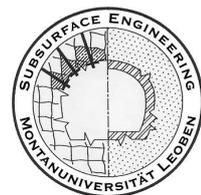

Masterarbeit

Experimentelle und numerische Untersuchungen von einaxialen Druckversuchen und Biegezugversuchen

zum Erwerb des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)
der Studienrichtung Rohstoffgewinnung und Tunnelbau
Schwerpunktfach Geotechnik und Tunnelbau

BOGDANIC Danijel, BSc

05.2017



Lehrstuhl für Subsurface Engineering
Department Mineral Resources Engineering
Montanuniversität Leoben

A-8700 LEOBEN, Franz Josef Straße 3
Tel.Nr.: +43 3842-402-3401
Fax: +43 3842-402-6602
subsurface@unileoben.ac.at

Eidesstattliche Erklärung

„Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.“

AFFIDAVIT

“I declare in lieu oath, that I wrote thesis and performed the associated research myself, using only literature cited in this volume.”

Datum

Unterschrift

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich im Rahmen meiner Masterarbeit fachlich und persönlich unterstützt und motiviert haben.

Mein Dank gilt dem Lehrstuhl für Subsurface Engineering, der mir in all den Jahren eine sehr gute Grundlage für meinen weiteren Werdegang gegeben hat.

Weiterhin danke ich Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. mont. Robert Galler, der mir durch seine sehr interessanten und lehrreichen Vorlesungen eine Motivation für die Arbeit in diesem Fachgebiet war.

Mein besonderer Dank gilt Dipl.-Ing. Paul Gehwolf für das Bereitstellen dieses interessanten Themas meiner Masterarbeit und für die freundliche Hilfsbereitschaft, die er mir entgegenbrachte.

Ein herzlicher Dank gilt meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, die mir mein Studium ermöglicht und mich in all meinen Entscheidungen unterstützt haben.

Ein besonderer Dank gilt meiner Freundin Dijana, die mir all diese Jahre zur Seite gestanden hat und mir in schwierigen Situationen die Motivation und den Rückhalt gab.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit werden betontechnologischen Fragestellungen anhand von experimentellen und numerischen Untersuchungen bearbeitet. Mit Hilfe von einaxialen Druckversuchen und Dreipunktbiegeversuchen sollen Eingabeparameter für numerische Simulationen ermittelt werden. Hierfür werden Betonproben am Koralmtunnel Baulos KAT2 hergestellt und im Labor der Montanuniversität in Leoben - Lehrstuhl für Subsurface Engineering untersucht. Als normative Grundlage für die Versuche dient die ÖNORM EN 12390. Für die Bestimmung der Brucharbeit und des Kraft-Rissöffnungs-Verlaufes bei den Dreipunktbiegeversuchen und der Spannungs-Dehnungslinie bei einaxialen Druckversuchen wurde das vorhandene Messsystem mit zusätzlichen Sensoren erweitert. Die aufgezeichneten Messwerte stellen die Grundlage für weitere numerische Berechnungen dar. Die Finite Elemente Analysen werden mit der Software ABAQUS in der Version 6.13 der Firma Dassault Systemès durchgeführt. Weiters folgt eine Diskussion des verwendeten stofflich nichtlinearen Concrete Damaged Plasticity (CDP) Materialmodels. Für die numerische Rückrechnung der Zugparameter aus den Dreipunktbiegeversuchen werden verschiedene Ansätze gewählt und auf ihre Anwendbarkeit und deren Ergebnisse verglichen.

Abstract

In the scope of this work the questions in the field of concrete technology, based on experimental and numerical investigations, are explored. The concrete samples for the three point bending and the UCS (uniaxial compressive strength) tests were produced at the construction area KAT2 and they were tested in the laboratory of the Montanuniversity in Leoben. The normative basis is the ÖNORM EN 12390. For the determination of the fracture work and the stress-strain behaviour at the post-failure, the available measuring system was expanded with additional sensors. The measured values constitute a basis for further numerical calculations. The Finite Element analysis are subject to the application of the software ABAQUS Version 6.13 of the company Dassault Systemès and the detailed discussion about the used materially nonlinear CDP (Concrete Damaged Plasticity) constitutive law. For the numerical back calculation of the parameters from the three-point bending tests, different approaches are selected and compared to their application.

Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung	II
Danksagung	III
Zusammenfassung	IV
Abstract	V
Inhaltsverzeichnis	VI
1 Einleitung und Problemstellung	1
2 Einaxialer Druckversuch	2
2.1 Versuchsbeschreibung	2
2.2 Messeinrichtung	4
2.3 Versuchsergebnisse	6
3 Dreipunktbiegeversuche	9
3.1 Versuchsbeschreibung	9
3.1.1 Biegeversuche mit und ohne Kerbe	10
3.2 Messeinrichtung	11
3.3 Versuchsergebnisse	13
4 Numerische Simulation	18
4.1 Allgemein	18
4.1.1 Bruchmechanik	19
4.1.2 Concrete Damaged Plasticity Materialmodell	21
4.1.3 Fließbedingung	24
4.1.4 Implizit vs. Explizit	25
4.2 Numerische Simulation einaxialer Druckversuch	26
4.2.1 numerische Berechnung	27
4.3 Numerische Simulation Dreipunktbiegeversuch	28
4.3.1 Numerische Berechnungen	30
4.4 Parameterstudie	31
4.4.1 Allgemein	31
4.4.2 Reinhardt-Hordjik Rissöffnungs-Gesetz	33
4.4.3 Exponentielles nichtlineares Entfestigungs-Rissöffnungs-Gesetz	35
4.4.4 Hillerborg	37
4.4.5 Bilinearer Ansatz	39
4.4.6 Model Code 2010	41
5 Vergleich der numerischen Ergebnisse	43

5.1	Einaxialer Druckversuch.....	43
5.2	Dreipunktbiegeversuch.....	44
5.3	Netzstudie	44
5.3.1	Reinhardt – Hordjik.....	45
5.3.2	Exponentieller Ansatz.....	48
5.3.3	Hillerborg	49
5.3.4	Bilinearer Ansatz	51
5.3.5	ModelCode2010	52
5.3.6	Linear	54
6	Resümee	56
7	Literaturverzeichnis	58
8	Abbildungsverzeichnis	61
9	Tabellenverzeichnis	64
10	Anhang.....	I

1 Einleitung und Problemstellung

Obwohl sich Bauingenieure und Wissenschaftler bereits schon mehr als 50 Jahre mit der Thematik der Finite-Elemente Berechnungen beschäftigt haben, gilt es auch zukünftig Forschungen auf diesem Gebiet anzustellen. Die Etablierung der numerischen Modellierung in den Bereichen Geotechnik, Tunnelbau, Spezialtiefbau, Bergbau sowie auch Betonbau hat sich erfolgreich durchgesetzt. Der Fokus dieser Masterarbeit liegt auf der Ermittlung von numerischen Eingabeparametern für Festbeton, welcher bei der Produktion von Tübbingem am Koralmtunnel Baulos KAT2 eingesetzt wird. Für diese Problemstellung wurden einaxiale Druckversuche und Dreipunktbiegeversuche durchgeführt.

Hierfür war es notwendig, die Standardmesseinrichtung der servohydraulischen Gesteinsprüfpresse MTS 815 und der Versuchsanordnungen am Lehrstuhl für Subsurface Engineering unter Verwendung eines zusätzlichen Datenerfassungssystems mit einer geeigneten Messvorrichtung zu adaptieren. Die gewonnenen Versuchsergebnisse dienen der Bestimmung der Eingabeparameter für die numerische Simulation dieser Versuche mit dem Finite-Elemente-Paket ABAQUS v6.13. Die größte Herausforderung stellt die Rückrechnung der Zugparameter aus den Dreipunktbiegeversuchen dar. Hierfür werden sechs verschiedene Ansätze für die Beschreibung des Verhaltens von Beton im Nachbruchbereich auf Zugbeanspruchung untersucht und miteinander verglichen.

2 Einaxialer Druckversuch

2.1 Versuchsbeschreibung

Die Bestimmung der Materialparameter für das Concrete Damaged Plasticity Materialgesetz im Druckbereich, erfolgt auf der Basis der Daten von sechs einaxialen Druckversuchen. Allgemein werden die Proben bei einem einaxialen Druckversuch zentrisch zwischen zwei Druckplatten eingebaut und in weiterer Folge bei unbehinderter Radialdehnung axial gestaucht. Für diese Untersuchung werden die zylindrischen Betonproben mit einem L:H Verhältnis von 2:1 gemäß EN 12390-3 ^[1] mit einem normativen Durchmesser von 100 mm hergestellt und 28 Tage nach der Herstellung am Koralmtunnel Baulos KAT2 im Labor des Lehrstuhls für Subsurface Engineering geprüft (Abbildung 1). Dabei wurde Beton mit einer Betongüte C50/60 GK22 verwendet. Die zylindrischen Proben wurden mittels Kernbohrverfahren aus einer Betonprobe mit den Maßen 60 cm x 60 cm x 25 cm gewonnen, im weiteren Schritt mit einer Gesteinssäge auf ca. 200 mm zugeschnitten und anschließend plangefräst. Für die Ermittlung der E-Moduln werden Belastungs- und Entlastungsschleifen bei 3, 4, 8 und 26 MPa mit einer Rampe von 0,6 MPa/s (Abbildung 2) durchgeführt und folgend mit einer Verformungsrate von 0,2 mm/min bis zum vollständigen Bruch belastet.



Abbildung 1: Aufbau eines einaxialen Druckversuches

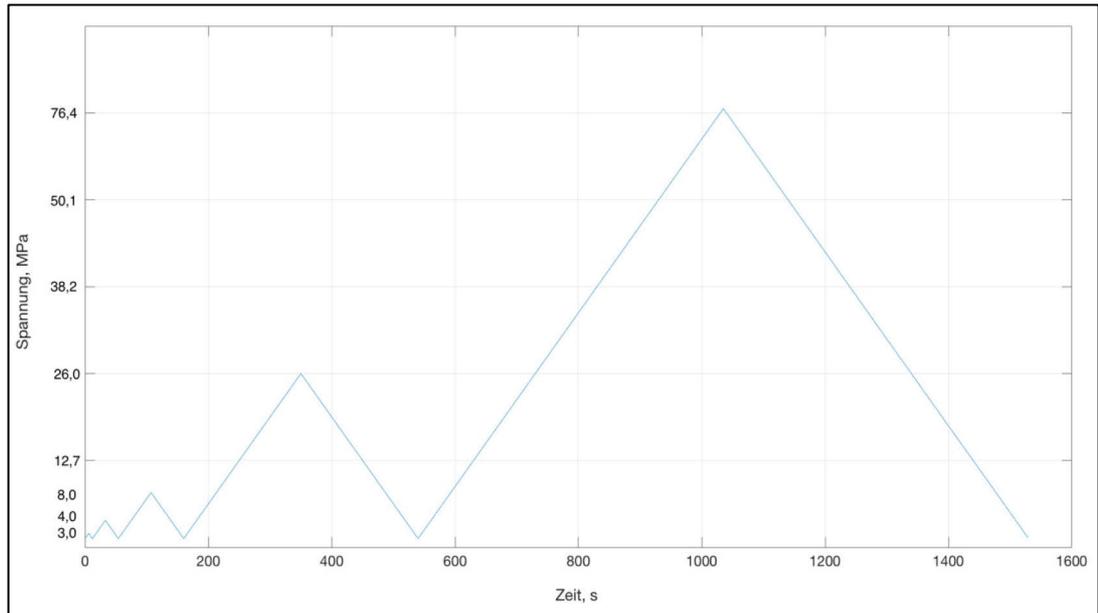


Abbildung 2: Laststufen beim einaxialen Druckversuch

Die Eigenschaften der verwendeten Betonproben sind in der Tabelle 1 angeführt.

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	Mittelwert
Länge, mm	200,9	201,0	200,2	200,9	200,7	197,9	200,3
Durchmesser, mm	99,2	99,2	99,2	99,12	99,2	99,2	99,2
Masse, g	3.935,0	3.935,0	3.922,0	3.936,0	3.931,0	3.861,0	3.920,0
Dichte, kg/m ³	2.516,5	2.515,2	2.515,6	2.517,1	2.515,6	2.505,5	2.514,2

Tabelle 1: Probeneigenschaften, B1 bis B6

2.2 Messeinrichtung

Die Standardmesseinrichtung bei einaxialen Druckversuchen (Abbildung 3) besteht aus zwei Axialextensometern (1) sowie einer Umfangsmesskette (2). Um Parameter im Nachbruchbereich zu erhalten, wurden zusätzlich Wegaufnehmer (3) montiert. Mit den gemessenen Werten der Zusatzmesseinrichtung wird der Kraft-Verformungs-Verlauf im Nachbruchbereich ermittelt. Aufgrund der zerstörerischen Prüfung sind die Axialextensometer und die Umfangsmesskette vor dem Bruch zu entfernen. Die Messdatenerfassung erfolgt über einen HBM QuantumX MX 840 A Universalmessverstärker bei einer Frequenz von 300 Hz und wird mithilfe der Messsoftware HBM Catman AP visualisiert und gespeichert.

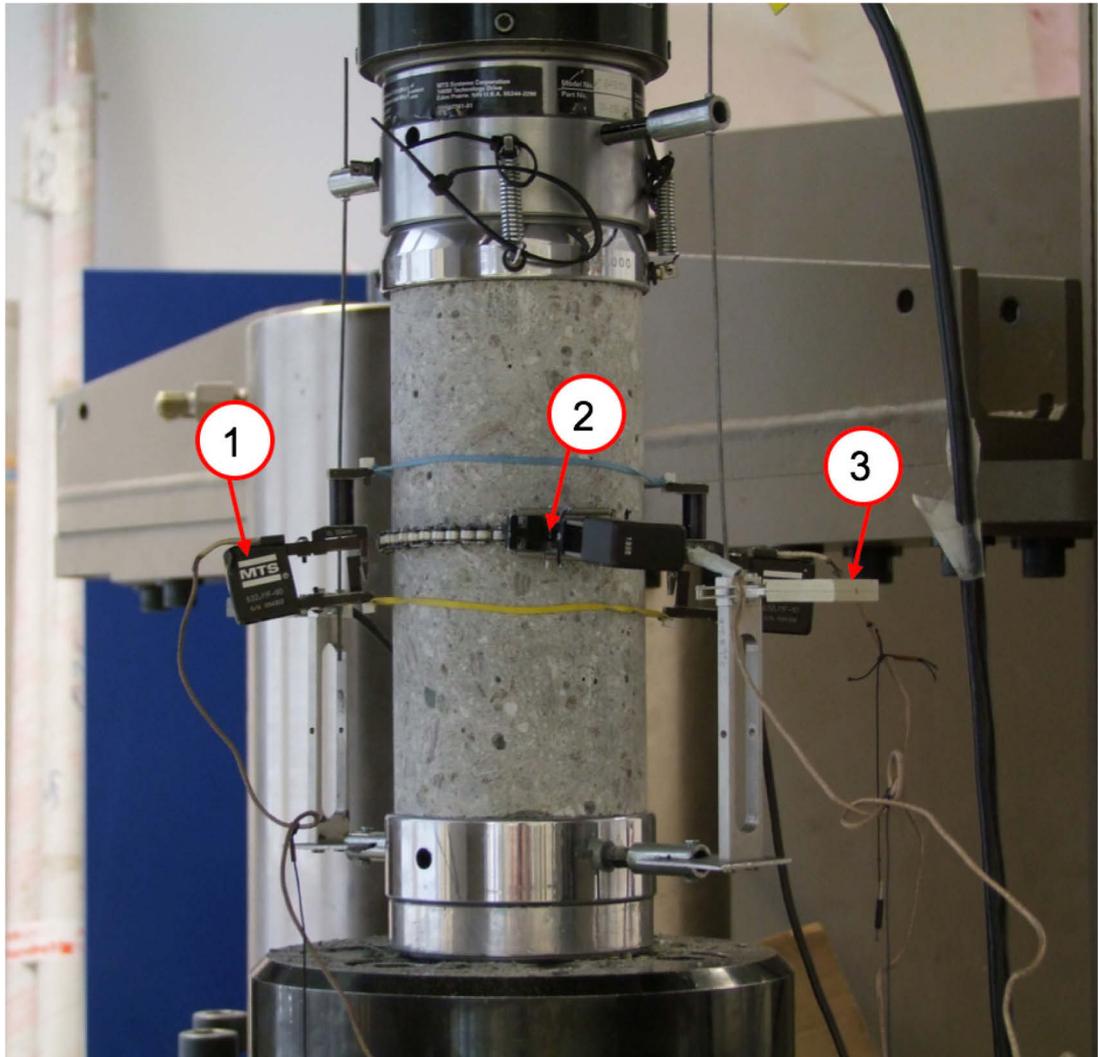


Abbildung 3: Einaxialer Druckversuch inkl. zusätzlicher Messeinrichtung

Bei den verwendeten zusätzlichen Messaufnehmern handelt es sich um einen HBM DD1 Wegaufnehmer (Abbildung 4). Bei diesem wird die Verschiebung der Spitze einer Tastzunge in ein elektrisches Signal umgeformt, wobei dies mit Hilfe von Dehnungsmessstreifen und einer Vollbrückenschaltung innerhalb des Geräts erfolgt. [8]

Messsystem	DMS-Vollbrücke
Kennwert	2.5 mm \triangleq \pm 2.5 mV/V
Linearitätsabweichung	\pm 0.05 %
Nennmessbereich	\pm 2.5 mm
Nenntemperaturbereich	-10 bis +60 °C

Tabelle 2: Daten des Wegaufnehmers (DD1) [8]



Abbildung 4: Wegaufnehmer DD1 von der Firma HBM [8]

2.3 Versuchsergebnisse

Eine zerstörte Zylinderprobe nach dem einaxialen Druckversuch ist in der Abbildung 5 ersichtlich. Die Versuchsergebnisse aus den sechs einaxialen Druckversuchen werden in der Tabelle 3 dargestellt. Anhand der gemessenen Bruchkräfte sind Abweichungen vom Mittelwert bis zu 2,7 % feststellbar. In den Abbildungen 6 und 7 ist ein Unterschied in den Kraft-Verformungs-Kurven im Nachbruchbereich ersichtlich. Dies liegt darin, dass das integrierte Zylinderwegmesssystem die Maschinenverformung mit misst und diese elastische Verformung im Nachbruchbereich den Verlauf der Messkurve beeinflusst. Die Abbildung 7 stellt die Kraft-Verformungs-Kurven inkl. einer Mittelwertkurve dar und zeigt demzufolge, dass die zusätzliche Messeinrichtung erwartete Ergebnisse liefert. Auf Basis der Daten aus dieser Abbildung werden die Materialparameter für den Druckbereich des gewählten Materialmodells der numerischen Simulation bestimmt.

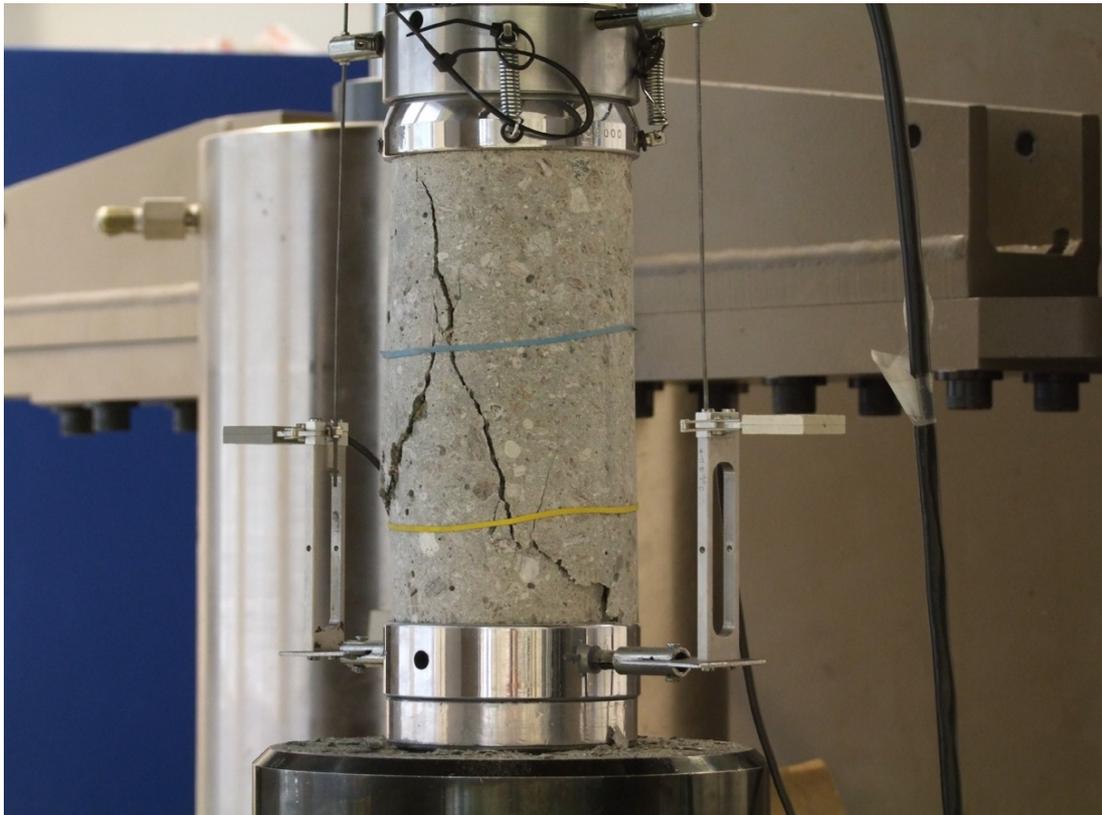


Abbildung 5: Betonprobe V3 nach dem einaxialen Druckversuch

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	Mittelwert
Bruchkraft, kN	505,5	481,9	483,9	488,4	507,7	495,9	493,9
Abweichung vom Mittelwert, %	2,30	-2,49	-2,06	-1,12	2,72	0,41	

