptspannung in m

$$r_{p-2} < r < r_p$$

$$u_r = r \left[ \frac{u_{rp}}{r_p} \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} + \frac{p_0}{E} K_u \right]$$

$$\begin{aligned} K_u = & C_1 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - \left( \frac{r}{r_p} \right)^{k_{pl}-1} \right] \left[ 2 - \frac{p_{k-el}}{p_o} \left( k_{el} - 1 - \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} (k_{el} + 1) \right) \right] - \\ & - C_2 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - 1 \right] \left( 1 + \frac{p_{k-el}}{p_0} \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} \right) \end{aligned}$$

$u_{rp}$  ... Verformungen am Übergang der pl. Zone in m

$a$  ...Auflockerungsfaktor

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in –

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_{k-el}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$p_{k-pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$r_{p-2}$  ...plastischer Radius bei wechselnder zweiter Hauptspannung in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

### 3.3. Feder ( $k \neq 1$ )

Gl. 3-16 A: Radialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_{r\_el} = p_{0\_s} \left( 1 - \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \right) + p_{0\_a} \left( 1 - 4 \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 + 3 \left( \frac{r_p}{r} \right)^4 \right) \cos(2\theta) + p_i^{cr} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_{0\_s}$  ...Primärspannung zentralsymmetrisch in MPa

$p_{0\_a}$  ...Primärspannung antisymmetrisch in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\theta$  ...Winkel in Umfangsrichtung von der Firste gemessen in °

Gl. 3-17 A: Tangentialspannungsverlauf im der elastischen Zone

$$\sigma_{t\_el} = p_{0\_s} \left( 1 + \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \right) - p_{0\_a} \left( 1 + 3 \left( \frac{r_p}{r} \right)^4 \right) \cos(2\theta) - p_{cr} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_{0\_s}$  ...Primärspannung zentralsymmetrisch in MPa

$p_{0\_a}$  ...Primärspannung antisymmetrisch in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\theta$  ...Winkel in Umfangsrichtung von der Firste gemessen in °

Gl. 3-18 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_{r\_pl} = (p_i + p_{k\_pl}) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k_{pl}-1} - p_{k\_pl}$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in -

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_{k\_pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

Gl. 3-19 A: Tangentialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_{t\_pl} = \sigma_{r\_pl} \cdot k_{pl} + p_{k\_pl} (k_{pl} - 1)$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_{k\_pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$\sigma_{t\_pl}$  ...Radialspannungen in der plastischen Zone in MPa

Gl. 3-20 A: kritischer Ausbaustützdruck

$$p_{cr} = \sigma_{r\_el-pl} = \left( p_0 \frac{3 - k_0}{2} + p_{k\_el} \right) (1 - \sin(\varphi_{el})) - p_{k\_el}$$

$k_0$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_{k\_el}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$\varphi_{el}$  ...Reibungswinkel elastisch in °

Gl. 3-21 A: Plastischer Radius

$$r_p = r_0 \left[ \frac{p_i^{cr} + p_{k\_pl}}{(p_i + p_{k\_pl})} \right]^{\frac{1}{k_{pl}-1}}$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$p_{k\_pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

Gl. 3-22 A: Radius bei wechselnder zweiter Hauptspannung

$$r_{p-2} = r_0 \left[ \frac{p_0 + p_{k-pl}}{k_{pl}(p_i + p_{k-pl})} \right]^{\frac{1}{k_{pl}-1}}$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_{k-pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

Gl. 3-23 A: Verschiebungsverlauf in der elastischen Zone

$$u_r = -\frac{1}{E} \left[ \begin{aligned} & \left( (1-\nu^2) \left( -p_{0-s} \left( \frac{r_p^2}{-r} \right) - p_{0-a} \left[ 4 \frac{r_p^2}{-r} - 3 \frac{r_p^4}{-3r^3} \right] \cos(2\theta) + p_i^{cr} \frac{r_p^2}{-r} \right) - \right. \\ & \left. - \left( \nu - \nu^2 \right) \left( p_{0-s} \left( \frac{r_p^2}{-r} \right) - p_{0-a} \left[ 3 \frac{r_p^4}{-3r} \right] \cos(2\theta) - p_i^{cr} \frac{r_p^2}{-r} \right) \right] \end{aligned} \right]$$

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$p_{0-s}$  ...Primärspannung zentralsymmetrisch in MPa

$p_{0-a}$  ...Primärspannung antisymmetrisch in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

$\nu$  ... Poissonzahl in –

$\theta$  ...Winkel in Umfangsrichtung von der Firste gemessen in °

Gl. 3-24 A: Beiwerte für die Verschiebungsverteilung in der plastischen Zone

$$C_1 = \frac{1 - \nu \cdot k_{pl} + a(k_{pl}(1 - \nu) - 2\nu)}{(a + k_{pl})(1 + k_{el})} ; \quad C_2 = \frac{1 - \nu + a(1 - 3\nu)}{a + 1}$$

$$\bar{C}_1 = \frac{1 - 2\nu \cdot k_{pl} + 2a(k_{pl}(1 - \nu) - \nu)}{(a + k_{pl})(1 + k_{el})} ; \quad \bar{C}_2 = \frac{1 - 2\nu + 2a(1 - 2\nu)}{a + 1}$$

$a$  ...Auflockerungsfaktor

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in -

$\nu$  ... Poissonzahl in -

Gl. 3-25 A: Verschiebungsverlauf in der plastischen Zone

$$r_0 < r < r_{p-2}$$

$$u_r = u_r^s + u_r^a \cos(2\theta)$$

$$u_r = r \left[ \frac{u_{rp-2}}{r_{p-2}} \left( \frac{r_{p-2}}{r} \right)^{a+1} + \frac{p_0}{E} \bar{K}_u \right] + u_{rp}^a \cos(2\theta)$$

$$\bar{K}_u = \bar{C}_1 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - \left( \frac{r}{r_p} \right)^{k_{pl}-1} \right] \left[ 2 - \frac{p_{k-el}}{p_0} \left( k_{el} - 1 - \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} (k_{el} + 1) \right) \right] -$$

$$- \bar{C}_2 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - 1 \right] \left( 1 + \frac{p_{k-el}}{p_0} \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} \right)$$

$u_{rp-2}$  ... Verformungen am Übergang der 2ten Hauptspannung

$$r_{p-2} < r < r_p$$

$$u_r = u_r^s + u_r^a \cos(2\theta)$$

$$u_r^a = u_{rp}^a$$



$$u_r^s = r \left[ \frac{u_{rp}^s}{r_p} \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} + \frac{p_0}{E} K_u \right] + u_{rp}^a \cos(2\theta)$$

$$K_u = C_1 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - \left( \frac{r}{r_p} \right)^{k_{pl}-1} \right] \left[ 2 - \frac{p_{k-el}}{p_0} \left( k_{el} - 1 - \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} (k_{el} + 1) \right) \right] -$$

$$- C_2 \left[ \left( \frac{r_p}{r} \right)^{a+1} - 1 \right] \left( 1 + \frac{p_{k-el}}{p_0} \frac{p_{k-pl}}{p_{k-el}} \right)$$

$u_{rp}^s$  ... Verformungen am Übergang der pl. Zone

$$u_{rp}^s = \frac{u_{rp-f} + u_{rp-u}}{2}$$

$$u_{rp}^a = \frac{u_{rp-f} - u_{rp-u}}{2}$$

$u_{rp-f}$  ...Verformungen am Ulm bei pl. Radius (90°)

$u_{rp-u}$  ...Verformungen an der Firste bei pl. Radius (0°)

$a$  ...Auflockerungsfaktor

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_{k-el}$  ...Binnendruck elastisch in MPa

$p_{k-pl}$  ...Binnendruck plastisch in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$r_{p-2}$  ...plastischer Radius bei wechselnder zweiter Hauptspannung in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

$\theta$  ...Winkel in Umfangsrichtung von der Firste gemessen in °

### 3.4. Carranza-Torres

Gl. 3-26 A: maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen  $S_0$  – mit Peak Parametern

$$S_0 = \frac{p_0}{\left( m_b \frac{1-a}{a} \sigma_{ci} \right)} + \frac{s}{\left( m_b \frac{1}{a} \right)}$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 3-27 A: maßstabsgerechter Innendruck  $P_i$  – mit Peak Parametern

$$P_i = \frac{p_i}{\left( m_b \frac{1-a}{a} \sigma_{ci} \right)} + \frac{s}{\left( m_b \frac{1}{a} \right)}$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 3-28 A: maßstabsgerechter kritischer Innendruck  $P_i^{cr}$  – mit Peak Parametern

$$P_i^{cr} = \frac{p_i^{cr}}{\left( m_b \frac{1-a}{a} \sigma_{ci} \right)} + \frac{s}{\left( m_b \frac{1}{a} \right)}; \quad \mu = m_b \frac{2a-1}{a}; \quad P_i^{cr} = \frac{1}{16} \left( 1 - \sqrt{1 + 16S_0} \right)^2$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$S_0$  ...maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen  $S_0$  in -

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 3-29 A: kritischer Ausbaustützdruck

$$p_i^{cr} = \left( P_i^{cr} - \frac{s}{m_b^{\frac{1}{a}}} \right) m_b^{\frac{1-a}{a}} \cdot \sigma_{ci}$$

$a$  ...HB Konstante in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$P_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck in -

$s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 3-30 A: maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen  $\sim S_0$  - mit Restfestigkeit

$$\tilde{S}_0 = \frac{p_0}{\tilde{m}_b^{\frac{1-a}{a}} \tilde{\sigma}_{ci}} + \frac{\tilde{s}}{\tilde{m}_b^{\frac{1}{a}}}$$

$\tilde{a}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -

$\tilde{m}_b$  ...HB Stoffkonstante (Restfestigkeit) in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$\tilde{s}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\tilde{\sigma}_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines (Restfestigkeit) in MPa

Gl. 3-31 A: maßstabsgerechter Innendruck  $\sim P_i$  - mit Restfestigkeit

$$\tilde{P}_i = \frac{p_i}{\tilde{m}_b^{\frac{1-a}{a}} \tilde{\sigma}_{ci}} + \frac{\tilde{s}}{\tilde{m}_b^{\frac{1}{a}}}$$

$\tilde{a}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -

$\tilde{m}_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_i$  ...Ausbaustützdruck (Restfestigkeit) in MPa

$\tilde{s}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -,  $s=1$  für intaktes Gestein

$\tilde{\sigma}_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines (Restfestigkeit) in MPa

Gl. 3-32 A: maßstabsgerechter kritischer Innendruck  $\sim P_i^{cr}$  - mit Restfestigkeit

$$\tilde{P}_i^{cr} = \frac{p_i^{cr}}{\tilde{m}_b^{\frac{1-\tilde{a}}{\tilde{a}}} \tilde{\sigma}_{ci}^{\frac{1}{\tilde{a}}}} + \frac{\tilde{s}}{\tilde{m}_b^{\frac{1}{\tilde{a}}}}; \quad \tilde{\mu} = \tilde{m}_b^{\frac{2\tilde{a}-1}{\tilde{a}}}$$

$\tilde{a}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -

$\tilde{m}_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$\tilde{s}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -, s=1 für intaktes Gestein

$\tilde{\sigma}_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines (Restfestigkeit) in MPa

