DISSERTATION

Bruchmechanik und schadenstolerante Konstruktion im Automobilbau

verfasst von

Dipl.-Ing. Andreas Leitgeb

an der Montanuniversität Leoben



am

Department Product Engineering

Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau



Christian Doppler Labor für Betriebsfestigkeit



zur Erlangung des akademisches Grades eines Doktors der montanistischen Wissenschaften

Leoben, November 2010

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit mit dem Titel "Bruchmechanik und schadenstolerante Konstruktion im Automobilbau" selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.

Leoben, im November 2010

(Dipl.-Ing. Andreas Leitgeb)

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Beschäftigung im Christian Doppler Labor für Betriebsfestigkeit am Department Product Engineering, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, an der Montanuniversität Leoben

Dem Leiter des Lehrstuhls,

Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Wilfried Eichlseder

danke ich für die Schaffung der Voraussetzungen zur Durchführung dieser Arbeit und für seine Unterstützung.

Den Herren Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Reinhard Pippan und Priv.-Doz. Dipl.-Ing. Dr. Hans-Peter Gänser danke ich besonders für die anregenden Diskussionen und Lösungsvorschläge, die maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein Dank gilt **Dipl.-Ing. Dr. Robert Ehart** von der BMW Motoren GmbH Steyr und **Dipl.-Ing. Michael Brandner** vom Eisenwerk Sulzau-Werfen sowie allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des **Lehrstuhls für Allgemeinen Maschinenbau**, die mich in meiner Tätigkeit unterstützt haben.

Besonders danken möchte ich meinen Eltern, ohne deren Unterstützung mein Studium in Leoben, sowie ein weiterführendes Doktoratsstudium, nicht möglich gewesen wäre und die mir in dieser Zeit immer zur Seite standen.

Zusammenfassung

Zielsetzung

In den letzten Jahren hat die Bedeutung des Leichtbaus in der Automobilindustrie stetig zugenommen, was unter anderem im verstärkten Einsatz von Aluminiumlegierungen resultiert. Da der Zylinderkopf eines Verbrennungsmotors lokal Temperaturen von über 200°C ausgesetzt ist, kann das beschleunigte Alterungsverhalten von warmaushärtenden Aluminiumgusslegierungen nicht vernachlässigt werden. Die Lebensdauerberechnung muss daher, neben anderen Einflussfaktoren, eine Berücksichtigung von Fehlern, wie Poren, Lunker oder Oxidhäute, welche in Gusslegierungen auftreten können, auch unter Einbeziehung des Alterungszustandes ermöglichen.

Im Automobilbau wird, aufgrund von nicht festlegbaren Wartungsintervallen, nach dem Safe-Life Prinzip basierend auf Wöhlerlinien gearbeitet, welche an glatten, als fehlerfrei angenommenen Proben ermittelt werden. Um den Einfluss von Bauteilfehlern beschreiben zu können, müssen diese entweder bereits während der Bestimmung der Körperspannungen berücksichtigt werden oder die Wöhlerlinie mit Hilfe von Äquivalenzfaktoren an die Fehlergröße angepasst werden.

Berücksichtigung von Fehlern in der Lebensdauerabschätzung

Zur Anpassung der Wöhlerlinie bietet sich eine Kombination aus spannungsmechanischem und bruchmechanischem Ansatz an, da in der Bruchmechanik davon ausgegangen wird, dass im Bauteil Fehler in der Größe der Detektionsgrenze des verwendeten zerstörungsfreien Prüfverfahrens vorhanden sind.

Es werden repräsentative Ermüdungsversuche zur Bestimmung von Wöhlerlinien und Rissfortschrittskurven bei unterschiedlichen Alterungszuständen durchgeführt. Durch eine Korrelation dieser Versuche mit Hilfe der Näherung nach El Haddad ist die näherungsweise Definition eines fehlergrößen- und alterungsabhängigen Haigh-Diagramms möglich, das zur Anpassung der Wöhlerlinie verwendet werden kann. Außerdem kann durch Ausnutzen diverser Parallelen zwischen den verschiedenen Ansätzen der Versuchsaufwand verringert werden, da zum Beispiel die Mittelspannungsempfindlichkeit durch vergleichsweise wenige Rissfortschrittsversuche bestimmbar ist.

Soll das Verhalten eines im Bauteil vorhandenen Risses bestimmt werden, bietet sich in der linearelastischen Bruchmechanik der Spannungsintensitätsfaktor an. Da analytische Lösungen nur bei einfachen Geometrien anwendbar sind, muss das Spannungsfeld vor dem Riss bei komplexen Bauteilen mit Hilfe der Finiten Elemente Methode berechnet werden. Hierfür stehen verschiedene Elementtypen zur Verfügung, deren Auswahl großen Einfluss auf das Simulationsergebnis hat. Anhand von Beispielen werden verschiedene Auswahlkriterien diskutiert, um die Elementwahl zu vereinfachen, sowie Lösungswege zur Umgehung von Beschränkungen, welche im Pre-Processing auftreten können, vorgeschlagen. Die Berechnungen werden mit der Finiten Elemente Software ABAQUS 6.9-1 durchgeführt, wobei auch auf diverse Eigentümlichkeiten der Softwarelösung eingegangen wird.

Mit Hilfe einer geeigneten Kombination spannungs- und bruchmechanischer Materialmodelle eröffnet sich ein hohes Potenzial für eine realitätsnahe Lebensdauerabschätzung durch konsistente Berücksichtigung wichtiger Parameter, unter anderem von Alterung und Inhomogenitäten. Um Materialfehler im Produktentwicklungsprozess zu berücksichtigen, bietet die Methode der Erweiterten Finiten Elemente bei konsequenter Weiterentwicklung vielversprechende Möglichkeiten.

Abstract

Goals of this study

Over the last years, lightweight design has become highly important in automotive engineering, which has led to a continuously increasing use of aluminium alloys. For cylinder heads of internal combustion engines, where elevated temperatures of locally above 200 °C can occur, also the accelerated ageing behaviour of precipitation hardened aluminium alloys has to be considered. Therefore lifetime estimation has to include, aside from other influences, flaws, like pores, cracks or oxide inclusions, which can occur during the die casting process, as well as the ageing condition.

As service intervals generally cannot be enforced in the automotive industry, the safe-life concept, based on S/N curves, which are measured with standardized smooth, defect-free specimens is used for lifetime estimation. To describe the influence of flaws in the component, these can be considered either during the stress calculation or by adjusting the S/N curve by equivalence coefficients.

Consideration of flaws in the lifetime estimation

To enable S/N curves to account for cracks or flaws in the component, a combination of fracture mechanics and stress-based approaches is needed. In lifetime estimation concepts based on fracture mechanics, a crack is assumed in the material, whose size has to be estimated from the detection limit in non-destructive testing.

With few additional data from tensile and crack growth tests it is possible to define the behaviour of the S/N curve for different influences such as flaw size, temperature and duration of ageing, or stress ratio. To combine damage mechanics and fracture mechanics, a correlation between the fatigue limit and the fatigue crack growth threshold stress intensity factor has to be found that is able to account for different ageing conditions. Based on the El Haddad equation, an engineering estimate is proposed which allows to calculate the fatigue limit of a die cast aluminium alloy depending on flaw size, temperature, and duration of ageing. By utilising the parallels between the two approaches it is also possible to minimize the testing effort for assessing, e.g., the mean stress sensitivity or other fatigue parameters.

To define the length and direction of crack extension in a component the concept of stress intensity factors is widely used in linear elastic fracture mechanics. For simple structures like beams, discs or the spacing between rivet holes analytical approaches for the geometry factor of the singularity can be found. If the components become more complex, these approaches based on simple geometries cannot be used any longer. Under these circumstances the Finite Element Method provides a convenient solution for stress intensity factor calculations. For this purpose various element types are provided, everyone with its advantages and disadvantages, which can have a large influence on the simulation result. Some of the problems and limitations of the implementation of these calculation methods in ABAQUS 6.9-1 are discussed and some easy engineering workarounds are presented. Special focus is laid on crack modelling during pre-processing, mesh dependence, and assessment of closure effects by accounting for the contact behaviour of the crack flanks.

The combination of damage mechanics and fracture mechanics material models has high potential for realistic lifetime estimation by considering important parameters, e.g., ageing and inhomogeneities. If the Extended Finite Element Method is consequently developed further, it shows promising possibilities to describe flaws during the simulation process.

Inhaltsverzeichnis

1. Ein	leitung	1
1.1.	Allgemeines	1
1.2.	Aufgabenstellung und Lösungsweg	1
2. Star	nd der Technik	3
2.1.	Lebensdauerabschätzung	3
2.1.1.	Einleitung	3
2.1.2.	Kerbspannungskonzept	4
2.1.3.	Bruchmechanisches Konzept	7
2.1.4.	Fehlergrößenabhängige spannungsmechanische Kennwerte	. 12
2.2.	Alterung von warmaushärtenden Aluminiumgusslegierungen	. 14
2.2.1.	Einleitung	. 14
2.2.2.	Beschreibung des Alterungsverhaltens nach Shercliff und Ashby	. 15
2.2.3.	Modelle zur bruchmechanischen Betrachtung	. 16
2.3.	Die Methode der Finiten Elemente	. 18
2.3.1.	Einleitung	. 18
2.3.2.	Mathematischer Aufbau der Finiten Elemente Methode	. 18
2.3.3.	Berücksichtigung von Unstetigkeiten in der klassischen Finiten Elemente	
	Methode	20
2.3.4.	Singuläre Elemente	21
2.3.5.	Unstetigkeiten in der Erweiterten Finiten Elemente Methode	22
2.3.6.	Das J-Integral	24
3. Exp	erimentelle Untersuchungen	25
3.1.	Versuchsführung	25
3.1.1.	Probenform und Entnahme	25
3.1.2.	Prüfmaschine	26
3.1.3.	Risslängenmessung	27
3.1.4.	Rissfortschrittsversuche	29
3.2.	Versuchsergebnisse für den Werkstoff AlSi7Mg	32
3.2.1.	Zugversuche	32
3.2.2.	Wöhlerversuche	33
3.2.3.	Langrissschwellenwert	34
3.2.4.	Kurzrissschwellenwert	35
3.3.	Versuchsergebnisse für den Werkstoff AlSi7Mg HIP	. 36
3.3.1.	Wöhlerversuche	36
3.3.2.	Langrissschwellenwert	37
3.3.3.	Kurzrissschwellenwert	37
3.4.	Abschätzung von Einflussparametern	38
3.4.1.	Probenbreite	38
3.4.2.	Exponent C bei fallendem ΔK	. 39

4. Einflu	uss von Fehlern auf die Lebensdauerabschätzung	40
4.1. D	Definition von Materialkennwerten für fehlerbehaftete Bauteile	40
4.1.1.	Alterungseinfluss auf bruchmechanische Kennwerte	40
4.1.2.	Rissfortschritt und Wöhlerlinie	43
4.1.3.	Alterungsabhängiges Haigh-Diagramm	48
4.1.4.	Fehlergrößenabhängiges Haigh-Diagramm	51
4.1.5.	Kurzrisseinfluss auf die Ermüdungsfestigkeit	52
4.1.6.	Vorschlag zur Abschätzung von Wöhlerlinien	53
4.2. R	lisse in der Simulation	55
4.2.1.	Modellaufbau zur Berechnung einer Ungänze in einer Arbeitswalze	56
4.2.2.	Das Spannungsfeld vor dem Riss	59
4.2.3.	Einfluss der Anzahl der Integrationspunkte	61
4.2.4.	Aussagekraft des J-Integrals	62
4.2.5.	Rissschließen in der Simulation	68
4.2.6.	Netzfeinheit und numerische Ungenauigkeiten in der Erweiterten Finiten	
	Elemente Methode	71
4.2.7.	Abschließende Betrachtungen zur Elementwahl	77
5. Zusammenfassung und Ausblick		80
6. Publikationsverzeichnis		82
7. Litera	nturverzeichnis	84
8. Anhang		91
8.1. S	ymbole	91
8.2. E	Blockschaltbild der Rissfortschrittsmessung	95
8.3. V	Versuchsergebnisse AlSi7Mg Standard	96
8.3.1.	Variation Spannungsverhältnis	96
8.3.2.	Variation Alterung.	98
8.4. V	Versuchsergebnisse AlSi7Mg HIP	100
8.4.1.	Variation des Spannungsverhältnis	100
8.4.2.	Variation der Alterung	100
8.4.3.	Näherung der Rissfortschrittsraten nach Paris für den Werkstoff AlSi7Mg	102
8.5. F	inite Elemente Simulation	104
8.5.1.	Vernetzung	104

1. Einleitung

1.1. Allgemeines

Unter anderem aufgrund steigender Rechnerleistung und Minimierung der Entwicklungszeit hat die numerische Lebensdaueranalyse in den letzten Jahrzehnten immer mehr an Einfluss gewonnen. Durch die Berechnung von Schädigungsparametern für ein Bauteil während des Konstruktionsprozesses können kritische Bereiche frühzeitig erkannt und durch Änderung von Geometrie oder Werkstoff entschärft werden. Hierdurch verringern sich auch die Versuchskosten, da vor allem Validierungsversuche durchgeführt werden, um Simulation und Wirklichkeit vergleichen zu können, und nicht verschiedenste Modellvarianten erst durch Bauteilversuche evaluiert werden müssen, um ein optimales Ergebnis zu erhalten.

Die für die Lebensdaueranalyse notwendigen Materialkennwerte werden meist an genormten Proben unter Laborbedingungen ermittelt. Da sich das Materialverhalten bei einem Bauteil unter Betriebsbedingungen ändern kann, müssen Materialmodelle definiert werden, welche diese Einflüsse beschreiben. Zu diesen zählen unter anderem:

- die Mittelspannungsempfindlichkeit,
- die Kerbempfindlichkeit,
- die Art der Fertigung,
- die Oberflächenbearbeitung oder auch
- der Einfluss der Alterung bei warmaushärtenden Aluminiumgusslegierungen.

Während in der Automobilindustrie vor allem mit spannungs- oder dehnungsbasierten Konzepten gearbeitet wird, welche auf der Annahme eines idealen, homogenen Werkstoffs beruhen, findet in der Luft- und Raumfahrttechnik die Bruchmechanik weite Anwendung. Hier wird angenommen, dass jedes Bauteil Fehler zumindest in der Größe der Detektionsgrenze des verwendeten zerstörungsfreien Prüfverfahrens enthält, die den Ausgangspunkt für einen wachsenden Riss und letztendlich das Versagen des Bauteils bilden. Ein Zusammenführen der beiden Konzepte ist wünschenswert, um die Vorteile der Verfahren zu kombinieren, aufgrund der unterschiedlichen Grundideen aber ein anspruchsvolles Vorhaben. Die Vor- und Nachteile beider Konzepte sind:

Bruchmechanik:

- + Rissfortschrittsversuche liefern eine Aussage über einen weiten Bereich der Lebensdauer bereits durch einen Versuch an einer einzelnen Probe
- Aufwendige Berechnung der Körperspannungen (Orientierung, Größe, Position der Risse müssen variiert werden)
- Beschreibung für sehr kleine Fehler ist noch nicht vollständig geklärt

Spannungsmechanische Lebensdaueranalyse:

- + Simulationstechnisch einfach zu implementieren, sofern eine lineare Schadensakkumulation zur Lebensdauerberechnung verwendet wird
- Hoher Versuchsaufwand bei Ermüdungsversuchen im Bereich der Dauerfestigkeit

1.2. Aufgabenstellung und Lösungsweg

Bei Gusslegierungen, wie der untersuchten warmaushärtenden Aluminiumgusslegierung AlSi7Mg, können Lunker oder Oxidhäute während des Fertigungsprozesses auftreten, weshalb der Einfluss von Fehlern auf die Materialkennwerte ebenfalls Eingang in die Lebensdaueranalyse finden muss. Da die Aufnahme von kompletten Wöhlerlinien für unterschiedliche Fehlergrößen zu aufwendig wäre, muss ein Weg gefunden werden, mit wenigen zusätzlichen Versuchen die Anpassung einer Referenzwöhlerlinie zu ermöglichen. Im Falle von Oxidhäuten und in eingeschränktem Maße auch bei Lunkern können diese auch als Risse angesehen werden, was eine bruchmechanische Betrachtung sinnvoll erscheinen lässt. Da bei warmaushärtenden Aluminiumlegierungen das Alterungsverhalten einen großen Einfluss auf die mechanischen Kennwerte hat, muss dieses auch bei den bruchmechanischen Untersuchungen berücksichtigt werden. Basierend auf vorhandenen Zug- und Ermüdungsversuchen werden die zu prüfenden Alterungszustände bestimmt.