Tabelle 3: Versuchsergebnisse aus dem einaxialen Druckversuch

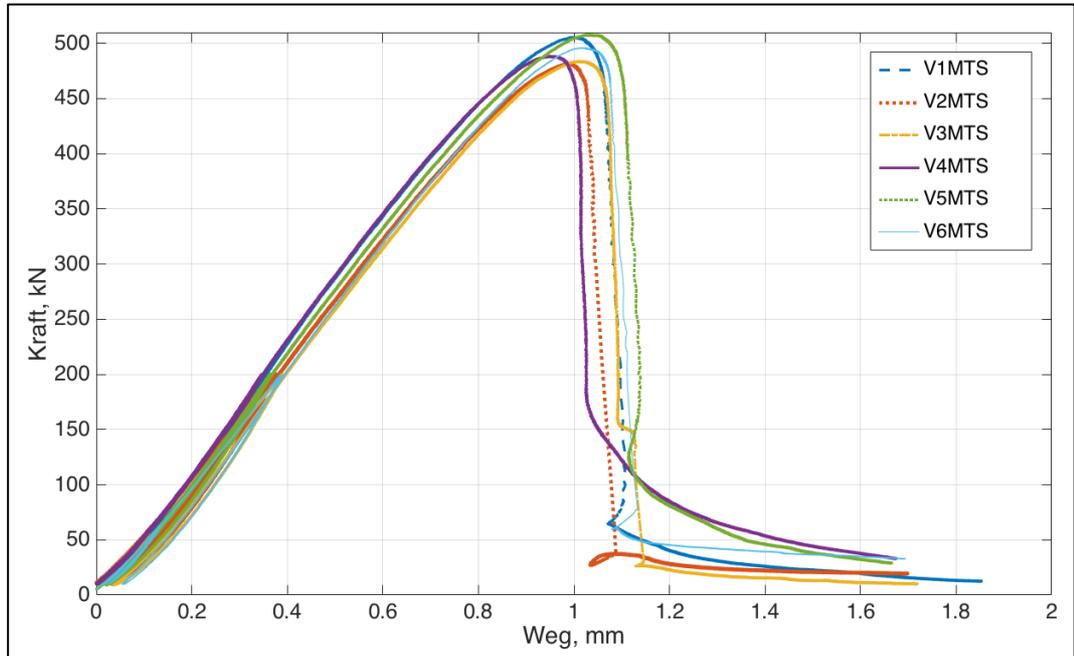


Abbildung 6: Kraft-Verformungsdiagramm, V1-V6, gemessen mit integrierter Zylinderwegmessung (MTS)

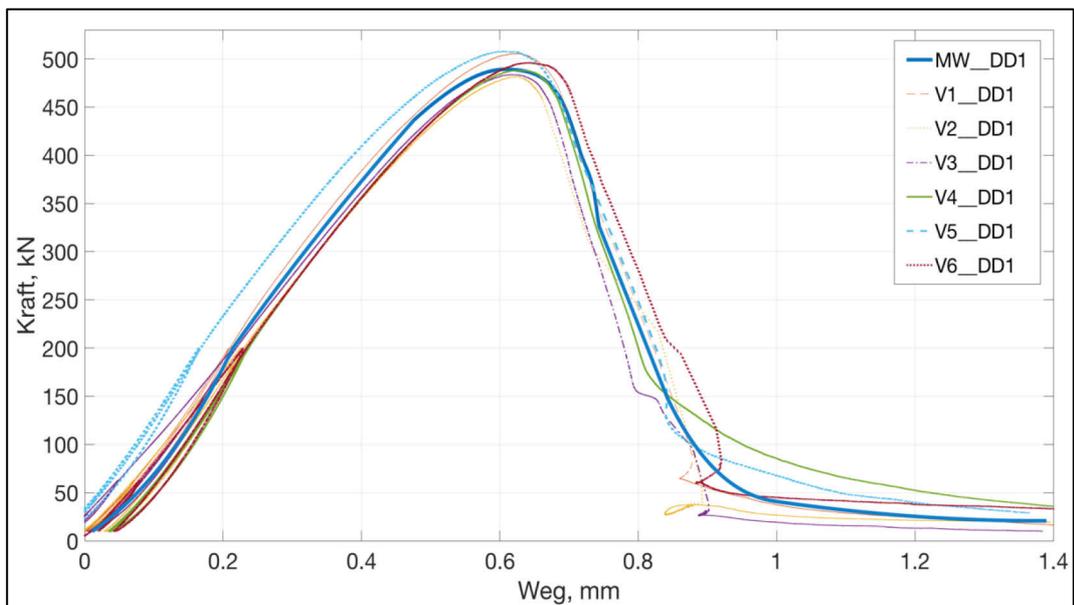


Abbildung 7: Kraft-Verformungsdiagramm, V1-V6 inkl. Mittelwertkurve, gemessen mit zusätzlicher Messeinrichtung

In der Tabelle 4 sind die berechneten E-Moduln aus allen sechs Versuchen gegenübergestellt. Dabei sind Abweichungen vom mittleren E-Modul bei den Versuchen V2 und V4 ersichtlich. Diese können durch nicht homogene Materialien oder durch makroskopisch nicht erkennbare Fehlstellen zu Stande kommen.

Laut EC2 Teil 1 ist ein E-Modul bei einer Betongüte C50/60 von 37 GPa zu erwarten. ^[25]

Eine Abweichung von 11,1 % zwischen dem berechneten und normativem E-Modul konnte ermittelt werden.

Einheit, GPa	V1	V2	V3	V4	V5	V6	E_M
1.Schleife	35,6	40,1	35,0	32,4	43,8	39,7	32,9
2.Schleife	25,3	38,7	34,3	25,3	29,8	34,7	
3.Schleife	31,5	36,4	32,6	29,9	28,8	33,3	
4.Schleife	31,9	32,0	29,5	30,2	28,7	29,8	
Mittelwerte	31,1	36,8	32,9	29,5	32,8	34,4	
Abweichungen vom Mittelwert, %	-5,87	10,65	-0,07	-11,65	-0,39	4,32	

Tabelle 4: Darstellung der E-Moduln aus den einaxialen Druckversuchen

3 Dreipunktbiegeversuche

Drei- und Vierpunktbiegeversuche sind elementar für die Bestimmung der Biegezugfestigkeit, von spröden und quasi-spröden Materialien, wie Beton, Gips, Keramiken, Sandstein, Granit und vielen mehr. Grundlegend stellen diese Versuche eines der gebräuchlichsten Verfahren zur bruchmechanischen Charakterisierung von heterogenen Werkstoffen unter Modus I dar und werden als indirekte Zugversuche bezeichnet.

Dabei sind laut ÖNORM EN 12390-1 ^[30] Proben mit einem Längen-Breiten-Verhältnis größer 3:1 zu verwenden. ^[5]

3.1 Versuchsbeschreibung

Die Herstellung der Betonbalken erfolgt auf Basis der EN 12390-5 ^[31]. Eine Abweichung von der Norm für die Prüfung der Betonbalken resultiert aus den Belastungs- und Entlastungsschleifen zur Bestimmung der elastischen Verformung sowie aus der nicht kippbaren oberen Traverse der verwendeten Versuchsvorrichtung. Im Rahmen dieser Arbeit wurden vier quaderförmige Betonbalken, mit einer Betongüte C50/60 GK22 und mit den Abmessungen 150 mm x 150 mm x 550 mm am Koralmtunnel Baulos KAT2, hergestellt. Damit aus den Versuchen möglichst aussagekräftige Kraft-Verformungs-Kurven aufgezeichnet werden können, wird bei der Herstellung der Betonbalken ein besonders großes Augenmerk auf die Oberflächenbeschaffenheit gelegt. Parallele und glatte Auflageflächen werden vorausgesetzt. Gewählt wurden für die Schalungen Siebdruckplatten mit einer Stärke von 21 mm.

Laut ÖNORM EN 12390-5 ^[31] muss die Belastung auf den Probekörper stoßfrei und mit einer Belastungsgeschwindigkeit konstant im Bereich von 0,04 MPa/s und 0,06 MPa/s solange aufgebracht werden, bis der Probekörper bricht. ^[6]

Für die Bestimmung des elastischen Verhaltens sind Belastungs- und Entlastungsschleifen bei einer Biegespannung von 2 MPa, 3 MPa und 4 MPa verwendet worden.

Die Entlastungsschleifen wurden kraft- bzw. spannungsgeregelt mit 0,05 MPa/s und danach wird die Probe weggeregelt bis in den Nachbruchbereich mit einer Zylinderwegrate von 0,18 mm/min belastet.

3.1.1 Biegeversuche mit und ohne Kerbe

Bei Biegezugversuchen werden im Betonbau zwischen gekerbten und ungekerbten Proben unterschieden. Die signifikante Unterscheidung zwischen diesen Proben liegt im Bruchverhalten. Bei ungekerbten Proben entsteht der Riss im Bereich des größten Biegemoments. Dabei wird die Steigungsrate von der Rissöffnung COD (Crack Opening Displacement) im Zusammenhang mit der Kraft aufgezeichnet und das Rissverhalten des Betons beurteilt. Im Gegensatz zu den gekerbten Proben, weisen nichtgekerbten Proben eine höhere Biegesteifigkeit auf. [5]

In dieser Arbeit wurden für die Prüfungen nichtgekerbte Proben verwendet. Um das Rissverhalten bei den Festbetonproben zu analysieren ist eine Kerbe nicht von Vorteil.

Die Brucheigenschaften bei einem Betonbalken werden durch eine Kerbe sehr stark beeinflusst. [36]

Laut der ÖNORM EN 12390-1 [30] basieren die Festbetonprüfungen auf nichtgekerbten Betonbalken. In RILEM [32] und MC2010 [27] sind die gekerbten Biegeversuche etwas näher beschrieben.

3.2 Messeinrichtung

Ausgangspunkt für die Ermittlung der Brucharbeit sowie des Nachbruchverhaltens, ist die Adaptierung durch eine entsprechende Messeinrichtung auf die bereits bestehende Versuchseinrichtung. Das Konzept der Messeinrichtung wird mit Hilfe des Programms „SolidWorks“ entwickelt. Um aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen, mussten auf zwei gegenüberliegenden Seiten jeweils ein Wegaufnehmer vom Typ HBM DD1 (Abbildung 4) und ein LVDT vom Typ HBM WA 100mm T als Referenzmessgeräte angeordnet werden, siehe Abbildung 8. Die Messdatenerfassung erfolgt über einen Universalmessverstärker vom Typ HBM QuantumX MX 840 A bei einer Frequenz von 300 Hz und der Messsoftware HBM Catman AP.

Aufbau der Messeinrichtung (Abbildung 8):

- Eine Stahlschiene (1) mit einer Stärke von 5 mm wird auf die schon bestehenden Schrauben (2), die sich an den Auflagern befinden, angebracht. Relevant ist, dass die Schiene im Laufe der Durchbiegung der Probe immer horizontal bleibt und zu keiner Verspannung führt.
- Auf den beiden Schienen sind die Winkel (3) mittig zwischen den 2 Auflagern angeordnet, worauf die Wegaufnehmer (4) rechtwinkelig befestigt werden.
- Die Gewindestangen (5) stellen eine starre Verbindung zwischen dem oberen Auflager (6) und der Wegaufnehmer her.
- Die Messeinrichtung ist auf beiden Seiten der Betonprobe (7) anzuordnen.
- Weitere Bestandteile: LVDT (9), Kraftmesszelle (10), Stahlträger (11)

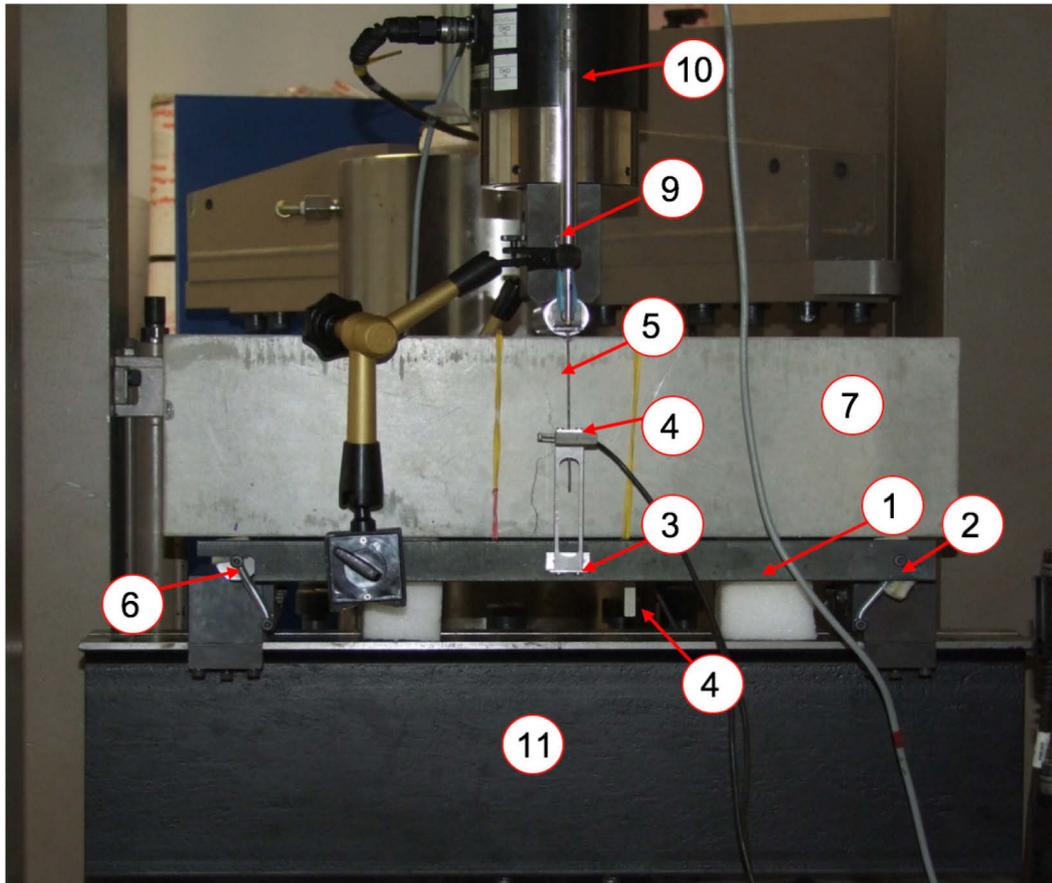


Abbildung 8: Aufbau der verwendeten Versuchseinrichtung inkl. zusätzlicher Messeinrichtung

3.3 Versuchsergebnisse

Im Zuge dieser Arbeit wurden insgesamt vier Dreipunktbiegeversuche durchgeführt. Bei den quasi-statisch belasteten Betonbalken stimmten die Versuchsergebnisse mit den analytisch ($\sigma_b = M/W$) berechneten Bruchlasten weitgehend überein. Dabei wurde für σ_b die mittlere Zugfestigkeit f_{ctm} laut EC2 Teil 1 ^[25] gewählt. In der Abbildung 9 ist eine Betonprobe nach der Versuchsdurchführung abgebildet. Die Rissausbreitung (Modus I) erfolgte bis in die Probenmitte, wobei der Riss im Bereich des größten Biegemoments entstand. Insgesamt wurden bei den Versuchsergebnissen keine auffälligen Abweichungen im Hinblick auf das Verhalten der Proben beobachtet.

Die Versuchsergebnisse sind in der Tabelle 5 und in der Abbildung 10 zusammengefasst. Die Bruchkräfte aller vier Versuche weisen eine maximale Abweichung von 9% des Mittelwerts auf, siehe Tabelle 5. Beim Vergleich der Resultate der Brucharbeit bei den Versuchen V1 bis V4 zwischen den beiden Messsystemen DD1 und LVDT ist ein Proportionalitätsfaktor ersichtlich (Abbildung 15). Dieser kann durch Anordnung der unterschiedlichen Messsysteme entstehen.

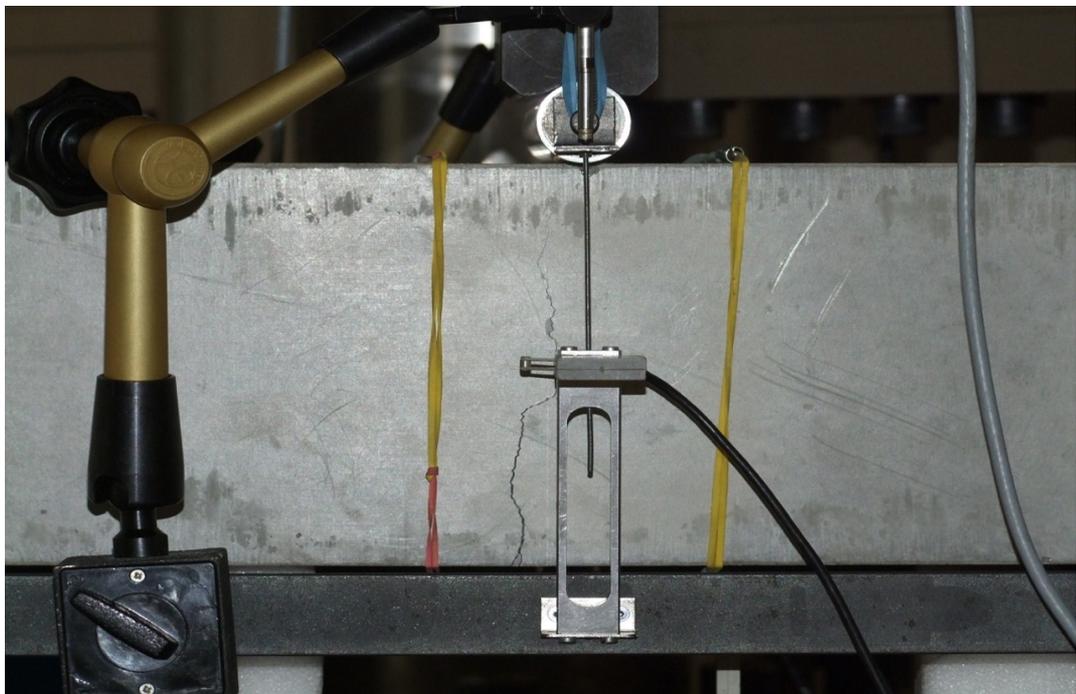


Abbildung 9: Rissausbildung nach dem Dreipunktbiegeversuch V2

Versuche	Sensortyp	Bruchkraft, kN	Abweichung vom Mittelwert, %	Brucharbeit, Nm	Abweichung vom Mittelwert, %
V1	V1DD1	29,47	-4,96	324,72	-2,27
	V1LVDT			271,62	-0,39
V2	V2DD1	33,95	8,89	295,07	-11,20
	V2LVDT			239,42	-12,20
V3	V3DD1	29,63	-4,40	437,71	31,73
	V3LVDT			361,53	32,59
V4	V4DD1	30,68	-0,82	271,60	-18,26
	V4LVDT			218,14	-20,00
		Bruchkraft MW, kN		mittlere Brucharbeit, Nm	
	DD1MW	30,93	-	332,28	-
	LVDTMW			272,68	-

Tabelle 5: Zusammenfassung der Versuchsergebnisse aus den Dreipunktbiegeversuchen

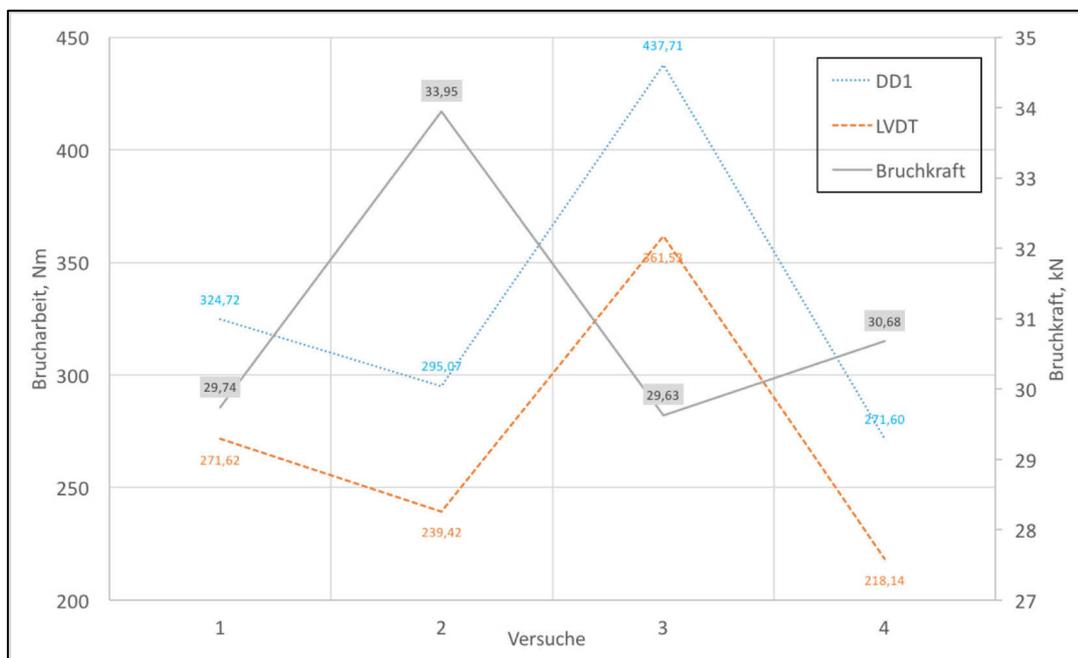


Abbildung 10: graphische Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse aus den Dreipunktbiegeversuchen

In Abbildung 11 sind die Kraft-Verformungs-Verläufe aus den Dreipunktbiegeversuchen dargestellt. Anhand dieser Abbildung konnten die gemessenen Werte der Wegaufnehmer mit Referenzmessgeräten LVDT verglichen werden. Dabei sind vernachlässigbare Abweichungen ersichtlich. Die Versuchsergebnisse weisen auf einen vergleichbaren Anstieg der Kraft-Verformungs-Verläufe im Vorbruchbereich hin, die zu vergleichbaren E-Moduln führen. Eine entscheidende Erkenntnis ist, dass die vergleichbaren Kraft-Rissöffnungs-Verläufe im Nachbruchbereich (Abbildung 12) einen signifikanten Einfluss durch die Brucharbeit auf die Berechnung der Materialparameter im Zugbereich für das Concrete Damaged Plasticity Materialmodel (CDP) haben. In der nachstehenden Abbildung 13 ist die Fläche für die Berechnung der Brucharbeit dargestellt.