Gl. 3-33 A: Radialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_r = p_0 - \left( p_0 - p_i^{cr} \right) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 3-34 A: Tangentialspannungsverlauf in der elastischen Zone

$$\sigma_t = p_0 + \left( p_0 - p_i^{cr} \right) \left( \frac{r_p}{r} \right)^2$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 3-35 A: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_r(r) = \left( \tilde{S}_r(r) - \frac{\tilde{S}}{\tilde{m}_b^{\frac{1}{\tilde{a}}}} \right) \tilde{m}_b^{\frac{1-\tilde{a}}{\tilde{a}}} \cdot \tilde{\sigma}_{ci}$$

$$\tilde{S}_r(r) = \left( \tilde{P}_i^{cr^{1-\tilde{a}}} + (1-\tilde{a})\tilde{\mu} \ln\left(\frac{r}{r_p}\right) \right)^{\frac{1}{1-\tilde{a}}}; \quad \tilde{\mu} = \tilde{m}_b^{\frac{2\tilde{a}-1}{\tilde{a}}}$$

$\tilde{a}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -

$\tilde{m}_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$\tilde{P}_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck (Restfestigkeit) in -

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\tilde{S}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -, s=1 für intaktes Gestein

$\tilde{\sigma}_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines (Restfestigkeit) in MPa

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 3-36 A: Tangentialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_t(r) = \left( \tilde{S}_t(r) - \frac{\tilde{S}}{\tilde{m}_b^{\frac{1}{\tilde{a}}}} \right) \tilde{m}_b^{\frac{1-\tilde{a}}{\tilde{a}}} \cdot \tilde{\sigma}_{ci}$$

$$\tilde{S}_t(r) = \tilde{S}_r(r) + \tilde{\mu} \tilde{S}_r(r)^{\tilde{a}}$$

$\tilde{a}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -

$\tilde{m}_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$r$  ...Laufvariable in m

$\tilde{S}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -, s=1 für intaktes Gestein

$\tilde{\sigma}_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines (Restfestigkeit) in MPa

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 3-37 A: Plastischer Radius

$$r_p = r_0 \cdot \exp \left[ \frac{\tilde{P}_i^{cr^{1-\tilde{a}}} - \tilde{P}_i^{1-\tilde{a}}}{(1-\tilde{a})\tilde{\mu}} \right]$$

$\tilde{P}_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck (Restfestigkeit) in –

$\tilde{P}_i$  ...maßstabsgerechter Innendruck (Restfestigkeit) in –

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

Gl. 3-38 A: Verschiebungsverlauf in der elastischen Zone

$$u_r = (p_0 - p_i^{cr}) \frac{r_p}{2G} \left( \frac{r_p}{r} \right)$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

Gl. 3-39 A: Verschiebungsverlauf in der plastischen Zone

$$u_r(\rho=1) = \frac{r_p}{2G} (\tilde{S}_0 - \tilde{P}_i^{cr})$$

$$u_r'(\rho=1) = A_1 u_r(1) + \frac{r_p}{2G} [1 - \nu(1 - A_1)] (\tilde{P}_i^{cr} - \tilde{S}_0) - \frac{r_p}{2G} [A_1 + \nu(1 - A_1)] (\tilde{P}_i^{cr} + \tilde{\mu} \tilde{P}_i^{cr^{\tilde{a}}} - \tilde{S}_0)$$

$$u_r = \frac{1}{1 - A_1} (\rho^{A_1} - A_1 \rho) u_r(1) + \frac{1}{1 - A_1} (\rho - \rho^{A_1}) u_r'(1) + \frac{r_p}{2G} \frac{1}{4} \frac{A_2 - A_3}{1 - A_1} \rho (\ln(\rho))^2$$

$$+ \frac{r_p}{2G} \left[ \frac{A_2 - A_3}{(1 - A_1)^2} \sqrt{\tilde{P}_i^{cr}} - \frac{1}{2} \frac{A_2 - A_1 A_3}{(1 - A_1)^3} \right] (\rho^{A_1} - \rho + (1 - A_1) \rho \ln(\rho))$$

$$A_1 = -k_\psi$$

$$A_2 = 1 - \nu - \nu \cdot k_\psi$$

$$A_3 = \nu - (1 - \nu)k_\psi$$

$$\rho = \frac{r}{r_p}$$

$$\tilde{G} = \frac{G}{\tilde{m}_b \tilde{\alpha} \tilde{\sigma}_{Ci}}$$

$$\tilde{\mu} = \tilde{m}_b \frac{2\tilde{\alpha}-1}{\tilde{\alpha}}$$

$\tilde{\alpha}$  ...HB Konstante (Restfestigkeit) in -

$G$  ...Schubmodul in MPa

$k_\psi$  ...Auflockerungsfaktor in -

$\tilde{m}_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$\tilde{P}_i^{cr}$  ...maßstabsgerechter kritischer Innendruck (Restfestigkeit) in -

$\tilde{P}_i$  ...maßstabsgerechter Innendruck (Restfestigkeit) in -

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$\tilde{S}_0$  ...maßstabsgerechte Fernfeld-Spannungen (Restfestigkeit) in -

$u_r$  ...Radialverschiebung in m

$\nu$  ... Poissonzahl in -

Gl. 3-40 A: Auflockerungsfaktor

$$k_\psi = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}$$

$k_\psi$  ...Auflockerungsfaktor in -

$\psi$  ...Dilatationswinkel in °

## 4. Verfahren mit zeitabhängiger Verformung des Gebirges

### 4.1. Sulem/Panet

Gl. 4-1 A: Verschiebungsverlauf mit zeitabhängiger Verformung

$$u_r = \lambda \cdot r_0 \cdot \frac{p_0}{2G} \left( \frac{r_p}{r_0} \right)^2 \left( 1 + \frac{G}{G_f} \cdot f(t) \right)$$

$$\lambda = \frac{1}{(k+1)} \left( k - 1 + \frac{\sigma_{UCS}}{p_0} \right)$$

- $G$  ...Schubmodul in MPa  
 $G_f$  ...Langzeit-Schubmodul in MPa  
 $k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m  
 $r_p$  ...plastischer Radius in m  
 $u_r$  ...Radialverschiebung in m  
 $\sigma_{UCS}$  ...einaxiale Druckfestigkeit in MPa

Gl. 4-2 A: Funktion der Zeitabhängigkeit

$$f(t) = 1 - \left( \frac{T}{T+t} \right)^n$$

- $n$  ...Parameter der Konvergenz in -  
 $t$  ...Zeit in d  
 $T$  ...Parameter der Konvergenz in d



## 4.2. Ladanyi

Gl. 4-3 A: Zeitabhängige Veränderung der Kohäsion

$$c(t) = c_{ST} - \left[ (c_{ST} - c_{LT}) \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{t}{T}} \right) \right]$$

$c_{LT}$  ...Kohäsion - Langzeit in MPa

$c_{ST}$  ...Kohäsion - Kurzzeit in MPa

$t$  ...Zeit in d

$T$  ...Parameter der Langzeitenwicklung der Festigkeit in d

Gl. 4-4 A: Zeitabhängige Veränderung des Reibungswinkels

$$\varphi(t) = \varphi_{ST} - \left[ (\varphi_{ST} - \varphi_{LT}) \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{t}{T}} \right) \right]$$

$t$  ...Zeit in d

$T$  ...Parameter der Langzeitenwicklung der Festigkeit in d

$\varphi_{LT}$  ...Reibungswinkel - Langzeit in °

$\varphi_{ST}$  ...Reibungswinkel - Kurzzeit in °

# Anhang B – Berechnungsparameter

## Inhaltsverzeichnis

<b>ANHANG B – BERECHNUNGSPARAMETER.....</b>	<b>B 1</b>
<b>FORMELVERZEICHNIS .....</b>	<b>B 2</b>
1. UMRECHNUNG MOHR COULOMB UND HOEK – BROWN .....	B 3
2. PARAMETER.....	B 5
2.1. <i>Parameter für Mohr Coulomb .....</i>	<i>B 5</i>
2.2. <i>Parameter für Hoek – Brown .....</i>	<i>B 5</i>
2.3. <i>Parameter für Feder .....</i>	<i>B 6</i>
2.4. <i>Parameter für Panet (Zeitabhängigkeit) .....</i>	<i>B 6</i>
2.5. <i>Parameter für Ladanyi (Zeitabhängigkeit) .....</i>	<i>B 7</i>
2.6. <i>Parameter für Spritzbeton.....</i>	<i>B 7</i>
2.7. <i>Parameter für Stauchelemente.....</i>	<i>B 7</i>
2.8. <i>Parameter für Freispielanker .....</i>	<i>B 8</i>
2.9. <i>Parameter für Vollverbundanker .....</i>	<i>B 8</i>
2.10. <i>Parameter für Vollverbundanker - Stauchelemente.....</i>	<i>B 8</i>

## Formelverzeichnis

GL. 1-1 B: HOEK-BROWN PARAMETER.....	B 3
GL. 1-2 B: BERECHNUNG DES REIBUNGSWINKEL .....	B 4
GL. 1-3 B: BERECHNUNG DER KOHÄSION.....	B 4
GL. 1-4 B: BERECHNUNG DER EINAXIALEN DRUCKFESTIGKEIT .....	B 4

## 1. Umrechnung Mohr Coulomb und Hoek – Brown

Gl. 1-1 B: Hoek-Brown Parameter

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a$$

$$m_b = m_i \cdot \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right)$$

$a$  ...HB Konstante in -

$D$  ...Faktor für die Gesteinsstörung (Sprengerschütterung) in -,  
D=0 keine Störung, D=1 starke Störung des Gebirges

GSI ...geological strength index in -

$m_b$  ...HB Stoffkonstante in -

$s$  ...HB Konstante in -, s=1 für intaktes Gestein

$\sigma_1$  ...max. Hauptspannung in MPa

$\sigma_3$  ...min. Hauptspannung in MPa

$\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

Gl. 1-2 B: Berechnung des Reibungswinkel

$$\varphi = \sin^{-1} \left[ \frac{6 \cdot a \cdot m_b (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6 \cdot a \cdot m_b (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}} \right]$$

- $a$  ...HB Konstante in -  
 $m_b$  ...HB Stoffkonstante in -  
 $s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein  
 $\sigma_{1n}$  ...Normierte max. Hauptspannung in MPa  
 $\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 1-3 B: Berechnung der Kohäsion

$$c = \frac{\sigma_{ci} [(1+2a)s + (1-a)m_b \sigma_{1n}] (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{6 \cdot a \cdot m_b (s + m_b \sigma_{1n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}$$

- $a$  ...HB Konstante in -  
 $m_b$  ...HB Stoffkonstante in -  
 $s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein  
 $\sigma_{1n}$  ...Normierte max. Hauptspannung in MPa  
 $\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa  
 $\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 1-4 B: Berechnung der einaxialen Druckfestigkeit

$$\sigma_{UCS} = \sigma_{ci} \frac{(m_b + 4s - a(m_b + 8s)) \left( \frac{m_b}{4} + s \right)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)}$$

$$\sigma_{1n} = \frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}}$$

- $a$  ...HB Konstante in -  
 $m_b$  ...HB Stoffkonstante in -  
 $s$  ...HB Konstante in -,  $s=1$  für intaktes Gestein  
 $\sigma_1$  ...max. Hauptspannung in MPa  
 $\sigma_{1n}$  ...Normierte max. Hauptspannung in MPa  
 $\sigma_{ci}$  ...einaxiale Druckfestigkeit des intakten Gesteines in MPa