Parallelitäten zwischen spannungsbasiertem und bruchmechanischem Ansatz finden sich vor allem im Bereich hoher Lastwechselzahlen. Da im Bereich einer möglichen Langzeitfestigkeit kein Versagen mehr auftritt, kann auch kein Risswachstum stattfinden, was durch den Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors beschrieben wird. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass eine Umrechnung mit Hilfe der empirischen Näherung nach El Haddad erfolgen kann.

In der klassischen Lebensdaueranalyse erfolgt die Anpassung der Wöhlerlinie an die unterschiedlichen Mittelspannungen des Lastkollektivs meist über das Haigh-Diagramm. Dieses zeigt die ertragbare dynamische Belastungsamplitude in Abhängigkeit der Mittelspannung. Durch Rissfortschrittsmessungen bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen und Alterungszuständen ist auch die Definition einer Alterungsabhängigkeit möglich. Eine Abschätzung zur Fehlergrößenabhängigkeit kann ebenfalls über das Haigh-Diagramm berücksichtigt werden, was den zusätzlichen rechentechnischen Aufwand bei einer klassischen Lebensdaueranalyse in Grenzen hält.

Differiert die aktuelle Fehlergröße stark von der Fehlergröße, bei welcher die Wöhlerlinie aufgenommen wurde, gewinnt der Geometriefaktor aus der bruchmechanischen Betrachtung größeren Einfluss. Dieser hängt von der Orientierung, der Größe und auch der Position des Risses im Bauteil ab und kann bei komplexen Geometrien durch eine Parameterstudie zum Beispiel mit Hilfe der Finiten Elemente Methode ermittelt werden. Da eine genaue Abbildung der unterschiedlichen möglichen Risskonfigurationen sehr aufwendig ist, müssen die Vorund Nachteile der verschiedenen Simulationsansätze miteinander verglichen und je nach Problemstellung unterschiedlich gewichtet werden, um das bestmögliche Ergebnis zu erzielen.

Neben klassischen Elementen mit kongruenten Knoten, welche sich voneinander lösen können, um den Riss abzubilden, wurde in den letzten Jahren die Methode der Erweiterten Finiten Elemente (XFEM) entwickelt. Hier werden in einer begrenzten Region Elemente eingeführt, welche zusätzliche Ansatzfunktionen aufweisen, um Unstetigkeiten im Inneren eines Elementes, wie zum Beispiel den Sprung in der Verschiebung durch eine Rissflanke, beschreiben zu können. Die Anwendbarkeit der einzelnen Ansätze hängt stark vom jeweiligen Problem und den gesuchten Ergebnisparametern ab. Während für statische Risse quadratische Standardelemente eine gute Wahl darstellen, kann Risswachstum mit Hilfe der Erweiterten Finiten Elemente Methode sehr einfach angenähert werden, da aufwendiges Neuvernetzen nicht nötig ist.

Anhand von Beispielen werden die Möglichkeiten und Einschränkungen der unterschiedlichen in ABAQUS 6.9-1 implementierten Ansätze beschrieben und Strategien zur Lösung verschiedener technischer Aufgabenstellungen vorgeschlagen.

2. Stand der Technik

2.1. Lebensdauerabschätzung

2.1.1. Einleitung

Bauteile versagen nicht nur aufgrund mechanischer Überlasten, was durch eine korrekte statische Auslegung verhindert werden kann, sondern meist aufgrund von kleineren, dynamisch auftretenden Lasten, welche den Werkstoff schädigen und dadurch die Lebensdauer begrenzen. Allen Ansätzen ist gemein, dass Sicherheitsfaktoren berücksichtigt werden müssen, um Abweichungen der Werkstoffkennwerte und Belastungen abfangen zu können [30; 31; 50; 92; 96].

Zwei verschiedene Ansätze können zur Auslegung der Lebensdauer herangezogen werden:

- Safe-Life Kriterium
- Fail-Safe Prinzip

Im Fall des Safe-Life Kriteriums wird davon ausgegangen, dass unter den erwarteten Belastungsbedingungen kein Versagen des Bauteils während der Einsatzdauer auftritt. Daher wird meist eine Auslegung bezüglich Dauerfestigkeit angestrebt. Rein theoretisch ist keine Inspektion nötig, durch unvorhergesehene Ereignisse können diese aber unverzichtbar sein.

Das Fail-Safe Prinzip basiert auf der Idee, dass bei Versagen eines Teils eine andere Komponente die Funktion mit übernehmen kann, es liegt also Redundanz vor. Eine andere Möglichkeit der schadenstoleranten Auslegung ist die Überwachung von Fehlern bis diese eine kritische Größe erreicht haben, was aber ein genau einzuhaltendes Inspektionsintervall voraussetzt.

Da im Bereich des Automobilbaus, im Gegensatz zur Luftfahrtindustrie, die Serviceintervalle nicht gesetzlich vorgeschrieben sind, kann nicht davon ausgegangen werden, dass diese Inspektionen immer wahrgenommen werden. Daher wird vor allem mit dem Safe-Life Kriterium gearbeitet. Im Fehlerfall ist ein Austausch der Komponente notwendig.

Die Gesamtlebensdauer eines Bauteils setzt sich zusammen aus Rissentstehung und akkumulation (Rissinitiierungsphase) bis zum technischen Anriss (beschreibbar mittels klassischer Betriebsfestigkeit) und Risswachstum bis zur kritischen Größe (mittels klassischer Bruchmechanik), bei der das Bauteil versagt.

Konzepte der Lebensdauerabschätzung

Abhängig von Einsatzzweck, Belastungsart oder Bauteilgeometrie können unterschiedliche Konzepte herangezogen werden, welche sich in Komplexität und Anwendbarkeit unterscheiden:

- Nennspannungskonzept
- Strukturspannungskonzept
- Örtliche Konzepte (Kerbspannungs- und Kerbgrundkonzept)
- Bruchmechanisches Konzept

Beim Nennspannungskonzept wird die Beanspruchung durch Nennspannungen beschrieben, was die einfache Definition eines Nennquerschnittes voraussetzt. Diese Berechnungsart wird daher für einfachere Bauteile empfohlen. Die Lebensdauer wird meist mit Hilfe der linearen Schadensakkumulation nach Palmgreen [85] und Miner [72] für Spannungswöhlerlinien ermittelt, wobei die Teilschädigungen eines jeden Schwingspiels, unter der Annahme dass diese voneinander unabhängig sind, aufsummiert werden.

Das Strukturspannungskonzept findet Anwendung zur Auslegung von Schweißnähten. Es ermöglicht eine einfachere Vernetzung für die Finite Elemente Berechnung, da Stoß- und Nahtform unberücksichtigt bleiben und nachträglich durch Formfaktoren Eingang in die Berechnung finden.

Für das örtliche Konzept werden die Beanspruchungen meist mittels Finiter Elemente Analyse für die kritischen Bereiche ermittelt. Abhängig von der Größe der Belastung werden Spannungen oder Dehnungen zur Berechnung der Lebensdauer herangezogen. Der spannungsbasierte Ansatz (Kerbspannungskonzept) wird meist bei kleinen Belastungen und daher linearelastischem Werkstoffverhalten angewendet. Die Schadensakkumulation kann ähnlich dem Nennspannungskonzept durchgeführt werden. Bei höheren Belastungen können lokal plastische Verformungen an Spannungskonzentrationen wie Kerben, Bohrungen etc. auftreten (Kerbgrundkonzept). Die Lebensdauerberechnung erfolgt mit Hilfe von Dehnungswöhlerlinien und zyklischen Spannungs-Dehnungskurven.

Ein Riss kann als Sonderfall einer Kerbe mit Kerbradius gegen Null angesehen werden. Dies resultiert, aufgrund der gegen Unendlich gehenden Kerbformzahl und unter der Annahme eines linearelastischen Werkstoffs, in einer Spannungssingularität an der Rissspitze, welche in der klassischen Betriebsfestigkeit nicht berücksichtigt werden kann. Um das Spannungsfeld vor der Rissspitze beschreiben zu können wird im Bereich der linearelastischen Bruchmechanik (LEBM) der sogenannte Spannungsintensitätsfaktor (SIF) eingeführt. Diese kann aber nur angewendet werden, wenn die plastische Zone vor der Rissspitze klein ist im Verhältnis zur Risslänge und der Einflusszone des Spannungsintensitätsfaktors. Trifft dies nicht mehr zu müssen andere Belastungsparameter herangezogen werden, unter anderem das *J*-Integral, welches auch den plastischen Anteil der Verformung berücksichtigen kann. Durch Rissfortschrittskurven kann diese Belastungsgröße in ein Verhältnis zur Risswachstumsgeschwindigkeit gesetzt werden, wodurch eine Berechnung der Lebensdauer möglich wird.

2.1.2. Kerbspannungskonzept

Wenn aufgrund der Komplexität des Bauteils keine Nennquerschnitte definiert werden können, was das Nennspannungskonzept ausschließt, kommt das Kerbspannungsgesetz zum Tragen. Außerdem müssen die Belastungen klein genug sein, sodass keine oder nur eine geringe plastische Verformung im Kerbgrund auftritt, wodurch eine Anwendung des Kerbgrundkonzeptes nicht nötig ist. Zur Bewertung der Lebensdauer dient ein Schädigungsparameter, welcher aus der Summe der Einzelschädigungen pro Schwingspiel gebildet wird. Liegt dieser nach Multiplikation mit einem Sicherheitsfaktor unter eins, kann das Bauteil als sicher betrachtet werden.

Zur Beschreibung der dynamischen Belastung können verschiedene Größen herangezogen werden, wobei jeweils zwei dieser Werte voneinander unabhängig sind. Diese Größen sind die Oberspannung σ_0 , die Unterspannung σ_u , die Spannungsamplitude σ_a , die Mittelspannung σ_m und die Schwingbreite $\Delta \sigma$. Das Spannungsverhältnis *R* wird gebildet dem Verhältnis von Unter- zu Oberspannung.

$$R = \frac{\sigma_{u}}{\sigma_{o}}$$

$$\Delta \sigma = \sigma_{o} - \sigma_{u} = (1 - R) \sigma_{o}$$

$$\sigma_{a} = \frac{\sigma_{o} - \sigma_{u}}{2}$$

$$\sigma_{m} = \frac{\sigma_{o} + \sigma_{u}}{2}$$
Glg. (2.1)

Die Spannungswöhlerlinie

Um die Schädigung des Werkstoffs zu bestimmen, findet die Wöhlerlinie Anwendung. Auf der Abszisse wird die Schwingspielzahl bis zum Erreichen des Versagenskriteriums (unter anderem die Schwingspielzahl bis zum technischen Anriss oder bis zum Versagen) aufgetragen, auf der Ordinate die dazugehörige Spannungsamplitude (Abb. 2.1).



Abb. 2.1: Definition einer Wöhlerlinie für Aluminiumlegierungen nach FKM [36; 38]

Im Gegensatz zu Stählen, wo meist eine zweifach logarithmisch lineare Wöhlerkurve angenommen wird, weisen Aluminiumlegierungen eine weitere Neigung k_2 auf. Die Ecklastspielzahlen liegen laut *FKM* [36; 38] im Bereich um 10⁶ für $N_{D,1}$ und um 10⁸ für $N_{D,2}$.

$$\sigma_{a} = \sigma_{D,x} \left(\frac{N_{D,x}}{N}\right)^{\frac{1}{k_{x}}}$$
Glg. (2.2)

Für die Neigungen k_1 und k_2 werden Werte von 5 bzw. 15 für Normalspannungen und 8 bzw. 25 für Schubspannungen angenommen. Leitner [64] schlägt für die untersuchte Aluminiumlegierung AlSi7Mg vor, dass bis zu einer maximalen Schwingspielzahl von 10⁷ geprüft und daraus ein "Dauerfestigkeitswert" ermittelt wird. Die Ermittlung der Neigung k_1 im Zeitfestigkeitsbereich (LCF) erfolgt nach ASTM E 739 - 91 [3]. Für die Neigung k_2 bei höheren Lastwechselzahlen (HCF) kann angenommen werden, dass sie $5k_1$ entspricht. $N_{D,1}$ ist definiert als der Schnittpunkt der zwei Zeitfestigkeitslinien. Über $N_{D,2}$ oder die Lage der waagrechten Linie, welche dem Dauerfestigkeitsniveau entspricht, kann keine Aussage getroffen werden, da keine Versuche in diesem Bereich (UHCF) durchgeführt wurden. Im weiteren werden Spannungsamplituden, welche sich nicht auf einen Bereich mit konstantem Spannungsniveau beziehen, als Ermüdungsfestigkeit bezeichnet.

Da Wöhlerlinien meist mit genormten, idealen Proben aufgenommen werden, müssen unterschiedlichste Parameter berücksichtigt werden, welche die Lage der Wöhlerlinie im Bauteil beeinflussen. Neben Größeneinfluss, Oberflächengüte, Korrosion oder Geometrie gehen auch der Mittelspannungseinfluss und die Alterung bei Aluminiumlegierungen in die Berechnung mit ein.

Einfluss der Mittelspannung

Wöhlerlinien werden meist bei einem konstanten Spannungsverhältnis R aufgenommen, im Sonderfall von R=-1 ist auch die Mittelspannung σ_m konstant gleich Null. Wird die Lebensdauer eines Bauteils unter Betriebsbelastungen abgeschätzt, müssen variable Spannungsver-

hältnisse berücksichtigt werden. Diese können unter anderem mit Hilfe des Haigh-Diagramms (Abb. 2.2) auf schädigungsäquivalente Spannungsamplituden unter Spannungsverhältnissen, für welche Daten aus Wöhlerversuchen vorliegen, rückgerechnet werden.



Abb. 2.2: Annahmen für ein vereinfachtes Haigh-Diagramm [45]

Eine vereinfachte Darstellung des Haigh-Diagramms kann mit Hilfe der Gleichung nach Goodman [48] aufgestellt werden:

$$\sigma_{a} = \sigma_{w} \left(1 - \frac{\sigma_{m}}{\sigma_{z}} \right)$$
 Glg. (2.3)

Begrenzt wird diese einerseits durch die Streckgrenze und bei negativem Spannungsverhältnis außerdem durch die Wechselfestigkeit $\sigma_{a|R=-1}$ oder σ_W .