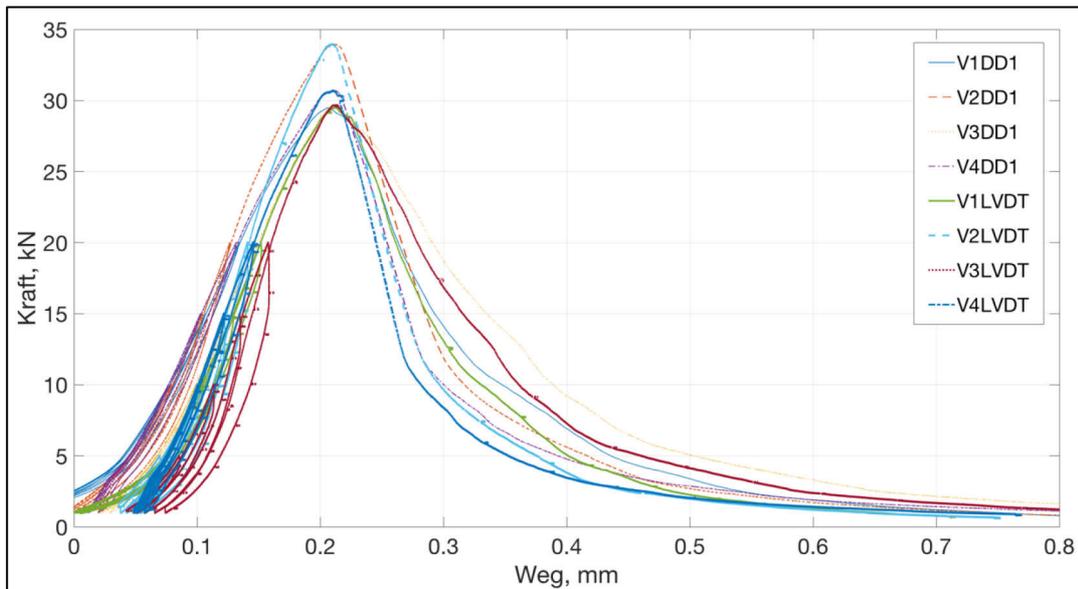


Abbildung 11: Kraft-Durchbiegungsdiagramm aus den Dreipunktbiegeversuchen

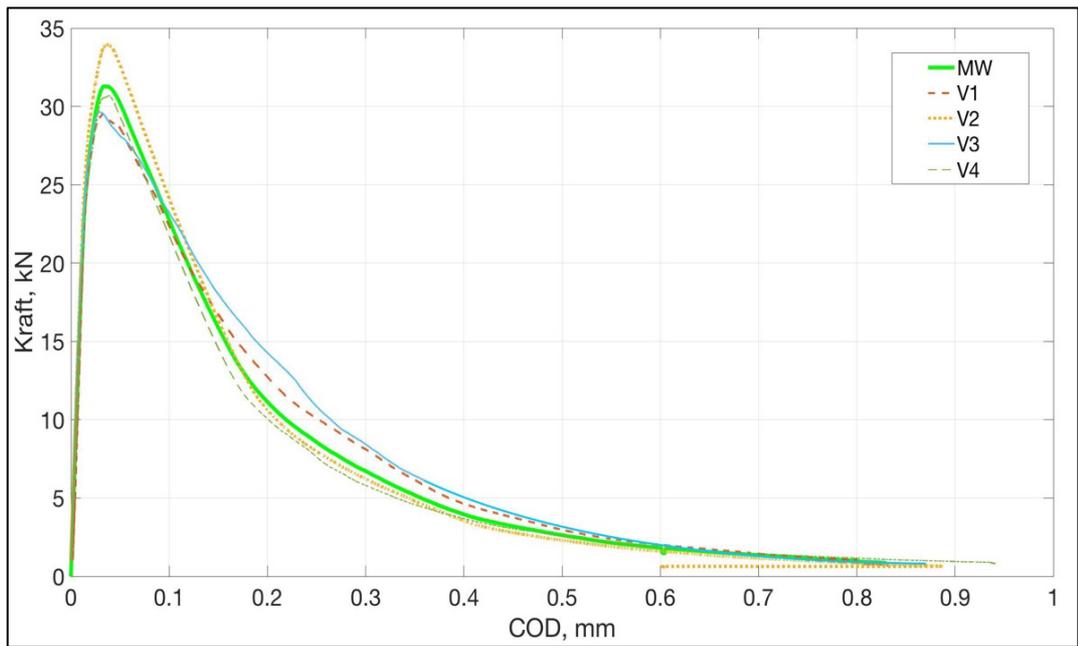


Abbildung 12: Kraft-Rissöffnungs-Verlauf aus den Dreipunktbiegeversuchen

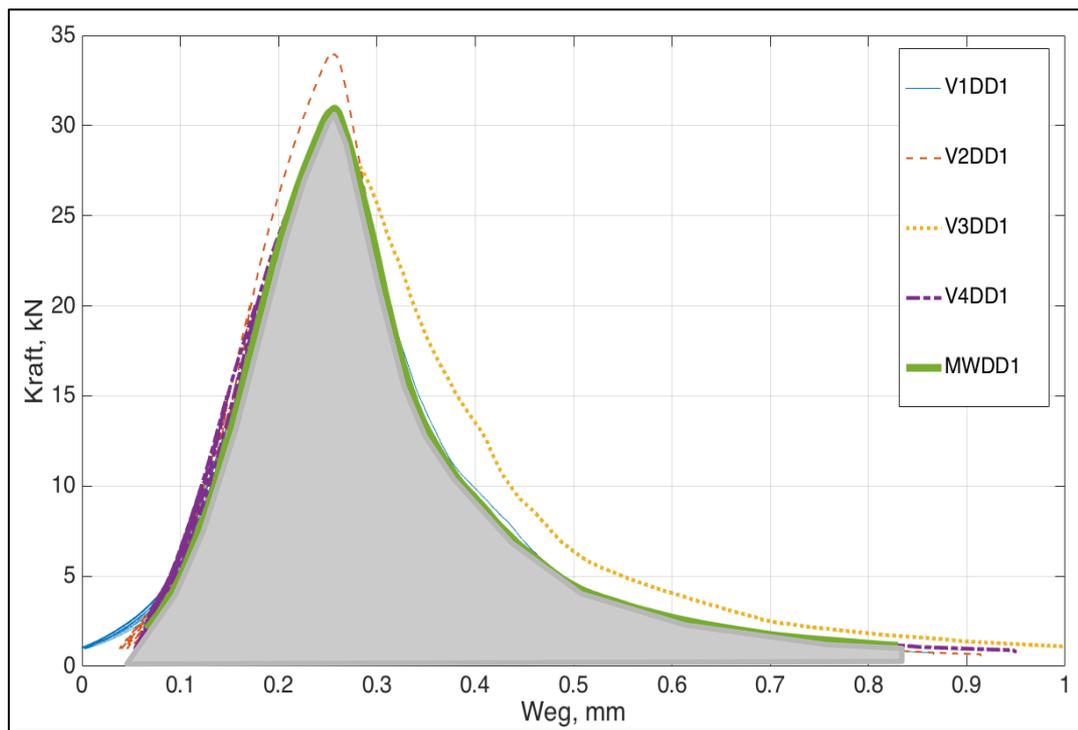


Abbildung 13: Brucharbeit

Die Kraft-Verformungs-Kurven zwischen integrierter Zylinderwegmessung (MTS) und Wegaufnehmer DD1, sind in der Abbildung 14 dargestellt. Da bei der integrierten Zylinderwegmessung Verformungen des gesamten Versuchsaufbaus mitgemessen werden, besteht eine Differenz zwischen diesen zwei Messsystemen. Die Versuchsergebnisse werden zusätzlich durch eine elastische Rückformung des Auflagerträgers nach dem Bruch des Probekörpers beeinflusst, wobei diese bei den numerischen Simulationen nicht berücksichtigt werden.

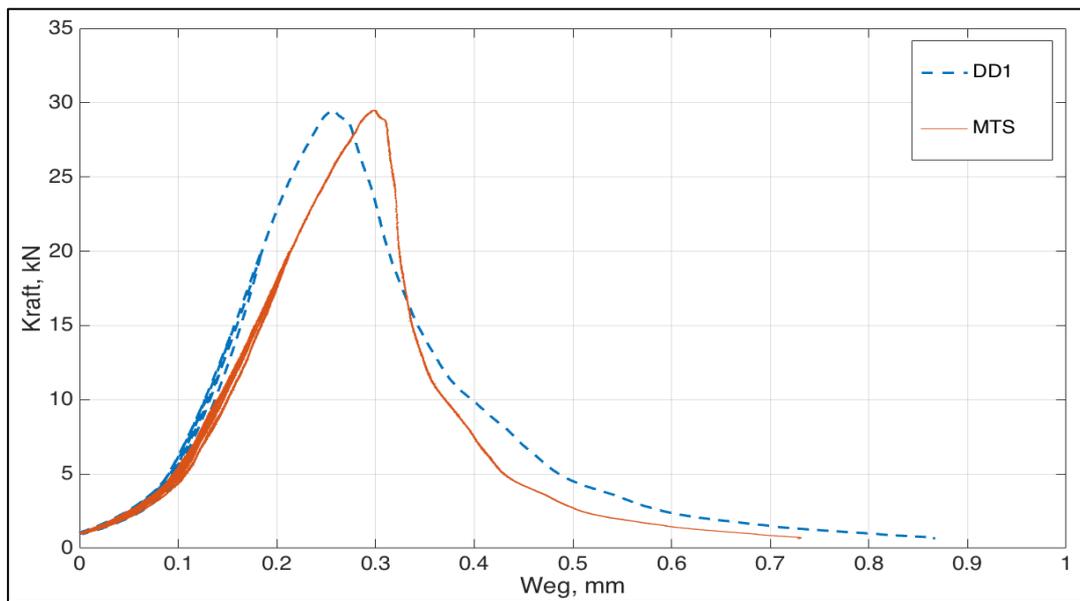


Abbildung 14: Kraft-Durchbiegungsdiagramm eines Dreipunktbiegeversuches, DD1 vs. MTS

4 Numerische Simulation

4.1 Allgemein

Unabhängig davon, ob geotechnische, mechanische oder betontechnologische Fragestellungen zu lösen sind, wird hierfür in den meisten Fällen die Numerik als Hilfe herangezogen. Die numerische Nachbildung von spröden und quasi-spröden Materialien mit nichtlinearen Finite-Elemente-Modellen gewinnt heutzutage zunehmend an Bedeutung. Die Finite-Elemente-Programme stellen den Anwendern unterschiedliche Möglichkeiten zur Abbildung des Betonverhaltens in Form von plastischen und elastischen Materialmodellen sowie Schädigungsmodelle bzw. Kombinationen daraus zur Verfügung. Die Ergebnisse aus den numerischen Simulationen werden oft als Bemessungsgrundlagen verwendet z.B. zur Bemessung der Innenschale eines Tunnels. Für die numerischen Simulationen des Festbetons wurde das Finite-Elemente-Programm ABAQUS v6.13 verwendet. Mit dem implementierten Materialgesetz Concrete Damaged Plasticity wird das Material und die Schädigung beschrieben. Neben der Auswahl des Materialmodells hat die Art der Modellierung und Diskretisierung einen großen Einfluss auf die Qualität der numerischen Ergebnisse. Im Allgemeinen ist eine Nachbildung des Betonverhaltens, aufgrund seiner Inhomogenität, nur bedingt möglich. In den folgenden Kapiteln wird auf die, für die die numerischen Simulationen, wichtigen Themen näher eingegangen.

4.1.1 Bruchmechanik

Ein Schnitt in einem Körper wird aus kontinuumsmechanischer und makroskopischer Sicht als Riss bezeichnet, welcher sich beim Entstehen in einem Körper durch zwei Rissoberflächen, deren Ende an der Rissfront zusammenlaufen gekennzeichnet. Abhängig davon, in welche Richtung sich die Rissoberflächen bewegen, werden die Risse in drei verschiedene Moden unterteilt, welche in folgendem Absatz beschrieben werden (Abbildung 15). Bei einem Dreipunktbiegeversuch ist der Modus I von großer Bedeutung. ^[11]

Modus I Wird als Öffnungsmodus (opening mode) bezeichnet. Dabei bildet sich ein Riss senkrecht zur x-z (Abbildung 15) Rissebene, der durch eine Zugbeanspruchung entstehen kann. ^[11]

Modus II Wird als ebener Schermodus (sliding mode) bezeichnet. Die Rissoberflächen werden durch eine Relativverschiebung in einer Ebene voneinander getrennt. Solche Rissöffnungsart kann durch transversale Schubbeanspruchung verursacht werden. ^[11]

Modus III Wird als nichtebener Schermodus (tearing mode) bezeichnet. Die Separation erfolgt durch eine Relativverschiebung der Rissoberflächen tangential zur Rissfront. Solche Rissöffnungsarten sind mit nichtebenen longitudinalen Schubbeanspruchungen verbunden. ^[11]

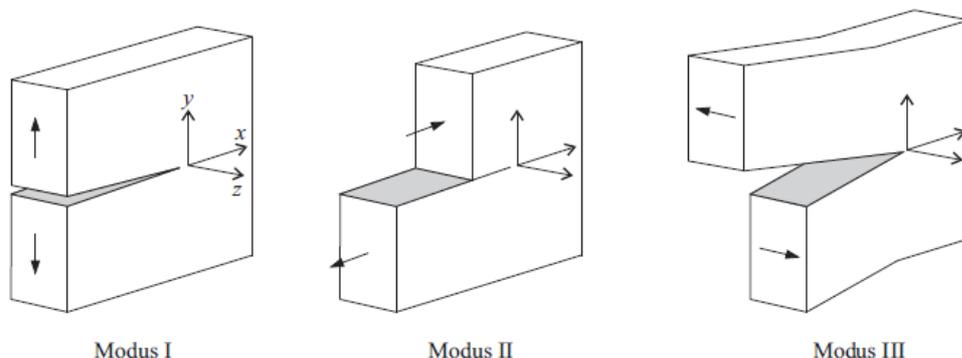


Abbildung 15: Rissöffnungsarten ^[11]

Im Allgemeinen verhält sich der Beton bei einer monotonen Zugbeanspruchung bis zum Erreichen von ca. 70 % der Zugfestigkeit linear-elastisch, wobei das Wachstum der schon vorhandenen Mikrorisse im Gefüge ab 70 % bis 90 % der Zugfestigkeit verstärkt einhergeht, was zu einer Steifigkeitsabnahme führt. Noch vor Erreichen der maximalen Zugfestigkeit bildet sich an einer Fehlstelle des Querschnitts senkrecht zur Belastungsrichtung eine Bruchprozesszone (Abbildung 16). Nach dem Erreichen der maximalen Zugfestigkeit des Betons beginnt der Entfestigungsbereich, der nicht durch plötzlichen, sondern durch einen sukzessiven Spannungsabfall charakterisiert wird (Abbildung 18). Dieses Verhalten der Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Entfestigungsbereich wird durch die Rissüberbrückungen und Verzahnungen zwischen Zementmatrix und Zuschlagskörnern verursacht. Der Übergang zu einem realen Riss wird mit einer fiktiven kritischen Rissöffnung w_0 ($w_0 \approx 0,15 \dots 0,18 \text{ mm}$) bezeichnet. Die Länge der Bruchprozesszone ist nach HILLERBORG ^[16] $l_{BPZ} = 0,3 \dots 0,5 \cdot l_{ch}$ (Abbildung 16). Die Sprödigkeit des Betons wird durch die charakteristische Länge l_{ch} beschrieben und wird unter Verwendung des Elastizitätsmoduls E , der spezifischen Bruchenergie G_f und der Zugfestigkeit f_{ct} berechnet. Je kleiner l_{ch} ist desto spröder verhält sich das Material. ^[15]

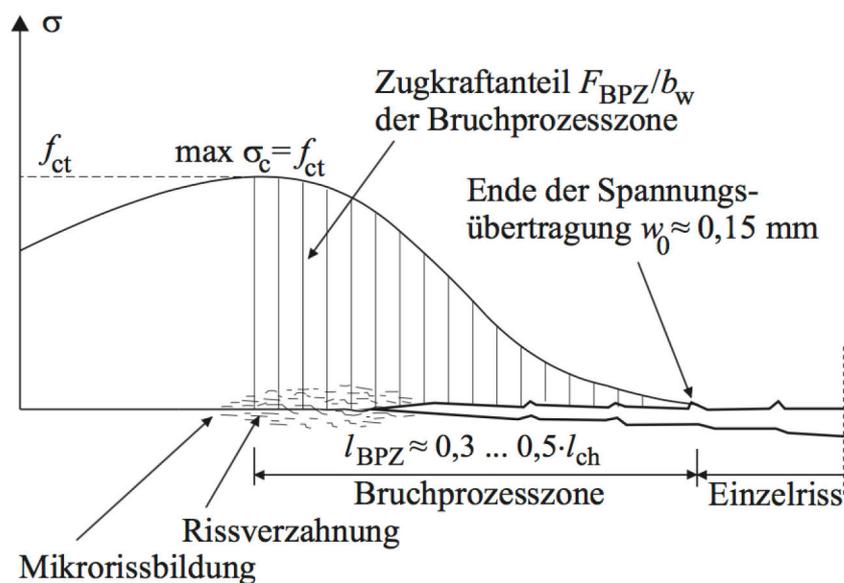


Abbildung 16: Bruchprozesszone nach Hillerborg ^[16]

4.1.2 Concrete Damaged Plasticity Materialmodell

Um das nichtlineare Verhalten des Betons nachzubilden, wird das FE-Berechnungsprogramm Abaqus verwendet. Dabei wird das Materialmodell Concrete Damaged Plasticity (CDP) verwendet. Um dreidimensionale Spannungszustände des Betons zu beschreiben, wird die Fließbedingung von LUBLINER ^[12] und LEE & FENVES ^[13] verwendet. Um das Betonverhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung nachzubilden, kombiniert das Concrete Damaged Plasticity Modell, Konzepte der Schädigungstheorie und Plastizitätstheorie. ^[15]

Das hier verwendete elasto-plastische Schädigungsmodell ermöglicht in erster Linie eine allgemeine Fähigkeit zur Analyse von Beton unter monotoner, zyklischer und dynamischer Belastung. Dieses Modell kann auch für die Analyse von anderen quasi-spröden Materialien, wie z.B. Fels, Mörtel, Keramiken angewendet werden. Damit ein sprödes Materialverhalten erhalten bleibt, ist ein geringerer Umschlingungsdruck vorausgesetzt. Die Hauptversagensmechanismen sind Zugrisse und Zertrümmern bei Druckbeanspruchung. Ist der Umschlingungsdruck ausreichend hoch, um die Rissausbreitung zu verhindern, verhält sich der Beton nicht mehr spröde. Das Versagen des Betons bei niedrigem Umschlingungsdruck beginnt mit einer Konsolidierung und dem Zusammenbruch der Mikrostruktur, was schlussendlich zu einer makroskopischen Rissbildung führt. In erster Linie wird das Concrete Damaged Plasticity Materialgesetz für die Simulation von bewehrtem Beton angewendet, aber dennoch ist die Simulation von unbewehrtem Beton und anderen Materialien möglich. Für die Beschreibung der irreversiblen Schädigung, die während des Bruches auftritt, wird für das Materialgesetz eine Kombination aus nichtassoziierter, mehrfach verfestigter Plastizität und skalar geschädigter Elastizität verwendet. Die folgenden makroskopischen Eigenschaften zeigen einige Konsequenzen dieser Effekte: ^[14]

- Verschiedene Materialfestigkeiten bei der Druck- und Zugbeanspruchung. Die Zugfestigkeit ist um ein Zehnfaches geringer als die Druckfestigkeit. ^[14]

- Eine Druckbeanspruchung verursacht zuerst eine Verfestigung und anschließend eine Entfestigung. Die Zugbeanspruchung resultiert in einer Entfestigung. [14]
- Je nach Art der Belastung, Zug oder Druck, ist die Verringerung der elastischen Steifigkeit unterschiedlich. [14]

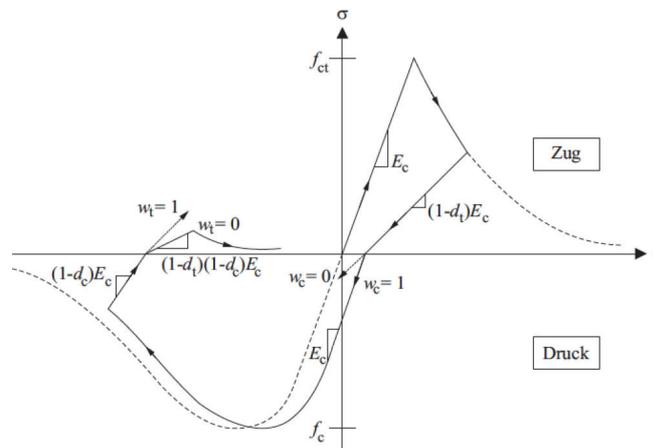


Abbildung 17: Arbeitslinie des Betons inklusive Schädigung im Zug- und Druckbereich [14]

Die Gesamtdehnung kann auf elastische und plastische Anteile aufgeteilt werden und daraus ergibt sich die Formulierung der Materialfunktion im Concrete Damaged Plasticity (CDP) Materialmodell, Gl. 3. Die Schädigungsvariablen d_c und d_t beschreiben den Anteil der Steifigkeitsreduzierung im Druck- bzw. Zugbereich. Durch die Schädigungsvariablen lässt sich die Verminderung des Elastizitätsmoduls des Betons bei Entlastung und Wiederbelastung implementieren. Die σ_c - ε_c - sowie die σ_t - ε_t - Beziehungen für den Druck und Zug ergeben sich nach den Gl. 4 sowie 5. Die Implementierung der Steifigkeitsrückgewinnung ist ein wichtiger Aspekt bei der mechanischen Reaktion des Betons unter zyklischer Belastung (Abbildung 17). [15]

Für das Materialmodell Concrete Damaged Plasticity wurden die Schädigungsvariablen d_c und d_t nach MARK [18] verwendet (Gl. 6 und 7). Je nach Belastungsgrad, beschreiben die Parameter b_c und b_t das Verhältnis der plastischen zu den inelastischen Dehnungen. Der Wert $b_c=0,7$ wurde durch zyklische einaxiale Druckversuche von SINHA [20] sowie $b_t=0,1$ durch zyklische einaxiale Zugversuche von REINHARDT&CORNELISSEN [21] gut angenähert. [15]

Aus Konvergenzgründen sind die Schädigungsvariablen in dieser Arbeit mit 0,9 multipliziert. [17]

Die inelastischen Dehnungen wurden mit Hilfe eines Längenparameters l_t berechnet, siehe Gl. 8. Im Allgemeinen ist der Längenparameter l_t aufgrund der annähernd würfelförmigen Elemente durch $l_t=V^{1/3}$ definiert. Laut DIN 1045-1 [33] ist der obere Grenzwert für l_t der zu erwartende Rissabstand s_r welcher durch die Formel $2/3*s_{r,max}$ abgeschätzt ist. Dabei hängt der maximale Rissabstand $s_{r,max}$ von der effektiven Betonfläche, dem Wirkungsbereich der Bewehrung und dem Bewehrungsdurchmesser ab. Da die geprüften Betonbalken unbewehrt sind, ist der Längenparameter l_t nicht berechenbar. Somit wird dieser in vorliegender Arbeit als numerischer Parameter betrachtet. [15]

$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} = \frac{\sigma}{E_c} + \varepsilon_{in} \quad [15] \quad \text{Gl. 3}$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) \times E_c \times (\varepsilon_c - \varepsilon_{pl}) \quad [15] \quad \text{Gl. 4}$$

$$\sigma_t = (1 - d_t) \times E_c \times (\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{pl}) \quad [15] \quad \text{Gl. 5}$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c/E_c}{\varepsilon_{in}(1-b_c)+\sigma_c/E_c} \quad [15] \quad ; \quad 0 \leq d_c \leq 1 \quad \text{Gl. 6}$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t/E_c}{\varepsilon_{in}(1-b_t)+\sigma_t/E_c} \quad [15] \quad ; \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad \text{Gl. 7}$$

$$\varepsilon_t^{in} = \frac{w}{l_t} \quad [15] \quad \text{Gl. 8}$$

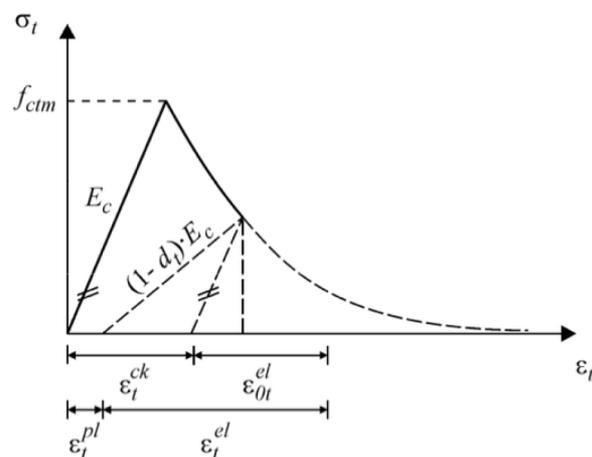


Abbildung 18: Zugschädigung im Concrete Damaged Plasticity Materialmodell [17]

- ϵ_{ges} Gesamtdehnung
- ϵ_{el} elastische Dehnung
- ϵ_{pl} plastische Dehnung
- E_c Elastizitätsmodul (Tangente) des Betons
- ϵ_{in} inelastische Dehnung
- σ_c Druckspannung
- d_c Schädigungsvariable für Druck
- ϵ_c Stauchung des Betons
- σ_c Zugspannung
- ϵ_{ct} Zugdehnung des Betons
- d_c Schädigungsvariable für Zug
- σ_{co} einaxiale Druckfestigkeit
- σ_{co} einaxiale Zugfestigkeit
- σ tatsächliche Spannung
- w Rissöffnung
- l_t numerischer Parameter

4.1.3 Fließbedingung

In Abbildung 19 ist die Fließfläche in der Deviatorebene dargestellt. Eine Veränderung des Parameters K_c hat einen großen Einfluss auf das Materialverhalten sowie auf die Festigkeitseigenschaften. Bei einem Wert $K_c = 1,0$ ergibt sich eine kreisförmige (Drucker-Prager) und bei $K_c = 0,5$ eine dreieckige Fließfläche. ^[10]

Der von LUBLINER ^[12] empfohlene Faktor $K_c = 2/3$ für Normalbeton ergibt eine Fließfläche in Form eines Dreiecks mit ausgebauchten Schenkeln (Concrete Damaged Plasticity).