## 2. Parameter

### 2.1. Parameter für Mohr Coulomb

Hohlraumradius	$r_0$	5,50	m
Überlagerung	t	200,00	m
Wichte	$\gamma$	25,00	kN/m <sup>3</sup>
Primärspannung	$p_0$	5,00	MPa
Ausbaustützdruck	$p_i$	1,00	Mpa
Reibungswinkel	$\Phi$	27,35	°
Kohäsion	c	0,382	MPa
Druckfestigkeit	$\sigma_{UCS}$	1,26	MPa
Erddruckbeiwert	k	2,70	-
E-Modul	E	846,00	MPa
Poissonzahl	$\nu$	0,35	-
Schubmodul	G	313,33	MPa
Kompressionsmodul	K	940,00	MPa
Dilatationseinkel	$\psi$	5,00	°

### 2.2. Parameter für Hoek – Brown

Hohlraumradius	$r_0$	5,50	m
Überlagerung	t	200,00	m
Wichte	$\gamma$	25,00	kN/m <sup>3</sup>
Primärspannung	$p_0$	5,00	MPa
Ausbaustützdruck	$p_i$	1,00	MPa
Materialkonstante	mb	0,6625	-
Materialkonstante	s	0,00022	-
	a	0,500	-
Gesteinsfestigkeit	$\sigma_{CI}$	15,00	MPa
Druckfestigkeit	$\sigma_{UCS}$	1,64	MPa
Erddruckbeiwert	k	2,70	-
E-Modul	E	846,00	MPa
Poissonzahl	$\nu$	0,35	-
Schubmodul	G	313,33	MPa
Kompressionsmodul	K	940,00	MPa
Dilatationseinkel	$\psi$	5,00	°

### 2.3. Parameter für Feder

Hohlraumradius	$r_0$	5,50	m
Überlagerung	t	200,00	m
Wichte	$\gamma$	25,00	kN/m <sup>3</sup>
Primärspannung	$p_0$	5,00	MPa
Seitendruckbeiwert	$k_0$	1	-
Ausbaustützdruck	$p_i$	1,00	MPa
Reibungswinkel	$\Phi_{el}$	27,35	°
Reibungswinkel	$\Phi_{pl}$	27,35	°
Kohäsion	$c_{el}$	0,382	MPa
Kohäsion	$c_{pl}$	0,382	MPa
Dilatationseinkel	$\psi$	5,00	°
Druckfestigkeit	$\sigma_{UCS_e}$	1,26	MPa
Druckfestigkeit	$\sigma_{UCS_p}$	1,26	MPa
Erddruckbeiwert	$K_{el}$	2,70	-
Erddruckbeiwert	$K_{pl}$	2,70	-
E-Modul	E	846,00	MPa
Poissonzahl	$\nu$	0,35	-
Schubmodul	G	313,33	MPa
Kompressionsmodul	K	940,00	MPa
Dilatationseinkel	$\psi$	5,00	°

### 2.4. Parameter für Panet (Zeitabhängigkeit)

Hohlraumradius	$r_0$	5,50	m
Überlagerung	t	200,00	m
Wichte	$\gamma$	25,00	kN/m <sup>3</sup>
Primärspannung	$p_0$	5,00	MPa
Ausbaustützdruck	$p_i$	1,00	MPa
Reibungswinkel	$\Phi$	27,35	°
Kohäsion	c	0,38	MPa
Druckfestigkeit	$\sigma_{UCS}$	1,26	MPa
Erddruckbeiwert	k	2,70	-
E-Modul	E	846,00	MPa
Poissonzahl	$\nu$	0,35	-
Schubmodul	G	313,33	MPa
Kriechmodul	Gf	156,67	MPa

## 2.5. Parameter für Ladanyi (Zeitabhängigkeit)

Hohlraumradius	$r_0$	5,50	m
Überlagerung	t	200,00	m
Wichte	$\gamma$	25,00	kN/m <sup>3</sup>
Primärspannung	$p_0$	5,00	MPa
Ausbaustützdruck	$p_i$	1,00	MPa
Reibungswinkel	$\Phi$	27,35	°
Kohäsion	c	0,38	MPa
Druckfestigkeit	$\sigma_{ucs}$	1,26	MPa
Erddruckbeiwert	k	2,70	-
E-Modul	E	846,00	MPa
Poissonzahl	$\nu$	0,35	-
Schubmodul	G	313,33	MPa
Verringerung		30,00	%
Konstante T		0,60	-
Reibungswinkel - ALT	$\Phi_{alt}$	19,15	°
Kohäsion- ALT	$c_{alt}$	0,27	MPa

## 2.6. Parameter für Spritzbeton

Druckfestigkeit	$\beta_{ds}$	25	MPa
E-Modul	$E_{SpB}$	15000	MPa
Querdehnzahl	$\nu_{SpB}$	0,2	-
SpB-Dicke	$d_{SpB}$	0,15	m
Maximaldehnung	e	0,002	-

## 2.7. Parameter für Stauchelemente

Laststufe 1	$F_1$	600	kN
Laststufe 2	$F_2$	700	kN
Laststufe 3	$F_3$	1000	kN
Tang. Verschiebung Laststufe 1	$l_1$	70	mm
Tang. Verschiebung Laststufe 2	$l_2$	60	mm
Tang. Verschiebung Laststufe 3	$l_3$	50	mm



**2.8. Parameter für Freispielanker**

Zugfestigkeit / Streckgrenze	$\beta_{st}$	550	MPa
E-Modul	$E_A$	210000	MPa
Tangentialer Ankerabstand	$e$	1	m
Ankerabstand in Tunnellängsrichtung	$f$	1	m
Ankerlänge	$l_A$	10	m
Ankerdurchmesser	$d_A$	0,02	m
max. Ankerkraft	$F_{max}$	172,79	kN
Faktor für Verschiebung Ankerkopf	$Q$	0	-
Maximale Ankerdehnung	$A_{gt_{min}}$	5	‰

**2.9. Parameter für Vollverbundanker**

Zugfestigkeit / Streckgrenze	$\beta_{st}$	590	MPa
E-Modul	$E_A$	210000	MPa
Tangentialer Ankerabstand	$e$	0,75	m
Ankerabstand in Tunnellängsrichtung	$f$	0,75	m
Ankerlänge	$l_A$	10	m
Ankerdurchmesser	$d_A$	0,024	m
max. Ankerkraft	$F_{max}$	266,91	kN

**2.10. Parameter für Vollverbundanker - Stauchelemente**

Abmessung	$l$	250,00	mm
Stauchelemente / Rohre	$d$	30,00	mm
Wandstärke Rohr	$t$	3,00	mm
Stahlsorte		ST 37	
Druckfestigkeit	$\sigma_{max}$	2,00	kN/cm
Stauchweg - Verschiebung	$l_{st}$	30	mm
Fließbeginn	$F_{fl}$	100	kN

## Anhang C - LDP

### Inhaltsverzeichnis

<b>ANHANG C - LDP</b> .....	<b>C 1</b>
<b>FORMELVERZEICHNIS</b> .....	<b>C 2</b>
1. PANET/GUENOT .....	C 4
2. CORBETTA .....	C 6
3. HOEK .....	C 8
4. PILGERSTORFER .....	C 9
5. UNLU – GERCEK.....	C 11
6. VLACHOPOULUS.....	C 13

## Formelverzeichnis

### Panet/Guenot

GL. 1-1 C: ALLGEMEINE LÖSUNG DER VORAUSVERSCHIEBUNGEN .....	C4
GL. 1-2 C: BEIWERTE FÜR DEN ELASTISCHEN FALL .....	C4
GL. 1-3 C: ELASTISCHE RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF IN LÄNGSRICHTUNG .....	C4
GL. 1-4 C: MAXIMALE ELASTISCHE RADIALVERSCHIEBUNGEN .....	C4
GL. 1-5 C: RADIALVERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST .....	C5
GL. 1-6 C: VEREINFACHTE DARSTELLUNG DES ELASTISCHEN RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUFES IN TUNNELACHSRICHTUNG.....	C5
GL. 1-7 C: VEREINFACHTE DARSTELLUNG DES PLASTISCHEN RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUFES IN TUNNELACHSRICHTUNG.....	C5

### Corbetta

GL. 2-1 C: ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATION .....	C6
GL. 2-2 C: MAXIMALE ELASTISCHE RADIALVERSCHIEBUNGEN .....	C6
GL. 2-3 C: ELASTISCHER RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF IN TUNNELACHSRICHTUNG .....	C6
GL. 2-4 C: PLASTISCHER RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF IN TUNNELACHSRICHTUNG .....	C7
GL. 2-5 C: ZUSAMMENGEFASSTE DARSTELLUNG DES PLASTISCHEN RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUFES IN TUNNELACHSRICHTUNG.....	C7

### Hoek

GL. 3-1 C: RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF IN TUNNELACHSRICHTUNG .....	C8
---	----

### Pilgerstorfer

GL. 4-1 C: NORMIERTE TIEFE DER VERSAGENSZONE .....	C9
GL. 4-2 C: BEEINFLUSSTE LÄNGE HINTER DER ORTSBRUST.....	C9
GL. 4-3 C: ÄQUIVALENTER STÜTZMITTELKOEFFIZIENT AN DER ORTSBRUST.....	C9
GL. 4-4 C: FAKTOREN FÜR DEN ÄQUIVALENTER STÜTZMITTELKOEFFIZIENT AN DER ORTSBRUST .....	C9
GL. 4-5 C: FORMPARAMETER.....	C10
GL. 4-6 C: FAKTOREN FÜR DEN FORMPARAMETER .....	C10
GL. 4-7 C: STÜTZDRUCKKOEFFIZIENT AN DER STELLE X HINTER DER ORTSBRUST .....	C10
GL. 4-8 C: ÄQUIVALENTER AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	C10

### Unlu - Gercek

GL. 5-1 C: RADIALVERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST .....	C11
GL. 5-2 C: RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF VOR DER ORTSBRUST.....	C11
GL. 5-3 C: BEIWERTE FÜR DEN RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF VOR DER ORTSBRUST.....	C11
GL. 5-4 C: RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF HINTER DER ORTSBRUST .....	C12
GL. 5-5 C: BEIWERTE FÜR RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF HINTER DER ORTSBRUST .....	C12

## Vlachopoulos

GL. 6-1 C: RADIALVERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST .....	C13
GL. 6-2 C: RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF VOR DER ORTSBRUST.....	C13
GL. 6-3 C: RADIALVERSCHIEBUNGSVERLAUF HINTER DER ORTSBRUST.....	C13
GL. 6-4 C: BEIWERTE.....	C14

## 1. Panet/Guenot

Gl. 1-1 C: Allgemeine Lösung der Vorausverschiebungen

$$u_d = u_0 + a_d(u_\infty - u_0)$$

$a_d$  ...Verschiebungsbeiwert in -

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_\infty$  ...maximal Endverschiebungen in m

$u_d$  ...Verschiebungen an Stelle d ( $r_0/x$ ) in m

Gl. 1-2 C: Beiwerte für den elastischen Fall

$$a_d = 1 - \left( \frac{m_0 r_0}{m_0 r_0 + d} \right)^2$$

$m_0$  ...Berechnungsbeiwert 0,75 (oder 0,84)