Die Mittelspannungsempfindlichkeit *M* nach Schütz [97] beschreibt die Änderung der Dauerfestigkeit zwischen Wechsel- und Schwellfestigkeit:

$$M = \frac{\sigma_{a|R=-1} - \sigma_{a|R=0}}{\sigma_{m|R=0}}$$
 Glg. (2.4)

Berechnung der Lebensdauer

Mit Hilfe spannungsmechanischer Ansätze ist es möglich, einerseits für vorgegebene Lasten die Lebensdauer oder andererseits die Grenzlasten für das Erreichen einer gewünschten Lebensdauer zu berechnen. Zur Abschätzung der Lebensdauer können diverse Schädigungshypothesen herangezogen werden [35]. Breite Anwendung findet die lineare Schädigungsrechnung nach Palmgren [85] und Miner [72]. Hierfür werden die Schädigungsanteile je Schwingspiel und Lastniveau aufaddiert. Ist die Summe ≥ 1 ist das Versagenskriterium erreicht:

$$D = \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta N_j}{N_j^B}$$
Glg. (2.5)

Die Gesamtschädigung *D* eines Belastungskollektivs ist damit Summe aus den Verhältnissen von aufgebrachten (ΔN_j) zu maximal ertragbaren (N_j^B) Lastwechseln für *n* Lastniveaus. Klar zu sehen ist außerdem, dass die Reihenfolge der Belastungen keinen Einfluss auf das Ergebnis hat.

2.1.3. Bruchmechanisches Konzept

Im Gegensatz zum spannungsmechanischen Ansatz, welcher von einem idealen, fehlerfreien Bauteil ausgeht, wird in der Bruchmechanik das Vorhandensein eines Fehlers oder Risses vorausgesetzt. Der Anriss kann dabei als eine sehr scharfe Kerbe angesehen werden, wobei die Spannung an der Rissspitze in der LEBM gegen Unendlich geht, also singulär wird. Diese Singularität kann durch klassische Lebensdauerkonzepte nicht berücksichtigt werden, weshalb ein neuer Parameter zur Charakterisierung der Belastung eingeführt wird, der Spannungsintensitätsfaktor. Dieser wird gebildet aus der Fernfeldspannung σ_{∞} , der Risslänge *a* und einem Geometriefaktor *Y*(*a*), welcher Abweichungen von der idealen Form des Risses oder auch Einflüsse des Bauteilrandes berücksichtigt:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} Y(a)$$
 Glg. (2.6)

Für einfache Geometrien gibt es analytische Näherungsformeln, welche angewendet werden können, um den Geometriefaktor zu bestimmen [77; 78; 79; 80; 81; 111].

Im Allgemeinen kann man drei Belastungsarten an der Rissspitze unterscheiden, welche auch als Moden (I- III) bezeichnet werden.



Abb. 2.3: Beanspruchungen an der Rissspitze [96]

Die Mode I Belastung kann auf eine Normalbeanspruchung zurückgeführt werden, welche ein Öffnen des Risses bewirkt. Mode II und III werden durch Schubspannungen hervorgerufen, die in der Rissebene wirken und eine Scherung in Rissausbreitungsrichtung oder quer dazu hervorrufen. Rissfortschrittsversuche werden meist unter Mode I durchgeführt, da dieser als der am meisten schädigende angesehen wird. Außerdem ist dieser versuchstechnisch einfacher zu realisieren, da Rissschließeffekte durch Variation des Spannungsverhältnisses R erfasst werden können.

Mit Hilfe des Spannungsintensitätsfaktors kann das Spannungsfeld im ebenen Dehnungszustand im Bereich der Rissspitze für Mode I Belastungen in Polarkoordinaten (r,θ) wie folgt beschrieben werden [111]:

$$\sigma_{x} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \sigma_{x0} + O\left(\sqrt{r}\right)$$

$$\sigma_{y} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + O\left(\sqrt{r}\right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + O\left(\sqrt{r}\right)$$

$$\sigma_{z} = v \left(\sigma_{x} + \sigma_{y}\right)$$

Glg. (2.7)

Die dynamische Belastung wird, anders als in der klassischen Schädigungsmechanik, nicht durch die Amplitude, Glg. (2.6), sondern durch die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors, ΔK , definiert. Dies ist zulässig, da ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Spannungsintensitätsfaktor besteht.

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi} a Y(a)$$
 Glg. (2.8)

Grenzen der linearelastischen Bruchmechanik - die plastische Zone

Das in Glg. (2.7) beschriebene Spannungsfeld vor der Rissspitze weist eine $1/\sqrt{r}$ Singularität auf, was bedeutet, dass an der Rissspitze die Spannung theoretisch unendlich ist. Da dies für einen realen Werkstoff nicht möglich ist, müssen im Bereich um die Rissspitze plastische Verformungen auftreten. Der Radius der plastischen Zone kann nach McClintock und Irwin [70] in Abhängigkeit des Winkels θ für den ebenen Spannungszustand (ESZ) und ebenen Dehnungszustand (EDZ) angenähert werden [62]:

$$r_{\rm p,EDZ} \approx \frac{1}{6\pi} \frac{K_{\rm o}^2}{\sigma_{\rm ys}^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + 3\sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$r_{\rm p,ESZ} \approx \frac{1}{2\pi} \frac{K_{\rm o}^2}{\sigma_{\rm ys}^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + 3\sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Glg. (2.9)

Im Normalfall weisen Proben keinen reinen ebenen Dehnungszustand oder ebenen Spannungszustand auf, sondern es findet ein Übergang vom ebenen Spannungszustand an der Oberfläche zum ebenen Dehnungszustand im Inneren der Probe statt. Da der ebene Spannungszustand eine größere plastische Zone aufweist, hat er großen Einfluss auf bruchmechanische Kennwerte, weshalb die Breite *B* und auch die Risslänge *a* für Probenversuche ausreichend groß gewählt werden sollte. Im Fall eines Bruchzähigkeitsversuches [1] sollten diese Abmessungen mindestens das 2.5-fache des Verhältnisses aus Spannungsintensitätsfaktor und Streckgrenze ausmachen:

$$a, B \ge 2, 5 \left(\frac{K_{\text{max}}}{\sigma_{\text{ys}}}\right)^2$$
 Glg. (2.10)

Rissfortschrittskurven

Zur Berechnung der Lebensdauer muss die Beziehung zwischen der Belastung ΔK und dem Risswachstum je Schwingspielzahl da/dN bekannt sein. Diese Rissfortschrittskurven (Abb. 2.4) können grob in drei Bereiche unterteilt werden. Während im Bereich I nur sehr langsames Risswachstum auftritt und unterhalb des Schwellenwertes ΔK_{th} kein Rissfortschritt messbar ist, tritt im Bereich III das Versagen aufgrund hoher Rissfortschrittsraten innerhalb weniger Lastwechsel ein.

Für den Bereich II, in dem stetiges Risswachstum auftritt, kann als erste Näherung des Wachstumsverhaltens das Paris-Gesetz [86] angenommen werden:

Dieser einfachen Beschreibung des Risswachstums folgten diverse komplexere Ansätze, welche unter anderem den Schwellenwertbereich und den Bereich stetigen Risswachstums beschreiben können, was vor allem im Bereich der Langzeitfestigkeit (High Cycle Fatigue, HCF) Vorteile bringt *[28; 57]*. Für den Bereich der Kurzzeitfestigkeit (Low Cycle Fatigue, LCF) ist eine genauere Kenntnis des Übergangs von Bereich II auf Bereich III nötig *[39; 51;*

Seite 8

115]. Für eine Lebensdauerabschätzung ist es von Vorteil, wenn alle drei Bereiche in einer Näherungsformel beschrieben werden können, welche auch das Spannungsverhältnis [56] und damit im weitesten Sinne Rissschließeffekte berücksichtigt [34; 57].



Abb. 2.4: Vereinfachte Darstellung einer Risswachstumskurve

Basierend auf diesen Ansätzen wurde von Kohout [58] eine erweiterte Gleichung vorgeschlagen, welche alle drei Bereiche der Risswachstumskurve beschreiben kann, die Übergangsbereiche genauer berücksichtigt und außerdem die Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis einschließt:

Das Spannungsverhältnis, für welchen die Bruchzähigkeit $\Delta K_{fc,R}$, als oberer Grenzwert, und der Schwellenwert $\Delta K_{th,R}$, als unterer Grenzwert, bestimmt werden, ist *R*=0. Das stetige Risswachstum wird, wie auch beim Paris-Gesetz, durch den Koeffizienten *A* und den Exponenten *m* bestimmt. Der Übergang zwischen den Bereichen kann durch die Exponenten *p* und *n* variiert werden. Über den Exponenten γ kann der Einfluss des Spannungsverhältnisses angepasst werden.

Einfluss des Spannungsverhältnisses

In Abb. 2.5 ist zu erkennen, dass mit steigendem Spannungsverhältnis R auch die Rissfortschrittsrate ansteigt. Der Schwellenwert $\Delta K_{\text{th},R}$ und die Schwingbreite bei Restbruch $\Delta K_{\text{fc},R}$ werden dabei kleiner. Die Steigung m und der Koeffizient A sowie die Exponenten zur Bestimmung der Ausrundung in den Übergangsbereichen p und n aus Glg. (2.12) sind nicht vom Spannungsverhältnis abhängig.

Bei einem Spannungsverhältnis von R=0 ist die Schwingbreite gleich dem oberen Spannungsintensitätsfaktor des Schwingspiels K_0 . Wird dieser größer als die für den Restbruch ausschlaggebende statische Bruchzähigkeit K_c kommt es zum Versagen des Bauteils. Mit steigendem R und konstantem $K_0=K_c$ wird daher die Schwingbreite kleiner.

$$\Delta K_{\text{fc},\text{R}} = K_{\text{c}} (1 - R) \qquad \text{Glg.} (2.13)$$

Da dieses Verhalten bei vollständig geöffnetem Riss auftritt, haben Rissschließeffekte keinen Einfluss. Zur Berechnung des Schwellenwertes in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses $\Delta K_{\text{th,R}}$ hingegen muss Rissschließen berücksichtigt werden. Dieses kann durch einen Parameter γ , welcher nach Klesnil und Lukas [57] im Bereich zwischen 0.7 und 1 liegt und den Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors gewichtet, bewerkstelligt werden:



Spannungsintensitätsfaktor $\Delta K(\log)$

Abb. 2.5: Rissfortschrittsraten in Abhängigkeit von *R*

Um auch Spannungsverhältnisse R<0 berücksichtigen zu können, werden meist vereinfachend nur die positiven Anteile der Belastung, welche ein Öffnen des Risses hervorrufen, zur Berechnung herangezogen.

Rissschließen

Rissschließen tritt auf, wenn aufgrund der Berührung der Rissflanken die Rissspitze entlastet wird. Dieser Effekt stellt sich nicht zwangsläufig beim Übergang von Druck- zu Zugbelastung ein, sondern hängt von mehreren Faktoren, wie Belastungsgeschichte, Risspfad oder Materialeigenschaften ab. Daher wird eine effektive Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK_{eff} von Elber [33] definiert als Differenz zwischen K_0 und dem Spannungsintensitätsfaktor bei Rissöffnung K_{op} .

Kujawski [60] verwendet diesen Ansatz um den Einfluss der Rissschließeffekte zu verfeinern und Versuche mit unterschiedlichem Spannungsverhältnis auf eine gemeinsame Basis zu stellen. Im gleichen Jahr stellt Kujawski [61] einen weiteren Versuch zur Beschreibung der Belastung mittels des geometrischen Mittelwertes $(\Delta K^+ K^{max})^{0.5}$ vor.

Kurze Risse

Der Effekt des Rissschließens hat ebenfalls einen großen Einfluss auf das Schwellenwertverhalten von physikalisch kurzen Rissen. In der von Kitagawa und Takahashi [55] definierten Darstellung wird die Dauerfestigkeit in Abhängigkeit der Fehlergröße aufgetragen (Abb. 2.6) [19; 59; 87; 114]. Im Bereich mikrostrukturell kurzer Risse, welcher spannungsdominiert ist, geht die Kurve in die Dauerfestigkeit σ_0 über, der Schwellenwert für den langen Riss $\Delta K_{\text{th,lc}}$ bildet die Grenze für den bruchmechanisch dominierten Bereich. Im Übergangsbereich kann die Gleichung nach El Haddad et al. [32] angewendet werden:





Abb. 2.7: R-Kurvenkonzept nach Pippan [110]

Die intrinsische Risslänge a_0 ist eine künstliche Größe, welche nicht eindeutig einer strukturellen Größe zugeordnet werden kann und definiert ist als der Schnittpunkt der beiden begrenzenden Größen Dauerfestigkeit und Langrissschwellenwert. Daraus ergibt sich ein risslängenabhängiger Schwellenwert, der gegen Null geht:



Abb. 2.8: Einfluss der Rissschließeffekte auf den Schwellenwert ΔK_{th} in Abhängigkeit der Risslänge nach Pippan [90]

Pippan et al. [90; 91; 109; 110] und Chapetti [15; 16; 17] definieren einen intrinsischen Schwellenwert $\Delta K_{\text{th,eff}}$, welcher auch von einem gegen Null gehenden Riss nicht unterschritten wird (Abb. 2.8).

$$\Delta K_{\rm th}(a) = \left(\Delta K_{\rm th,lc} - \Delta K_{\rm th,eff}\right) \sqrt{\frac{a}{a+a_0}} + \Delta K_{\rm th,eff} \qquad \text{Glg. (2.17)}$$

Daraus ergibt sich eine konservativere Näherung des Kitagawa-Takahashi Diagramms, die nicht mehr in die Dauerfestigkeit übergeht, sondern von ihr begrenzt wird (Abb. 2.7).

Lebensdauerberechnung

Unter der Annahme, dass die Rissinitiierungsphase abgeschlossen und ein technischer Anriss vorhanden ist, kann die Restlebensdauer N oder das Wartungsintervall für ein fehlerbehaftetes Bauteil ermittelt werden. Im einfachsten Fall kann Glg. (2.11) integriert werden, wobei die Grenzen von der Anfangsrisslänge a_i und der kritischen Risslänge bei Versagen a_c gebildet werden:

$$N = \frac{1}{A \left(\Delta \sigma \sqrt{\pi} Y \right)^m} \frac{2}{m - 2} \left(a_i^{-\frac{m-2}{2}} - a_c^{-\frac{m-2}{2}} \right)$$
 Glg. (2.18)

Die Nachweisgrenze für die Anfangsrisslänge wird meist durch die Wahl des Prüfverfahrens bestimmt. Die maximale Anfangsfehlergröße im Bauteil liegt, sollte dieses von der Prüfung als fehlerfrei bewertet werden, im schlimmsten Fall knapp unterhalb der Detektionsgrenze. Die kritische Risslänge bei Versagen wird bestimmt durch die Bruchzähigkeit K_c und die Oberspannung, definiert durch die Schwingbreite der Spannung $\Delta \sigma$ und das Spannungsverhältnis *R*:

Im Gegensatz zur klassischen Lebensdauerberechnung mittels Spannungswöhlerlinien, Glg. (2.5), beeinflusst in Glg. (2.18) die Reihenfolge der Belastungen das Ergebnis. Einflüsse aus einzelnen Über- oder Unterlasten, welche die plastische Zone vor der Rissspitze und damit, aufgrund von Rissschließeffekten, die effektive Belastung ΔK_{eff} verändern, werden hier nicht berücksichtigt.