S_1 , S_2 und S_3 sind die Hauptnormalspannungen, CM und TM sind Druck- und Zugmeridiane.

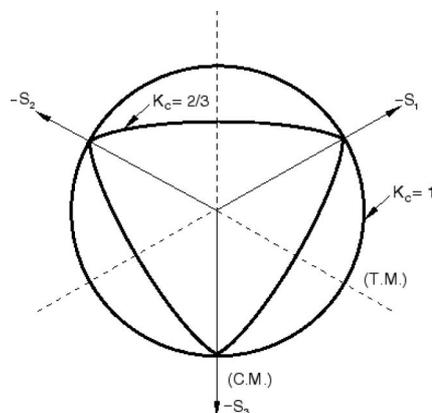


Abbildung 19: Fließfläche in der Deviatorebene, abhängig von K_c ^[14]

4.1.4 Implizit vs. Explizit

Abaqus bietet den Anwendern die Möglichkeit numerische Simulationen durch verschiedene Analyseverfahren zu lösen (Abbildung 20). In diesem Kapitel wird auf die wichtigsten Fakten der impliziten sowie expliziten Analyseverfahren näher eingegangen.

Abaqus/Implizit ist effizienter für die Lösung von einfachen nichtlinearen Problemen. Bei dieser Arbeit wird sogenannte „Dynamic, Implizit“ Analyseverfahren verwendet. [23]

Dabei ist dieses Analyseverfahren den expliziten ähnlich, wobei hier die Werte der dynamischen Größen für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ von den verfügbaren Werten zum Zeitpunkt t bezogen werden. Bei den impliziten Analyseverfahren kann der Zeitschritt verändert werden wobei, die Information zum Zeitpunkt t als auch zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ verwendet werden kann. [14]

Für manche Problemstellungen können beide Verfahren verwendet werden, wobei bei aufwändigen Kontaktbedingungen oder komplexen Materialeigenschaften Konvergenzprobleme auftreten können. Für diese Aufgabenstellung eignet sich die Verwendung des expliziten Lösungsverfahrens. Bei Abaqus/Explizit wird die Lösung nicht durch eine Iteration bestimmt, sondern durch einen kinematischen Zustand der vorherigen Stufe. Probleme bei expliziten Lösungsverfahren können durch hohe Lastaufbringungsraten entstehen. Hierdurch kommt es zu dynamischen Effekten, wie Wellen und Oszillationen. Ein weiterer Vorteil der Abaqus/Explizit Analyse ist, dass für die gleiche Simulation viel weniger RAM Speicher gebraucht wird als bei Abaqus/Implizit. [23]

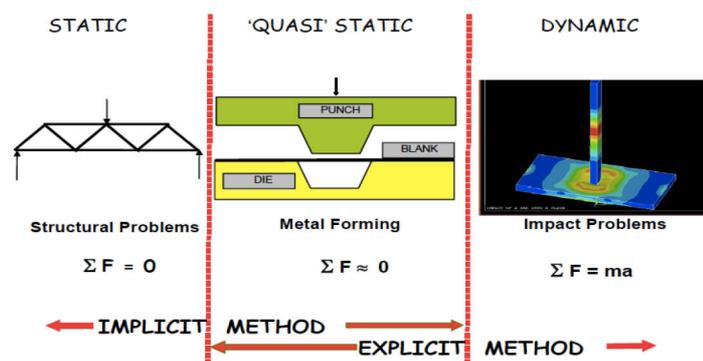


Abbildung 20: Anwendungsbereiche der Impliziten bzw. Expliziten Methode [23]

4.2 Numerische Simulation einaxialer Druckversuch

Bei den untersuchten Betonproben handelt es sich um Bohrkern mit einem Durchmesser von 100 mm und einer Höhe von 200 mm. Die Endflächen des Zylinders sind mittels Interaktionsbedingung mit Referenzpunkten zur Lastaufbringung gekoppelt, was im FE Programm Abaqus als „coupling – Continuum distributing“ bezeichnet wird. Das FE-Modell besteht aus 3600 hexaedrischen Elementen vom Typ C3D8R, siehe Abbildung 21b.

Bei C3D8R Kontinuumelementen handelt es sich um hexaedrische dreidimensionale Körper mit acht Knoten und einer reduzierten Integration. [14]

Um die Steigung der Kraft-Weg-Kurve im Vorbruchbereich realitätsnah nachzubilden, wird für die Elastizität der mittlere Verformungsmodul E_{vm} von 24 GPa eingesetzt, welcher aus den Laborversuchen ermittelt wurde. Dabei wurde aus der Steigung der Tangente das Verformungsmodul berechnet und als Grundlage für diesen Ansatz kann die Abbildung 21a herangezogen werden.

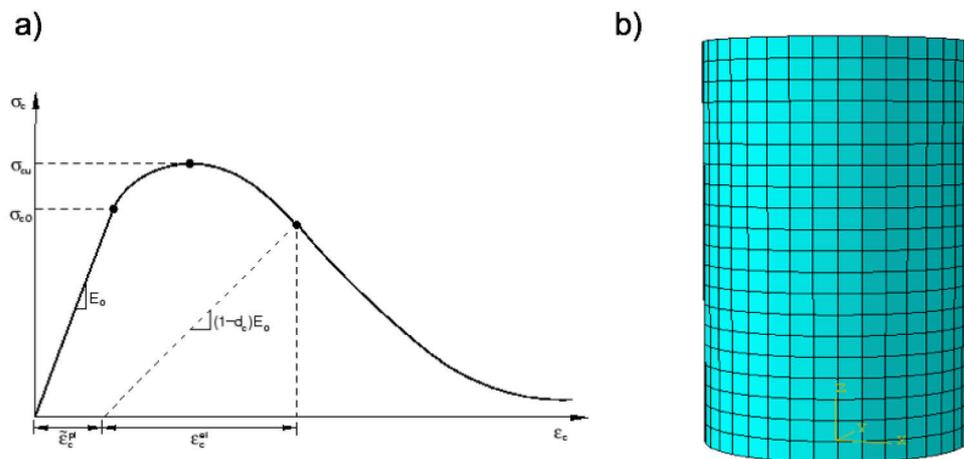


Abbildung 21: a) Grundlage für die Berechnung des numerischen E-Moduls [14]
b) FE-Modell für den einaxialen Druckversuch

4.2.1 numerische Berechnung

Eine Darstellung der Spannungen und äquivalenten plastischen Dehnungen bei maximaler Belastung ist in den Abbildungen 22 und 23 ersichtlich. In dieser Abbildung ist der Bereich mit den geringsten Spannungen nach dem Bruch ersichtlich. Eine Netzverfeinerung führt zu längeren Rechenzeiten und gleichen Ergebnissen. Da die Verifizierung der ermittelten Materialparameter mit der impliziten Berechnung ausreichend ist, wird auf die explizite Berechnung verzichtet. Die Concrete Damaged Plasticity (CDP) Materialparameter für den einaxialen Druckversuch sind im Anhang 1 dargestellt. Eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse ist im Kapitel 5.1 ersichtlich.

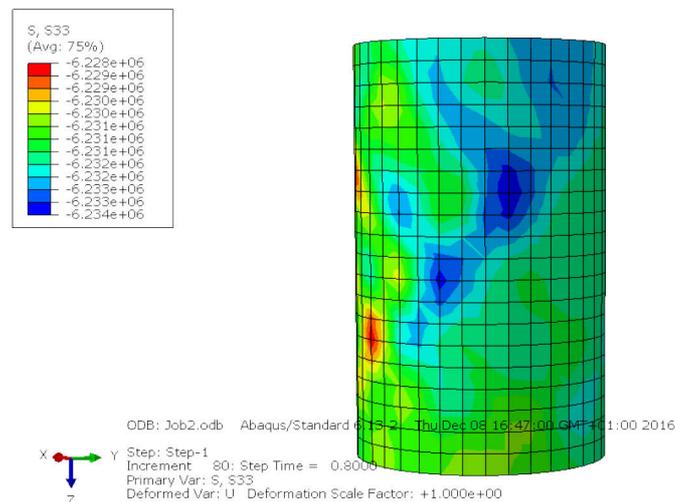


Abbildung 22: Spannungsverteilung aus einem numerischen einaxialen Druckversuch

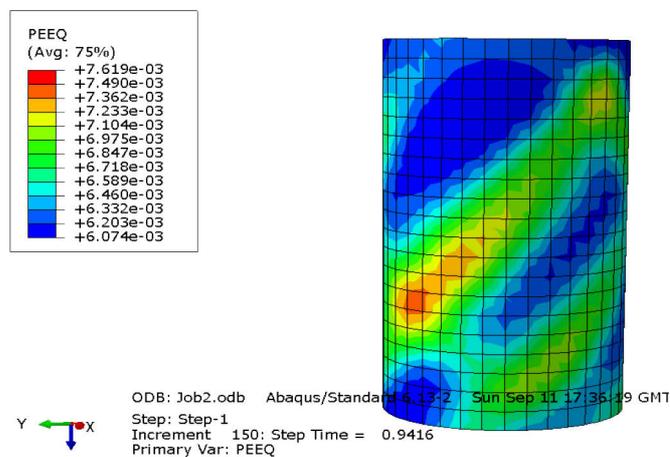


Abbildung 23: Äquivalente plastische Dehnungen aus einem einaxialen Druckversuch

4.3 Numerische Simulation Dreipunktbiegeversuch

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Fakten der numerischen Simulation eines Dreipunktbiegetests beschrieben. Ergänzend dazu dient diese numerische Simulation als Grundlage für die Eingabe der berechneten Materialparameter aus dem Kapitel 4.4. Beim Aufbau des numerischen Modells wurde das dynamisch implizite Analyseverfahren angewendet.

Die Abmessungen des FE-Modells entsprechen denen der realen Betonbalken. Um die Rechenzeiten zu verringern, wurde beim FE-Modell die Symmetrie des Systems ausgenutzt und nur eine Balkenhälfte ausmodelliert (Abbildung 24). Durch die Lagerungsbedingungen in der Symmetrieebene wurden die Verschiebungen nur in (y-Richtung) zugelassen und in allen anderen Richtungen gesperrt. Das Modell besteht aus hexaedrischen Elementen vom Typ C3D8R, deren Anzahl und weitere Eigenschaften in der Tabelle 7 angeführt sind.

Um die Rechenzeiten gering zu halten, sind die Auflagerrollen als rechnerisch starre „analytical rigid“ Körper modelliert. Da die Auflagerrollen aus Stahl eine mehrfach höhere Steifigkeit als Beton aufweisen, können diese in der numerischen Simulation mit unendlicher Steifigkeit angenommen werden. Der Kontakt zwischen den Auflagerrollen und der Betonprobe wurde als unendlich steif – in Abaqus „hard contact“ - und reibungslos - „frictionless“ - angenommen.

Sobald ein Kontakt zwischen zwei Oberflächen mit einem unbegrenzten Anpressdruck vorhanden ist, kann dies als „hard contact“ definiert werden.

[14]

Die Lastaufbringung erfolgte über die Referenzpunkte der Auflagerrollen. Dieser Versuch wurde verformungsgesteuert simuliert, wobei beim Belastungs-Lastfall dem Referenzpunkt der Belastungsrolle eine Verschiebung in die y-Richtung von 2 mm zugewiesen wurde. Ein entscheidender Punkt bei dieser Modellerstellung ist die Bestimmung der Netzgeometrie. Je dichter das Netz, umso mehr Elemente und ebenso längere Rechenzeiten.

Die numerischen Berechnungen wurden mit grobem, mittlerem und feinem Netz durchgeführt und schlussendlich mit den Laborergebnissen verglichen. Bei den Dreipunktbiegetests wurden die Eingabeparameter für den Nachbruchbereich durch verschiedene Ansätze berechnet, siehe Kapitel 5.

Netzfeinheit	Anzahl der Elemente	Anzahl der Knoten	Elementengröße $b \times h \times t, m^3$	Elemententyp
grob	4.294	5.154	0,012 x 0,012 x 0,012	C3D8R
mittel	6.304	7.426	0,01x 0,01 x 0,01	
fein	23.280	25.922	0,0065 x 0,0065 x 0,0065	

Tabelle 6: Elementanzahl der einzelnen Modelle

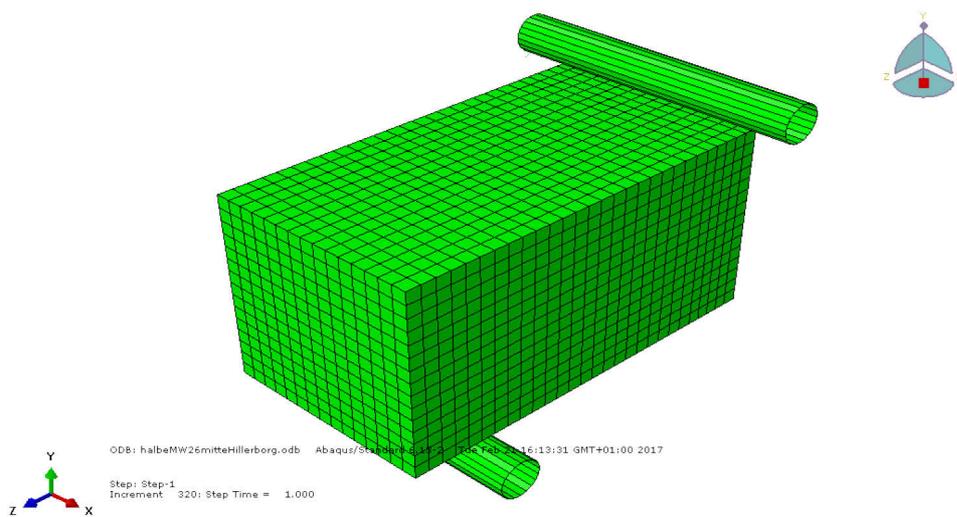
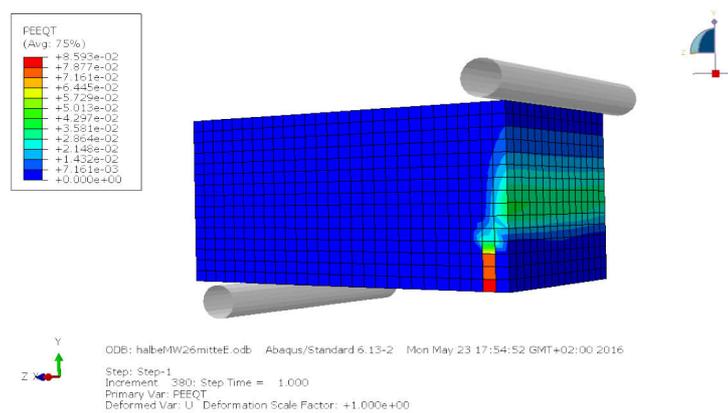
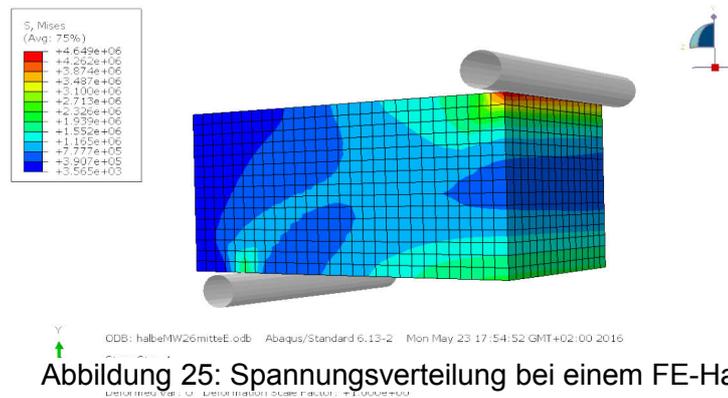


Abbildung 24: FE-Halbmodell eines Dreipunktbiegeversuchs

4.3.1 Numerische Berechnungen

Nach der Berechnung der Eingabeparameter, siehe Kapitel 5, wurden die numerischen Berechnungen durchgeführt und die Ergebnisse verglichen. Eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse ist im Kapitel 5.2 ersichtlich. Die Abbildung 25 stellt eine Spannungsverteilung vor dem Bruch im FE-Modell dar. Dabei ist eine erwartete Spannungsverteilung ersichtlich. Eine Darstellung der äquivalenten plastischen Dehnungen (Equivalent plastic strain) unter Zugbeanspruchung im FE-Modell ist in der Abbildung 26 ersichtlich. Aufgrund dieser Abbildung ist eine aussagekräftige Verteilung der plastischen Dehnungen feststellbar.



4.4 Parameterstudie

4.4.1 Allgemein

Bei der Berechnung der Materialparameter wird ein linear elastisches Materialverhalten vor dem Bruch festgelegt. Da die Parameter für das Zugverhalten nicht direkt aus Dreipunktbiegeversuchen ableitbar sind, mussten diese über numerische Rückrechnung bestimmt werden. Die Frage nach den Eingabeparametern für das Concrete Damaged Plasticity (CDP) Materialmodell im Nachbruchbereich ist hierbei von besonderem Interesse. Die Thematik rund um das Materialverhalten von Beton unter Zugbelastung ist der Forschungsgegenstand zahlreicher Wissenschaftler, wobei bisher einige Lösungsansätze entstanden sind. Für die Beschreibung des Verhaltens im Nachbruchbereich auf Zugbeanspruch sind folgende Ansätze gängig:

- Reinhardt – Hordjik Entfestigung-Rissöffnungs-Gesetz
- Exponentielles nichtlineares Entfestigung-Rissöffnungs-Gesetz
- Hillerborg
- Linearer Ansatz
- ModelCode2010
- Bilineares Entfestigungs-Rissöffnungs-Gesetz

In vorliegender Arbeit werden die Ansätze von Reinhardt-Hordjik, das exponentielle nichtlineare Entfestigungsgesetz, Hillerborg, ModelCode2010 und das bilineare Entfestigungsgesetz in den weiteren Unterpunkten etwas näher erläutert. Laut Eurocode2 Teil 1 ^[25] beträgt die mittlere Zugfestigkeit für einen Beton mit der Betongüte C50/60 4,1 MPa. Diese kann mithilfe der Gl. 17 berechnet werden. Die Grundannahme des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs in der Norm ist bis zum Bruch linear-elastisch und danach spröd plastisch definiert. Diese Annahme ist in der numerischen Simulation nicht vorausgesetzt und somit wurde die mittlere Zugfestigkeit je nach Ansatz zwischen 3,8 MPa und 4,0 MPa gewählt (Tabelle 7).

$$f_{ctm} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3} \quad [25]$$

Gl. 17

Ansatz	Reinhardt-Hordjik	Hillerborg	Exponentiell	MC2010	Bilinear	Linear
f_{ctm} , MPa	3,9	4,0	3,8	3,85	3,8	3,8

Tabelle 7: mittlere Zugfestigkeiten, je nach Ansatz

Berechnung der Schädigungsparameter d_t erfolgt mithilfe der Gleichung 7. Nach dem Ansatz von LATTE ^[17] werden die Schädigungsparameter d_t mit einem Faktor von 0,9 multipliziert.

Die Gegenüberstellung der Spannungs-Rissöffnungs-Verläufe im Nachbruchbereich nach verschiedenen Ansätzen ist in der Abbildung 27 ersichtlich. Anhand dieser Abbildung können die Ansätze nach ihrer Grundformel leicht unterschieden werden. Eine exponentielle Grundformel ist bei den Ansätzen von Hillerborg, Reinhardt-Hordjik und den exponentiellen nichtlinearen Entfestigungs-Rissöffnungs-Gesetz angewendet worden. ModelCode2010 und das bilineare Entfestigungs-Rissöffnungs-Gesetz sind durch eine bilineare Funktion beschrieben. Anhand dieser Abbildung ist ersichtlich, dass der lineare Verlauf der Spannungs-Rissöffnungs-Eingabeparameter eine deutlich sichtbare Abweichung gegenüber anderen Ansätzen aufweist.