$d$  ...Normierter Abstand zur Ortsbrust in -

Gl. 1-3 C: elastische Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung

$$u_d = \left[ \alpha + (1 - \alpha)a_d \right] \frac{p_0 r_0}{2G}$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$a_d$  ...Verschiebungsbeiwert in -

$\alpha$  ...Anteil der Endverschiebungen an der Ortsbrust 0,25 (oder 0,265) in -

$u_d$  ...Verschiebungen an Stelle d ( $r_0/x$ ) in m

Gl. 1-4 C: maximale elastische Radialverschiebungen

$$u_\infty = u_{r,el,max} = \frac{p_0 \cdot r_0}{2G}$$

$G$  ...Schubmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_\infty$  ...maximal Endverschiebungen in m

$u_{r,el,max}$  ...maximal Endverschiebungen für den elastischen Fall in m

Gl. 1-5 C: Radialverschiebungen an der Ortsbrust

$$u_0 = 0,265 \cdot u_\infty$$

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_\infty$  ...maximal Endverschiebungen in m

Gl. 1-6 C: vereinfachte Darstellung des elastischen Radialverschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung

$$u_x = u_0 + (u_{el,\infty} - u_0) \left[ 1 - \left( \frac{0,84 \cdot r_0}{x + 0,84 \cdot r_0} \right)^2 \right]$$

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_x$  ...Verschiebungen an Stelle x in m

$u_{el,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

Gl. 1-7 C: vereinfachte Darstellung des plastischen Radialverschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung

$$u_x = u_0 + (u_{pl,\infty} - u_0) \left[ 1 - \left( \frac{0,84 r_p}{x + 0,84 r_p} \right)^2 \right]$$

$r_p$  ...plastischer Radius in m

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_x$  ...Verschiebungen an Stelle x in m

$u_{pl,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

## 2. Corbetta

Gl. 2-1 C: Ähnlichkeitstransformation

$$\frac{u_0}{r_0} = \chi \cdot f\left(\frac{d}{\chi}\right)$$

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\chi$  ...Verhältnis der max. plastischen Verschiebungen zu den max. elastischen Verschiebungen in –

$f\left(\frac{d}{\chi}\right)$  ...Funktion der Ähnlichkeitstransformation

Gl. 2-2 C: maximale elastische Radialverschiebungen

$$u_\infty = u_{r,el,max} = \frac{1+\nu}{E} \cdot p_0 \cdot r_0$$

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_\infty$  ...maximal Endverschiebungen in m

$u_{r,el,max}$  ...maximal Endverschiebungen für den elastischen Fall in m

$\nu$  ...Poissonzahl in –

Gl. 2-3 C: elastischer Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung

$$u_x = u_{r,el,max} \cdot \left[ 1 - 0,71 * e^{-1,5*(d)^{0,7}} \right]$$

$$d = \frac{x}{r_0}$$

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_{r,el,max}$  ...maximal Endverschiebungen für den elastischen Fall in m

$u_x$  ...Verschiebungen an Stelle x in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

## Gl. 2-4 C: plastischer Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung

$$u_x = u_{r,el,max} \cdot \chi \cdot \left[ 1 - 0,71 * e^{-1,5 * \left( \frac{d}{\chi} \right)^{0,7}} \right]$$

$$\chi = \frac{u_{pl,\infty}}{u_{el,\infty}}$$

$$d = \frac{x}{r_0}$$

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_{el,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$u_{pl,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$u_{r,el,max}$  ...maximal Endverschiebungen für den elastischen Fall in m

$u_x$  ...Verschiebungen an Stelle x in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

$\chi$  ...Verhältnis der max. plastischen Verschiebungen zu den max. elastischen Verschiebungen in -

## Gl. 2-5 C: zusammengefasste Darstellung des plastischen Radialverschiebungsverlaufes in Tunnelachsrichtung

$$u_x = \frac{(1+\nu)}{E} \cdot r_0 \cdot p_0 \cdot \frac{u_{pl,\infty}}{u_{el,\infty}} \cdot \left[ 1 - 0,71 * e^{-1,5 * \left( \frac{\frac{x}{r_0} \cdot \frac{u_{pl,\infty}}{u_{el,\infty}}}{\chi} \right)^{0,7}} \right]$$

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_{el,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$u_{pl,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$u_{r,el,max}$  ...maximal Endverschiebungen für den elastischen Fall in m

$u_x$  ...Verschiebungen an Stelle x in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

$\nu$  ...Poissonzahl in -



### 3. Hoek

Gl. 3-1 C: Radialverschiebungsverlauf in Tunnelachsrichtung

$$u_{r(x)} = u_{pl(pi=0)\infty} \cdot \lambda = u_{pl,\infty} \cdot \frac{1}{\left(1 + e^{\left(\frac{x}{\frac{2r_0}{0,55}}\right)^{1,7}}\right)}$$

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_{r(x)}$  ...Verschiebungen an Stelle x in m

$u_{pl,\infty}$  ...maximal elastische Endverschiebungen in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

## 4. Pilgerstorfer

Gl. 4-1 C: normierte Tiefe der Versagenszone

$$\eta = \frac{r_p - r_0}{r_0}$$

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

Gl. 4-2 C: Beeinflusste Länge hinter der Ortsbrust

$$\frac{l_{\text{inf}}}{r_0} = 2,07\eta + 6,40 \rightarrow l_{\text{inf}}$$

$\eta$  ...normierte Tiefe der Versagenszone in -

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

Gl. 4-3 C: äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust

$$\lambda_{\text{face}} = a \cdot \cos(b \cdot \eta + c) + d \cdot \eta + e$$

a ...Faktor für den äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

b ...Faktor für den äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

c ...Faktor für den äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

d ...Faktor für den äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

e ...Faktor für den äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

$\eta$  ...normierte Tiefe der Versagenszone in -

$\lambda_{\text{face}}$  ...äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

Gl. 4-4 C: Faktoren für den äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust

$$a = 0,1314 \cdot \tan \varphi + 0,0129$$

$$b = -0,0259 \cdot \tan \varphi + 2,6227$$

$$c = 0,011 \cdot \tan \varphi - 0,6439$$

$$d = -0,1854 \cdot \tan \varphi - 0,1593$$

$$e = -0,1396 \cdot \tan \varphi + 0,8092$$

$\varphi$  ...Reibungswinkel in °

## Gl. 4-5 C: Formparameter

$$\xi = \bar{a} \cdot \cos(\bar{b} \cdot \sqrt{\eta} - \eta + \bar{c}) + \bar{d} + \bar{e} \cdot \eta$$

$\bar{a}$  ...Faktor für den Formparameter in -

$\bar{b}$  ...Faktor für den Formparameter in -

$\bar{c}$  ...Faktor für den Formparameter in -

$\bar{d}$  ...Faktor für den Formparameter in -

$\bar{e}$  ...Faktor für den Formparameter in -

$\eta$  ...normierte Tiefe der Versagenszone in -

## Gl. 4-6 C: Faktoren für den Formparameter

$$\bar{a} = 0,023625$$

$$\bar{b} = 0,4604 \cdot \tan^2 \varphi + 0,3749 \cdot \tan \varphi + 5,5276$$

$$\bar{c} = 0,0397 \cdot \tan^2 \varphi + 0,015 \cdot \tan \varphi - 1,0327$$

$$\bar{d} = 0,047395$$

$$\bar{e} = -0,0247 \cdot \tan^2 \varphi - 0,006 \cdot \tan \varphi + 0,0039$$

$\varphi$  ...Reibungswinkel in °

## Gl. 4-7 C: Stützdruckkoeffizient an der Stelle x hinter der Ortsbrust

$$\lambda_{(x)} = \lambda_{face} \cdot \xi^\psi \cdot \left( \frac{1-x}{x+\xi} \right)^\psi ; \quad \psi = 1,2$$

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

$\xi$  ...Formparameter in -

$\lambda_{face}$  ...äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Ortsbrust in -

$\lambda_{(x)}$  ...äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Stelle x in -

## Gl. 4-8 C: äquivalenter Ausbaustützdruck

$$\lambda_{(x)} = \frac{\tilde{p}_i}{p_0} ; \quad \tilde{p}_i = \lambda_{(x)} \cdot p_0$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$\tilde{p}_i$  ... äquivalenter Ausbaustützdruck an der Stelle x in MPa

$\lambda_{(x)}$  ...äquivalenter Stützmittelkoeffizient an der Stelle x in -

## 5. Unlu – Gercek

Gl. 5-1 C: Radialverschiebungen an der Ortsbrust

$$u_0^N = \frac{u_0}{u_{r,\max}} = 0,22 \cdot \nu + 0,19$$

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_0^N$  ...normierte Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_{r,\max}$  ...maximal Endverschiebungen in m

$\nu$  ...Poissonzahl in -

Gl. 5-2 C: Radialverschiebungsverlauf vor der Ortsbrust

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_r}{u_{r,\max}} = \frac{u_0}{u_{r,\max}} + A_a \left( 1 - e^{-\frac{B_a \cdot x}{r_0}} \right)$$

$A_a$  ...Berechnungsbeiwert in -

$B_a$  ...Berechnungsbeiwerte in -

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_{r,\max}$  ...maximal Endverschiebungen in m

$u_{r(x)}^N$  ...normierte Verschiebungen an der Stelle x in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrchtung in m

Gl. 5-3 C: Beiwerte für den Radialverschiebungsverlauf vor der Ortsbrust

$$A_a = -0,22 \cdot \nu - 0,19$$

$$B_a = 0,73 \cdot \nu + 0,81$$

$\nu$  ...Poissonzahl in -

Gl. 5-4 C: Radialverschiebungsverlauf hinter der Ortsbrust

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_r}{u_{r,\max}} = \frac{u_0}{u_{r,\max}} + A_b \left( 1 - \left( \frac{B_b}{A_b + \frac{x}{r_0}} \right)^2 \right)$$

$A_b$  ...Berechnungsbeiwert in -

$B_b$  ...Berechnungsbeiwerte in -

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m

$u_{r,\max}$  ...maximal Endverschiebungen in m

$u_{r(x)}^N$  ...normierte Verschiebungen an der Stelle x in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

Gl. 5-5 C: Beiwerte für Radialverschiebungsverlauf hinter der Ortsbrust

$$A_b = -0,22 \cdot \nu + 0,81$$

$$B_b = 0,39 \cdot \nu + 0,65$$

$\nu$  ...Poissonzahl in -

## 6. Vlachopoulos

Gl. 6-1 C: Radialverschiebungen an der Ortsbrust

$$u_0^N = \frac{u_0}{u_{r,\max}} = \frac{1}{3} \cdot e^{-0,15 \cdot R^*}$$

- $R^*$  ...Berechnungsbeiwert in -
- $u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m
- $u_0^N$  ...normierte Verschiebungen an der Ortsbrust in m
- $u_{r,\max}$  ...maximal Endverschiebungen in m

Gl. 6-2 C: Radialverschiebungsverlauf vor der Ortsbrust

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_0}{u_{r,\max}} = u_0^N \cdot e^{X^*}$$

- $u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m
- $u_0^N$  ...normierte Verschiebungen an der Ortsbrust in m
- $u_{r,\max}$  ...maximal Endverschiebungen in m
- $u_{r(x)}^N$  ...normierte Verschiebungen an der Stelle x in m
- $X^*$  ...Berechnungsbeiwert in -