Um den Einfluss kurzer Risse mit einzubeziehen kann der Spannungsintensitätsfaktor aus Glg. (2.11) mit Hilfe von Glg. (2.16) oder Glg. (2.17) angepasst und in Glg. (2.18) verwendet werden.

2.1.4. Fehlergrößenabhängige spannungsmechanische Kennwerte

Um den Einfluss von Fehlern, wie Poren oder Oxidhäute, auf spannungsmechanische Größen, wie die Dauerfestigkeit oder die Lage der Wöhlerlinie im Bereich der Kurzzeit- und Langzeitfestigkeit, bestimmen zu können, werden entweder bruchmechanische oder kerbspannungsbasierte Ansätze herangezogen.

Sonsino et al. [101; 102; 119; 120] untersuchen verschiedene Aluminiumlegierungen mit unterschiedlichem Porositätsgrad. Ausgangspunkt ist die scheinbar geringere Kerbempfindlichkeit von Gusslegierungen. Basierend auf Simulationen zum Einfluss von ideal kugelförmigen Poren auf das Spannungsfeld im Bauteil wird eine Spannungsüberhöhung an der Pore von 2.05 festgestellt, deren Einflussbereich bei ungefähr dem zweifachen des Porendurchmessers liegt.

Im Falle eines ungekerbten Bauteils, welches eine homogene Spannungsverteilung aufweist, ist diese Pore bestimmend für die Festigkeitswerte des Materials. Liegt die Pore im Bereich einer Kerbe, beeinflussen sich die Spannungsüberhöhungen gegenseitig. Der Abstand von Pore zu Kerbe definiert, ob die Spannungsspitze an der Pore die maximale Spannung im

Kerbgrund übertrifft (Abb. 2.9). Soll die Dauerfestigkeit für eine Gusslegierung bestimmt werden, müssen daher der Porositätsgrad und die Position der Poren im Bauteil mitberücksichtigt werden. Aufgrund der höheren Erstarrungsgeschwindigkeit am Rand des Bauteils treten Poren hauptsächlich im Inneren auf, wo sie keinen Einfluss auf den Spannungsverlauf im Kerbgrund, und damit meist auch das globale Maximum, haben. Bei ungekerbten Proben wird das globale Maximum durch die Poren bestimmt, weshalb eine scheinbar niedrigere Kerbempfindlichkeit ermittelt wird.



Abb. 2.9: Einfluss der Porosität auf den Spannungsverlauf im Bereich einer Kerbe nach Sonsino [119]

Werden die Poren nicht mehr als ideal kugelförmig angenommen, oder sollen Oxidhäute berücksichtigt werden, deren Kerbfaktor sehr viel höher liegt, stößt die Spannungsmechanik an ihre Grenzen. Vergleiche von Gänser [43] zwischen gradientenbasierten Ansätzen, Ansätzen zur Mittelung der Spannung im Kerbgrund und bruchmechanischen Theorien im Bereich langer Risse zeigen, dass das Kerbgrundkonzept bei sehr scharfen Kerben und damit großen Spannungsüberhöhungen nicht mehr angewendet werden kann.

Im Fall der Dauerfestigkeit kann die Bruchmechanik herangezogen werden, um scharfe Kerben bewerten zu können. Dabei wird die Äquivalenz von Dauerfestigkeit und Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors ausgenutzt, wobei angenommen wird, dass unterhalb des Schwellenwertes kein Risswachstum auftritt und daher theoretisch unendlich viele Lastspiele ertragen werden können. Die Umrechnung kann über das Kitagawa-Takahashi Diagramm [55] mit Hilfe der Näherung nach El Haddad [32] erfolgen, wobei auch kurze Risse mit einbezogen werden. Diese Näherung liefert zum Beispiel einen angepassten Wert für die Dauerfestigkeit [44; 45] oder eine von der Fehlergröße abhängige Kerbwirkungszahl [18].

Im Fall kurzer Risse wird der Spannungsintensitätsfaktor nicht durch die Fernfeldspannung, sondern durch die lokale Spannung definiert. Dies kann durch die Formel nach Creager-Paris [21] erfolgen, welche das Spannungsfeld vor einer Kerbe beschreibt. Durch Integration dieses Feldes mit der Green'schen Funktion [111] kann ein Spannungsintensitätsfaktor errechnet werden, welcher in Verbindung mit dem Langrissschwellenwert eine ertragbare Spannungsschwingbreite ergibt. Wird der Riss länger, ist der Einfluss der Kerbe nicht mehr dominierend und der Spannungsintensitätsfaktor wird basierend auf der Fernfeldspannung gebildet. Um den Übergangsbereich zwischen langem und kurzen Riss beschreiben zu können wird eine Anpassung durch die Gleichung nach El Haddad [32] vorgenommen. In Abb. 2.10 ist dieser Spannungsverlauf schematisch dargestellt, wobei unterhalb der so ermittelten Grenzkurve kein Risswachstum auftritt. Bei bestimmten Spannungsniveaus (strich-punktierte Linie) kann der Fall eintreten, dass ein kurzer Riss oberhalb der Grenzkurve startet, weshalb Risswachstum zu beobachten ist. Durch weiteren Rissfortschritt kommt der Riss in den vom Langrissverhalten bestimmten Bereich unterhalb der Grenzkurve, wodurch der Riss stoppt.



Abb. 2.10: Dauerfestigkeit in Abhängigkeit der Risslänge [44]

Diese Betrachtungen werden im Bereich von Schwellenwert und Langzeitfestigkeit gemacht, es wird also vorausgesetzt, dass kein Rissfortschritt auftritt oder nach einem gewissen Wachstum selbst stoppt. Dadurch sind genauere Kenntnisse über die Dauer der Rissinitiierungsphase nicht nötig. Gänzlich andere Rahmenbedingungen ergeben sich, wenn die Lage einer Wöhlerlinie auf ähnliche Weise bestimmt werden soll, da hier auch die Phase der Rissinitiierung eine Rolle für die Lebensdauer spielt. Wie groß deren Einfluss auf die Gesamtlebensdauer ist, kann nicht mit Sicherheit bestimmt werden. Einige Literaturstellen sprechen dieser Phase eine starke Bedeutung zu *[84; 94]*, wohingegen andere ihr nur untergeordnete Wichtigkeit zuschreiben *[69; 104]*.

2.2. Alterung von warmaushärtenden Aluminiumgusslegierungen

2.2.1. Einleitung

Um die mechanischen Eigenschaften zu verbessern, werden Aluminium unterschiedliche Legierungselemente beigefügt, wobei verschiedene Mechanismen Einfluss auf das Materialverhalten haben. Eine spezielle Form der Alterung ist die Wärmebehandlung von warmaushärtenden Aluminiumlegierungen. Hier wird die Änderung der Mikrostruktur ausgenutzt, um Materialeigenschaften zu verbessern [112; 113].

Mischkristallhärtung und Korngröße

Die Mischkristallhärtung basiert auf dem Vorhandensein von Legierungselementen in der Aluminiummatrix. Durch diese Gitterfehler wird die Versetzungsbewegung behindert, was in einem Anstieg der Festigkeit resultiert. Ausschlaggebend ist einerseits eine ausreichende Löslichkeit der Legierungselemente in der festen Form und außerdem der Größenunterschied der Elemente. Die beste Kombination dieser Effekte bei einer Aluminiummatrix bieten Kupfer und Magnesium.

Der Korngrößeneinfluss ist bei Aluminiumlegierungen zwar kleiner als bei Eisen- oder Stahllegierungen, durch feinere Körner kann aber auch eine Steigerung der Festigkeit erreicht werden.

Ausscheidungshärten

Am weitesten verbreitet zur Verbesserung der Festigkeitseigenschaften von warmaushärtbaren Aluminiumlegierungen ist die Wärmebehandlung. Nach dem Lösungsglühen und Abschrecken, um eine übersättigte feste Lösung zu erzeugen, folgt ein Altern des Materials, welches durch das Wachstum von Ausscheidungen bestimmt wird. Dieser Alterungsvorgang kann bei Raumtemperatur (natürliche Alterung) erfolgen oder bei erhöhter Temperatur (künstliche Alterung). Einfluss auf die Alterung haben:

- Die chemische Zusammensetzung der übersättigten, festen Lösung.
- Die Zusammensetzung der Phasen, welche durch Diffusion aus der übersättigten festen Lösung entstehen.
- Die Ausscheidungskinetik, welche in Mehrphasensystemen bestimmt, wie diese Phasen in Wechselwirkung treten.
- Temperatur und Aushärtedauer, diese Kombination wird auch als Alterungszustand bezeichnet.
- Die Eigenschaften der Aushärtungsphasen, die den Mechanismus der Aushärtung definieren.

Je nach Härte und Größe der Ausscheidungen findet auch eine Beeinflussung der Versetzungsbewegung statt [112]. Bei harten und großen Ausscheidungen tritt der Orowan-Effekt auf, bei welchem die Versetzungen um den Einschluss herum wachsen, wohingegen bei weichen und kleinen Ausscheidungen der Partikel aufgrund des Friedel-Effekts abgeschert wird.



Abb. 2.11: Umlaufen der Versetzung, beschrieben durch den Orowan-Effekt [47]



Abb. 2.12: Schneiden des Partikels, beschrieben durch den Friedel-Effekt [47]

2.2.2. Beschreibung des Alterungsverhaltens nach Shercliff und Ashby

Mit Hilfe des Modells nach Shercliff und Ashby [98] bietet sich die Möglichkeit die prozesstechnischen Einflüsse wie Legierungszusammensetzung, Temperatur und Dauer der Wärmebehandlung in eine mathematische Beziehung zu Materialkennwerten wie Zugfestigkeit oder Streckgrenze zu setzen. Der Einfluss der betriebsbedingten Alterung kann ebenfalls berücksichtigt werden.

Anwendung findet dieses Modell bei warmaushärtenden Aluminiumlegierungen, wie den Legierungen der Gruppe 2000 oder 6000. Einschränkungen müssen bei Legierungen gemacht werden, deren Ausscheidungsverhalten aus mehreren Stufen besteht.

Der Ansatz basiert auf so weit wie möglich vereinfachten Submodellen, die folgende Parameter berücksichtigen:

- die Vergrößerung des Volumenanteils der Ausscheidungen und die Abnahme der gelösten Legierungselemente mit zunehmender Alterungszeit,
- die Abhängigkeit des Gleichgewichtsvolumenanteils von der Alterungstemperatur,
- die zeitabhängige Vergröberung der Ausscheidungen,
- den Festigkeitsanteil der festen Lösung,
- den Festigkeitsanteil durch Abscheren von Partikeln (Friedl Effekt),
- den Festigkeitsanteil durch die Umgehung von Partikeln (Orowan Effekt).

Die Dehngrenze $\sigma_{0.2}(t,T)$ (Abb. 2.13) ist die Summe aus der intrinsischen Festigkeit des reinen Aluminiums σ_i , dem Festigkeitsanteil der festen Lösung $\Delta \sigma_{ss}(t,T)$ und dem Beitrag der Ausscheidungen $\Delta \sigma_{ppt}(t,T)$:

$$\sigma_{0.2}(t,T) = \sigma_{\rm i} + \Delta \sigma_{\rm ss}(t,T) + \Delta \sigma_{\rm ppt}(t,T)$$

$$\Delta \sigma_{\rm ppt}(t,T) = \left(\frac{1}{\Delta \sigma_{\rm A}(t,T)} + \frac{1}{\Delta \sigma_{\rm B}(t,T)}\right)^{-1}$$
Glg. (2.20)

Der Anteil der Ausscheidungen $\Delta \sigma_{ppt}(t,T)$ setzt sich zusammen aus dem Einfluss der Scherung $\Delta \sigma_A(t,T)$ und des Orowan Effekts $\Delta \sigma_B(t,T)$.



Abb. 2.13: Spannungsbeiträge zum Alterungsmodell nach Shercliff und Ashby [98]

2.2.3. Modelle zur bruchmechanischen Betrachtung

Im Gegensatz zur Spannungsmechanik existiert zurzeit kein Modell zur Quantifizierung des Alterungseinflusses auf bruchmechanische Kennwerte von Aluminiumlegierungen, obwohl ebenfalls die Art der Ausscheidungen in der Matrix und an den Korngrenzen sowie die Größe des ausscheidungsfreien Bereichs in der Nähe der Korngrenzen als Einflussfaktoren identifiziert wurden [99; 117].

Meist werden in Studien nur die herstellungsrelevanten Bereiche, welche für die Wärmebehandlung erforderlich sind [24] oder der vollständig überalterte Zustand [13; 24; 118] untersucht. Untersuchungen mit mehreren Alterungsstufen pro Material, welche einen größeren Bereich der Alterung abdecken, sind hingegen selten [22; 103]. Diese detaillierteren Analysen des Alterungsverhaltens berücksichtigen meist auch unterschiedliche Medien [11; 46] und können daher nur schwer bezüglich der einzelnen Einflüsse differenziert werden.

Aus Abb. 2.14 ist ersichtlich, dass der Einfluss der Alterungsmikrostruktur vor allem im Bereich des Schwellenwertes zu finden ist [11]. Dieser besteht auch weiter, wenn Rissschließeffekte, etwa durch Berechnung eines ΔK_{eff} oder Messung unter höherem Spannungsverhältnis *R*, berücksichtigt oder minimiert wurden. Im Bereich konstanten Risswachstums kann hingegen kein Einfluss festgestellt werden. Des Weiteren kann durch Überalterung keine Verbesserung des Werkstoffverhaltens hinsichtlich des Risswiderstands erreicht werden.



Abb. 2.14: Schwellenwert und Alterung [11]

Abb. 2.15: Rissfortschrittsrate und Alterung [11]

Ein Vergleich des Alterungsverhaltens von Rissfortschrittsrate (Abb. 2.15) und Fließspannung oder Streckgrenze (Abb. 2.16) zeigt ein ähnliches Verhalten, welches auf Gemeinsamkeiten bezüglich mikrostruktureller Einflüsse im Alterungsverlauf hindeutet.



Abb. 2.16: Spannungen und Alterung [11]

Für die untersuchten Legierungen korreliert der höchste Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors mit dem Vorhandensein von Ansammlungen von fester Lösung, wohingegen die höheren Rissfortschrittsraten mit dem Auflösen dieser Ansammlungen oder der Ausscheidungen der Al2CuLi und Al2CuMg Phase zusammenpassen.

2.3. Die Methode der Finiten Elemente

2.3.1. Einleitung

Zur Beschreibung physikalischer Probleme können gewöhnliche oder partielle Differentialgleichungen herangezogen werden. Aufgrund der steigenden Komplexität von Bauteilen und den daraus aufgebauten Systemen ist es nicht immer einfach, oft auch gar nicht mehr möglich, Lösungen für diese Gleichungen zu finden. Um diese Probleme trotzdem quantitativ fassbar zu machen werden sie in kleinere Teilgebiete aufgeteilt, deren Verhalten bekannt und beschreibbar ist. Es existieren unterschiedliche Diskretisierungsverfahren wie die Randelementmethode, die Finite Differenzen Methode oder die im technischen Bereich am weitesten verbreitete Methode der Finiten Elemente (FEM).