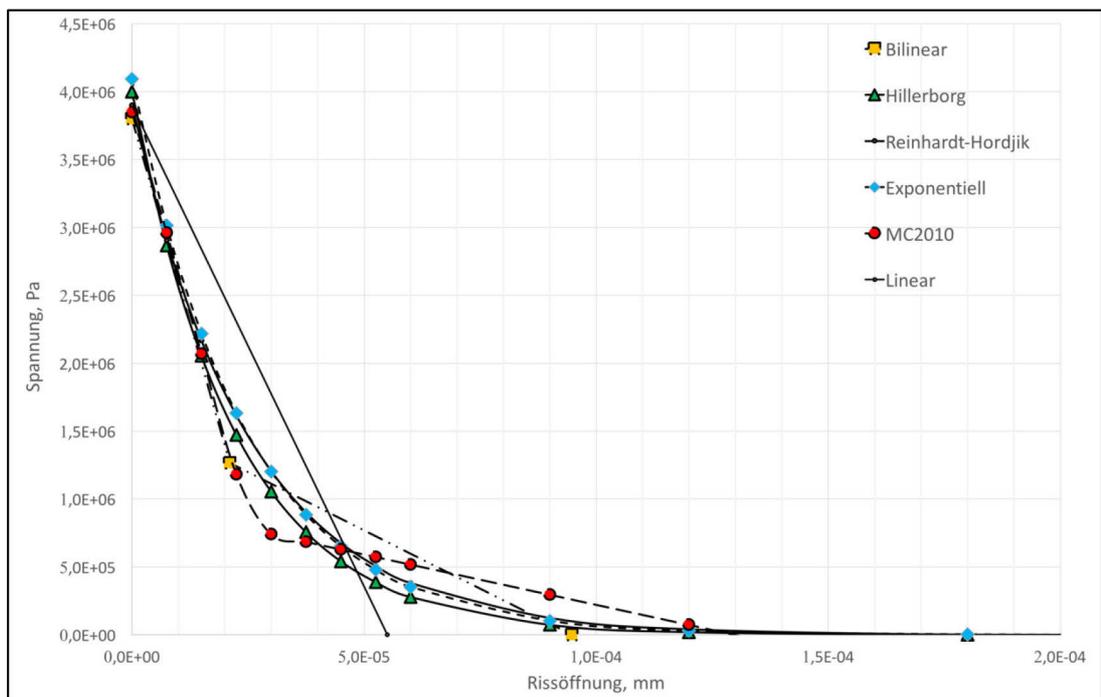


Abbildung 27: Gegenüberstellung der verwendeten Ansätze für den Nachbruchbereich auf Zugspannung

4.4.2 Reinhardt-Hordjik Rissöffnungs-Gesetz

REINHARDT [28] schlug einen nichtlinearen Ansatz für die Entfestigung des Betons unter der Zugbeanspruchung, siehe Gl. 10, vor. Dieser Ansatz wird oft bei numerischen sowie bei analytischen Analysen verwendet. [24]

$$\sigma = f_{tm} \left\{ \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_0} \right)^3 \right] \exp \left(-c_2 \frac{w}{w_0} \right) - \frac{w}{w_0} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \right\} \quad \text{Gl. 10} \quad [24]$$

Die Koeffizienten c_1 , c_2 sind Materialkonstanten und w_0 eine maximale Rissöffnungsweite bei einer Spannung von null. Diese Parameter hängen mit dem Größtkorndurchmesser des Betonzuschlagstoffes zusammen, siehe Gl. 12, 13 und 14. Die Parameter α_F und λ (Gl. 15 und 16) dienen zur Berechnung der Parameter c_2 und w_0 . [24]

Die Gl. 11 ist eine integrierte Form von Gl. 10. [24]

$$\frac{G_F}{f_{tm}} = \frac{w_0}{c_2} - w_0 (1 + c_1^3) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{c_2} \right) \exp(-c_2) - 6w_0 \left[\frac{c_2^2}{2} + c_2 + 1 - \exp(-c_2) \right] \frac{c_1^3}{c_2^4} \exp(-c_2) \quad [24]$$

Gl. 11

$$c_1 = (d_{max}/8)^{0.75} \quad [24] \quad \text{Gl. 12}$$

$$c_2 = (0.92 - d_{max}/400)\lambda \quad [24] \quad \text{Gl. 13}$$

$$w_0 = \alpha_F G_F / f_{tm} \quad [24] \quad \text{Gl. 14}$$

$$\alpha_F = \lambda - d_{max}^{0.9}/8 \quad [24] \quad \text{Gl. 15}$$

$$\lambda = 10 - \left[\frac{f_{ck}}{(2 * f_{ck0})} \right]^{0.7} \quad [24] \quad \text{Gl. 16}$$

d_{max} , mm ist die maximale Korngröße;

G_F , N/mm ist die Bruchenergie;

f_{tm} , N/mm² ist die mittlere Zugspannung;

f_{ck} , N/mm² ist die charakteristische Druckspannung des Betons;

$f_{ck0} = 10$ N/mm²

Nachstehende Abbildung zeigt eine Gegenüberstellung der Spannungsverläufe der Eingabeparameter nach Reinhardt-Hordijk dar und zeigt demzufolge, dass die unterschiedlichen Größtkorndurchmesser d_{max} einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Spannung-Rissöffnungsbeziehung im Nachbruchbereich haben. Die Verläufe der Variablen c_1 und c_2 im Zusammenhang mit Größtkorndurchmesser d_{max} sind in Abbildung 29 dargestellt. Ein Verlauf der Schädigungsparameter nach verschiedenen Größtkorndurchmesser d_{max} ist in der Abbildung 28 (rechts) ersichtlich.

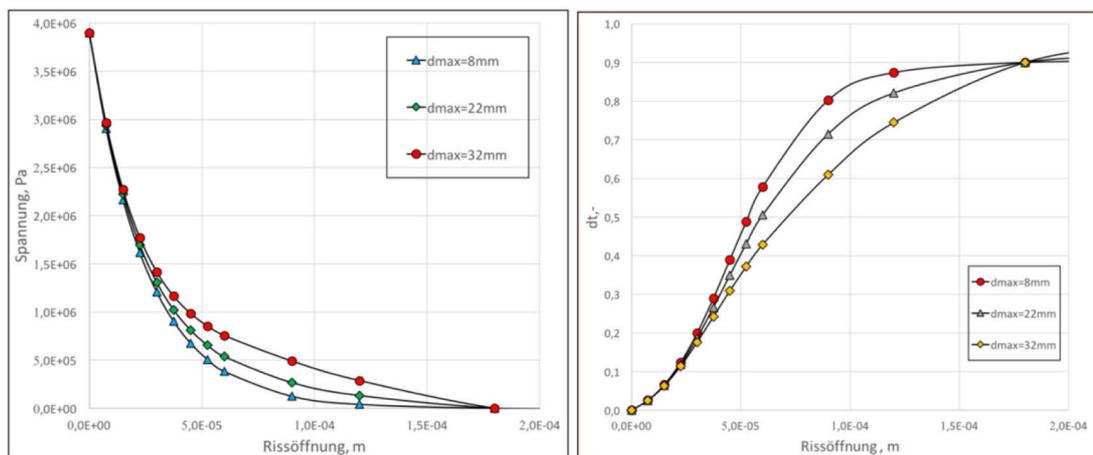


Abbildung 28: *links*: Gegenüberstellung der Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter mit verschiedenen Größtkorndurchmessern d_{max}
rechts: Schädigungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter mit verschiedenen Größtkorndurchmessern d_{max}

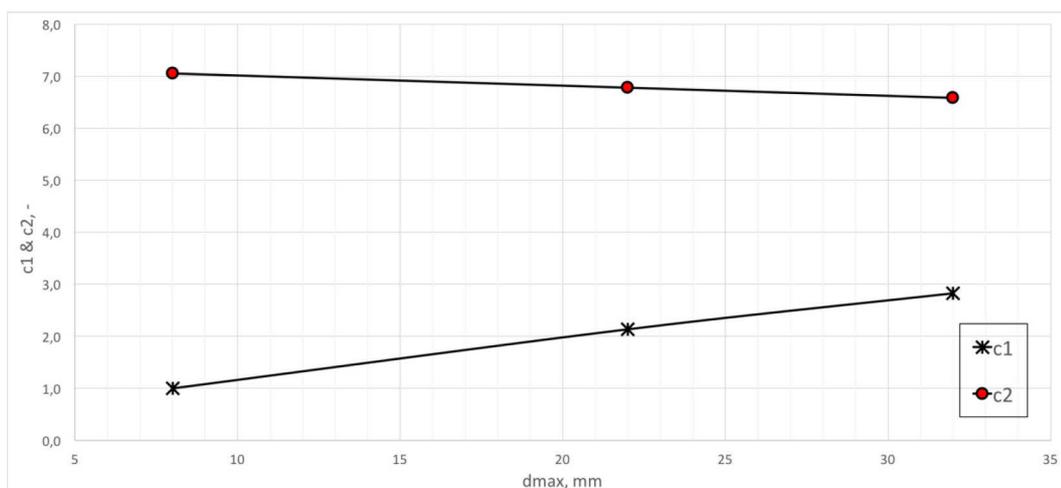


Abbildung 29: Abhängigkeit der Variablen c_1 und c_2 vom Größtkorndurchmesser

Die verwendeten Betonproben wurden mit einem Größtkorndurchmesser von 22 mm hergestellt. Aufgrund des hohen Mergelanteiles im verwendeten Zuschlagstoff, ist eine Verwendung der Variablen c_1 und c_2 , aus der Abbildung 29 nur bedingt möglich. Um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, sind die c_1 und c_2 Variablen mit einem Größtkorndurchmesser $d_{\max} = 8$ mm für numerische Simulation zu entnehmen. Eine detaillierte Gegenüberstellung der Ergebnisse ist im Kapitel 5.2.1 ersichtlich. Der Input File mit den Materialparametern für diesen Ansatz ist im Anhang 2 angeführt.

4.4.3 Exponentielles nichtlineares Entfestigungs-Rissöffnungs-Gesetz

Die Entfestigung im Nachbruchbereich von quasi-spröden Materialien wie Beton kann auch durch eine einfache exponentielle (Gleichung 18) beschrieben werden. [24]

$$\sigma = f_{tm} \exp(-\eta w/w_0) \quad [24] \quad \text{Gl. 18}$$

Durch die Integration der Gleichung 18 über die Rissöffnung erhält man die Bruchenergie G_f Gleichung 19. [24]

$$G_F = f_{tm} \frac{w_0}{\eta} [1 - \exp(-\eta)] \quad [24] \quad \text{Gl. 19}$$

Die Parameter η und w_0 sind in Gleichungen 20 und 21 dargestellt. [24]

$$\eta = \alpha_F [1 - \exp(-\alpha_F)] \quad [24] \quad \text{Gl. 20}$$

$$w_0 = \alpha_F G_F / f_{tm} \quad [22] \quad \text{Gl. 21}$$

$$f_{tm} = \alpha_{fct,m} \left(\frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad [24] \quad \text{Gl. 22}$$

$\alpha_{fct,m}$ beträgt 1,40MPa nach CEB-FIB Model Code 1990 [24]

$$\alpha_F = \lambda - d_{max}^{0.9}/8 \quad [24]$$

Gl. 23

- f_{tm} , N/mm² mittlere Zugspannung;
 η , - dimensionsloser Parameter, abhängig von d_{max} ;
 w , mm Rissweite;
 w_0 , mm Rissweite bei der Bruchspannung;

Eine Darstellung des Spannungs-Rissöffnungs- (Gl. 18) und Schädigungs-Rissöffnung-Verlaufes (Gl. 7) der Eingabeparameter im Nachbruchbereich vom exponentiellen Entfestigungsgesetz, ist in der Abbildung 30 (links) dargestellt. Die Ergebnisse der numerischen Simulationen mit Verwendung dieser Eingabeparameter sind im Kapitel 5.2.2 dargestellt und verglichen.

Der Input File mit den Materialparametern für diesen Ansatz ist im Anhang 3 angeführt.

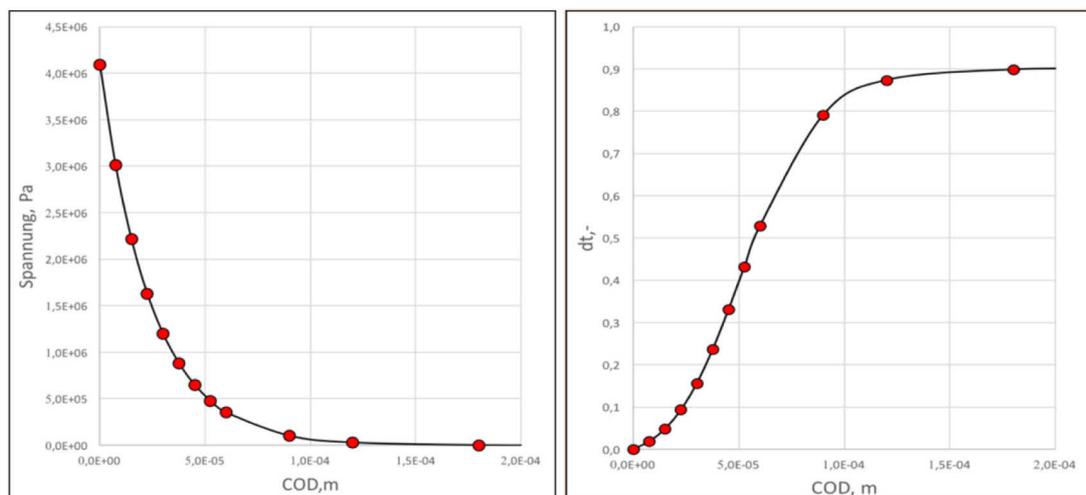


Abbildung 30: *links*: Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter
rechts: Schädigungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter

4.4.4 Hillerborg

Unter Annahme des fiktiven Rissmodells von Hillerborg verhält sich das Material im Vorbruchbereich auf Zug linear elastisch. [34]

Stellen am Versuchskörper, an dem die plastischen Verformungen auftreten, werden mit einer Bruchprozesszone bezeichnet. Das Verhalten einer Bruchprozesszone kann durch eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung beschrieben werden, wobei dieser Verlauf durch die Betonzugfestigkeit f_{ctm} und die spezifische Bruchenergie G_f gesteuert werden kann, siehe Gl. 24. [10]

Um die notwendige Energie zur Bildung eines spannungsfreien Risses zu bestimmen, dient hierfür die Fläche unter der Spannungs-Rissöffnungs-Kurve die als spezifische Bruchenergie G_f genannt wird. Nach Hillerborg wird die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung durch eine Exponentialfunktion beschrieben. [10]

Die Materialparameter für Normalbetone bewegen sich in nachfolgenden Bereichen: [7]

$$E = 20 - 40 \text{ GPa}; [7] \quad G_f = 65 - 200 \text{ N/m}; [7] \quad f_t = 2 - 4 \text{ MPa} [7] \quad l_{ch} = 0,1 - 1 \text{ m} [7]$$

Die Zugspannungsverteilung und die spezifische Bruchenergie im Nachbruchbereich nach der Hillerborg-Theorie ist in der Gl. 24 angeführt.

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot \exp\left(-w/w_1\right) [10] \quad \text{Gl. 24}$$

$$G_F = G_{F0} \cdot (0,1 \cdot f_{cm})^{0,7} [10] \quad \text{Gl. 25}$$

$$w_1 = G_F / f_{ctm} [10] \quad \text{Gl. 26}$$

$G_{F0} = 0,025(d_{max} = 8\text{mm}) \sim 0,058(d_{max} = 32\text{mm}) \text{ N/mm}$, kann durch die Gl. 25 berechnet werden. [10]

Ein Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter für den Nachbruchbereich nach Hillerborg ist in der Abbildung 31 (links) dargestellt. Dabei ist eine exponentieller Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf ersichtlich. In der Abbildung 31 (rechts) sind die Schädigungsparameter dargestellt. Eine Gegenüberstellung der Ergebnisse aus der Numerik und Laborversuchen ist im Kapitel 5.2.3 dargestellt. Im Anhang 4 ist der Input File mit den Materialparametern für diesen Ansatz angeführt.

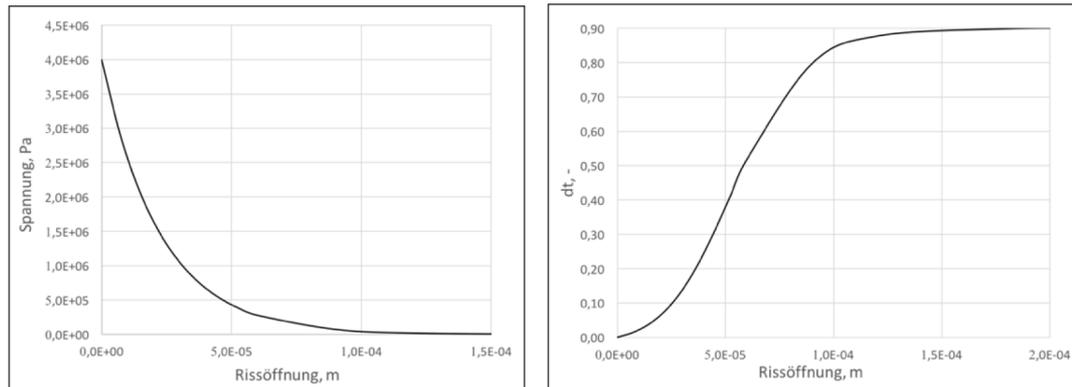


Abbildung 31: *links*: Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter
rechts: Schädigungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter

4.4.5 Bilinearer Ansatz

Der Spannungsverlauf für den Nachbruchbereich vom bilinearen Entfestigungs-Rissöffnungsgesetz ist in der Abbildung 32 dargestellt, und wird mit Hilfe der Gl. 26 berechnet. [24]

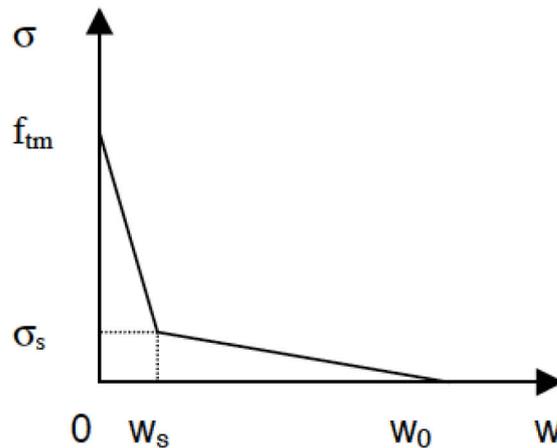


Abbildung 32: bilinearer Ansatz [24]

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} f_{tm} - (f_{tm} - \sigma_s) \frac{w}{w_s} & \text{für } 0 \leq w \leq w_s \quad [24] \\ \sigma_s \cdot \frac{w_0 - w}{w_0 - w_s} & \text{für } w_s \leq w \leq w_0 \quad [24] \\ 0 & \text{für } w \geq w_0 \quad [24] \end{cases} \quad \text{Gl. 26}$$

Die Fläche unter der Spannungs-Rissöffnungs-Kurve ist mithilfe der Gl. 27 zu berechnen.

$$G_F = (f_{tm} w_s + \sigma_s w_0) / 2 \quad [24] \quad \text{Gl. 27}$$

Die Bestimmung der bilinearen Entfestigungskurve erfolgt durch die Berechnung der Werte (σ_s , w_s) an der Bruchstelle. Die mittlere Zugspannung und die Brucharbeit sind aus den Laborversuchen zu entnehmen. [24]

Mit Hilfe der Gl. 26 sind die Parameter σ_s , w_s und w_0 zu bestimmen. Andererseits können die Parameter auch durch empirische Formeln nach PETERSON [29] aus einer Reihe von Zugversuchen berechnet werden. [24]

$$\sigma_s = f_{tm}/3 \quad [24]$$

$$w_s = 0,8G_F/f_{tm} \quad [24]$$

$$w_0 = 3,6G_F/f_{tm} \quad [24]$$

Eine bilineare Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung der Eingabeparameter ist in der Abbildung 33 (links) dargestellt, wobei die Spannungen mithilfe der Gl. 26 berechnet werden. Auf die Eignung eines bilinearen Ansatzes für die Nachbildung des Betons im Nachbruchbereich wird im Kapitel 5.2.4 näher eingegangen. Die Abbildung 33 (rechts) zeigt einen Verlauf der Schädigungsparameter. Der Input File mit den Eingabeparametern ist im Anhang 5 angeführt.

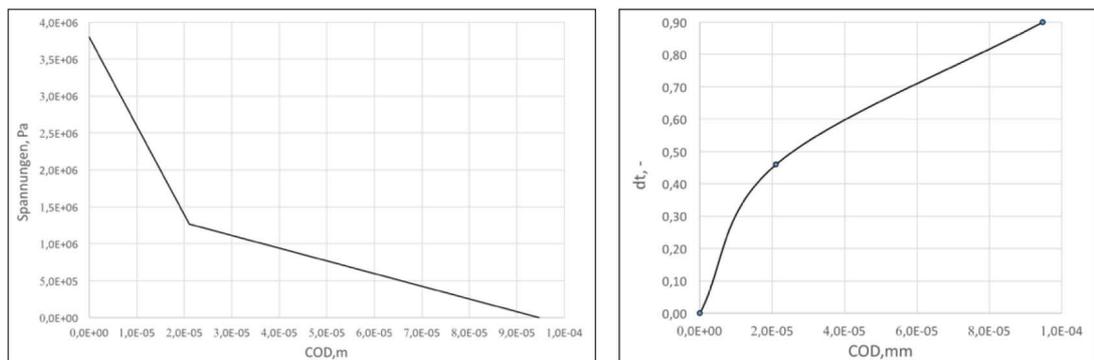


Abbildung 33: *links*: Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter
rechts: Schädigungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter

4.4.6 Model Code 2010

Das Verhalten des Betons im Nachbruchbereich nach ModelCode 2010 kann durch eine Spannungs-Rissöffnungsbeziehung, wie in der Abbildung 34 bzw. Gleichung 28, abgeschätzt werden. Bei diesem Ansatz wird die Bruchenergie G_f nur auf Grundlage der mittleren Druckfestigkeit des Betons ermittelt. Als Annahme für dieses Model dient die Tatsache, dass sich bei Zugspannungen von etwa 90 % der Zugfestigkeit Mikrorisse, die zu einer Steifigkeitsreduktion führen, ausbilden (Gleichung 29). In dieser Arbeit wurde der Vorbruchbereich abweichend vom ModelCode 2010 mit einem linearen Spannungs-Dehnungs-Verlauf bis zum Erreichen der Festigkeit gerechnet. Die Mikrorisse wachsen und bilden einen diskreten Riss bei Belastungen nahe der Zugfestigkeit. [27]

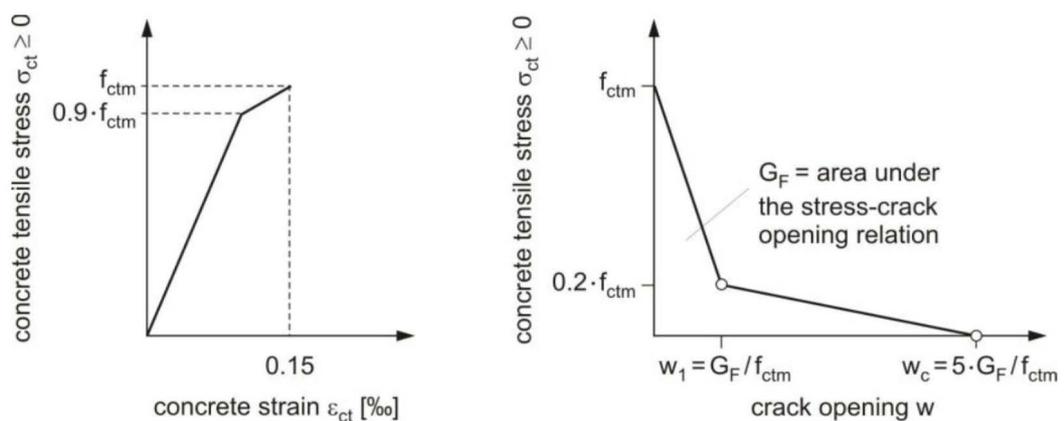


Abbildung 34: Schematische Darstellung der Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Rissöffnungs-Verlaufes bei einer einaxialen Zugbeanspruchung [27]

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} f_{ctm} * \left[1.0 - 0.8 \frac{w}{w_1} \right] & \text{für } w \leq w_1^{[27]} \\ f_{ctm} * \left[0.25 - 0.05 \frac{w}{w_1} \right] & \text{für } w > w_0^{[27]} \end{cases} \quad \text{Gl. 28}$$

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} E_{ci} * \varepsilon_{ct} & \text{für } \sigma_{ct} \leq 0.9 * f_{ctm}^{[27]} \\ f_{ctm} * \left[1 - 0.1 \frac{0.00015 - \varepsilon_{ct}}{0.00015 - 0.9 * \frac{f_{ctm}}{E_{ct}}} \right] & \text{für } 0.9 * f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm}^{[27]} \end{cases} \quad \text{Gl. 29}$$

- w , mm Rissöffnung
- w_1 , mm G_f/f_{ctm} , wenn $\sigma_{ct}=0,2 \cdot f_{ctm}$
- w_c , mm $5 \cdot G_f/f_{ctm}$ wenn $\sigma_{ct}=0$
- G_f , N/mm $=73 \cdot f_{ctm}^{0,18}$ Bruchenergie
- f_{ctm} , MPa $=0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$ mittlere Zugfestigkeit

Der Verlauf der Spannungs- und Schädigungs-Eingabeparameter ist in der Abbildung 35 ersichtlich. Der Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf ist durch eine bilineare Funktion dargestellt. Der Verlauf der Schädigungsfunktion ist in der Abbildung 35 (rechts) dargestellt. Ein Vergleich von den numerischen und Versuchsergebnissen ist in dem Kapitel 5.2.5 dargestellt. Der Input File mit Eingabeparametern ist im Anhang 6 dargestellt.