Gl. 6-3 C: Radialverschiebungsverlauf hinter der Ortsbrust

$$u_{r(x)}^N = \frac{u_0}{u_{r,\max}} = 1 - (1 - u_0^N) \cdot e^{-\frac{3 \cdot X^*}{2 \cdot R^*}}$$

- $R^*$  ...Berechnungsbeiwert in -
- $u_0$  ...Verschiebungen an der Ortsbrust in m
- $u_0^N$  ...normierte Verschiebungen an der Ortsbrust in m
- $u_{r,\max}$  ...maximal Endverschiebungen in m
- $u_{r(x)}^N$  ...normierte Verschiebungen an der Stelle x in m
- $X^*$  ...Berechnungsbeiwert in -

Gl. 6-4 C: Beiwerte

$$R^* = \frac{r_p}{r_0} ; \quad X^* = \frac{x}{r_0}$$

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$x$  ...Abstand in Tunnelachsrichtung in m

## Anhang D - Stützmittel

### Inhaltsverzeichnis

<b>ANHANG D - STÜTZMITTEL .....</b>	<b>D 1</b>
1. ALLGEMEINE BERECHNUNG DER AUSBAUKENNLINIE .....	D 4
2. SPRITZBETON .....	D 6
2.1. <i>Linear-elastische Berechnung</i> .....	D 6
2.2. <i>Zeitabhängige Berechnung</i> .....	D 7
2.3. <i>Fließratenmethode nach Aldrian</i> .....	D 9
3. FREISPIELANKER .....	D 13
4. VOLLVERBUNDANKER .....	D 14



## Formelverzeichnis

### Allgemeines

GL. 1-1 D: "SERIENSCHALTUNG" DER AUSBAUSTEIFIGKEITEN .....	D 4
GL. 1-2 D: "PARALLELSCHALTUNG" DER AUSBAUSTEIFIGKEITEN .....	D 4
GL. 1-3 D: AUSBAUSTÜTZDRUCK.....	D 4
GL. 1-4 D: MAXIMALE ELASTISCHE RADIALVERSCHIEBUNG DES AUSBAUES .....	D 4
GL. 1-5 D: MAXIMALE RADIALVERSCHIEBUNG DES AUSBAUES .....	D 5

### Spritzbeton linear-elastisch

GL. 2-1 D: NORMALSTEIFIGKEIT DER SPC SCHALE.....	D 6
GL. 2-2 D: VEREINFACHTE NORMALSTEIFIGKEIT .....	D 6
GL. 2-3 D: BIEGESTEIFIGKEIT DER SPC SCHALE .....	D 6
GL. 2-4 D: MAXIMALER AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	D 7

### Spritzbeton zeitabhängig

GL. 2-5 D: ZEITABHÄNGIGE ENTWICKLUNG DES E-MODULS NACH ALDRIAN.....	D 7
GL. 2-6 D: ZEITABHÄNGIGE ENTWICKLUNG DER DRUCKFESTIGKEIT NACH ALDRIAN.....	D 7
GL. 2-7 D: ZEITABHÄNGIGE ENTWICKLUNG DES E-MODULS NACH ORESTE .....	D 7
GL. 2-8 D: ZEITABHÄNGIGE ENTWICKLUNG DER DRUCKFESTIGKEIT NACH ORESTE.....	D 8
GL. 2-9 D: NORMALSTEIFIGKEIT DER SPC SCHALE.....	D 8
GL. 2-10 D: NORMALSPANNUNG IN DER SPC SCHALE .....	D 8

### Spritzbeton nach Aldrian

GL. 2-11 D: BERECHNUNG DER DEHNUNGEN AM ENDE EINES BELASTUNGSINTERVALLS.....	D 9
GL. 2-12 D: BERECHNUNG DER SPANNUNGEN AM ENDE EINES DEHNUNGSINTERVALLS .....	D 9
GL. 2-13 D: SOFORTDEHNUNG .....	D 10
GL. 2-14 D: DRUCKFESTIGKEIT.....	D 10
GL. 2-15 D: AUSNUTZUNGSGRAD .....	D 10
GL. 2-16 D: ZEITABHÄNGIGER E-MODUL .....	D 10
GL. 2-17 D: BEZOGENER UND ERMITTELT ER VERFORMUNGSMODUL .....	D 11
GL. 2-18 D: VISKOSE DEHNUNG.....	D 11
GL. 2-19 D: ZEITANSATZ DER VISKOSEN DEHNUNG.....	D 11
GL. 2-20 D: VISKOELASTISCHE DEHNUNG .....	D 11
GL. 2-21 D: SCHWINDDEHNUNG .....	D 12
GL. 2-22 D: TEMPERATURDEHNUNG.....	D 12

### Freispielanker

GL. 3-1 D: NORMALSTEIFIGKEIT DER ANKER .....	D 13
GL. 3-2 D: MAXIMALER AUSBAUSTÜTZDRUCK .....	D 13
GL. 3-3 D: VERSCHIEBUNGSFAKTOR "Q" DES ANKERKOPFES.....	D 13

## Vollverbundanker

GL. 4-1 D: AKTIVER ANSATZ DER KOHÄSIONSERHÖHUNG.....	D 14
GL. 4-2 D: PASSIVER ANSATZ DER KOHÄSIONSERHÖHUNG.....	D 14
GL. 4-3 D: FESTIGKEITSENTWICKLUNG DES ANKERMÖRTELS.....	D 14
GL. 4-4 D: VERSCHIEBUNGSRATE AUS DEM LDP.....	D 14
GL. 4-5 D: SPANNUNGEN IM ANKER .....	D 15
GL. 4-6 D: AUSBAUWIDERSTAND.....	D 15

## 1. Allgemeine Berechnung der Ausbaukennlinie

Gl. 1-1 D: "Serienschaltung" der Ausbausteifigkeiten

$$K_{ges} = \sum_{i=1}^n K_{SN-i}$$

$K_{ges}$  ...Normalsteifigkeit des gesamten Systems der Stützmittel in MPa

$K_{SN-i}$  ...Normalsteifigkeit der einzelnen Stützmittel in MPa

Gl. 1-2 D: "Parallelschaltung" der Ausbausteifigkeiten

$$K_{ges} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_{SN-i}}}$$

$K_{ges}$  ...Normalsteifigkeit des gesamten Systems der Stützmittel in MPa

$K_{SN-i}$  ...Normalsteifigkeit der einzelnen Stützmittel in MPa

Gl. 1-3 D: Ausbaustützdruck

$$p_i = K_{SN} \cdot \frac{u_r}{r_A}$$

$K_{SN}$  ...Normalsteifigkeit in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues (=  $r_0$ ) in m

$u_r$  ...Radialverschiebungen des Ausbaues in m

Gl. 1-4 D: maximale elastische Radialverschiebung des Ausbaues

$$u_{r,max,el} = \frac{r_A \cdot p_{i,max}}{K_{SN}}$$

$K_{SN}$  ...Normalsteifigkeit in MPa

$p_{i,max}$  ...maximaler Ausbaustützdruck in MPa

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues (=  $r_0$ ) in m

$u_{r,max,el}$  ...maximale elastische Radialverschiebungen des Ausbaues in m

Gl. 1-5 D: maximale Radialverschiebung des Ausbaues

$$u_{r,\max} = u_{r,0} + \frac{r_A \cdot p_{i,\max}}{K_{SN}} + u_{r,pl}$$

$K_{SN}$  ...Normalsteifigkeit in MPa

$p_{i,\max}$  ...maximaler Ausbaustützdruck in MPa

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues (=  $r_0$ ) in m

$u_{r,pl}$  ...plastische Radialverschiebungen des Ausbaues in m

$u_{r,0}$  ...Verschiebungen vor Stützmitteleinbau in m

$u_{r,\max}$  ...Verschiebungen des Ausbaues inkl. vor Einbau eingetretene  
Verschiebungen in m

## 2. Spritzbeton

### 2.1. Linear-elastische Berechnung

Gl. 2-1 D: Normalsteifigkeit der SpC Schale

$$K_{SN} = \frac{E_{SpC} \cdot (r_A^2 - r_i^2)}{(1 + \nu) \cdot ((1 - 2\nu) \cdot r_A^2 - r_i^2)}$$

$E_{SpC}$  ...E-Modul des Spritzbetons in MPa

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues (=  $r_0$ ) in m

$r_i$  ...Innenradius des Ausbaues in m

$\nu$  ...Poissonzahl des SpC in -

Gl. 2-2 D: vereinfachte Normalsteifigkeit für  $e_{SpC} \ll r_0$

$$K_{SN} = \frac{E_{SpC}}{(1 - \nu^2)} \cdot \frac{e_{SpC}}{r_s}$$

$e_{SpC}$  ...Spritzbetondicke in m

$E_{SpC}$  ...E-Modul des Spritzbetons in MPa

$r_s$  ...Wirkungsradius der inneren Kräfte im Ring in m

$\nu$  ...Poissonzahl des SpC in -

Gl. 2-3 D: Biegesteifigkeit der SpC Schale

$$K_{SF} = \frac{E_{SpC}}{(1 - \nu^2)} \cdot \frac{e_{SpC}^3}{12 \cdot r_s^3}$$

$e_{SpC}$  ...Spritzbetondicke in m

$E_{SpC}$  ...E-Modul des Spritzbetons in MPa

$r_s$  ...Wirkungsradius der inneren Kräfte im Ring in m

$\nu$  ...Poissonzahl des SpC in -

Gl. 2-4 D: maximaler Ausbaustützdruck

$$p_{i,\max} = \frac{1}{2} \beta_i \cdot \left( 1 - \frac{r_i^2}{r_A^2} \right)$$

$p_{i,\max}$  ...Ankerabstand in Tunnelachsrichtung in m

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues ( $= r_0$ ) in m

$r_i$  ...Innenradius des Ausbaues in m

$\beta_i$  ...zulässige Festigkeit des Ausbaues (SpC) in MPa

## 2.2. Zeitabhängige Berechnung

Gl. 2-5 D: zeitabhängige Entwicklung des E-Moduls nach Aldrian

$$E_{SpC(t)} = E_{SpC(28D)} \cdot \sqrt{\frac{t}{4,2 + 0,85 \cdot t}}$$

$E_{SpC(28D)}$  ...E-Modul des Spritzbetons nach 28 Tagen in MPa

$E_{SpC(t)}$  ...zeitabhängiger E-Modul des Spritzbetons in MPa

t ...Zeit in h

Gl. 2-6 D: zeitabhängige Entwicklung der Druckfestigkeit nach Aldrian

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot 0,03 \cdot t ; 0 < t < 8h$$

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot \sqrt{\frac{t-5}{45 + 0,925 \cdot t}} ; t > 8h$$

$\beta_{i(28D)}$  ...Festigkeit des SpC nach 28 Tagen in MPa

$\beta_{i(t)}$  ...zeitabhängige Festigkeit des SpC in MPa

t ...Zeit in h

Gl. 2-7 D: zeitabhängige Entwicklung des E-Moduls nach Oreste

$$E_{SpC(t)} = E_{SpC(28D)} \cdot (1 - e^{-\alpha t})$$

$\alpha$  ...Berechnungskonstante der Zeitabhängigkeit in –

$E_{SpC(28D)}$  ...E-Modul des Spritzbetons nach 28 Tagen in MPa

$E_{SpC(t)}$  ...zeitabhängiger E-Modul des Spritzbetons in MPa

t ...Zeit in h

Gl. 2-8 D: zeitabhängige Entwicklung der Druckfestigkeit nach Oreste

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot (1 - e^{-\beta \cdot t})$$