Aufgrund der sehr allgemeinen Ansätze der Finiten Elemente Methode kann diese für einen weiten Bereich an Problemstellungen (mechanisch, thermisch, elektrisch; ein- oder mehrdimensional; quasistatisch oder zeitabhängig) herangezogen werden. Das zu betrachtende Gebiet wird hierfür diskretisiert, also in lösbare Teilbereiche, die Elemente, unterteilt. Die Geometrie dieser Elemente wird über deren Knoten, welche meist an Kanten oder Ecken sitzen, definiert. Die Lösung für jedes Element wird, basierend auf der Position im Finiten Elemente Netz, in eine globale Matrix eingebunden und unter Berücksichtigung von Randbedingungen (Einspannung, Krafteinleitung, interne Temperaturfelder, etc.) wird dieses Gleichungssystem numerisch gelöst.

Die daraus ermittelte Lösung ist eine Näherung der exakten Lösung der zugrundeliegenden Differentialgleichung. Deren Güte hängt unter anderem stark von den getroffenen Vereinfachungen ab:

- Elementauswahl: lineare oder quadratische Elemente, Art der Ansatzfunktion,
- Art der numerischen Lösung: vollständige oder reduzierte Integration,
- Bauteilgeometrie: abhängig von der Netzfeinheit können Rundungsradien unter Umständen nicht korrekt dargestellt werden,
- Materialgesetz: linear-elastische Rechnung oder Berücksichtigung nichtlinearer Anteile,
- Aufbringen von Randbedingungen,
- usw.

Um den Einfluss dieser Vereinfachungen beurteilen zu können, stehen unterschiedlichste Methoden zur Fehlerabschätzung zur Verfügung.

2.3.2. Mathematischer Aufbau der Finiten Elemente Methode

Obwohl die Finite Elemente Methode für unterschiedlichste Probleme zur Lösung herangezogen werden kann, wird der Fokus in diesem Kapitel auf die statische Betrachtung im Bereich der Strukturmechanik gelegt. Im Folgenden wird nicht zwischen Vektoren und Matrizen (beide durch Unterstriche gekennzeichnet) unterschieden, da sich dies abhängig von der Dimension des Problems ändern kann [105; 116; 121; 122].

Gesucht wird eine numerische Lösung für einen Satz allgemeiner Differentialgleichungen (DGL):

wobei \underline{A} der Operator ist, \underline{u} die gesuchte Funktion (Verschiebung) und <u>f</u> der Lösungsvektor (Kraft).

Zur Lösung dieser allgemeinen Differentialgleichung wird die Verschiebung \underline{u} durch eine Linearkombination einfacherer Polynome ersetzt:

$$\underline{u} \approx \underline{\hat{u}} = \sum_{j} N_{j} a_{j} = \underline{N} \underline{a}$$
Glg. (2.22)
$$N_{1} = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta), \qquad N_{2} = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta)$$
Glg. (2.23)
$$N_{3} = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta), \qquad N_{4} = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta)$$

 N_j sind Ansatzfunktionen, welche eine dem Problem entsprechende Form (linear (Glg. (2.23), Abb. 2.17), quadratisch (Abb. 2.18), kubisch, etc.) annehmen können, die Größe der Verschiebung wird durch den Koeffizienten a_j für den jeweiligen Knoten *j* definiert. Um dies erfüllen zu können, müssen die Ansatzfunktionen den Wert Eins am eigenen Knoten annehmen und auf den übrigen Knoten den Wert Null haben.



Abb. 2.17: lineares Element

Abb. 2.18: quadratisches "Serendipity" Element [121]

Daraus ergibt sich auch die Eigenschaft der Partition of Unity für das betrachtete Gebiet:

$$\sum_{j} N_{j} = 1$$
 Glg. (2.24)

Die Dehnungen werden aus der Näherungslösung (Glg. (2.22)) mittels des passenden linearen Operators <u>S</u> des Verschiebungsfeldes berechnet:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} \approx \underline{\hat{\underline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{S}} \, \underline{\underline{\hat{u}}} = \underline{\underline{B}} \, \underline{\underline{a}}$$

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{S}} \, \underline{\underline{N}}$$
Glg. (2.25)

Zur Lösung der Differentialgleichung wird ein energetisches Gleichgewicht angesetzt, das entweder über die virtuelle Verschiebung oder die Änderung der potentiellen Energie hergeleitet werden kann. Bezieht man das Prinzip der virtuellen Verschiebung auf den einfachsten Fall eines einzelnen Elementes folgt:

$$\delta \underline{a}^{e^{\mathrm{T}}} \underline{q}^{e} = \int_{V^{e}} \left(\delta \underline{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \underline{\sigma} - \delta \underline{u}^{\mathrm{T}} \underline{b} \right) \mathrm{d} V^{e} \qquad \text{Glg. (2.26)}$$

Die Gleichung definiert ein Gleichgewicht für ein Element zwischen der Arbeit der Knotenkräfte auf der linken Seite und der Arbeit aus Spannungen und Volumenkräften auf der rechten Seite.

Substituiert man Geleichungen Glg. (2.22) und Glg. (2.25) und setzt voraus, dass dies für alle virtuellen Verschiebungen δa^{eT} gelten muss, erhält man:

Mit Hilfe eines Materialgesetzes in Matrixform \underline{D} können Spannungen $\underline{\sigma}$ und Dehnungen $\underline{\varepsilon}_0$ verknüpft werden. Auch Eigenspannungen $\underline{\sigma}_0$ und anfängliche Dehnungen $\underline{\varepsilon}_0$ werden berücksichtigt:

Der Übergang von der elementbasierten Darstellung auf eine globale Gleichung ist möglich, da die Ansatzfunktionen lokal definiert werden und außerhalb des jeweiligen Elementes Null sind.

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{a}} + \underline{\underline{f}} = \underline{\underline{r}}$$
 Glg. (2.29)

wobei

$$\underline{K} = \int_{V_{\rm K}} \underline{B}^{\rm T} \underline{D} \ \underline{B} \ \mathrm{d}V_{\rm K}$$

$$\underline{f} = -\int_{V_{\rm K}} \underline{B}^{\rm T} \underline{D} \ \underline{\varepsilon}_0 \ \mathrm{d}V_{\rm K} + \int_{V_{\rm K}} \underline{B}^{\rm T} \underline{\sigma}_0 \ \mathrm{d}V_{\rm K} - \int_{V_{\rm K}} \underline{N}^{\rm T} \underline{b} \ \mathrm{d}V_{\rm K} - \int_{A_{\rm K}} \underline{N}^{\rm T} \underline{\tilde{t}} \ \mathrm{d}A_{\rm K}$$
Glg. (2.30)

Der Lösungsvektor \underline{f} besteht aus den Anteilen der anfänglichen Dehnungen, Eigenspannungen, Volumenkräften und als vierter Term auf der rechten Seite werden Randbedingungen berücksichtigt, welche durch virtuelle externe Kräfte bedingt sind. Verschiebungsrandbedingungen können einfach durch Festlegen der jeweiligen Knotenverschiebung a_k definiert werden. Externe Punktlasten fließen über den Vektor \underline{r} in die Berechnung ein.

2.3.3. Berücksichtigung von Unstetigkeiten in der klassischen Finiten Elemente Methode

Aufgrund des Aufbaus der Ansatzfunktionen aus Polynomen ist es möglich stetige Verläufe in einem Element mit beliebiger Genauigkeit, nur abhängig vom Grad des Polynoms, abzubilden. Sollen aber Phänomene wie Risse, Poren oder Einschlüsse unabhängig von der Vernetzung betrachtet werden, sind diese Funktionen nicht mehr ausreichend.

Definition von Unstetigkeiten



Abb. 2.19: Starke Unstetigkeit

Abb. 2.20: Schwache Unstetigkeit

Unterscheiden kann man zwischen starken Unstetigkeiten (Abb. 2.19), wie sie Risse darstellen, wo die Verschiebung an der Rissflanke einen Sprung macht und schwachen Unstetigkeiten (Abb. 2.20), wo nur ein Knick auftritt (die erste Ableitung liefert eine starke Unstetigkeit), wie er unter anderem bei Materialübergängen auftreten kann.

Modellierung

Im Fall einer schwachen Unstetigkeit ist es möglich diese bei der Vernetzung zu berücksichtigen, indem der Übergang von einer Elementkante definiert wird, und dadurch abzubilden. Bei geänderter Lage der Unstetigkeit muss das Netz aber neu aufgebaut werden, wodurch eine zusätzliche mögliche Ungenauigkeit durch den Netzeinfluss berücksichtigt werden muss.

Eine starke Unstetigkeit kann ebenfalls in der Vernetzung berücksichtigt werden. Um die Auswirkungen eines Risses auf einen Bauteil zu berechnen, stehen unterschiedliche Möglichkeiten zur Verfügung. Die einfachste Möglichkeit ist in den vom Riss betroffenen Elementen die Steifigkeit zu minimieren, was sich direkt auf die Verschiebungen im Element auswirkt *[9; 122]*. Eine weitere Möglichkeit ist eine Nahtstelle (Seam) zu definieren, an welcher sich die Elemente voneinander lösen können. Dafür wird bei der Vernetzung entlang des Seam ein zweites Set an Knoten generiert, welches im einfachsten Fall deckungsgleich mit den ursprünglichen Knoten ist. Jeweils ein Set dient dann zur Definition der Elemente an der Oberund Unterseite entlang des Risses. Für das Modell eines symmetrischen Bauteils, wo auch der Riss in der Symmetrieebene liegt, kann dieses Verhalten durch die Randbedingungen erzwungen werden *[23]*. Um mit dieser Methode das Risswachstum abbilden zu können, ist ein Neuvernetzen unvermeidbar.

Sollen Diffusionsvorgänge an Einschlüssen, Risswachstum oder dergleichen unabhängig vom Netz betrachtet werden, stößt die klassische Finite Elemente Methode an ihre Grenzen, welche durch neue oder angepasste Ansatzfunktionen umgangen werden können, was durch die Extended Finite Element Method (XFEM) oder der Partition of Unity Method ermöglicht wird [23].

2.3.4. Singuläre Elemente

Um eine singuläre Spannungsüberhöhung darzustellen, ist es möglich bei quadratischen Elementen den Mittenknoten im globalen Koordinatensystem in Richtung der Rissspitze zu verschieben. Trennt der Knoten die Elementkante in einem Verhältnis von $\alpha = \frac{1}{4}$ können Singularitäten berechnet werden (Abb. 2.21) [7; 52; 53].



Abb. 2.21: quadratisches Linienelement, globales (a) und lokales (b) Koordinatensystem

Bei isoparametrischen Elementen werden zur Beschreibung der Verschiebung $\underline{\hat{u}}$ der Transformation zwischen globalen (x,y,z) und lokalen (ξ,η,ζ) Koordinaten dieselben Ansatzfunktionen verwendet. Für ein quadratisches Linienelement ergibt sich folgendes eindimensionales Verschiebungsfeld, wobei \hat{u} für die Transformation einfach durch die Koordinate *x* ersetzt (Abb. 2.21a) werden kann:

$$\hat{u} = \sum_{j=1}^{3} N_j a_j = \frac{1}{2} \xi (\xi - 1) a_1 + \frac{1}{2} (1 - \xi^2) a_2 + \frac{1}{2} \xi (\xi + 1) a_3 \qquad \text{Glg. (2.31)}$$

Werden in Glg. (2.31) die drei Knotenkoordinaten $x_1=0$, $x_2=\alpha l$, $x_3=l$ eingesetzt erhält man:

für
$$\alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \xi = \frac{2x}{l} - 1$$

für $\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \xi = 2\sqrt{\frac{x}{l}} - 1$
Glg. (2.32)

Wird die Verschiebung u in Abhängigkeit der globalen Koordinate x beschrieben, ist diese Näherung für $\alpha = \frac{1}{2}$ ein quadratisches Polynom. Für ein Streckenverhältnis $\alpha = \frac{1}{4}$ erhält man:

$$\hat{u} = a_1 + 2(a_1 - 2a_2 + a_3)\frac{x}{l} + (-3a_1 + 4a_2 + a_3)\sqrt{\frac{x}{l}}$$
 Glg. (2.33)

Durch Ableiten nach der Ortskoordinate *r* erhält man eine $1/\sqrt{r}$ Dehnungssingularität. Für 2D oder 3D Elemente kann ähnlich verfahren werden.

2.3.5. Unstetigkeiten in der Erweiterten Finiten Elemente Methode

Unstetigkeiten werden in der Erweiterten Finiten Elemente Methode mit Hilfe zusätzlicher Ansatzfunktionen, durch Kombination von bekannten Ansatzfunktionen und so genannte Anreicherungs- oder hierarchische Funktionen, abgebildet [8; 10; 27; 41; 49; 75; 76; 106; 107; 108]. Das bedeutet, dass keine zusätzlichen Knoten eingeführt, sondern den bestehenden Knoten zusätzliche Freiheitsgrade hinzugefügt werden.

Aufbau der Anreicherungsfunktionen

Die aus Glg. (2.22) bekannte Näherung für die Verschiebung $\underline{\hat{u}}$ (welche vom Ort <u>x</u> abhängt) wird um Terme zur Berücksichtigung von Rissen oder Einschlüssen erweitert:

$$\underline{\tilde{u}}(\underline{x}) = \sum_{j \in \Omega} N_j a_j + \sum_{i=1}^g \sum_{j \in \Omega^*} N_j^* \psi^i(\underline{x}) b_j^i$$
 Glg. (2.34)

Ein Merkmal der Erweiterten Finiten Elemente Methode ist, dass die zusätzlichen Ansatzfunktionen nicht wie bei der Partition of Unity Method [6; 71] für den ganzen Bereich Ω gelten, sondern nur auf den von der Unstetigkeit betroffenen Bereich Ω^* angewendet werden. Deren Anzahl g ist nicht begrenzt und kann, ebenso wie die eigentliche Anreicherungsfunktion ψ^i , problemabhängig gewählt werden. Daraus ergibt sich der Vorteil einer, im Vergleich zur Partition of Unity, verhältnismäßig kleinen Steifigkeitsmatrix, ohne dass die Genauigkeit des Ergebnisses beeinträchtigt wird. Die zusätzlichen Ansatzfunktionen N_j^* können die gleiche Form haben wie N_j , dies ist aber nicht zwingend erforderlich.

Um das Verschiebungsverhalten der Rissflanke darstellen zu können, bieten sich die Heaviside oder Signum Funktion an, wobei die Level-Set Funktion $\phi(\underline{x})$, als Normalabstand eines Punktes von der Unstetigkeit, Null ist auf dem Interface (Phasengrenze, Rissflanke oder ähnliches) und einen Wert größer Null im einen und kleiner Null im anderen Gebiet hat:

$$\psi(\underline{x}) = \operatorname{sign}(\phi(\underline{x})) \text{ oder}$$

$$\psi(\underline{x}) = \operatorname{H}(\phi(\underline{x}))$$

Glg. (2.35)

Die Singularität an der Rissfront kann mit Hilfe von vier Gleichungen abgebildet werden, wobei ihre Position mit Hilfe einer zweiten Level-Set Funktion bestimmt wird:

$$\psi^{1}(\underline{x}) = \sqrt{r} \sin\frac{\theta}{2}, \qquad \psi^{2}(\underline{x}) = \sqrt{r} \sin\frac{\theta}{2} \sin\theta$$

$$\psi^{3}(\underline{x}) = \sqrt{r} \cos\frac{\theta}{2}, \qquad \psi^{4}(\underline{x}) = \sqrt{r} \cos\frac{\theta}{2} \sin\theta$$

Glg. (2.36)

Ein lineares Element mit vier Eckknoten in zwei Dimensionen hat acht Freiheitsgrade und daher auch 8x8 Einträge in der Elementsteifigkeitsmatrix. Dagegen hat das gleiche Element durch die Finite Elemente Erweiterungen acht zusätzliche Freiheitsgrade zur Bestimmung der Lage der Rissflanke und im Falle der Risspitze nochmals 32 Freiheitsgrade, wodurch eine Elementsteifigkeitsmatrix mit 48x48 Einträgen aufgebaut wird.