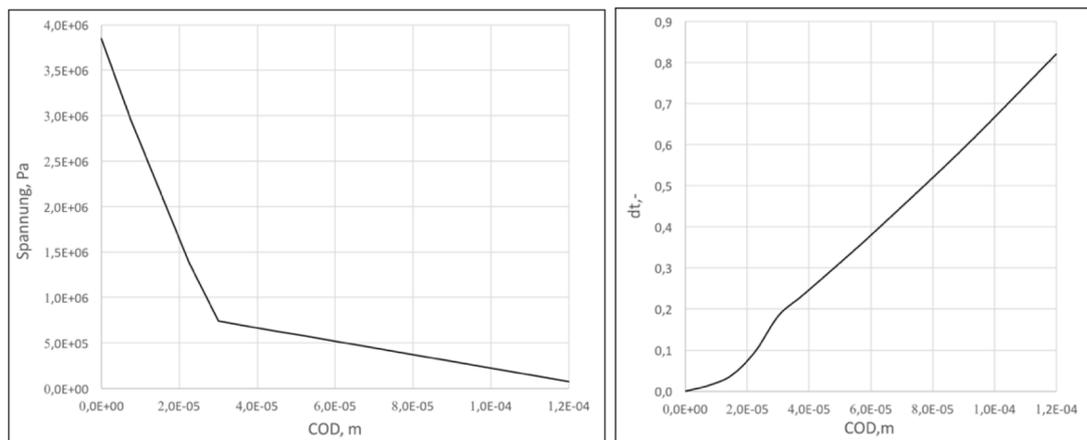


Abbildung 35: *links*: Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter
rechts: Schädigungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter

5 Vergleich der numerischen Ergebnisse

5.1 Einaxialer Druckversuch

Die Gegenüberstellung der numerischen Ergebnisse, experimentellen Resultate und der Eingabeparameter eines einaxialen Druckversuches ist in der Abbildung 36 dargestellt. Im Hinblick auf den Kraft-Verformungsverlauf kann festgestellt werden, dass eine Nachbildung des Betons unter der Druckbelastung erfolgreich war. Die Parameter, wie Elastizitätsmodul, Dehnungen, Bruchspannung wurden direkt aus dem Laborversuch entnommen. Die Elastizität des Betons in der numerischen Berechnung wurde, wie in dem Kapitel 4.2.1 erwähnt, mit einem mittleren E_v von 24 GPa beschrieben. Der einaxiale Druckversuch wird zur Verifizierung der Materialparameter durchgeführt. In der Tabelle 8 sind die Resultate mit den Abweichungen dargestellt. Eine erfolgreiche Nachbildung des linearen Vorbruch- sowie nicht-linearen Nachbruchbereiches ist ersichtlich.

	Bruchkraft, kN
experimentelle Resultate	493,8
numerische Ergebnisse	489,1
Abweichung, %	-0,96

Tabelle 8: Darstellung der Resultate aus den einaxialen Druckversuchen

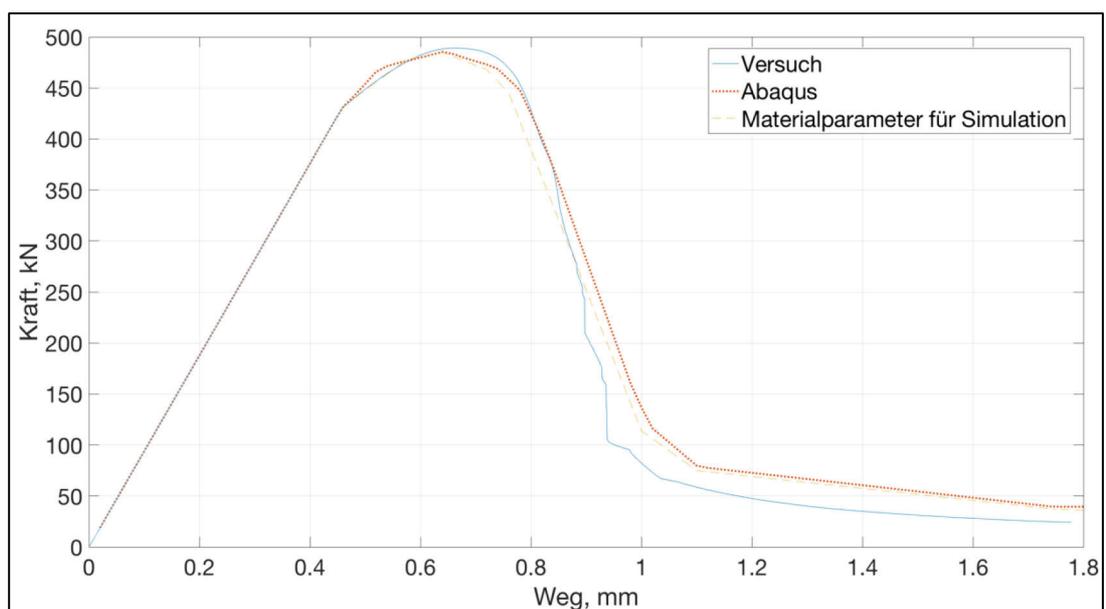


Abbildung 36: Gegenüberstellung der Kraft-Weg Diagramme bei einem einaxialen Druckversuch

5.2 Dreipunktbiegeversuch

In diesem Kapitel sind die Gegenüberstellungen der Resultate aus den Laborversuchen und numerischen Berechnungen, mit Hilfe der Kraft-Rissöffnungs- und Last-Verformungsdiagramme, dargestellt. Um die Auswirkung der Netzfeinheit auf die Ergebnisse zu betrachten, wurde jeder Ansatz mit verschiedenen Netzfeinheiten berechnet und verglichen. Im Allgemeinen stimmen die Ergebnisse der numerischen Simulationen gut mit den Resultaten der durchgeführten Dreipunktbiegeversuchen überein.

5.3 Netzstudie

Im Zuge der numerischen Simulationen wurde auch eine Netzstudie mit verschiedenen Netzfeinheiten zu den verschiedenen Ansätzen durchgeführt. Nachdem mindestens drei aufeinanderfolgende Ergebnisse der numerischen Simulationen miteinander verglichen werden, soll ein asymptotisches Verhalten der Ergebnisse dieser erfolgen. Dabei wird die Streuung der Ergebnisse mit steigender Netzfeinheit geringer. ^[35]

Bei dieser Netzstudie wurden die Netzverfeinerungsschritte mit ca. 2000 Elementen gewählt. Dabei konnte eine unregelmäßige Streuung der Bruchkräfte in einem Bereich von max. 6,50 % beobachtet werden (Abbildung 37). Ein funktioneller Zusammenhang der Bruchkräfte und der Elementanzahl konnte nicht hergeleitet werden (Abbildung 38). Die Streuung der Ergebnisse war bei jedem Ansatz annähernd gleich.

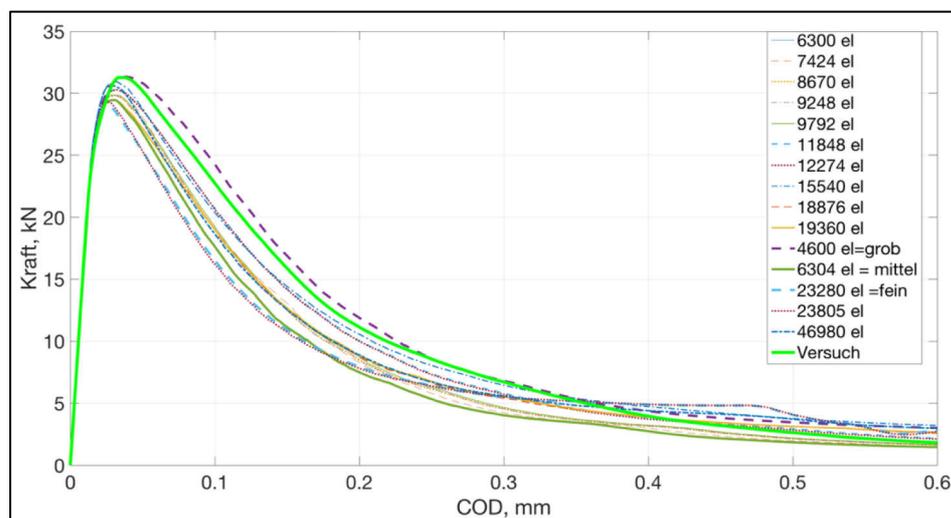


Abbildung 37: Kraft-Rissöffnungs-Verläufe bei verschiedenen Elementanzahlen

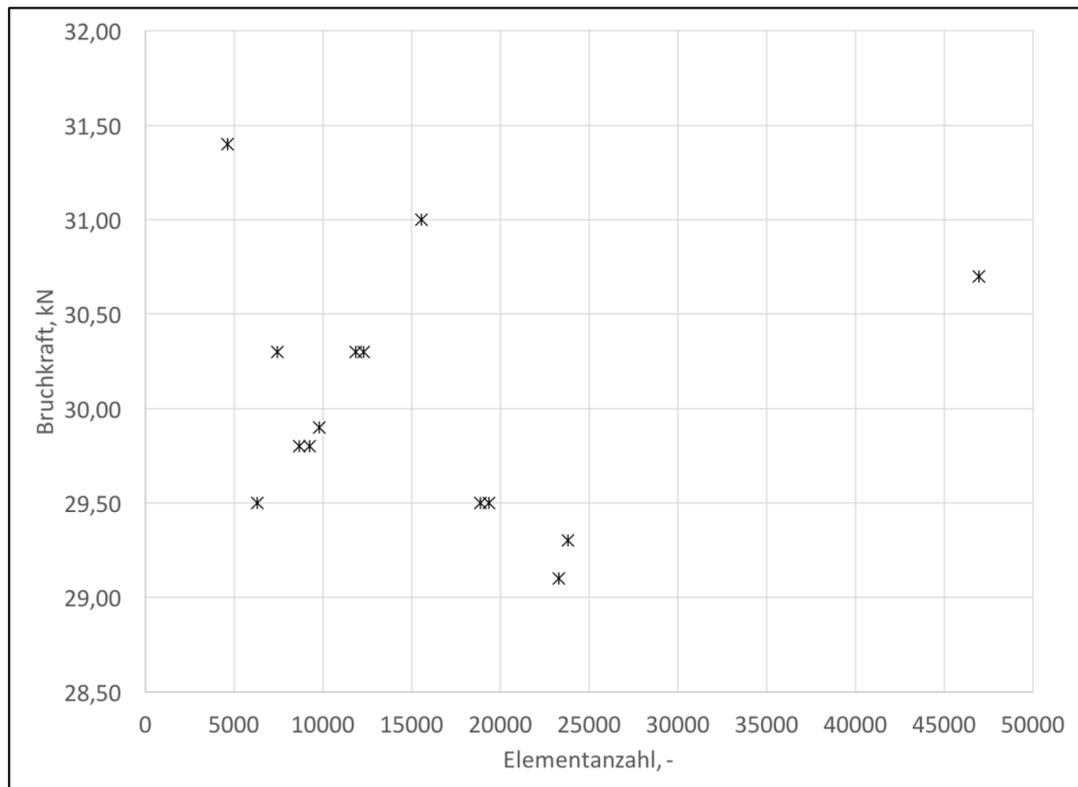


Abbildung 38: Zusammenhang zwischen Bruchkraft und Elementanzahl

5.3.1 Reinhardt – Hordjik

In der Abbildung 39 ist die Auswirkung der verschiedenen Größtkorndurchmesser d_{max} auf die numerischen Ergebnisse dargestellt. Anhand dieser Abbildung ist ersichtlich, dass ein Größtkorndurchmesser von 8 mm für die Nachbildung des Nachbruchbereiches die aussagekräftigsten Ergebnisse liefert, obwohl die Betonbalken für die Laborversuche mit einem Größtkorndurchmesser d_{max} von 22 mm hergestellt wurden. Grund hierfür ist wahrscheinlich, dass sich der hohe Mergelanteil im Zuschlagstoff auf die Betoneigenschaften auswirkt. Dabei kann auch beobachtet werden, dass bei der Verwendung von größeren Größtkorndurchmesser d_{max} die Abweichung der numerischen Ergebnisse von der Versuchskurve zunimmt. Eine geringe Streuung der Bruchkräfte von max. 8,90 % zwischen verschiedenen Netzgrößen ist in der Abbildung 41 ersichtlich, wobei bei Verwendung des groben Netzes die aussagekräftigsten Ergebnisse erzielt wurden. Dabei ist ersichtlich, dass der Nachbruchbereich auch durch verschiedene Netzfeinheiten beeinflusst wird. Ein Kraft-Durchbiegungsdiagramm ist in der Abbildung 40 ersichtlich.

Dabei kann eine Bruchkraft- von 0,10 % und eine Differenz der Brucharbeit von 3,87 % herausgelesen werden. Eine Gegenüberstellung der experimentellen Resultate und numerischen Ergebnisse ist in der Tabelle 9 dargestellt. Allgemein kann festgestellt werden, dass der Ansatz von Reinhardt-Hordjik aussagekräftige Ergebnisse für die Nachbildung vom Nachbruchbereich des verwendeten Betons liefert.

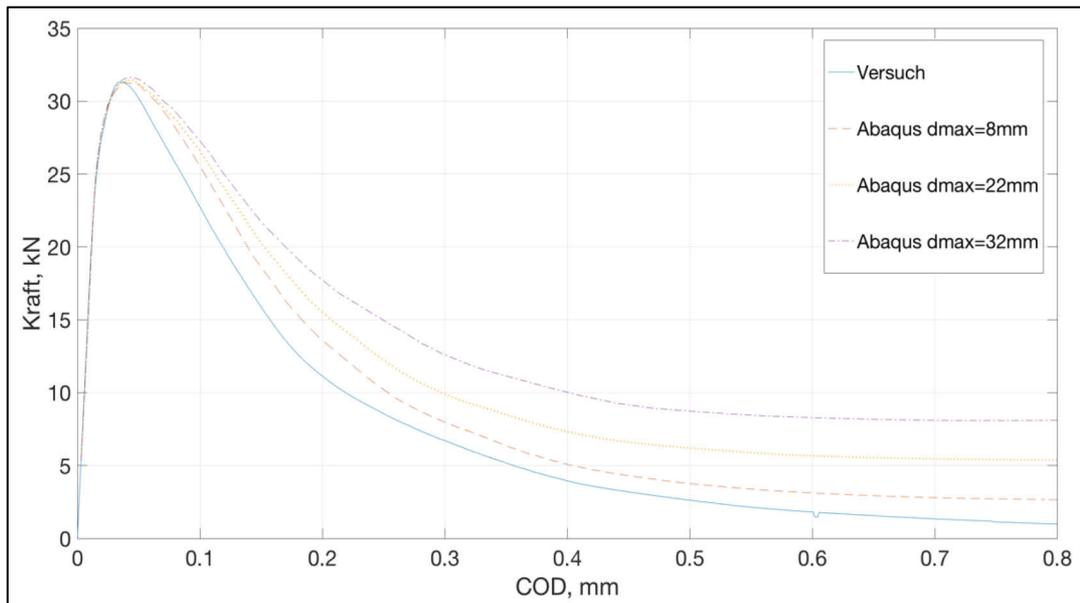


Abbildung 39: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Diagramme mit verschiedenen Größtkorndurchmessern d_{max}

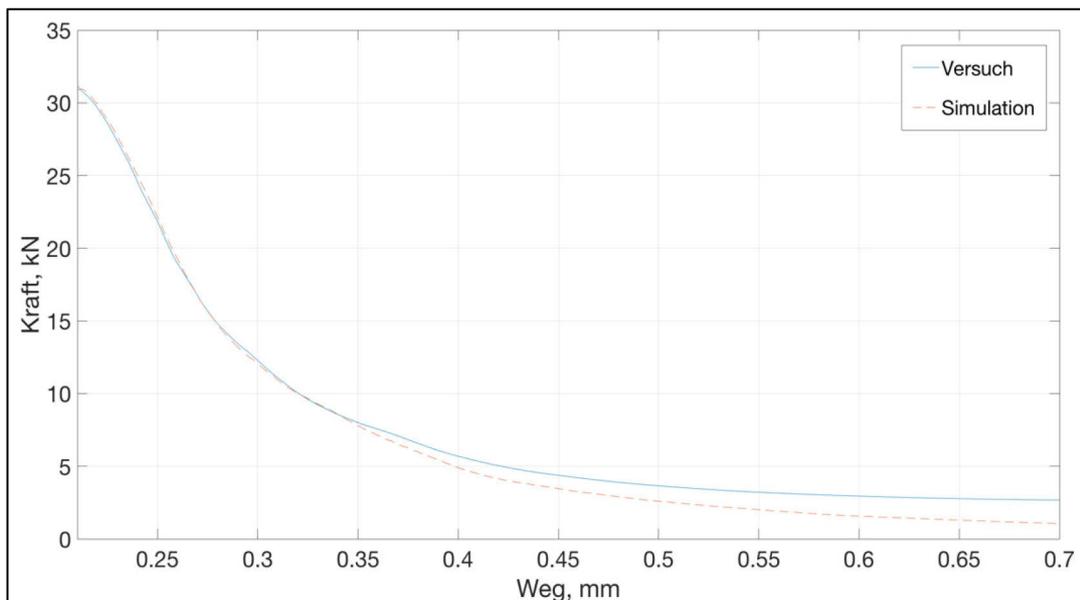


Abbildung 40: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik

	Bruchkraft, kN	Brucharbeit, Nm
experimentelle Resultate	30,93	332,28
numerische Ergebnisse	30,90	319,41
Abweichung, %	-0,10	-3,87

Tabelle 9: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm

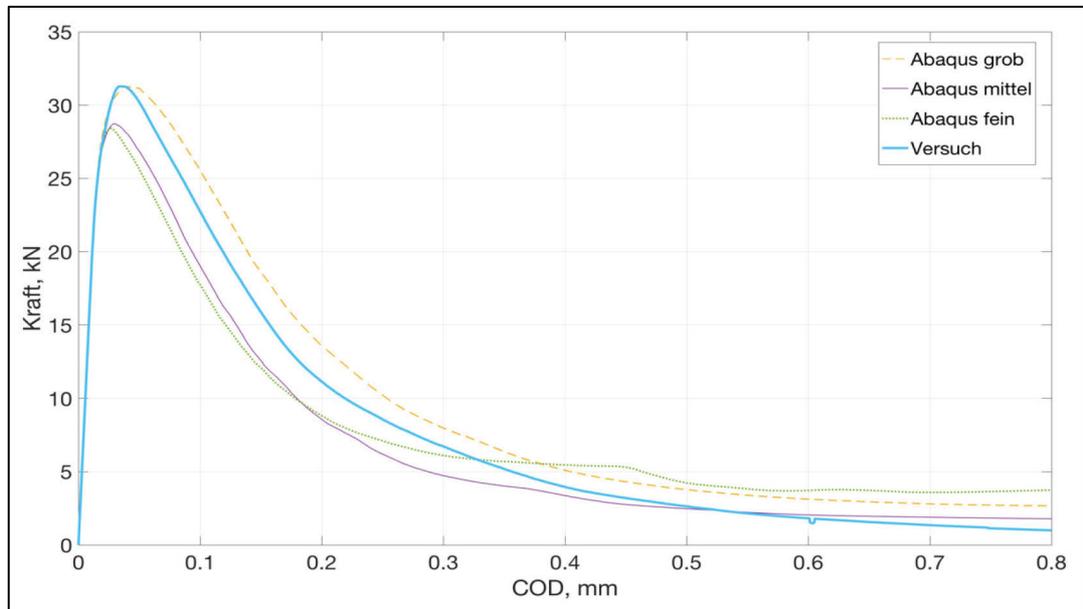


Abbildung 41: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden

5.3.2 Exponentieller Ansatz

Ein Vergleich des Kraft-Rissöffnungs-Verlaufes aus der Numerik und den Versuchen wurde in der Abbildung 42 dargestellt. Dabei wurden die numerischen Ergebnisse mit verschiedenen Netzfeinheiten verglichen, wobei mit einem groben Netz die besten Ergebnisse erzielt werden. Eine Differenz bei der Bruchkraft zwischen dem groben und dem feinen Netz liegt bei etwa 8,70 %. Der Vergleich der Resultate aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm aus der Abbildung 43 ist in der Tabelle 10 dargestellt. Dabei kann eine maximale Abweichung zwischen gerechneten und gemessenen Bruchkräften von 0,10 % und der Brucharbeit von 2,90 % beobachtet werden. Für eine Nachbildung des Betons unter Zugbeanspruchung kann das exponentielle nichtlineare Entfestigungs-Gesetz herangezogen werden.