$\beta$  ...Berechnungskonstante der Zeitabhängigkeit in –

$\beta_{i(28D)}$  ...Festigkeit des SpC nach 28 Tagen in MPa

$\beta_{i(t)}$  ...zeitabhängige Festigkeit des SpC in MPa

t ...Zeit in h

Gl. 2-9 D: Normalsteifigkeit der SpC Schale

$$K_{SN} = \frac{E_{SpC(t)} \cdot (r_A^2 - r_i^2)}{(1 + \nu) \cdot ((1 - 2\nu) \cdot r_A^2 - r_i^2)}$$

$E_{SpC(t)}$  ... zeitabhängiger E-Modul des Spritzbetons in MPa

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues (=  $r_0$ ) in m

$r_i$  ...Innenradius des Ausbaues in m

$\nu$  ...Poissonzahl des SpC in –

Gl. 2-10 D: Normalspannung in der SpC Schale

$$p_i = K_{SN} \cdot \frac{u_r}{r_A} \rightarrow p_N = p_i \cdot \frac{r_m}{e_{SpC}} > \beta_{i(t)}$$

$e_{SpC}$  ...Spritzbetondicke in m

$K_{SN}$  ...Normalsteifigkeit in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_N$  ...Normalkraft in der SpC Schale in MPa

$r_A$  ...Außenradius des Ausbaues (=  $r_0$ ) in m

$u_r$  ...Radialverschiebungen des Ausbaues in m

$\beta_{i(t)}$  ...zeitabhängige Festigkeit des SpC in MPa

### 2.3. Fließbratenmethode nach Aldrian

Gl. 2-11 D: Berechnung der Dehnungen am Ende eines Belastungsintervalls

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 = & \varepsilon_2 + \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f} + \sigma_2 \cdot \Delta C \cdot (e^{8a_2-6} + 1) + \\ & + (\sigma_2 \cdot C_{d\infty} - \varepsilon_{d2}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}}\right) + \Delta \varepsilon_{sh} + \Delta \varepsilon_t \end{aligned}$$

Gl. 2-12 D: Berechnung der Spannungen am Ende eines Dehnungsintervalls

$$\sigma_3 = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2 + \frac{\sigma_2}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f} + \varepsilon_{d2} \left(1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}}\right) - \Delta \varepsilon_{sh} - \Delta \varepsilon_t}{\frac{1}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f} + \Delta C \cdot (e^{8a_2-6} + 1) + C_{d\infty} \left(1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}}\right)}$$

$\Delta C$  ...Zeitansatz für die Entwicklung der viskosen Dehnung in MPa-1

$C_{d\infty}$  ...Grenzwert der umkehrbaren Kriechverformung in MPa-1

$E_{SpC(28D)}$ ...E-Modul des Spritzbetons nach 28 Tagen in MPa

$f$  ...Konstante für die Entlastung in MPa-1

$V_{(t,a)}^*$  ...bezogener Verformungsmodul in MPa

$\alpha$  ...Auslastungsgrad in -

$\varepsilon_{d2}$  ...verzögerte elastische Dehnung zum Zeitpunkt t=2 in -

$\Delta \varepsilon_{sh}$  ...Änderung der Endschwinddehnung in m/m

$\Delta \varepsilon_t$  ...Änderung der Temperaturdehnung in -

$\varepsilon_2$  ...Dehnungen im vorhergehenden Intervall in MPa

$\varepsilon_3$  ...Dehnungen im nächsten Intervall in MPa

$\sigma_2$  ...Spannungen im vorhergehenden Intervall in MPa

$\sigma_3$  ...Spannungen im nächsten Intervall in MPa



## Gl. 2-13 D: Sofortdehnung

$$\Delta \varepsilon_s = \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{E_{SpC(28D)} \cdot V_{(t,a)}^* \cdot f}$$

$\Delta \varepsilon_s$  ...Änderung der Sofortdehnung in m

$E_{SpC(28D)}$ ...E-Modul des Spritzbetons nach 28 Tagen in MPa

$f$  ...Konstante für die Entlastung in MPa-1

$V_{(t,a)}^*$  ...bezogener Verformungsmodul in MPa

$\sigma_2$  ...Spannungen im vorhergehenden Intervall in MPa

$\sigma_3$  ...Spannungen im nächsten Intervall in MPa

## Gl. 2-14 D: Druckfestigkeit

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot 0,03 \cdot t ; 0 < t < 8h$$

$$\beta_{i(t)} = \beta_{i(28D)} \cdot \sqrt{\frac{t-5}{45+0,925 \cdot t}} ; t > 8h$$

$\beta_{i(28D)}$  ...Festigkeit des SpC nach 28 Tagen in MPa

$\beta_{i(t)}$  ...zeitabhängige Festigkeit des SpC in MPa

t ...Zeit in h

## Gl. 2-15 D: Ausnutzungsgrad

$$\alpha = \frac{p_{N,vorh}}{\beta_{i(t)}}$$

$\alpha$  ...Auslastungsgrad in -

$p_{N,vorh}$  ...vorhandene Normalkraft in der SpC Schale in MPa

$\beta_{i(t)}$  ...zeitabhängige Festigkeit des SpC in MPa

## Gl. 2-16 D: zeitabhängiger E-Modul

$$E_{SpC(t)} = E_{SpC(28D)} \cdot \sqrt{\frac{t}{4,2 + 0,85 \cdot t}}$$

$E_{SpC(28D)}$ ...E-Modul des Spritzbetons nach 28 Tagen in MPa

$E_{SpC(t)}$  ...zeitabhängiger E-Modul des Spritzbetons in MPa

t ...Zeit in h

Gl. 2-17 D: bezogener und ermittelter Verformungsmodul

$$V_{(t,a)}^* = \frac{1}{22,5} \cdot \left[ (1-\alpha) \cdot 25 \cdot \sqrt{\frac{t}{25+1,2 \cdot t}} + \alpha \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{t}{100+0,9 \cdot t}} \right]$$

$\alpha$  ...Auslastungsgrad in -

$t$  ...Zeit in h

Gl. 2-18 D: viskose Dehnung

$$\Delta \varepsilon_v = \sigma_2 \cdot \Delta C \cdot (e^{8a_2-6} + 1)$$

$\Delta C$  ...Zeitansatz für die Entwicklung der viskosen Dehnung in MPa-1

$\Delta \varepsilon_v$  ...Zuwachs der viskosen Dehnung in -

$\sigma_2$  ...Spannungen im vorhergehenden Intervall in MPa

$\alpha$  ...Auslastungsgrad in -

Gl. 2-19 D: Zeitansatz der viskosen Dehnung

$$C = A \cdot (t - t_1)^{0,25 \cdot \alpha^{0,2}} \rightarrow C = A \cdot (t - t_1)^{0,25}$$

$A$  ...Fließparameter (Konstante) in MPa\*h<sup>0,25</sup>

$C$  ...Zeitansatz für die Entwicklung der viskosen Dehnung in MPa-1

$t$  ...Zeit in h

$\alpha$  ...Auslastungsgrad in -

Gl. 2-20 D: viskoelastische Dehnung

$$\Delta \varepsilon_{d12} = (\sigma_2 \cdot C_{d\infty} - \varepsilon_{d2}) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta C}{Q}} \right)$$

$\Delta C$  ...Zeitansatz für die Entwicklung der viskosen Dehnung in MPa-1

$C_{d\infty}$  ...Grenzwert der umkehrbaren Kriechverformung in MPa-1

$Q$  ...Konstante; kann aus der Geschwindigkeit der umkehrbaren Kriechverformung hergeleitet werden in MPa

$\varepsilon_{d2}$  ...verzögerte elastische Dehnung zum Zeitpunkt t=2 in -

$\Delta \varepsilon_{d12}$  ...Zuwachs der viskoelastischen Dehnung in -

$\sigma_2$  ...Spannungen im vorhergehenden Intervall in MPa

Gl. 2-21 D: Schwinddehnung

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sh\infty} \cdot \frac{t}{t+B}$$

$B$  ...Konstante; Maß für die Krümmung der Schwindkurve in h

$t$  ...Zeit in h

$\varepsilon_{sh}$  ...Schwinddehnung nach  $t$  Tagen in -

$\varepsilon_{sh\infty}$  ...Endschwinddehnung in  $\mu\text{m}/\text{m}$

Gl. 2-22 D: Temperaturdehnung

$$\varepsilon_t = \left[ -\cos\left(t^{0,25} \cdot 250\right) + 1 \right] \cdot 30 \cdot 10^{-6}$$

$t$  ...Zeit in d

### 3. Freispielanker

Gl. 3-1 D: Normalsteifigkeit der Ankerung

$$K_{SN} = \frac{1}{\frac{e \cdot f}{r_0} \cdot \left( \frac{4 \cdot l_A}{\pi \cdot d_A^2 \cdot E_A} + Q \right)}$$

- $e$  ...Ankerabstand in tangentialer Richtung in m  
 $f$  ...Ankerabstand in Tunnelachsrichtung in m  
 $d_A$  ...Ankerdurchmesser in m  
 $E_A$  ...E-Modul des Ankers in MPa  
 $K_{SN}$  ...Normalsteifigkeit in MPa  
 $Q$  ...Faktor für die Verschiebung des Ankerkopfes in MPa-1m-1  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m

Gl. 3-2 D: maximaler Ausbaustützdruck

$$p_{i,max} = \frac{F_{A,max}}{e \cdot f}$$

- $e$  ...Ankerabstand in tangentialer Richtung in m  
 $f$  ...Ankerabstand in Tunnelachsrichtung in m  
 $F_{A,max}$  ...maximale Ankerzugkraft in MN  
 $p_{i,max}$  ...maximaler Ausbaustützdruck in MPa

Gl. 3-3 D: Verschiebungsfaktor "Q" des Ankerkopfes

$$Q = \frac{(u_2 - u_{e2}) - (u_1 - u_{e1})}{F_2 - F_1}$$

- $F_1$  ...Ankerkraft bei Beginn linear-elastischen Dehnung des Ankersystems  
in MN  
 $F_2$  ...Ankerkraft am Ende linear-elastischen Dehnung des Ankersystems  
in MN  
 $u_1$  ...Dehnung des Ankersystems am Beginn der linear-elastischen Dehnung  
in m  
 $u_2$  ...Dehnung des Ankersystems am Ende der linear-elastischen Dehnung  
in m  
 $u_{e1}$  ...Dehnung bei  $F_1$  bei idealer linear-elastischen Dehnung in m  
 $u_{e2}$  ...Dehnung bei  $F_2$  bei idealer linear-elastischen Dehnung in m