Anpassen der Anreicherungsfunktionen

Aufgrund der erhöhten Anzahl an Freiheitsgraden wird die Verschiebung in einem Knoten nicht mehr nur durch einen Koeffizienten pro Raumrichtung bestimmt, wie in der klassischen Finiten Elemente Methode, sondern durch die Summe aus sechs Variablen. Um Dirichlet Randbedingungen in der Erweiterten Finiten Elemente Methode ebenfalls durch eine Variable definieren zu können, müssen die Anreicherungsfunktionen des jeweiligen Knotens *j* im Knoten selbst gleich Null sein:

$$M_{j}^{i,\text{shift}} = N_{j}^{*}\left(\underline{x}\right) \left\{ \psi^{i}\left(\underline{x}\right) - \psi^{i}\left(\underline{x}_{j}\right) \right\}$$
Glg. (2.37)

Ein weiteres Problem besteht in den sogenannten Übergangselementen wo nur ein Teil der Knoten eines Elementes Anreicherungsfunktionen besitzt. Dadurch können die in diesem Bereich nicht mehr erwünschten Einflüsse der Anreicherung nicht vollständig kompensiert werden, wodurch das Ergebnis verfälscht wird. Als Lösung bietet sich eine Rampenfunktion an, welche die Einflüsse im Element in Richtung des nicht angereicherten Bereichs stetig minimieren kann:

$$R(\underline{x}) = \sum_{j \in \Omega^*} N_j^*(\underline{x})$$
 Glg. (2.38)

Diese wird mit der Ansatzfunktion multipliziert und hat bei einem vollständig angereicherten Element den Wert Eins, im Bereich der klassischen Finiten Elemente Methode den Wert Null und in den Übergangselementen tritt ein Verlauf zwischen Eins und Null auf.

Einschränkungen

Da die Ansatzfunktionen für die Darstellung der Rissflanke auf einer Level-Set Funktion basieren, sollte vermieden werden, dass diese einen Elementknoten schneidet oder im spezielleren Fall entlang einer Elementkante verläuft, da dies zu schlecht konditionierten Systemmatrizen führen kann. Dies kann aber bei der Vernetzung und der anschließenden Rissausbreitung programmtechnisch berücksichtigt werden.

Aufgrund der zusätzlichen Ansatzfunktionen steigt die Anzahl der Freiheitsgrade stark an, was in einem erhöhten Rechenaufwand zur Lösung des linearen Gleichungssystems resultiert. Die Einträge in der Systemmatrix basieren auf Glg. (2.30) und werden durch numerische Integration ermittelt, da eine analytische Lösung meist zu aufwändig ist. Mit Hilfe der Gauß Integration können stetige, nicht singuläre Funktionen mit beliebiger Genauigkeit dargestellt werden. Je höher der Grad des Polynoms gewählt wird, desto mehr Stützstellen sind für die Berechnung nötig. Im Fall eines linearen Elementes ist eine Stützstelle ausreichend, wird ein quadratisches Element benützt, benötigt man zwei Stützstellen je Raumrichtung, wird nur

durch einen Stützpunkt integriert, spricht man von reduzierter Integration. Im Gegensatz zu Standardelementen berücksichtigen die angereicherten Elemente Unstetigkeiten, weshalb eine direkte numerische Integration nicht möglich ist. Daher wird das Element entlang der Unstetigkeit in eine sinnvolle Anzahl an Subelementen geteilt. Außerdem wir die Anzahl der Stützstellen in den einzelnen Subelementen erhöht, um die Form der Anreicherungsfunktion besser erfassen zu können [41].

2.3.6. Das *J*-Integral

Das J-Integral kann dazu verwendet werden um die Belastungen an der Rissspitze oder einer anderen Unstetigkeit zu bestimmen [93].

Die Integration erfolgt entgegen den Uhrzeigersinn entlang der Kurve Γ , welche die Unstetigkeit umschließt. Das Koordinatensystem wird hierzu auf die Risslage bezogen, wobei die x-Koordinate parallel zur Rissflanke liegt. Die Verformungsenergiedichte W ist die Fläche unter der Spannungs-Dehnungskurve und der Zugkraftvektor <u>T</u> das Produkt aus Spannung <u> σ </u> und des nach außen gerichteten Normalvektors <u>n</u> auf Γ .



Abb. 2.22: Koordinatensystem und Integralverlauf des J-Integrals

Da es ein wegunabhängiges Linienintegral ist, hat die Wahl des Integrationspfades prinzipiell keinen Einfluss auf das Ergebnis. Im Gegensatz zum Spannungsintensitätsfaktor, welcher streng genommen nur für linearelastische Materialien mit vernachlässigbar kleiner plastischer Zone gilt, ist es mit dem *J*-Integral möglich Nichtlinearitäten zu berücksichtigen. Ursprünglich definiert ist es für nichtlinear-elastische Werkstoffe, welche keine plastische Verformung aufweisen. Im Falle von plastischen Verformungen behält es nur seine Gültigkeit solange keine Entlastungsvorgänge stattfinden.

3. Experimentelle Untersuchungen

Untersucht wird eine Aluminiumgusslegierung, AlSi7Mg. Diese liegt einerseits im Standardzustand vor, welcher Abgießen und anschließende T6 Wärmebehandlung beinhaltet und im Folgenden als AlSi7Mg bezeichnet wird. Die zweite Variante des Materials erfährt vor der T6 Wärmebehandlung einen zusätzlichen Verarbeitungsschritt in Form von heißisostatischem Pressen (HIP) und wird in weiterer Folge mit AlSi7Mg HIP bezeichnet.

Sowohl die T6 Wärmebehandlung, welche aus Lösungsglühen und anschließendem künstlichen Altern bei erhöhter Temperatur für mehrere Stunden besteht, also auch das heißisostatische Pressen zur Minimierung der Porosität zielt auf Maximierung der Festigkeit ab *[112]*.

Die Versuche umfassen Zugversuche, spannungskontrollierte Ermüdungsversuche und Rissfortschrittsversuche für lange und kurze Risse bei unterschiedlichen Alterungszuständen, weil aufgrund der erhöhten Temperaturen, von stellenweise über 200°C am Zylinderkopf, mit einer beschleunigten Alterung zu rechnen ist.

3.1. Versuchsführung

Die Ermittlung der spannungsmechanischen Daten erfolgte im Rahmen der Dissertationen von Leitner [64] und Minichmayr [73; 74] in Anlehnung an folgende Normen:

- ASTM E 466, Standard Practice for Conducting Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials [5]
- ASTM E 468, Standard Practice for Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test Results for Metallic Materials [2]
- ASTM E 739, Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ε-N) Fatigue Data [3]
- DIN 50125, Zugproben *[25]*
- DIN EN 10002, Teil 1, Zugversuch bei Raumtemperatur [26]

Die Versuchsführung für die bruchmechanischen Untersuchungen wird im Folgenden näher beschrieben und lehnt sich an folgende Normen an:

- ASTM E 399, Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials [1]
- ASTM E 647, Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates [4]

3.1.1. Probenform und Entnahme

Die Probenentnahme erfolgt am Zylinderkopf eines BMW-Dieselmotors (Abb. 3.1) an den Stegen zwischen den Ventilen, um die Vergleichbarkeit zu vorangegangenen Versuchen zu ermöglichen und eine möglichst große Probenbreite zu erzielen.

Als Probenform wird nach ASTM E 399 [1] eine Single Edge Notch Bending (SENB) Probe ausgewählt, um den Anforderungen der Prüfmaschine zu entsprechen (Abb. 3.2).

Basierend auf der Größe des Steges zwischen den Ventilen wird unter Berücksichtigung der Kühlkanäle und anderer Einschränkungen die Probenbreite mit 10mm festgelegt. Daraus ergibt sich eine Höhe der Probe von 20mm. Die Länge der Probe wird passend zur Prüfmaschine auf 80mm gesetzt.

Die Kerbe wird gefräst und hat eine Breite von 2.5mm, eine Tiefe von 4mm und einen Spitzenwinkel von 75° (Abb. 3.3).



Abb. 3.1: Teil eines Zylinderkopfes



Abb. 3.2: Probengeometrie



3.1.2. Prüfmaschine

Zur Messung der Rissfortschrittskurven wird eine elektromechanische Resonanzprüfmaschine vom Typ RUMUL Cracktronic [95] (Abb. 3.4) verwendet. Aufgrund des Aufbaus als Zweipunkt-Biegeprüfung ist das Moment, ähnlich einer Vierpunkt-Biegung, über die Prüflänge konstant.

Eckdaten der Resonanzprüfmaschine:

•	max. Biegemoment:	$\leq 160 \text{Nm}$
•	max. dynamisches Biegemoment:	\leq 160Nm
•	max. stat. Biegemoment:	$\leq 100 \text{Nm}$
•	max. Prüffrequenzen:	bis 300Hz, in Stufen
•	max. Probenabmessungen für Biegung:	24x12x120mm

In Abhängigkeit der Steifigkeit des Systems Prüfmaschine-Probe liegt die Prüffrequenz zu Beginn des Versuches bei ungefähr 135Hz und sinkt aufgrund der zunehmenden Risslänge, welche eine Verringerung der Probensteifigkeit bewirkt, zu Versuchsende hin auf 65Hz.

Die Risslänge kann über einen RUMUL Fractomat gemessen werden, womit diese direkt an die Steuersoftware übergeben werden kann, um die Belastung zu regeln. Hierfür müssen Rissmessstreifen, ähnlich Dehnmessstreifen, auf der Probe appliziert werden. Dies hat Vorteile bei elektrisch nicht leitenden Materialien oder wenn eine optische Rissmessung nicht möglich ist, jedoch steigt der zeitliche und monetäre Aufwand bei einer größeren Probenzahl, da die Messstreifen aufwendig verklebt werden müssen und nur einmal benutzbar sind. Da eine optische Rissmessung aufgrund der engen Einbausituation der Probe nicht möglich ist, wird auf eine Messung basierend auf elektrischem Strom zurückgegriffen.



Abb. 3.4: Prüfmaschine RUMUL Cracktronic [95]

3.1.3. Risslängenmessung

Theorie

Die Risslänge wird mittels Direct Current Potential Drop (DCPD) Methode ermittelt [14; 20; 54; 66; 67]. Hierfür wird während der gesamten Versuchsdauer ein konstanter Strom durch die Probe geleitet und der elektrische Spannungsabfall über der Kerbe gemessen. Da mit wachsendem Riss der Spannungsabfall ebenfalls größer (Änderungen im nV-Bereich) wird, kann man nach Johnson [54] unter Kenntnis von Anfangsrisslänge $a_{\rm K}$, Anfangsspannung $U_{\rm K}$ und aktueller Spannung $U_{\rm a}$ die aktuelle Risslänge a ermitteln:

$$\frac{U_{\rm K}}{U_{\rm a}} = \frac{\arccos\left[\cosh\left(\frac{\pi \cdot y_{\rm M}}{2 \cdot W_{\rm P}}\right) / \cos\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot W_{\rm P}}\right)\right]}{\arccos\left[\cosh\left(\frac{\pi \cdot y_{\rm M}}{2 \cdot W_{\rm P}}\right) / \cos\left(\frac{\pi \cdot a_{\rm K}}{2 \cdot W_{\rm P}}\right)\right]}$$
Glg. (3.1)

Der Abstand der Messsonden y_M muss ebenso bekannt sein wie die Höhe der Probe W_P (Abb. 3.5).



Abb. 3.5: Prinzipskizze der DCPD-Methode

Um thermoelektrische Spannungen, welche an Materialübergängen auftreten, nicht in die Rissmessung mit einzubeziehen, wird die Stromrichtung nach jeder Messung umgepolt. Der daraus berechnete Mittelwert stellt die Thermospannung dar, wohingegen die Amplitude den Spannungsabfall aufgrund des Risses beschreibt [4]. Thermospannungen werden durch Materialübergänge, wie sie etwa ab Lötstellen auftreten, bedingt und unter anderem zur Temperaturmessung bei Thermoelementen ausgenutzt.

Anpassung an Probengeometrie und Umgebungseinflüsse

Da Glg. (3.1) für einen idealen Riss definiert ist, wird der Einfluss einer anderen Kerbgeometrie auf die Risslängenberechnung untersucht. Zu diesem Zweck werden Finite Elemente Berechnungen durchgeführt, welche auf der Ähnlichkeit von Strom- und Wärmeleitung basieren [42]:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \frac{A_{n}}{l} \cdot \Delta T$$

$$I = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{A_{n}}{l} \cdot U$$
Glg. (3.2)

Der Wärmestrom \dot{Q} entspricht dem elektrischen Strom *I*, die Wärmeleitfähigkeit λ dem Kehrwert des elektrischen Widerstands ρ und die Temperaturdifferenz ΔT der Potenzialdifferenz oder Spannung *U*.

Aufgrund der Symmetrie der Probe wird nur eine Hälfte der Probe simuliert und die Risstiefe durch Aufbringen von Randbedingungen auf der Symmetrieebene des Models berücksichtigt. Der Strom wird als Punktbelastung, ähnlich den realen Bedingungen mittig auf der rechten Seite des Models eingebracht.



Abb. 3.6: Finite Elemente Berechnung des Temperaturfeldes

Ein Vergleich von analytischer Lösung mit der Formel nach Johnson und den Finite Elemente Ergebnissen für eine V-Kerbe zeigt gute Übereinstimmung (Abb. 3.7).



Abb. 3.7: Vergleich der Johnson-Näherung mit der Finiten Elemente Simulation

Zur Berücksichtigung des Temperatureinflusses auf den elektrischen Widerstand schlägt Cerný [14] vor an einer beliebigen Stelle entfernt vom Riss eine zweite Spannungsmessung durchzuführen, um eine angepasste Referenzspannung ermitteln zu können. Um eine weitere Spannungsmessung im nV-Bereich zu vermeiden, wird die Temperatur an der Probe gemessen. Aufgrund des kleinen Schwankungsbereichs der Probentemperatur von wenigen °C kann der elektrische Widerstand über einen linearen Ansatz angepasst werden:

$$R(T) = R(T_x) \cdot (1 + \alpha_{T_x} \cdot (T - T_x))$$
 Glg. (3.3)

Bei konstantem Strom *I* über die Messdauer, ist das Verhältnis der Spannungen bei den Temperaturen T_0 und T_1 gleich dem Verhältnis der Widerstände. Daher hat der Referenzwiderstand $R(T_x)$ bei Temperatur T_x keinen Einfluss und bei Wahl von $T_x=0$ ergibt sich:

$$U_{\rm K,T_1} = U_{\rm K,T_0} \cdot \frac{1 + \alpha_0 \cdot T_1}{1 + \alpha_0 \cdot T_0}$$
 Glg. (3.4)

Wird die Temperatur nur an einer Stelle der Oberfläche gemessen, ist ein Schutz vor lokalen Temperaturschwankungen, zum Beispiel durch einen Luftzug, nötig.