	Bruchkraft, kN	Brucharbeit, Nm
experimentelle Resultate	30,93	332,28
numerische Ergebnisse	30,90	341,91
Abweichung, %	0,10	2,90

Tabelle 10: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm

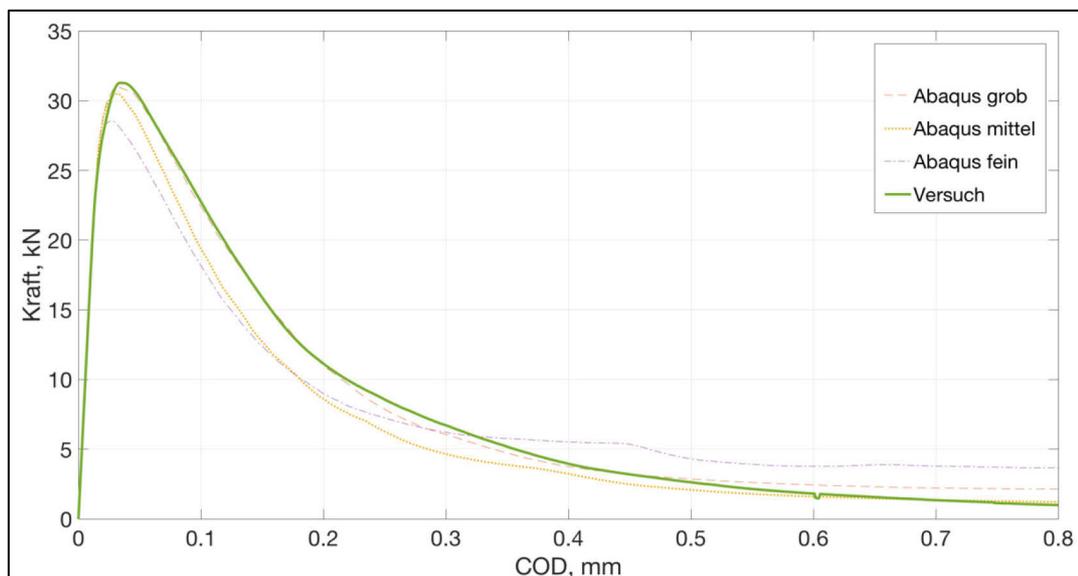


Abbildung 42: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzgeometrien berechnet wurden

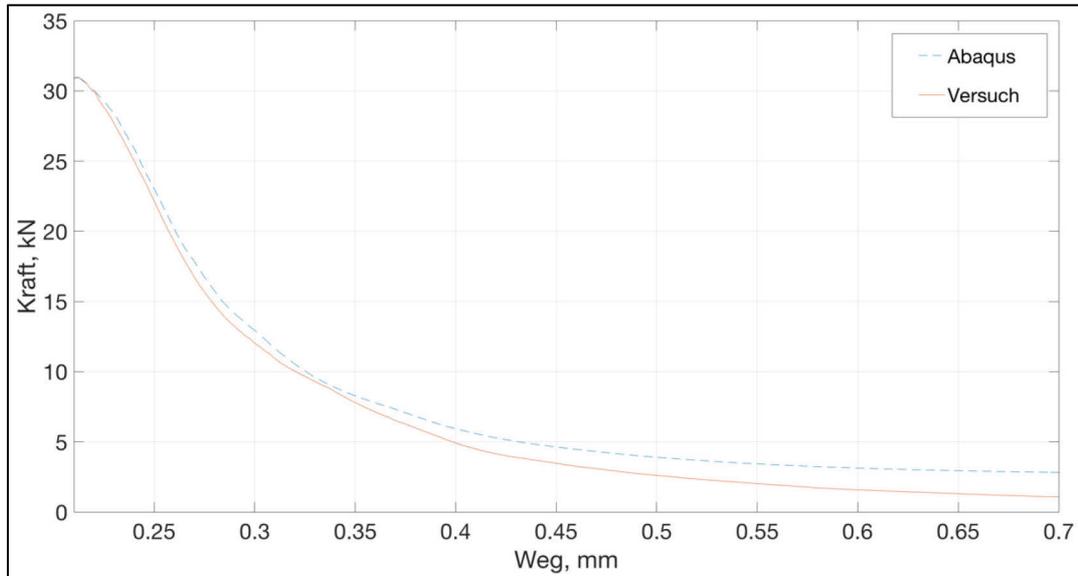


Abbildung 43: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik

5.3.3 Hillerborg

Eine Nachbildung des Kraft-Rissöffnungs-Verlaufes des verwendeten Betons kann mithilfe des Ansatzes von Hillerborg durchgeführt werden (Abbildung 45). Dabei ist eine Streuung der Bruchkräfte von ca. 8,70 % bei verschiedenen Netzfeinheiten ersichtlich. Aufgrund der verschiedenen Netzfeinheiten ist eine Streuung der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe im Nachbruchbereich ersichtlich. Die aussagekräftigsten Ergebnisse sind mit dem groben Netz erzielbar.

In Abbildung 44 ist eine Gegenüberstellung der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich dargestellt. Dabei ist ersichtlich, dass die Ergebnisse aus der Numerik gut mit den Versuchsergebnissen übereinstimmen. Des Weiteren wurden in der Tabelle 11 die Resultate aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm dargestellt und verglichen. Dabei wurden die vernachlässigbaren Differenzen zwischen den numerischen- und Versuchsergebnisse bei der Bruchkraft von 0,30 % und bei der Brucharbeit von 1,70 % erzielt. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Ansatz von Hillerborg für die Nachbildung des Betons aussagekräftige Ergebnisse liefert.

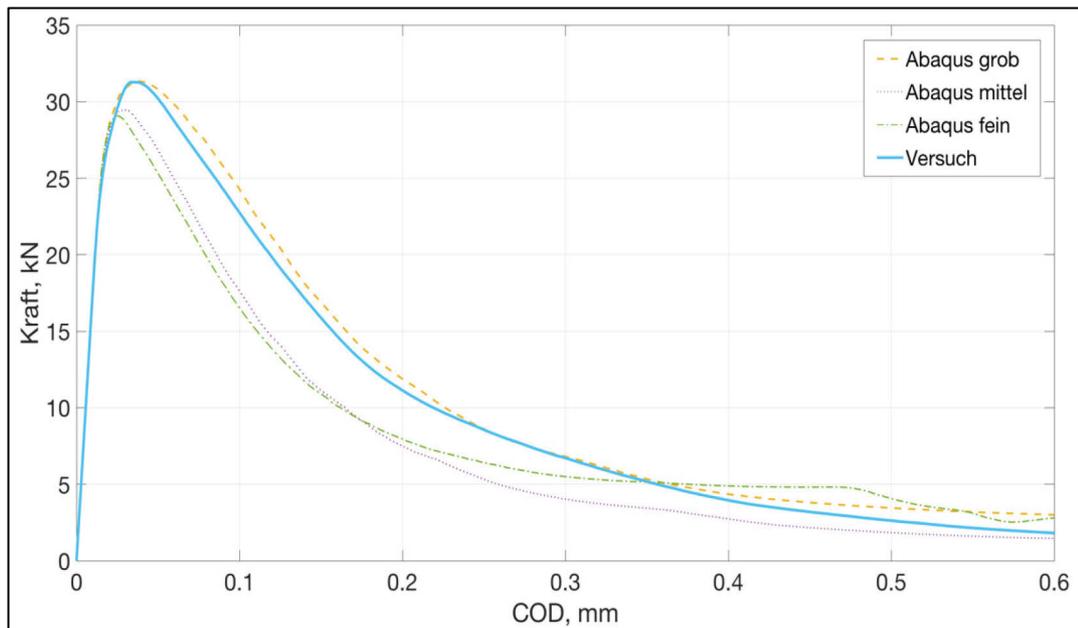


Abbildung 45: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden

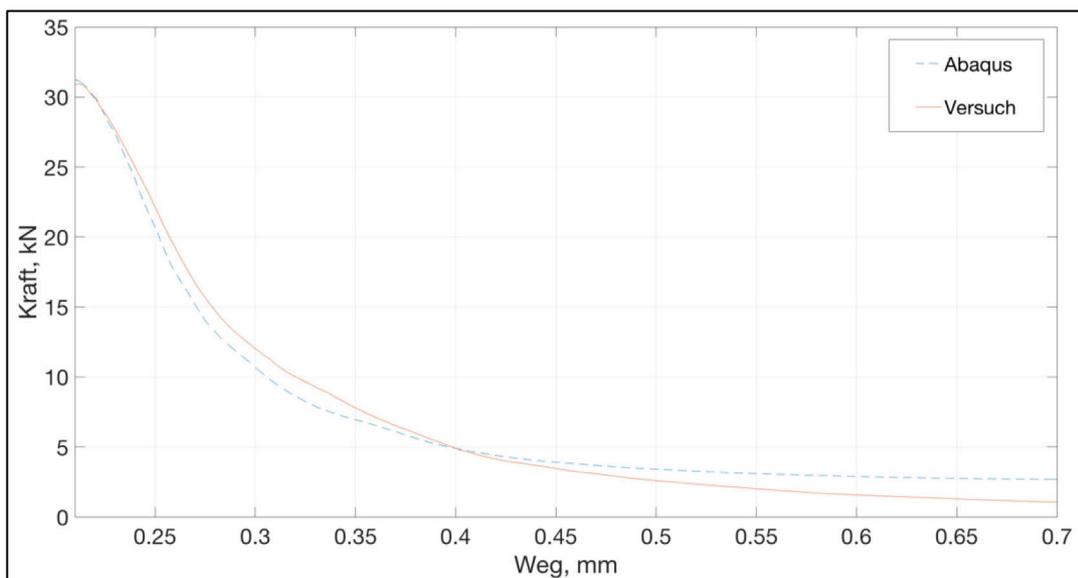


Abbildung 44: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik

	Bruchkraft, kN	Brucharbeit, Nm
experimentelle Resultate	30,93	184,60
numerische Ergebnisse	30,85	181,47
Abweichung, %	0,30	1,70

Tabelle 11: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm

5.3.4 Bilinearer Ansatz

Die Ergebnisse der numerischen Simulation stimmen mit geringen Abweichungen mit den Resultaten der durchgeführten Versuche überein. Trotz eines bilinearen Ansatzes liefert die numerische Simulation vergleichbare Ergebnisse, siehe Abbildung 46. Dabei ist ersichtlich, dass die Netzfeinheit einen Einfluss auf den Kraft-Rissöffnungs-Verlauf im Nachbruchbereich hat. Die aussagekräftigsten Ergebnisse wurden mit dem groben Netz erzielt. Eine Abweichung zwischen dem groben und feinen Netz liegt bei maximal 8,50 %. In der Abbildung 47 ist ein Kraft-Durchbiegungsdiagramm dargestellt. Anhand dieser kann eine minimale Abweichung zwischen den numerischen- und Versuchsergebnissen beobachtet werden. Dabei sind die Resultate aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm in der Tabelle 12 dargestellt. Im Allgemeinen können mit diesem Ansatz sehr gute Ergebnisse erzielt werden.

	Bruchkraft, kN	Brucharbeit, Nm
experimentelle Resultate	30,93	332,28
numerische Ergebnisse	30,93	348,17
Abweichung, %	0,00	4,78

Tabelle 12: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft- Durchbiegungsdiagramm

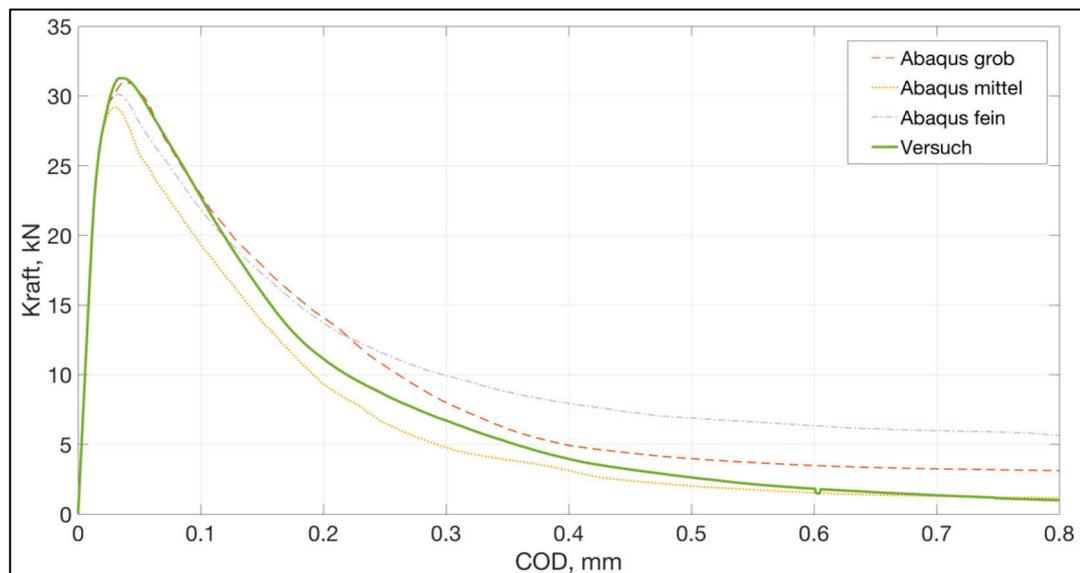


Abbildung 46: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden

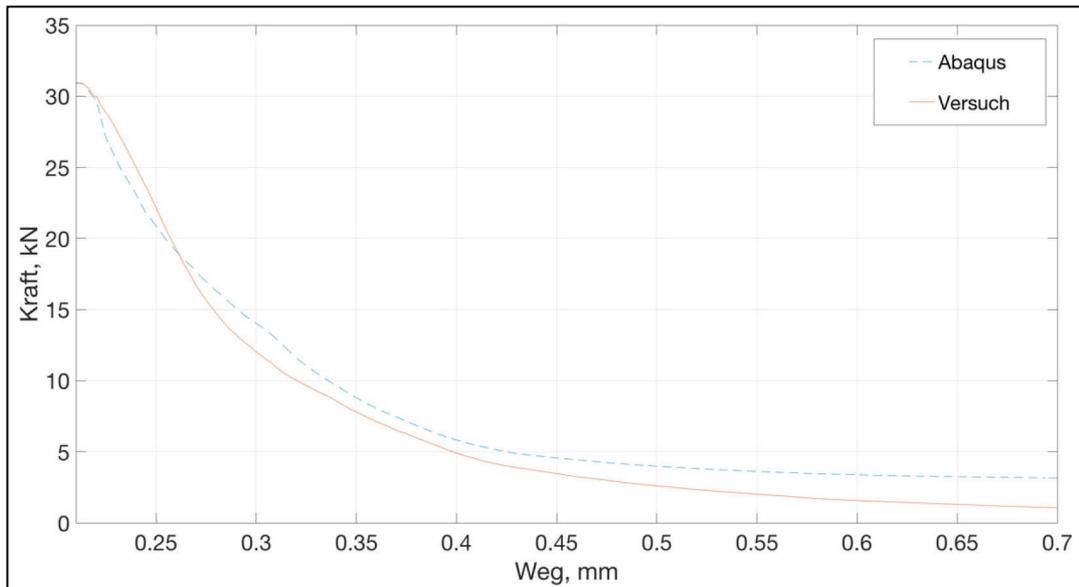


Abbildung 47: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik

5.3.5 ModelCode2010

Mit dem Ansatz nach ModelCode2010 konnten auch aussagekräftige Ergebnisse erzielt werden. In der Abbildung 48 wurde ein Kraft-Rissöffnungs-Verlauf dargestellt. Anhand dieser Abbildung ist eine erfolgreiche Nachbildung des Betons ersichtlich. Der Vorbruchbereich konnte zur Gänze mit der Versuchskurve verglichen werden, jedoch sind im Nachbruchbereich geringe Abweichungen ersichtlich (Abbildung 48). Dabei wurden vergleichbaren Ergebnisse mit einem groben Netz erzielt. In der Tabelle 13 sind die Abweichungen zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen dargestellt. Die Kraft-Durchbiegungs-Verläufe der Ergebnisse aus der Numerik und Laborversuchen sind in der Abbildung 49 ersichtlich. Im Allgemeinen kann dieser Ansatz zur Nachbildung des Betons verwendet werden, wobei im Gegensatz zu anderen Ansätzen größere Abweichungen zu erwarten sind.

	Bruchkraft, kN	Brucharbeit, Nm
experimentelle Resultate	30,93	332,28
numerische Ergebnisse	31,43	367,87
Abweichung, %	1,59	10,71

Tabelle 13: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft- Durchbiegungsdiagramm

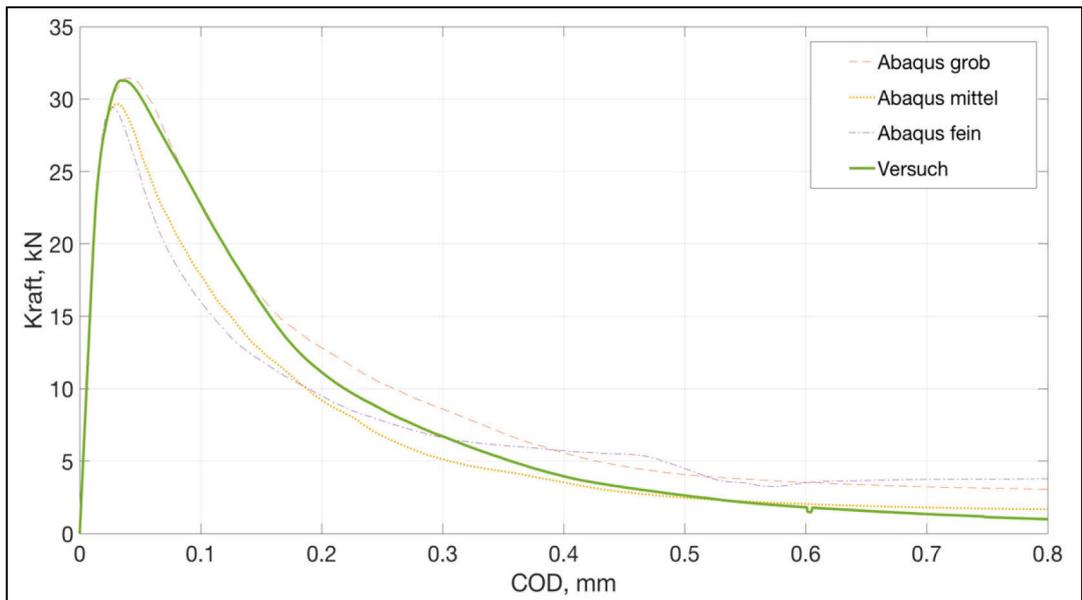


Abbildung 48: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden

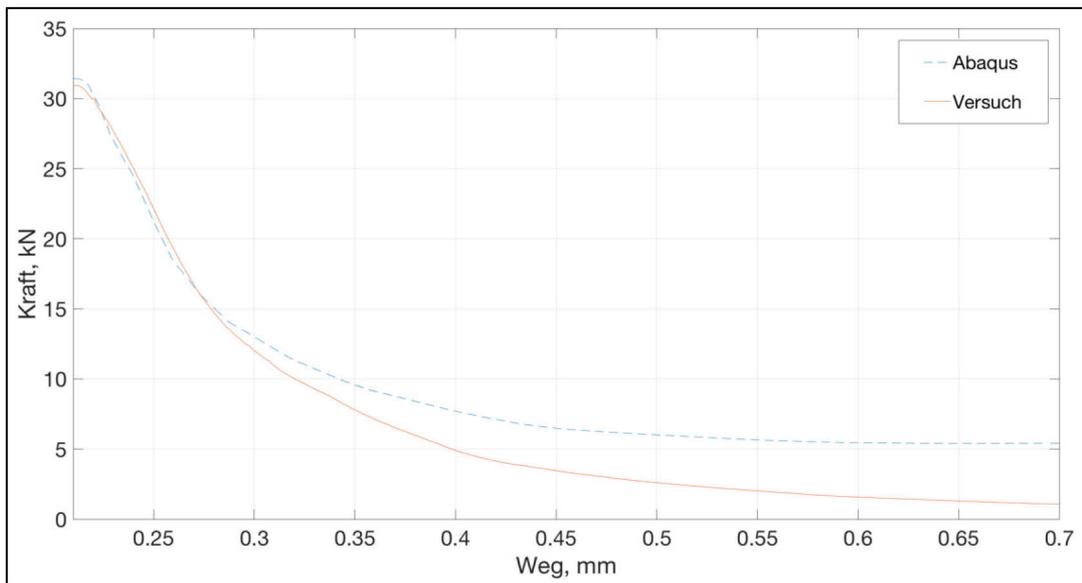


Abbildung 49: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik

5.3.6 Linear

Bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den Kraft-Durchbiegungs- bzw. Kraft-Rissöffnungs-Verläufen kann die Eignung des linearen Ansatzes für die Nachbildung des Betons bestimmt werden. In der Abbildung 50 sind die Kraft-Rissöffnungs-Verläufe aus der Numerik und den Laborversuchen dargestellt. Anhand dieser Abbildung ist ersichtlich, dass die numerische Simulation eine Abweichung von der Versuchskurve aufweist. In der Abbildung 51 sind die Kraft-Durchbiegungs-Verläufe der numerischen und Versuchsergebnissen dargestellt. Hier ist auch eine Abweichung bei der Bruchkraft von 9,85 % sowie der Brucharbeit von 4,77 % ersichtlich (Tabelle 14). Die Schlussfolgerung daraus ist, dass das lineare Ansatz die Ergebnisse mit den größten Abweichungen aufweist.