## 4. Vollverbundanker

Gl. 4-1 D: aktiver Ansatz der Kohäsionserhöhung

$$\Delta c_a = p_i \cdot \tan \varphi$$

$\Delta c_a$  ...aktive Kohäsionserhöhung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 4-2 D: passiver Ansatz der Kohäsionserhöhung

$$\Delta c_p = p_i \frac{1 + \sin(\varphi)}{2 \cdot \cos(\varphi)}$$

$c$  ...Kohäsion in MPa

$\Delta c_p$  ...passive Kohäsionserhöhung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 4-3 D: Festigkeitsentwicklung des Ankermörtels

$$F_{A;zul} = F_{A;max} \cdot \left(1 - e^{-f(T) \cdot t(h)}\right)$$

$f(T)=0,05$  ... Oreste

$f(T)=0,01$  ... Blümel bei 5°C

$f(T)=0,025$  ... Blümel bei 20°C

$F_{A,zul}$  ...zulässige Ankerzugkraft in MN

$F_{A,max}$  ...maximale Ankerzugkraft in MN

$t$  ...Zeit in d

Gl. 4-4 D: Verschiebungsrate aus dem LDP

$$v = \frac{u_{r2} - u_{r1}}{t_{\min,2} - t_{\min,1}}$$

$t_{\min,1}$  ...Zeitpunkt zum Beginn des Intervalls

$t_{\min,2}$  ... Zeitpunkt zum Ende des Intervalls

$u_{r1}$  ...Radialverschiebungen zum Zeitpunkt  $t_{\min,1}$  in m

$u_{r2}$  ... Radialverschiebungen zum Zeitpunkt  $t_{\min,2}$  in m

Gl. 4-5 D: Spannungen im Anker

$$\sigma_{Ank} = \varepsilon_{Ank} \cdot E_{St} \rightarrow F_{vorh} = \frac{\sigma_{Ank}}{A_{Ank}}$$

$A_{Ank}$  ...Ankerquerschnittsfläche in m<sup>2</sup>

$E_{St}$  ...E-Modul des Ankerstahls in MPa

$F_{vorh}$  ...vorhandene Ankerzugkraft in MN

$\varepsilon_{Ank}$  ...Ankerdehnung in -

$\sigma_{Ank}$  ...vorhandene Ankerspannung in MPa

Gl. 4-6 D: Ausbauwiderstand

$$p_i = \frac{F_{vorh}}{e \cdot f}$$

$e$  ...Ankerabstand in tangentialer Richtung in m

$f$  ...Ankerabstand in Tunnelachsrichtung in m

$F_{vorh}$  ...vorhandene Ankerzugkraft in MN

$p_i$  ...Ausbaustüttdruck in MPa

## Anhang E - Ortsbrust

### Inhaltsverzeichnis

<b>ANHANG E - ORTSBRUST .....</b>	<b>E 1</b>
<b>FORMELVERZEICHNIS .....</b>	<b>E 2</b>
1. KOLYMBAS .....	E 3
2. FEDER .....	E 7
2.1. <i>Spannungsverlauf im plastischen Kugelgewölbe.....</i>	<i>E 7</i>
2.2. <i>Spannungsverlauf im elastischen Kugelgewölbe.....</i>	<i>E 8</i>
2.3. <i>Berechnung des Plastischen Radius.....</i>	<i>E 12</i>
2.4. <i>Radialverschiebungen .....</i>	<i>E 13</i>

## Formelverzeichnis

### Kolymbas

GL. 1-1 E: DIFFERENTIALGLEICHUNG DER RADIALVERSCHIEBUNGEN IN DER ELASTISCHEN ZONE.....	E3
GL. 1-2 E: ANWENDUNG DES HOOKE´SCHEN GESETZES AUS DEN DEHNUNGEN .....	E3
GL. 1-3 E: INTEGRATIONSKONSTANTEN UND RANDBEDINGUNGEN DER DIFFERENTIALGLEICHUNG FÜR DIE ELASTISCHE ZONE.....	E3
GL. 1-4 E: ELASTISCHER RADIALSPANNUNGSVERLAUF AN DER ORTSBRUST .....	E4
GL. 1-5 E: ELASTISCHER TANGENTIALSPANNUNGSVERLAUF AN DER ORTSBRUST .....	E4
GL. 1-6 E: DIFFERENTIALGLEICHUNG DER RADIALSPANNUNGEN IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	E4
GL. 1-7 E: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IN DER PLASTISCHEN ZONE .....	E5
GL. 1-8 E: PLASTISCHER RADIUS AN DER ORTSBRUST .....	E5
GL. 1-9 E: : SCHÄTZWERT FÜR EINEN ERFORDERLICHEN AUSBAUWIDERSTAND ZUR VERRINGERUNG DES PLASTISCHEN RADIUS AUF EINE VORGESEHENE GRÖßE.....	E6
GL. 1-10 E: ELASTISCHE VERSCHIEBUNGEN AN DER ORTSBRUST .....	E6

### Feder

GL. 2-1 E: FLIEßGESETZ .....	E7
GL. 2-2 E: ERSTELLEN DER DIFFERENTIALGLEICHUNG .....	E7
GL. 2-3 E: ALLGEMEINE LÖSUNG DER DIFFERENTIALGLEICHUNG .....	E7
GL. 2-4 E: RANDBEDINGUNGEN .....	E7
GL. 2-5 E: RADIALSPANNUNGSVERLAUF IM PLASTISCHEN KUGELGEWÖLBE .....	E8
GL. 2-6 E: BERECHNUNG DER SPANNUNGEN ZWISCHEN DER ELASTISCHEN UND DER PLASTISCHEN ZONE MIT DER VEREINFACHUNG $K_{0x} = K_{0y} \leq 1$ .....	E8
GL. 2-7 E: ABKÜRZUNGEN .....	E8
GL. 2-7 E: SPANNUNGEN AM ULM .....	E9
GL. 2-8 E: SPANNUNGEN AN DER FIRSTE .....	E9
GL. 2-9 E: SPANNUNGEN IM ZENTRALPUNKT.....	E10
GL. 2-10 E: SPANNUNGEN AM ULM FÜR $K_{0x} = K_{0y} \leq 1$ .....	E10
GL. 2-11 E: SPANNUNGEN AN DER FIRSTE FÜR $K_{0x} = K_{0y} \leq 1$ .....	E11
GL. 2-12 E: SPANNUNGEN IM ZENTRALPUNKT FÜR $K_{0x} = K_{0y} \leq 1$ .....	E11
GL. 2-14 E: ZUGSPANNUNGEN AN DER ORTSBRUST.....	E12
GL. 2-15 E: PLASTISCHER RADIUS.....	E12
GL. 2-16 E: GEOMETRISCHE BEDINGUNG .....	E13
GL. 2-17 E: HOOKE´SCHES GESETZ.....	E13
GL. 2-18 E: SPANNUNGSÄNDERUNG AM ULM FÜR DIE BERECHNUNG DER RADIALVERSCHIEBUNGEN..	E13
GL. 2-19 E: SPANNUNGSÄNDERUNG AN DER FIRSTE FÜR DIE BERECHNUNG DER RADIALVERSCHIEBUNGEN .....	E14
GL. 2-20 E: SPANNUNGSÄNDERUNG AM ZENTRALPUNKT FÜR DIE BERECHNUNG DER RADIALVERSCHIEBUNGEN .....	E14



## 1. Kolymbas

Gl. 1-1 E: Differentialgleichung der Radialverschiebungen in der elastischen Zone

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} (r^2 \cdot u) \right) = 0 \quad \rightarrow \quad u = A \cdot r + \frac{B}{r^2}$$

Gl. 1-2 E: Anwendung des Hooke'schen Gesetzes aus den Dehnungen

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad \varepsilon_t = \frac{u}{r}$$

$$\sigma_r = (\lambda + 2G) \cdot \varepsilon_r + 2\varepsilon_t$$

$$\sigma_t = 2(\lambda + G) \cdot \varepsilon_t + \lambda \varepsilon_r$$

$$\sigma_r = (3\lambda + 2G) \cdot A - 4G \frac{B}{r^3}$$

$$\sigma_t = (3\lambda + 2G) \cdot A + 2G \frac{B}{r^3}$$

Gl. 1-3 E: Integrationskonstanten und Randbedingungen der Differentialgleichung für die elastische Zone

$$\sigma_r = p_i \quad \text{für} \quad r = r_0$$

$$\sigma_t = p_0 \quad \text{für} \quad r = \infty$$

$$A = \frac{p_0}{3\lambda + 2G}$$

$$B = \frac{r_0^3}{4G} (p_0 - p_i)$$

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

Gl. 1-4 E: elastischer Radialspannungsverlauf an der Ortsbrust

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_i) \left( \frac{r_0}{r} \right)^3$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

Gl. 1-5 E: elastischer Tangentialspannungsverlauf an der Ortsbrust

$$\sigma_t = p_0 + \frac{1}{2} (p_0 - p_i) \left( \frac{r_0}{r} \right)^3$$

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_0$  ...Hohlraumradius in m

$\sigma_t$  ...Tangentialspannungen in MPa

Gl. 1-6 E: Differentialgleichung der Radialspannungen in der plastischen Zone

$$\frac{d\sigma_r}{r} + \frac{2}{r} (\sigma_r - \sigma_t) = 0$$

$$\sigma_t = k_p \cdot \sigma_r + \sigma_{UCS} = k_p \cdot \sigma_r + 2 \cdot c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

$$\frac{d\sigma_r}{r} + \frac{2}{r} \left( \sigma_r (1 - k_p) - 2 \cdot c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) = 0$$

Gl. 1-7 E: Radialspannungsverlauf in der plastischen Zone

$$\sigma_r = (p_i + c \cdot \cot \varphi) \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2 \cdot (k-1)} - c \cdot \cot \varphi$$

- $c$  ...Kohäsion in MPa  
 $k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –  
 $p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa  
 $r$  ...Laufvariable in m  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m  
 $\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa  
 $\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 1-8 E: plastischer Radius an der Ortsbrust

$$r_p = r_0 \cdot \left( \frac{\frac{2}{2 \cdot k + 1} \cdot \left( \frac{3}{2} \cdot p_0 - 2c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) + c \cdot \cot \varphi}{p_i + c \cdot \cot \varphi} \right)^{\frac{1}{2 \cdot (k-1)}}$$

- $c$  ...Kohäsion in MPa  
 $k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m  
 $r_p$  ...plastischer Radius in m  
 $\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 1-9 E: : Schätzwert für einen erforderlichen Ausbauwiderstand zur Verringerung des plastischen Radius auf eine vorgesehene Größe

$$p_i \approx \left[ \frac{2}{2 \cdot k + 1} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \gamma h - 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) + c \cdot \cot \varphi \right] \cdot \left( \frac{r_0}{r_0 + h} \right)^2 \cdot (k - 1) - c \cdot \cot \varphi$$

- $c$  ...Kohäsion in MPa  
 $h$  ...Überlagerungshöhe in m  
 $k$  ...Seitendruckbeiwert (passiv) in –  
 $p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m  
 $\gamma$  ...Wichte in MN/m<sup>3</sup>  
 $\varphi$  ...Reibungswinkel in °

Gl. 1-10 E: elastische Verschiebungen an der Ortsbrust

$$u_{r(r_0)} = \frac{p_0 - p_i}{4G} r_0$$

- $G$  ...Schubmodul in MPa  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa  
 $r_0$  ...Hohlraumradius in m

## 2. Feder

### 2.1. Spannungsverlauf im plastischen Kugelgewölbe

Gl. 2-1 E: Fließgesetz

$$\begin{aligned}(-\sigma_i) &= p_k(k_{pl} - 1) + k_{pl} \cdot (-\sigma_r) \\ \sigma_r \cdot r \cdot d\vartheta - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\vartheta + 2 \cdot \sigma_i \cdot dr \cdot d\vartheta &= 0 \\ \rightarrow -\sigma_r \cdot dr - d\sigma_r \cdot r - d\sigma_r \cdot dr + 2 \cdot \sigma_i \cdot dr &\end{aligned}$$