Die Federkontakte zur Spannungsmessung werden von oben an die Probe angelegt (Abb. 3.8).

Abb. 3.8: Einbausituation für die DCPD-Risslängenmessung

Die Steuerung der Stromrichtungsumschaltung sowie der Start der Spannungsmessung erfolgt, ebenso wie die Kommunikation mit der Prüfmaschine, durch ein mit LabView selbst erstelltes Programm. Die Spannungsmessung wird mit einem KEITHLEY Nanovoltmeter 2182A realisiert, welches ebenfalls mit der programmierten Messsoftware kommuniziert. Eine Ablaufskizze zur Rissmessung ist im Anhang unter Abb. 8.1 zu finden.

3.1.4. Rissfortschrittsversuche

Der Spannungsintensitätsfaktor ΔK wird nach ASTM E 399 [1] für Dreipunkt-SENB-Biegeproben errechnet. Die Anfangsrisslänge, welche für die Direct Current Potential Drop Messung nötig ist, wurde mit Hilfe eines Auflichtmikroskops gemessen. Alle Versuche werden bei einem konstanten Spannungsverhältnis *R* ausgeführt.
Langrissversuche

Die Langrissversuche (Abb. 3.9) werden durchgeführt, um den Schwellenwert bei voll ausgeprägten Rissschließeffekten ermitteln zu können und werden in Anlehnung an ASTM E 647 [4] vorgenommen.

Als erstes erfolgt das Anschwingen bis zu einer Risslänge von 6.5mm um eine, im Vergleich zur Kerbe, scharfe Rissspitze zu erhalten und die Anforderung einer Kerbe mit 30° Öffnungswinkel laut ASTM E 647 zu erfüllen. Bei einem Spannungsverhältnis von R=0 wird mit einem ΔK von 7MPa \sqrt{m} angeschwungen, welches für steigende R-Werte abgesenkt wird, um die plastische Zone klein zu halten und die Prüfmaschine nicht zu überlasten. Die Versuchsdaten aus dieser Phase werden nicht zur Auswertung herangezogen, da aufgrund des fertigungsbedingten Rundungsradius der Kerbe und der am Anfang stärker ausgeprägten plastischen Zone eine von der Belastungsgeschichte und Kerbgeometrie abhängige Rissfortschrittskurve zu erwarten ist.

In Phase zwei wird der aktuelle Spannungsintensitätsfaktor in Abhängigkeit von Anfangswert, der mit der Belastung beim Anschwingen identisch ist, und Rissfortschritt langsam abgesenkt bis der Schwellenwert für den langen Riss erreicht ist und der Riss stoppt.

Der Exponent *C* darf nicht zu groß gewählt werden, da ansonsten Reihenfolgeeinflüsse aufgrund der Änderung der plastischen Zonengröße um die Rissspitze das Ergebnis beeinflussen könnten und wurde daher mit C=-0.5mm⁻¹ bestimmt.

Der Versuch wird gestoppt, wenn die Rissfortschrittsrate einen Wert von 10⁻¹¹m/LW unterschreitet. Dass Risswachstumsraten möglich sind, welche unterhalb des Atomabstands von ungefähr 10⁻¹⁰m liegen, zeigen auch Untersuchungen unter Belastungen im Ultraschallbereich [103].



Abb. 3.9: Verfahren zur Bestimmung eines Langrissschwellenwertes

Abschließend wird die Probe mit einer konstanten Biegemomentschwingbreite ΔM belastet, wodurch sich bei wachsender Risslänge ein steigendes ΔK einstellt. Der Startpunkt liegt unterhalb des Spannungsintensitätsfaktors beim Anschwingen, um eine gewisse Überdeckung der Kurven zu gewährleisten. Diese Überdeckung ist nötig, da aufgrund des Reihenfolgeeinflusses durch den plötzlichen Belastungssprung [89] die Rissfortschrittsraten am Anfang die-

ser Phase überschätzt werden. Deshalb werden die ersten Messpunkte der dritten Phase ebenfalls aus der Auswertung ausgeschlossen.

Kurzrissversuche

Um den Einfluss der Risslänge auf den Schwellenwert bestimmen zu können, werden Kurzrissversuche nach dem Vorschlag von Pippan et al. *[90; 91; 109; 110]* durchgeführt (Abb. 3.11).

Um einen definierten Anriss zu erzeugen ist auch hier ein Anschwingen nötig. Dieses findet im Druckbereich statt, da hier der Riss selbständig stoppt und sich die Rissflanken bei anschließender Prüfung im Zugbereich am Anfang nicht berühren, was das Rissschließen minimiert (Abb. 2.8). Aufgrund des selbstständigen Stoppens sind 150'000 Schwingspiele meist ausreichend um einen definierten Anriss zu erzeugen. Die Risslänge nach dem Anschwingen wird mit Hilfe eines Auflichtmikroskops (Abb. 3.10) auf beiden Seiten der Probe ermittelt um eine mittlere Anrisslänge bilden zu können.



Abb. 3.10: Beidseitige Messung der Risslänge nach dem Anschwingen



Abb. 3.11: Stufenförmige Laststeigerung zur Bestimmung mehrerer Kurzrissschwellenwerte nach Pippan [90]

Darauf folgt die Messung des Rissfortschritts unter konstanter Schwingbreite des Biegemoments. Der effektive Schwellenwert von diversen Aluminiumlegierungen liegt laut Pippan [88] bei ungefähr 0.85MPa \sqrt{m} . Um Risswachstum zu ermöglichen wird als Startwert für die Kurzrissversuche ein ΔK von 2MPa \sqrt{m} gewählt. Durch Wachsen des Risses nimmt einerseits der Spannungsintensitätsfaktor zu, andererseits aber auch die Rissschließeffekte, was dazu führt, dass die real schädigende Belastung kleiner wird. Dadurch wird ein Verlangsamen des Rissfortschritts bewirkt, bis der Riss stillsteht. Durch stufenweise Erhöhung der Belastung ist es möglich mehrere Schwellenwerte in Abhängigkeit der effektiven Risslänge zu messen.

Nach Stoppen des Risses ist auch die Messung direkt auf der nächsten Stufe zu starten, weil sich bei weiterer Belastung ohne Rissfortschritt die Rissschließeffekte akkumulieren können und nach Laststeigerung möglicherweise kein Risswachstum auftritt. Erst eine weitere Steigerung der Last um einige Stufen führt dann wieder zu Rissfortschritt.

Oberhalb des Langrissschwellenwertes verhalten sich Kurzriss- und Langrissversuche gleich.



Abb. 3.12: Zusammenhang zwischen Kurzrissversuch und R-Kurve

Der Vorteil der Kurzrissversuche liegt in der Bestimmung von risslängenabhängigen Schwellenwerten und der Definition einer R-Kurve (Abb. 2.8 und Abb. 3.12).Der Nachteil liegt in der erhöhten Versuchsdauer. Die Messung eines Langrissschwellenwertes durch Kurzrissversuche ist schwierig, da die richtige Kombination aus Risslänge und Belastung, unter welcher sich aufbauende Rissschließeffekte und steigendes ΔK die Waage halten, nur schwer zu bestimmen ist.

3.2. Versuchsergebnisse für den Werkstoff AlSi7Mg

3.2.1. Zugversuche

Um den Einfluss unterschiedlicher Kombinationen von Temperatur und Zeit auf die Alterungsmechanismen warmaushärtender Aluminiumlegierungen bestimmen zu können, bieten sich Zugversuch aufgrund des geringeren zeitlichen Aufwandes, verglichen mit Ermüdungsversuchen, an [29]. Es zeigt sich, dass mit sinkender Alterungstemperatur die, bei Raumtemperatur geprüfte, maximale Dehngrenze ansteigt und sich zu längeren Alterungszeiten hin verschiebt (Abb. 3.13). Beschrieben werden kann das Alterungsverhalten mit Hilfe des Ansatzes nach Shercliff und Ashby [98] nach Glg. (2.20) unter Verwendung der normierten temperaturkorrigierten Zeit P^* :

$$P^* = \frac{t}{P_{\rm P} T} \exp\left[-\frac{Q_{\rm A}}{R_{\rm a} T}\right]$$
Glg. (3.6)

Diese Gleichung stellt eine Beziehung zwischen der Alterungstemperatur T und der Alterungszeit t unter Einbeziehung der Position des Maximums des Festigkeitsanteils der Ausscheidungen $P_{\rm P}$, der allgemeinen Gaskonstante $R_{\rm a}$ und der Aktivierungsenergie der Alterung $Q_{\rm A}$ [29; 73; 74] her.



Abb. 3.13: Einfluss der Alterung auf die Dehngrenze nach [29]

Die Alterungskurven in Abb. 3.13 werden basierend auf der Ermüdungsfestigkeit des ungealterten Werkstoffs bei einer Lastwechselzahl von 10^7 normiert.

3.2.2. Wöhlerversuche

Das Schwingfestigkeitsverhalten wird an ungealtertem (UA) sowie an 500h bei 150°C, 200°C und 250°C gealtertem Material (VA) bei einem Spannungsverhältnis von R=0 unter Zug-Druck-Belastung untersucht [64] (Abb. 3.14). Wie für Abb. 3.13 wird für die Normierung die Ermüdungsfestigkeit des ungealterten Werkstoffs bei 10⁷ Lastwechseln herangezogen. Neben den dicken Linien, welche eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 50% für den jeweiligen Alterungszustand abbildet, werden auch die Grenzen für 10% und 90% Überlebenswahrscheinlichkeit durch dünne Linien dargestellt.

Extrapoliert man die Wöhlerlinien (Volllinien in Abb. 3.15, Mitte) mit Hilfe der Neigung der Zeitfestigkeitsgeraden k_1 in Richtung kleinerer Lebensdauer stimmt das Materialverhalten qualitativ mit den Zugversuchsergebnissen (Abb. 3.13) überein (Abb. 3.15, links). Die Alterungskurve bei einer Auslagerungstemperatur von 150°C erreicht bei ungefähr 500h ihr Maximum und bildet auch den Maximalwert für die Dehngrenze. Mit steigender Temperatur tritt eine stärkere Überalterung des Werkstoffs auf, wodurch die Dehngrenze absinkt (200°C und 250°C). Das ungealterte Material konnte seine maximale Festigkeit noch nicht aufbauen, liegt aber über den Dehngrenzen der überalterten Proben.



Abb. 3.14: Einfluss der Alterung auf die Position der Wöhlerlinie nach [64; 65]



Abb. 3.15: Gegenüberstellung des Alterungsverhaltens im LCF- und UHCF-Bereich

Aufgrund der unterschiedlichen Neigungen der Wöhlerlinien ändert sich diese Aufteilung mit steigender Schwingspielzahl (Abb. 3.15, rechts). Zur Definition der Ermüdungsfestigkeit wird eine Extrapolation in den Bereich von 10¹² Lastwechseln vorgenommen. Die Verhältnisse ändern sich derart, dass hier das ungealterte Material die größte Festigkeit aufweist und die kleinste Ermüdungsfestigkeit bei einer Alterungstemperatur von 150°C auftritt, was nicht mit Hilfe des Modells nach Shercliff und Ashby erklärt werden kann.

3.2.3. Langrissschwellenwert

Im Rahmen der ersten Versuchsserie werden Alterung und Spannungsverhältnis in je vier Stufen variiert. Für den ungealterten Werkstoff im Auslieferungszustand ist in Abb. 3.16 die Abhängigkeit der Rissfortschrittsrate von den *R*-Werten 0, 0.2, 0.4, 0.6 dargestellt und farblich gruppiert.

Grafiken für die weiteren Alterungszustände von 10h, 50h und 500h Alterungsdauer bei einer Temperatur von 200°C sind in Abschnitt 8.3.1 (Abb. 8.2 - Abb. 8.4) abgebildet.

Der Langrissschwellenwert bei R=0 liegt für die ungealterte Legierung AlSi7Mg Standard bei 4.3MPa \sqrt{m} , was sich mit Daten aus der Literatur deckt [37; 63; 100; 104].

Die Proben für zwei weitere Alterungszustände (500h bei 150°C und 250°C) wurden separat gefertigt und anschließend geprüft (Abb. 8.5 und Abb. 8.6). Diese Ergebnisse weisen im Bereich des Schwellenwertes eine wesentlich größere Streuung auf als die bei 200°C gealterten Proben.



Abb. 3.16: Einfluss von R im ungealterten Zustand auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg

Die SENB Probe (Abb. 3.2) ist in der ASTM E 647 [4] nicht definiert, weshalb als Ersatz zur Überprüfung der Gültigkeit der linear-elastischen Bruchmechanik die Gleichung für die exzentrisch belastete Single Edge Crack Tension (SET) herangezogen wird:

$$(W_{\rm p}-a) \ge \left(\frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{K_{\rm o}}{\sigma_{\rm ys}}\right)^2$$
 Glg. (3.7)

Werden die Extremwerte abgeschätzt, kann man annehmen, dass die Zugfestigkeit σ_{ys} selbst bei überaltertem Werkstoff nicht unter 100MPa liegt. Bei einer maximalen Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors von 4MPa \sqrt{m} und einem *R*=0.6 ergibt sich ein K_0 von 10MPa \sqrt{m} , was eine Länge des Restligaments (W_{P} -a) von 12.7mm erfordert. Da die Schwellenwerte alle im Bereich von 8mm Risslänge liegen, können sie als gültig angesehen werden.

Wie erwartet verschiebt sich für größere *R*-Werte die Rissfortschrittskurve zu kleineren Schwellenwerten und größeren Rissfortschrittsraten. Je größer das Spannungsverhältnis oder je mehr der Werkstoff überaltert, desto größer ist der Unterschied im Überschneidungsbereich der Prüfphasen zwischen abfallendem ΔK (Phase II) und konstanter Biegeschwingbreite (Phase III).

3.2.4. Kurzrissschwellenwert

Das Kurzrisswachstum (vgl. Abb. 3.12) wird nur am ungealterten Werkstoff für drei Spannungsverhältnisse R=0, 0.2, 0.4 untersucht (Abb. 3.17). Das erste geprüfte Belastungsniveau für R=0 liegt bei 2MPa \sqrt{m} und wird in 0.25MPa \sqrt{m} Schritten gesteigert, sobald der Riss gestoppt hat. Mit steigendem Spannungsverhältnis wird die anfängliche Belastung abgesenkt. Im Bereich stetigen Risswachstums zeigt sich das erwartete Verhalten einer höheren Rissfortschrittsrate bei zunehmendem Spannungsverhältnis. Im Gegensatz dazu liegt der Schwellenwert für den Kurzriss bei einem R von 0.2 nicht zwischen 0 und 0.4, sondern ist annähernd gleich dem Wert bei R=0.



Abb. 3.17:Kurzrissuntersuchungen des ungealterten Werkstoffs AlSi7Mg bei unterschiedlichem R

3.3. Versuchsergebnisse für den Werkstoff AlSi7Mg HIP

3.3.1. Wöhlerversuche

Die Wöhlerlinie (Abb. 3.18) wird bei einem Spannungsverhältnis von R=-1 aufgenommen, weshalb später eine Umrechnung mittels Haigh-Diagramm erfolgen muss, um einen Vergleich mit dem Ausgangsmaterial bei einem Spannungsverhältnis R=0 zu ermöglichen. Die Normierung erfolgt basierend auf der Ermüdungsfestigkeit des ungealterten Standardwerkstoffs ohne zusätzliches heißisostatisches Pressen, wie in Abb. 3.14.