	Bruchkraft, kN	Brucharbeit, Nm
experimentelle Resultate	30,93	332,28
numerische Ergebnisse	34,31	348,12
Abweichung, %	9,85	4,77

Tabelle 14: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm

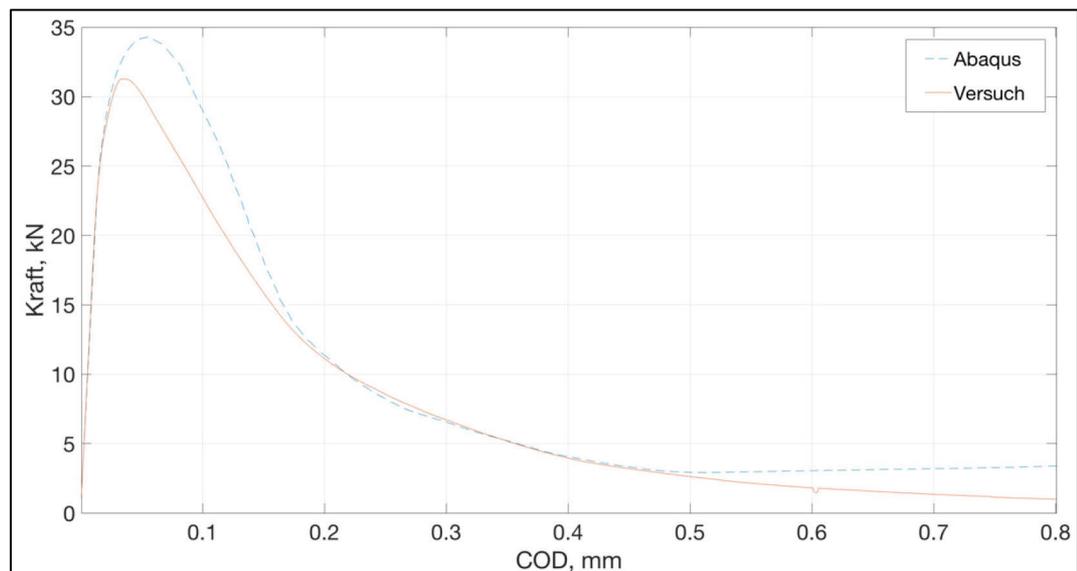


Abbildung 50: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden

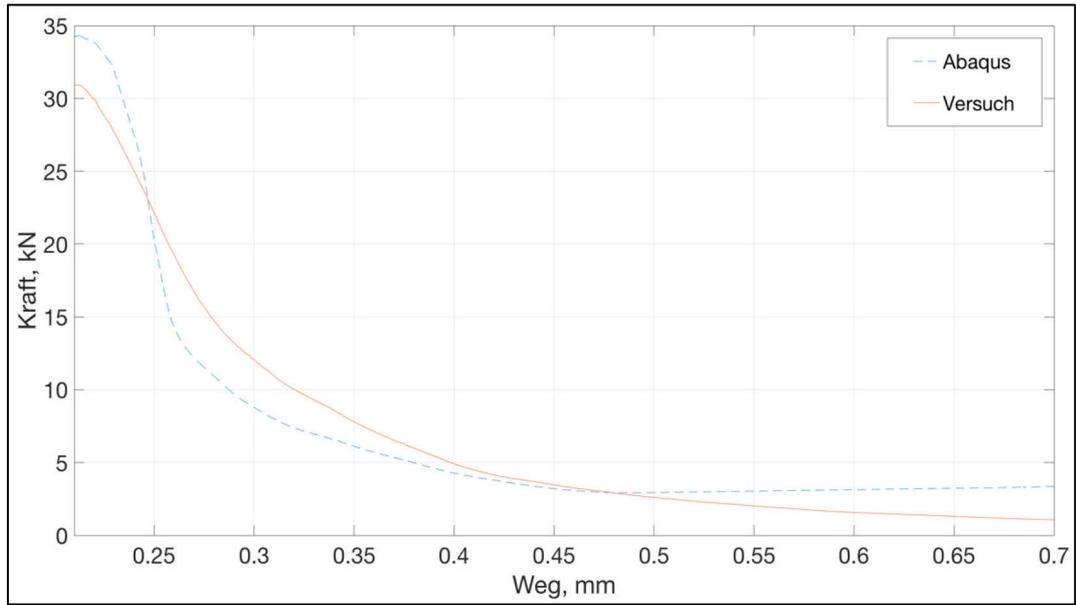


Abbildung 51: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik

6 Resümee

Mit dieser Arbeit soll ein Beitrag in der Numerik, speziell bei der Nachbildung von nichtlinearen Materialverhalten, geleistet werden. Eine möglichst realitätsnahe Nachbildung des Festbetons war hierfür zielführend. Im Zuge der experimentellen Laborversuche wurden die bestehenden Versuchseinrichtungen mit einer zusätzlichen Messeinrichtung ausgestattet, um die vertikalen und horizontalen Verformungen sowie die Brucharbeit im Nachbruchbereich des Betons zu erfassen. Aus den einaxialen Druckversuchen und den Dreipunktbiegeversuchen wurden die Materialparameter, wie das E-Modul bzw. Verformungsmodul sowie die Bruchspannung entnommen. In weiterer Folge wurden diese Versuchsergebnisse als Basis für die Verifizierung der Eingabeparameter für das Concrete Damaged Plasticity (CDP) Materialgesetz herangezogen.

Für die numerischen Berechnungen wurde das Finite-Elemente Programm ABAQUS v6.13 der Firma Dassault Systemès mit dem implementierten CDP Materialmodell verwendet (Kapitel 4). Das Concrete Damaged Plasticity gilt als eines der hochqualitativen Materialgesetze, um das elasto-plastische Materialverhalten der spröden und quasi-spröden Materialien nachzubilden. Um das Nachbruchverhalten des Betons relevant nachzubilden, war es notwendig, eine umfangreiche Parameterstudie mit verschiedenen Ansätzen, durchzuführen. Anhand der verglichenen Resultate wird deutlich, dass die Ansätze, wie Hillerborg, Reinhardt-Hordjik und das exponentielle nichtlineare Rissöffnungs-Gesetz, Model Code 2010 und bilinearer Ansatz aussagekräftige Ergebnisse liefern. Zusätzlich wurde der Einfluss der verschiedenen Netzfeinheiten auf die numerischen Ergebnisse untersucht. Das lineare Rissöffnungs-Gesetz lieferte aufgrund seiner Formulierung nicht zufriedenstellende Ergebnisse. Für den direkten Druckversuch sind die Abweichungen zwischen den experimentellen Resultaten und numerischen Ergebnissen, im Hinblick auf den Vorbruch- und den Nachbruchbereich vernachlässigbar (Kapitel 5.1).

Für diese Arbeit wurde nur eine Betonsorte mit begrenzter Stückzahl untersucht. Um eine repräsentative Anwendung dieser Ansätze für geringere Betongüten sowie UHPC zu erhalten, müsste eine Studie in größerem Ausmaß durchgeführt werden. Schlussendlich kann diese Arbeit als Grundlage für numerische Nachbildung anderer nichtlinearer Materialien dienen.

7 Literaturverzeichnis

- [1] ÖNORM EN 12390-3:2001, Prüfung vom Festbeton Teil 5: Druckfestigkeit vom Probekörpern, Ausgabe 2002-05-01

- [2] Kohl Matthias: Tragverhalten von Stahlbetontragwerken ohne Querkraftbewehrung unter Ermüdungsbeanspruchungen, Dissertation 2014, Seite 137

- [3] Comité Euro-International du Béton (CEB) - Fédération Internationale de la Précontrainte (FIP) Model Code 1990, 1993: Design of Concrete Structures. Thomas Telford, London

- [4] Herb D. Kueres, A. Stark, M. Herbrand, M. Classen.: Numerische Abbildung von Beton mit einem plastischen Schädigungsmodell - Grundlegende Untersuchungen zu Normalbeton und UHPC, Seite (252-255), Bauingenieur, Band 90, Juni 2015

- [5] ITAtech Guidance For Precast Fibre Reinforced Concrete Segments – Vol. 1: Design Aspects; ITAtech Report N°7/ April 2016

- [6] ÖNORM EN 12390-5:2000, Prüfung vom Festbeton Teil 5: Biegezugfestigkeit vom Probekörpern, Ausgabe 2001-05-01, Seite 6

- [7] Hillerborg, A., Summary of a series of lectures 1988, APPLICATION OF FRACTURE MECHANICS TO CONCRETE, Report TVBM-3030, ISBN 0348-7911, Land Sweden 1988

- [8] https://www.hbm.com/de/2514/dd1-dehnungsaufnehmer-auf-dms-basis/_09.12.2016

- [9] Herb D. Kueres, A. Stark, M. Herbrand, M. Classen .: Numerische Simulation von balken- und plattenförmigen Bauteilen aus Stahlbeton und UHPC mit einem plastischen Schädigungsmodell, Seite (46-50), Bauingenieur, Band 91, Februar 2016

- [10] Herb D. Kueres, A. Stark, M. Herbrand, M. Classen .: Numerische Abbildung von Beton mit einem plastischen Schädigungsmodell – Grundlegende Untersuchungen zu Normalbeton und UHPC, Seite (252-255), Bauingenieur, Band 90, Juni 2015

- [11] Meinhard Kuna.: Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen, Finite Elemente in der Bruchmechanik, 2.Auflage (Seite 25 - 27), Vieweg + Teubinger Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2010

- [12] Lubliner, J.: A plastic-damage model for concrete In: International Journal of Solids and Structures Vol. 25 (1989), Iss. 3, pp 299-326.
- [13] Lee, J; Fenves G.: Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures In: Journal of Engineering Mechanics Vol. 124 (1998), Iss. 8, pp. 892-900
- [14] Dassault Systemes, 2013.: Abaqus 6.13 Online Documentation, Build ID: 2013_03_28.00.17 43263, Generated: Tue April 2, 2013
- [15] Kohl, M., 2010: Zur Tragfähigkeit von Stahlbeton-Fahrbahnplatten ohne Querkraftbewehrung. Dissertation, TU Hamburg-Harburg
- [16] Hillerborg, A., 1983: Analysis of a Single Crack. Fracture Mechanics of Concrete, edited by F.H. Wittmann, Elsevier, Amsterdam, pp. 223–249
- [17] Latte, S.: Zur Tragfähigkeit von Stahlbeton- Fahrbetonplatten ohne Querkraftbewehrung, Dissertation, Hamburg, 2010
- [18] Mark, P., 2006: Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger. Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau an der Ruhr-Universität Bochum (Habilitationsschrift), Heft 2006-3, Shaker Verlag, Aachen
- [19] Leonhardt, F., Mönning, E., 1982: Vorlesungen über Massivbau, erster Teil, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg; 2. Auflage
- [20] Sinha, B.P., Gerstle, K.H., Tulin, L.G., 1964: Stress-strain relations for concrete under cyclic loading. ACI Journal, Proceedings, Vol. 61, No. 2, pp. 195–211
- [21] Reinhardt, H.–W., Cornelissen, H.A.W., 1984: Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. Cement and Concrete Research Vol. 14, issue 2, pp. 263–270
- [22] Stoxreiter, T.: Durchführung und numerische Simulation des Keilspalttests an Gesteinsproben, Masterarbeit, Leoben, August 2015, Seite 23
- [23] <https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=587d09e55b4952b76c2fab3&assetKey=AS%3A451215394906113%401484589541194>. Stand: 28.04.2017
- [24] Shilang Xu .: Determination of parameters in the bilinear, Reinhardt's nonlinear and exponentially nonlinear softening curves and their physical meanings, pp. 417 – 418, Institute of Construction Materials, University of Stuttgart

- [25] Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Ausgabe 2005-11-01
- [26] Trunk, G.: Einfluss der Bauteilgröße auf die Bruchenergie von beton [Dissertation]. Zürich, ETH Zürich, 1999.
- [27] fib bulletin 55, Model Code 2010: First complete draft, Volume 1, March 2010, Site 111-113
- [28] Reinhardt, H.W., Corneissen, H.A.W. and Hordjik , D.A (1986) Tensile tests and failure analysis of concrete. Journal of Structural Engineering , 112(11), 2462-2477
- [29] Petersson, P.-E. (1981), Crack growth development of fracture zones in plain concrete and similar materials. Division of Building Materials , Lund Institute of Technology, Report TVBM-1006
- [30] ÖNORM EN 12390-1: Prüfung von Festbeton – Teil 1: Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen, Ausgabe 2001-05-01
- [31] ÖNORM EN 12390-5: Prüfung von Festbeton – Teil 5: Biegezugfestigkeit von Probekörpern, Ausgabe 2001-05-01
- [32] RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete, Material and Structures/Materiaux et Constructions, Vol. 33, January-February 2000
- [33] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion . Berlin, Beuth Verlag, 2008-08
- [34] Pfyl, T.: Tragverhalten von Stahlfaserbeton, IBK Bericht Nr. 279, Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, Februar 2003
- [35] <https://www.comsol.com/multiphysics/mesh-refinement>
Stand:16.05.2017
- [36] Shi Z.: Crack Analysis in Structural Concrete Theory and Applications, Elsevier Ltd., 2009

8 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Aufbau eines einaxialen Druckversuches	2
Abbildung 2: Laststufen beim einaxialen Druckversuch.....	3
Abbildung 3: Einaxialer Druckversuch inkl. zusätzlicher Messeinrichtung ...	4
Abbildung 4: Wegaufnehmer DD1 von der Firma HBM ^[8]	5
Abbildung 5: Betonprobe V3 nach dem einaxialen Druckversuch	6
Abbildung 6: Kraft-Verformungsdiagramm, V1-V6, gemessen mit integrierter Zylinderwegmessung (MTS).....	7
Abbildung 7: Kraft-Verformungsdiagramm, V1-V6 inkl. Mittelwertkurve, gemessen mit zusätzlicher Messeinrichtung	7
Abbildung 8: Aufbau der verwendeten Versuchseinrichtung inkl. zusätzlicher Messeinrichtung	12
Abbildung 9: Rissausbildung nach dem Dreipunktbiegeversuch V2.....	13
Abbildung 10: graphische Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse aus den Dreipunktbiegeversuchen	14
Abbildung 11: Kraft-Durchbiegungsdiagramm aus den Dreipunktbiegeversuchen	15
Abbildung 12: Kraft-Rissöffnungs-Verlauf aus den Dreipunktbiegeversuchen	16
Abbildung 13: Brucharbeit	16
Abbildung 14: Kraft-Durchbiegungsdiagramm eines Dreipunktbiegeversuches, DD1 vs. MTS.....	17
Abbildung 15: Rissöffnungsarten ^[11]	19
Abbildung 16: Bruchprozesszone nach Hillerborg ^[16]	20
Abbildung 17: Arbeitslinie des Betons inklusive Schädigung im Zug- und Druckbereich ^[14]	22
Abbildung 18: Zugschädigung im Concrete Damaged Plasticity Materialmodell ^[17]	23
Abbildung 19: Fließfläche in der Deviatorebene, abhängig von K_c ^[14]	24
Abbildung 20: Anwendungsbereiche der Impliziten bzw. Expliziten Methode [23].....	25

Abbildung 21: a) Grundlage für die Berechnung des numerischen E-Moduls [14] b) FE-Modell für den einaxialen Druckversuch	26
Abbildung 22: Spannungsverteilung aus einem numerischen einaxialen Druckversuch.....	27
Abbildung 23: Äquivalente plastische Dehnungen aus einem einaxialen Druckversuch.....	27
Abbildung 24: FE-Halbmodell eines Dreipunktbiegeversuchs	29
Abbildung 25: Spannungsverteilung bei einem FE-Halbmodell	30
Abbildung 26: Äquivalente plastische Dehnungen im Zugbereich bei einem FE-Halbmodell.....	30
Abbildung 27: Gegenüberstellung der verwendeten Ansätze für den Nachbruchbereich auf Zugspannung.....	32
Abbildung 28: <i>links</i> : Gegenüberstellung der Spannungs-Rissöffnungs- Verlauf der Eingabeparameter mit verschiedenen Größtkorndurchmessern d_{max}	34
Abbildung 29: Abhängigkeit der Variablen c_1 und c_2 vom Größtkorndurchmesser.....	34
Abbildung 30: <i>links</i> : Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter	36
Abbildung 31: <i>links</i> : Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter	38
Abbildung 32: bilinearer Ansatz [24]	39
Abbildung 33: <i>links</i> : Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter	40
Abbildung 34: Schematische Darstellung der Spannungs-Dehnungs- und Spannung-Rissöffnungs-Verlaufes bei einer einaxialen Zugbeanspruchung [27].....	41
Abbildung 35: <i>links</i> : Spannungs-Rissöffnungs-Verlauf der Eingabeparameter	42
Abbildung 36: Gegenüberstellung der Kraft-Weg Diagramme bei einem einaxialen Druckversuch.....	43
Abbildung 37: Kraft-Rissöffnungs-Verläufe bei verschiedenen Elementanzahlen.....	44
Abbildung 38: Zusammenhang zwischen Bruchkraft und Elementanzahl .	45

Abbildung 39: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Diagramme mit verschiedenen Größtkorndurchmessern d_{max}	46
Abbildung 40: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik	46
Abbildung 41: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden.....	47
Abbildung 42: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzgeometrien berechnet wurden	48
Abbildung 43: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik	49
Abbildung 44: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik	50
Abbildung 45: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden.....	50
Abbildung 46: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden.....	51
Abbildung 47: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik	52
Abbildung 48: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden.....	53
Abbildung 49: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik	53
Abbildung 50: Vergleich der Kraft-Rissöffnungs-Verläufe die durch verschiedene Netzfeinheiten berechnet wurden.....	54
Abbildung 51: Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme im Nachbruchbereich gemessen mit DD1, Versuch vs. Numerik	55

9 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Probeneigenschaften, B1 bis B6.....	3
Tabelle 2: Daten des Wegaufnehmers (DD1) ^[8]	5
Tabelle 3: Versuchsergebnisse aus dem einaxialen Druckversuch.....	7
Tabelle 4: Darstellung der E-Moduln aus den einaxialen Druckversuchen..	8
Tabelle 5: Zusammenfassung der Versuchsergebnisse aus den Dreipunktbiegeversuchen	14
Tabelle 6: Elementanzahl der einzelnen Modelle	29
Tabelle 7: mittlere Zugfestigkeiten, je nach Ansatz	32
Tabelle 8: Darstellung der Resultate aus den einaxialen Druckversuchen	43
Tabelle 9: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm.....	47
Tabelle 10: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm.....	48
Tabelle 11: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm.....	50
Tabelle 12: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm.....	51
Tabelle 13: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm.....	52
Tabelle 14: Darstellung der Ergebnisse aus dem Kraft-Durchbiegungsdiagramm.....	54

10 Anhang

Anhang 1 (Einaxialer Drukversuch)

*Concrete Compression Hardening

5.5e+07, 0.
5.7e+07, 6.21e-05
6e+07, 1.32e-04
6.2e+07, 0.000628
6e+07, 0.00119
5.7e+07, 0.00154
5e+07, 0.00206
2e+07, 0.00409
1.5e+07, 0.00447
1e+07, 0.00511
5e+06, 0.00855
1e+06, 1.

*Concrete Tension Stiffening

5.51e+06, 0.
5.94e+06, 2e-05
5.61e+06, 6e-05
3.39e+06, 0.0002
1.7e+06, 0.00032
850000., 0.00045
420000., 0.0006
210000., 0.0009
170000., 1.

*Concrete Compression Damage

0., 0.
0., 6.21e-05
0., 1.32e-04
0., 0.000628
0.016, 0.00119
0.0656, 0.00154
0.18, 0.00206
0.672, 0.00409
0.754, 0.00447
0.836, 0.00511
0.918, 0.00855
0.984, 1.

*Concrete Tension Damage

0., 0.
0., 2e-05
0.071, 6e-05
0.429, 0.0002
0.714, 0.00032
0.857, 0.00045
0.929, 0.0006
0.964, 0.0009
0.971, 1.

Anhang 2 (Reinhardt-Hordjik)

** MATERIALS

**

*Material, name=Beton

*Density

2400.,

*Elastic

2.8e+10, 0.2

*Concrete Damaged Plasticity

38., 0.1, 1.16, 0.67, 0.

*Concrete Compression Hardening

6e+07,0.

*Concrete Tension Stiffening, type=DISPLACEMENT

3.90E+06, 0.0000000

2.91E+06, 0.0000075

2.17E+06, 0.0000150

1.62E+06, 0.0000225

1.21E+06, 0.0000300

9.03E+05, 0.0000375

6.77E+05, 0.0000450

5.08E+05, 0.0000525

3.82E+05, 0.0000600

1.25E+05, 0.0000900

4.13E+04, 0.0001200

*Concrete Tension Damage, type=DISPLACEMENT

0.00, 0.0000000

0.03, 0.0000075

0.07, 0.0000150

0.12, 0.0000225

0.20, 0.0000300

0.29, 0.0000375

0.39, 0.0000450

0.49, 0.0000525

0.58, 0.0000600

0.80, 0.0000900

0.87, 0.0001200

**

Anhang 3 (exponentieller Ansatz)

** MATERIALS

**

*Material, name=Beton

*Density

2400.,

*Elastic

2.8e+10, 0.2

*Concrete Damaged Plasticity

38., 0.1, 1.16, 0.67, 0.

*Concrete Compression Hardening

6e+07,0.

*Concrete Tension Stiffening, type=DISPLACEMENT

3.80E+06, 0.0000000

2.86E+06, 0.0000075

2.15E+06, 0.0000150

1.62E+06, 0.0000225

1.22E+06, 0.0000300

9.17E+05, 0.0000375

6.90E+05, 0.0000450

5.19E+05, 0.0000525

3.91E+05, 0.0000600

1.25E+05, 0.0000900

4.01E+04, 0.0001200

***Concrete Tension Damage, type=DISPLACEMENT

**0.00, 0.0000000

**0.02, 0.0000075

**0.05, 0.0000150

**0.09, 0.0000225

**0.16, 0.0000300

**0.24, 0.0000375

**0.33, 0.0000450

**0.43, 0.0000525

**0.53, 0.0000600

**0.79, 0.0000900

**0.87, 0.0001200

**

Anhang 4 (Hillerborg)

** MATERIALS

**

*Material, name=Beton

*Density

2400.,

*Elastic

2.8e+10, 0.2

*Concrete Damaged Plasticity

38., 0.1, 1.16, 0.67, 0.

*Concrete Compression Hardening

6e+07,0.

*Concrete Tension Stiffening, type=DISPLACEMENT

4.0E+06, 0.0000000

2.87E+06, 0.0000075

2.05E+06, 0.0000150

1.47E+06, 0.0000225

1.05E+06, 0.0000300

7.56E+05, 0.0000375

5.41E+05, 0.0000450

3.88E+05, 0.0000525

2.78E+05, 0.0000600

7.33E+04, 0.0000900

1.93E+04, 0.0001200

***Concrete Tension Damage, type=DISPLACEMENT

**0.00, 0.0000000

**0.01, 0.0000075

**0.04, 0.0000150

**0.08, 0.0000225

**0.14, 0.0000300

**0.21, 0.0000375

**0.31, 0.0000450

**0.41, 0.0000525

**0.52, 0.0000600

**0.80, 0.0000900

**0.88, 0.0001200

**

Anhang 5 (bilinearer Ansatz)

```
**  
*Material, name=Beton  
*Density  
2400.,  
*Elastic  
2.8e+10, 0.2  
*Concrete Damaged Plasticity  
38., 0.1, 1.16, 0.67, 0.  
*Concrete Compression Hardening  
6e+07,0.  
*Concrete Tension Stiffening, type=DISPLACEMENT  
3.80E+06, 0.0000000  
1.26E+06, 0.0000211  
0.0, 0.0000947  
***Concrete Tension Damage, type=DISPLACEMENT  
**0.00, 0.0000000  
**0.35, 0.0000150  
**0.89, 0.0000221  
**
```

Anhang 6 (Model Code 2010)

```
** MATERIALS
**
*Material, name=Beton
*Density
2400.,
*Elastic
2.8e+10, 0.2
*Concrete Damaged Plasticity
38., 0.1, 1.16, 0.67, 0.
*Concrete Compression Hardening
6e+07,0.
*Concrete Tension Stiffening, type=DISPLACEMENT
3.85E+06, 0.0000000
2.96E+06, 0.0000075
2.07E+06, 0.0000150
1.18E+06, 0.0000225
7.40E+05, 0.0000300
6.85E+05, 0.0000375
6.29E+05, 0.0000450
5.73E+05, 0.0000525
5.18E+05, 0.0000600
2.95E+05, 0.0000900
7.32E+04, 0.0001200
*Concrete Tension Damage, type=DISPLACEMENT
0.00, 0.0000000
0.01, 0.0000075
0.04, 0.0000150
0.10, 0.0000225
0.18, 0.0000300
0.23, 0.0000375
0.28, 0.0000450
0.33, 0.0000525
0.38, 0.0000600
0.59, 0.0000900
0.82, 0.0001200
**
```