Gl. 2-2 E: Erstellen der Differentialgleichung

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_r}{r}(2k_{pl} - 1) = -2(k_{pl} - 1) \cdot \frac{p_k}{r}$$

Gl. 2-3 E: Allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\sigma_r = C \cdot r^{2k_{pl}-1} + 2 \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k$$

Gl. 2-4 E: Randbedingungen

$$r = r_{0,neu}$$

$$\sigma_r = -p_i = C \cdot r_{0,neu}^{2k_{pl}-1} + 2 \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k$$

$$C = \left( -p_i - 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k \right) \cdot \left( \frac{1}{r_{0,neu}} \right)^{2k_{pl}-1}$$

Gl. 2-5 E: Radialspannungsverlauf im plastischen Kugelgewölbe

$$\sigma_r = \left( p_i + 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k \right) \cdot \left( \frac{r}{r_{0,neu}} \right)^{2k_{pl}-1} - 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in -

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_k$  ...Binnendruck in MPa

$r$  ...Laufvariable in m

$r_{0,neu}$  ...Radius des ungestützten Abschlags in m

$\sigma_r$  ...Radialspannungen in MPa

## 2.2. Spannungsverlauf im elastischen Kugelgewölbe

Gl. 2-6 E: Berechnung der Spannungen zwischen der elastischen und der plastischen Zone mit der Vereinfachung  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$

$$\sigma_{r,el-pl} = p_i^{cr} = \frac{27 - 15\nu - 6k_{0y}}{(7 - 5\nu)(2k_{el} + 1)} \cdot p_0 - 2 \cdot \frac{k_{el} - 1}{2k_{el} - 1} \cdot p_k$$

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_k$  ...Binnendruck in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$\nu$  ... Poissonzahl in -

Gl. 2-7 E: Abkürzungen

$$C_1 = \frac{27 - 15 \cdot \nu}{2 \cdot (7 - 5 \cdot \nu)}; \quad C_2 = \frac{15 \cdot \nu - 3}{2 \cdot (7 - 5 \cdot \nu)}; \quad C_3 = \frac{3 + 15 \cdot \nu}{2 \cdot (7 - 5 \cdot \nu)}$$

$$p_i^{el} = (-\sigma_{r,el-pl}) = p_i^{cr}$$

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$\nu$  ... Poissonzahl in -

## Gl. 2-8 E: Spannungen am Ulm

$$(-\sigma_{r;U}) = p_i^{cr}$$

$$(-\sigma_{z;U}) = (C_2 - C_3 \cdot k_{0y} + C_1 \cdot k_{0x}) \cdot p_0 - \frac{1}{2} p_i^{cr}$$

$$(-\sigma_{t;U}) = (C_1 - C_3 \cdot k_{0y} + C_2 \cdot k_{0x}) \cdot p_0 - \frac{1}{2} p_i^{cr}$$

$C_1$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_2$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_3$  ...Berechnungsbeiwert in -

$k_{0x}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in x-Richtung in -

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

## Gl. 2-9 E: Spannungen an der Firste

$$(-\sigma_{r;F}) = p_i^{cr}$$

$$(-\sigma_{z;F}) = (-C_3 + C_2 \cdot k_{0y} + C_1 \cdot k_{0x}) \cdot p_0 - \frac{1}{2} p_i^{cr}$$

$$(-\sigma_{t;F}) = (-C_3 + C_1 \cdot k_{0y} + C_2 \cdot k_{0x}) \cdot p_0 - \frac{1}{2} p_i^{cr}$$

$C_1$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_2$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_3$  ...Berechnungsbeiwert in -

$k_{0x}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in x-Richtung in -

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

## Gl. 2-10 E: Spannungen im Zentralpunkt

$$(-\sigma_{r;Z}) = p_i^{cr}$$

$$(-\sigma_{t;F}) = (C_1 + C_2 \cdot k_{0y} - C_3 \cdot k_{0x}) \cdot p_0 - \frac{1}{2} p_i^{cr}$$

$$(-\sigma_{tx;F}) = (C_2 + C_1 \cdot k_{0y} - C_3 \cdot k_{0x}) \cdot p_0 - \frac{1}{2} p_i^{cr}$$

$C_1$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_2$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_3$  ...Berechnungsbeiwert in -

$k_{0x}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in x-Richtung in -

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

Gl. 2-11 E: Spannungen am Ulm für  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$ 

$\sigma_t$  = maßgebend

$$[C_1 + (C_2 - C_3) \cdot k_{0y}] \cdot p_0 = \left(k_{el} + \frac{1}{2}\right) \cdot p_i^{el} + p_k \cdot (k_{el} - 1)$$

$$p_i^{el} = (-\sigma_{r,el-pl}) = p_i^{cr} = \frac{C_1 + (C_2 - C_3) \cdot k_{0y}}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_0 - \frac{k_{el} - 1}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_k$$

$C_1$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_2$  ...Berechnungsbeiwert in -

$C_3$  ...Berechnungsbeiwert in -

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -

$k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$p_k$  ...Binnendruck in MPa



Gl. 2-12 E: Spannungen an der Firste für  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$

$$\left[-C_3 + (C_1 + C_2) \cdot k_{0y}\right] \cdot p_0 = \left(k_{el} + \frac{1}{2}\right) \cdot p_i^{el} + p_k \cdot (k_{el} - 1)$$

$$p_i^{el} = (-\sigma_{r,el-pl}) = p_i^{cr} = \frac{-C_3 + (C_1 + C_2) \cdot k_{0y}}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_0 - \frac{k_{el} - 1}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_k$$

- $C_1$  ...Berechnungsbeiwert in -  
 $C_2$  ...Berechnungsbeiwert in -  
 $C_3$  ...Berechnungsbeiwert in -  
 $k_{0,y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -  
 $k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa  
 $p_k$  ...Binnendruck in MPa

Gl. 2-13 E: Spannungen im Zentralpunkt für  $k_{0x} = k_{0y} \leq 1$

$\sigma_t$  = maßgebend

$$\left[C_1 + (C_2 - C_3) \cdot k_{0,y}\right] \cdot p_0 = \left(k_{el} + \frac{1}{2}\right) \cdot p_i^{el} + \frac{k_{el} - 1}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_k$$

$$p_i^{el} = (-\sigma_{r,el-pl}) = p_i^{crit} = \frac{C_1 + (C_2 - C_3) \cdot k_{0,y}}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_0 - \frac{k_{el} - 1}{k_{el} + \frac{1}{2}} \cdot p_k$$

- $C_1$  ...Berechnungsbeiwert in -  
 $C_2$  ...Berechnungsbeiwert in -  
 $C_3$  ...Berechnungsbeiwert in -  
 $k_{0,y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -  
 $k_{el}$  ...Seitendruckbeiwert elastisch (passiv) in -  
 $p_0$  ...Primärspannung in MPa  
 $p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa  
 $p_k$  ...Binnendruck in MPa

Gl. 2-14 E: Zugspannungen an der Ortsbrust

$$p_i^{el} = p_i^{cr} < \frac{p_0}{7-5 \cdot \nu} [15 \cdot \nu - 3 + (24 - 30 \cdot \nu) k_{0,y}] \quad \dots \text{Ulm und Zentralpunkt}$$

$$p_i^{el} = p_i^{cr} < \frac{p_0}{7-5 \cdot \nu} [27 - 15 \cdot \nu - 6 \cdot k_{0,y}] \quad \dots \text{Ulm und Zentralpunkt}$$

$$p_i^{el} = p_i^{cr} < \frac{p_0}{7-5 \cdot \nu} [-3 - 15 \cdot \nu + 24 \cdot k_{0,y}] \quad \dots \text{First}$$

$k_{0,y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$\nu$  ... Poissonzahl in –

### 2.3. Berechnung des Plastischen Radius

Gl. 2-15 E: plastischer Radius

$$r_p = r_{0,neu} \cdot \left( \frac{p_i^{cr} + 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k}{p_i + 2 \cdot \frac{k_{pl} - 1}{2k_{pl} - 1} \cdot p_k} \right)^{\frac{1}{2k_{pl} - 1}}$$

$k_{pl}$  ...Seitendruckbeiwert plastisch (passiv) in –

$p_i$  ...Ausbaustützdruck in MPa

$p_i^{cr}$  ...kritischer Ausbaustützdruck in MPa

$p_k$  ...Binnendruck in MPa

$r_{0,neu}$  ...Radius des ungestützten Abschlags in m

$r_p$  ...plastischer Radius in m

## 2.4. Radialverschiebungen

Gl. 2-16 E: Geometrische Bedingung

$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{u}{r_{0,neu}}$$

$r_{0,neu}$  ...Radius des ungestützten Abschlags in m

$u$  ...Verschiebungen in m

$\varepsilon_{\vartheta}$  ...Dehnung in Umfangsrichtung in -

Gl. 2-17 E: Hooke'sches Gesetz

$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{1}{E} \cdot (\Delta\sigma_t - \nu \cdot \Delta\sigma_z - \nu \cdot \Delta\sigma_r)$$

$E$  ...Elastizitätsmodul in MPa

$\varepsilon_{\vartheta}$  ...Dehnung in Umfangsrichtung in -

$\Delta\sigma_t$  ...tangentele Spannungsänderungen in MPa

$\Delta\sigma_r$  ...radiale Spannungsänderungen in MPa

$\Delta\sigma_z$  ...Spannungsänderungen in Achsrichtung in MPa

$\nu$  ... Poissonzahl in -

Gl. 2-18 E: Spannungsänderung am Ulm für die Berechnung der Radialverschiebungen

$$(-\Delta\sigma_t) = (-\sigma_{t;U}) - p_0$$

$$(-\Delta\sigma_r) = (-\sigma_{r;U}) - k_{0x} \cdot p_0$$

$$(-\Delta\sigma_z) = (-\sigma_{z;U}) - k_{0y} \cdot p_0$$

$k_{0x}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in x-Richtung in -

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in -

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$\sigma_F$  ...Spannungen am Ulm (tangential, radial und in Achsrichtung) in MPa

Gl. 2-19 E: Spannungsänderung an der Firste für die Berechnung der Radialverschiebungen

$$(-\Delta\sigma_t) = (-\sigma_{t;F}) - k_{0x} \cdot p_0$$

$$(-\Delta\sigma_r) = (-\sigma_{r;F}) - p_0$$

$$(-\Delta\sigma_z) = (-\sigma_{z;F}) - k_{0y} \cdot p_0$$

$k_{0x}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in x-Richtung in –

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$\sigma_F$  ...Spannungen am First (tangential, radial und in Achsrichtung) in MPa

Gl. 2-20 E: Spannungsänderung am Zentralpunkt für die Berechnung der Radialverschiebungen

$$(-\Delta\sigma_t) = (-\sigma_{t;Z}) - p_0$$

$$(-\Delta\sigma_r) = (-\sigma_{r;Z}) - k_{0y} \cdot p_0$$

$$(-\Delta\sigma_z) = (-\sigma_{z;Z}) - k_{0x} \cdot p_0$$

$k_{0x}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in x-Richtung in –

$k_{0y}$  ...Seitendruckbeiwert des Primärspannungszustandes in y-Richtung in –

$p_0$  ...Primärspannung in MPa

$\sigma_F$  ...Spannungen am Zentralpunkt (tangential, radial und in Achsrichtung) in MPa