Abb. 3.18: Wöhlerlinie des gehipten Werkstoffs bei R=-1

3.3.2. Langrissschwellenwert

Ähnlich wie für den Standardwerkstoff werden für das gehipte Material vier Spannungsverhältnisse, aber nur 2 Alterungszustände (ungealtert und überaltert bei 200°C/500h), untersucht (Abb. 3.19 und Abb. 8.10).

Auch hier tritt die erwartete Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis auf, ebenso wie der Unterschied zwischen den beiden Versuchsphasen. Unter Abschnitt 8.4.1 sind die Messergebnisse für das überalterte Material in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses dargestellt.





3.3.3. Kurzrissschwellenwert

Zur Definition einer Risswiderstandskurve (Abb. 3.18) werden ungealterte Proben unter den Spannungsverhältnissen *R*=0 und 0.2 geprüft (Abb. 3.20).



Abb. 3.20: Kurzrissuntersuchungen des ungealterten Werkstoffs AlSi7Mg HIP bei zwei Spannungsverhältnissen

In Abb. 3.21 ist zu sehen, wie sich eine schwingende Belastung auf einen stehenden Riss auswirkt. Es wird die gleiche Versuchsführung wie für die Versuche in Abb. 3.20 gewählt, der Startpunkt für das erste Belastungsniveau liegt bei 2MPa \sqrt{m} . Nach Aufnahme eines Messpunktes tritt kein weiteres Risswachstum auf diesem Niveau mehr auf. Die Belastung wird trotz stehenden Risses nicht erhöht. Nach 9x10⁶ Lastwechseln wird die Belastung stufenweise in 0.25MPa \sqrt{m} Schritten gesteigert. Rissfortschritt tritt erst ab einem Niveau von 3MPa \sqrt{m} wieder auf.



Abb. 3.21:Durch Akkumulation der Rissschließeffekte bei längerer dynamischer Belastung eines stillstehenden Risses tritt Risswachstum erst bei einem sehr viel höheren Lastniveau auf, weshalb nur ein Kurzrissschwellenwert gemessen werden konnte

Eine mögliche Erklärung für dieses Verhalten ist der Aufbau einer Oxidschicht an den Rissflanken, welche während des Entlastungsvorgangs und dem dabei auftretenden Bruchflächenkontakt immer wieder aufgebrochen wird und sich nachbildet. Dadurch können sich diese Rissschließeffekte akkumulieren, weshalb ein weiteres Risswachstum erst bei einer sehr viel höheren Belastung auftritt.

3.4. Abschätzung von Einflussparametern

3.4.1. Probenbreite

Der Einfluss der Probenbreite auf die Rissfortschrittsrate wird untersucht, da die Proben aus Serienbauteilen gefertigt werden und daher die Breite nicht beliebig gewählt werden kann. Aufgrund von Bohrungen für Zündkerze und Ventile oder auch Kühlkanälen soll eine untere Grenze für die Verwendbarkeit der Probe festgelegt werden.

In Abb. 3.22 werden Referenzproben mit einer Breite von B=10mm mit 5mm und 7mm breiten Proben verglichen. Es zeigt sich, dass die Probenbreite im untersuchten Bereich keinen Einfluss auf den Schwellenwert und den langsamen Rissfortschritt hat. Die 5mm Probe zeigt bei höheren Rissfortschrittsraten ein anderes Verhalten als die Referenzproben, was auf den Einfluss der größeren plastischen Zone aufgrund des dominanteren ebenen Spannungszustandes zurückgeführt werden kann. Dies führt zu einem probendickenabhängigen Rissfortschrittsverhalten und kann im Extremfall die Verletzung der Bedingungen für den Gültigkeitsbereich der linearelastischen Bruchmechanik zur Folge haben.

Basierend auf diesen Ergebnissen und den Erfahrungen mit der Prüfmaschine werden Proben mit einer Breite von weniger als 7mm nicht mehr geprüft, da der Einfluss des ebenen Spannungszustandes zunimmt und aufgrund der Einspannvorrichtung auch eine reproduzierbare Fixierung der Probe nicht mehr gewährleistet ist.



Abb. 3.22: Einfluss der Probenbreite auf die Rissfortschrittsrate

3.4.2. Exponent *C* bei fallendem ΔK

Aufgrund der Untersuchungen von Newman Jr. et al. [40; 82; 83] werden die Langrissversuche mit den Ergebnissen aus den Kurzrissversuchen (KR) verglichen und einzelne Proben mit kleinerem Exponenten C=-0.1 (Glg. (3.5)) geprüft (Abb. 3.23). Es zeigt sich, dass der Exponent im untersuchten Bereich einen geringen Einfluss auf Risswachstum und Schwellenwert hat, was durch ähnliche Rissfortschrittsraten bei unterschiedlichen Exponenten und Prüfprogrammen belegt wird.



Abb. 3.23: Der Exponenten *C* hat nur geringen Einfluss auf den Langrissschwellenwert des Werkstoffs AlSi7Mg HIP

4. Einfluss von Fehlern auf die Lebensdauerabschätzung

Der rechnerischen Lebensdauerabschätzung fällt im Entwicklungsprozess eine enorme Bedeutung zu, da sie hilft Problemstellen in der Konstruktion im Vorfeld zu erkennen und damit teure Versuchszeit zu sparen oder Versagen im Betrieb zu verhindern. Hierfür spielen eine genaue Kenntnis des Materialverhaltens einerseits und des Spannungsfeldes im untersuchten Bauteil andererseits eine große Rolle.

Um das Materialverhalten allgemein bestimmen zu können, werden Probenversuche wie Zug-, Wöhler- oder Rissfortschrittsversuche durchgeführt. Die daraus ermittelten Kennwerte gelten meist für die jeweilige Probengeometrie und Versuchsanordnung und müssen für eine Korrelation untereinander oder eine Lebensdauerabschätzung eines Bauteils angepasst werden. Diese Anpassungen beinhalten unter anderem die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Materialfehlern, die Art der Bearbeitung, die Belastungsart oder auch die Alterung des Materials.

Das Spannungsfeld eines Bauteils wird aufgrund der geometrischen Komplexität meist nicht mehr analytisch berechnet, sondern mit Hilfe der Finiten Elemente Methode approximiert. Die Genauigkeit der numerischen Lösung wird vor allem durch die Rechenleistung und die gewünscht Rechendauer begrenzt und durch die passende Elementwahl stark beeinflusst.

4.1. Definition von Materialkennwerten für fehlerbehaftete Bauteile

In der Spannungsmechanik wird im Allgemeinen ein fehlerfreies Material sowohl für die Probenversuche als auch für das Bauteil im Betrieb angenommen. Aufgrund von zum Beispiel Gussfehlern, Porosität oder Oberflächenrauheit, welche bei der Fertigung nicht vermieden werden können, oder umweltbedingten Einflüssen im Betrieb müssen diese Unbekannten durch Sicherheitsfaktoren berücksichtigt werden. Je genauer die Auswirkungen dieser Fehler auf das Materialverhalten bekannt sind, desto kleiner kann der Sicherheitsfaktor angenommen werden und das Risiko des Bauteilversagens wird für die betrachtete Problemstellung minimiert.

Geht man bei Fehlern wie Poren oder Oberflächenrauheit davon aus, dass diese klein im Vergleich zu den Abmessungen des Bauteils sind, kann man annehmen, dass der globale Spannungsverlauf nicht beeinflusst wird. Es bietet sich daher an, diese Einflüsse in der Berechnung über ein angepasstes Materialverhalten zu berücksichtigen. Während bei Fehlern von runder Form die Spannungsüberhöhung mit Hilfe der Kerbformzahl berücksichtigt werden kann [119], stößt dieses Vorgehen bei Oxidhäuten oder scharfen Riefen an der Oberfläche an ihre Grenzen.

Hier bietet die Bruchmechanik einen Lösungsansatz, da Oxidhäute oder scharfe, ellipsoide Poren auch als Riss angesehen werden können. Durch Rissfortschrittsversuche kann der Schwellenwert des Materials für kurze und lange Risse bestimmt werden und mit Hilfe der Gleichung nach El Haddad [32] in eine Beziehung zur Ermüdungsfestigkeit gesetzt werden. Die eigentliche Entsprechung des Schwellenwertes wäre die Dauerfestigkeit, welche aber für Aluminiumlegierungen auf herkömmliche Weise kaum zu ermitteln ist, da die erforderlichen hohen Lastwechselzahlen versuchstechnisch kaum zu realisieren sind. Im Fall von warmaushärtenden Aluminiumlegierungen muss außerdem die Alterungsabhängigkeit des Materials im Modell berücksichtigt werden.

4.1.1. Alterungseinfluss auf bruchmechanische Kennwerte

Wie aus der Literatur [11] bekannt ist, zeigt sich der Einfluss der Alterung vorrangig im Bereich des Schwellenwertes, während der Bereich stetigen Risswachstums nicht nennenswert beeinflusst wird (Abb. 4.1).



Abb. 4.1: Rissfortschrittskurven für AlSi7Mg bei *R*=0 in Abhängigkeit von der Alterungsdauer bei 200°C

Dies kann auf den Einfluss der Mikrostruktur zurückgeführt werden, welcher in den Bereichen I und III der Rissfortschrittskurve verstärkt auftritt [68; 113]. Ein Einfluss der Alterung auf den Bereich der Bruchzähigkeit kann nicht abgeleitet werden, was auf den dreiphasigen Versuchsablauf zurückzuführen ist. Diese legt das Hauptaugenmerk auf die für Langzeitfestigkeitsuntersuchungen relevanteren Bereiche I und II.



Abb. 4.2: Alterungseinfluss im Bereich stetigen Risswachstums des Werkstoffs AlSi7Mg

Bei näherer Betrachtung des Bereichs stetigen Risswachstums zeigt sich keine definierbare Abhängigkeit der Al-Legierung vom Alterungszustand (Abb. 4.2). Zieht man das ungealterte Material aufgrund der höheren Probenzahl zur Definition des Streubereichs heran, ist zu erkennen, dass auch die Messergebnisse der anderen Alterungszustände in diesem Streuband liegen.

Um die Abhängigkeit des Schwellenwertes von der Alterung bestimmen zu können, wird dieser über der normierten temperaturkorrigierten Zeit P^* aufgetragen (Abb. 4.3). Hierfür werden die Ergebnisse aus den Langrissversuchen herangezogen, wobei der letzte Messpunkt der mit fallendem ΔK gemessenen Kurve, welcher zwischen 10⁻¹¹m/LW und 10⁻¹²m/LW liegt, als Schwellenwert angesehen wird. Eine "Grenzrissfortschrittsrate" kann nicht definiert werden, da auch im Bereich 10⁻¹³m/LW noch Rissfortschritt auftreten kann [103]. Diese hohen Lastwechselzahlen sind nur bei Prüffrequenzen im Ultraschallbereich in einer sinnvollen Zeitspanne erreichbar.



Abb. 4.3: Schwellenwerte in Abhängigkeit der Alterung

Im Gegensatz zu den Zugversuchen, wo mit zunehmender Alterung ein Ansteigen und anschließendes Abfallen der Dehngrenze zu beobachten ist, verhalten sich die Schwellenwerte genau entgegengesetzt. Eine indirekte Proportionalität der Kurven kann ausgeschlossen werden, weil die Maxima der Dehngrenze bei einem $P^* < 1$ und die Minima der Schwellenwerte in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses im Bereich von $P^* \approx 0.5-2$ liegen. Da die Anwendbarkeit des Modells nach Shercliff und Ashby nicht gegeben ist, wird ein Ansatz bestehend aus zwei Potenzfunktionen gewählt um das Alterungsverhalten quantitativ zu bestimmen:

$\Delta K_{\rm th,lc} = B_1 \Big(1 - \Big(1 - \Big) \Big)$	$P^* + B_3 \Big)^{-B_{\text{Expl}}} \Big) \Big(1 - R$	$(P)^{\gamma_{\rm B1}} + B_2 (P^* + B_3)^{-1}$	$^{B_{\text{Exp2}}} \left(1 - R\right)^{\gamma_{\text{B2}}}$ Glg. (4.1)
	Parameter	Wert	
	B_1	4.29	
	B_2	3.34	
	<i>B</i> ₃	0.03	
	$B_{\rm Exp1}$	0.23	
	$B_{\rm Exp2}$	0.31	
	$\gamma_{\rm B1}$	0.31	
	Ŷ _D 2	0 40	

Tab. 4.1: Parameter zur Alterungsabhängigkeit der Schwellenwerte

Die Grenzwerte der Kurve im ungealterten und überalterten Zustand werden durch die Parameter B_1 , B_2 und B_3 angepasst. Die Steigung wird über die Exponenten B_{Exp1} und B_{Exp2} bestimmt. Ein Vergleich zwischen ungealtertem und überaltertem Material zeigt, dass der Ein-

)

fluss des Spannungsverhältnisses mit zunehmender Alterung abnimmt. Dies ist gleichbedeutend mit einer Abnahme der Rissschließeffekte. Eine Erklärung hierfür ist, dass sich die für rauigkeitsinduziertes Rissschließen zuständigen Unebenheiten aufgrund des duktileren Verhaltens des überalterten Werkstoffs leichter Verformen. Die glatteren Rissflanken können nicht mehr in gleichem Maß zur Entlastung der Rissspitze beitragen. Mit Hilfe des Spannungsverhältnisses *R* und der zwei Exponenten γ_{B1} und γ_{B2} ist es möglich dies zu berücksichtigen.

4.1.2. Rissfortschritt und Wöhlerlinie

Aufgrund der Annahme, dass der Rissfortschritt im Schädigungsprozess eine dominierende Rolle einnimmt [104], sollte es möglich sein mit Hilfe von Rissfortschrittskurven fehlergrößenabhängige Wöhlerlinien zu ermitteln. Dadurch können Fehler, wie Lunker, Poren oder Ungänzen, welche bei der Fertigung immer auftreten können, in eine spannungsbasierte Lebensdaueranalyse mit einbezogen werden.

Die Quantifizierung der Messergebnisse erfolgt mit Hilfe von Glg. (2.11) nach Paris (Paris-LCF). Im Allgemeinen wird diese im Bereich des Schwellenwertes durch eine senkrechte Linie begrenzt, was zu einer Wöhlerlinie mit einer ausgeprägten Ermüdungsfestigkeit, wie sie unter anderem bei Stahlwerkstoffen definiert wird, führt. Bei Aluminium weist aber nicht nur die Wöhlerlinie eine zweite Neigung im HCF-Bereich auf, es treten auch sehr kleine Rissfortschrittsraten im Bereich des Schwellenwertes auf *[113]*. Diese werden durch eine weitere Rissfortschrittsgleichung nach Paris (Paris-HCF) angenähert.



Abb. 4.4: Rissfortschrittsraten für den ungealterten Werkstoff, mittels Paris Näherung

Um Lage A und Steigung m von Glg. (2.11) (definiert als Paris-LCF) in Bereich II durch eine Minimierung der Summe der Fehlerquadrate e bestimmen zu können, werden die Messergebnisse aus Kapitel 3.2.3 herangezogen. Aufgrund der doppeltlogarithmischen Darstellung ist eine Gewichtung nötig, da ansonsten die höheren Rissfortschrittsraten *RFR* einen zu starken Einfluss hätten:

$$e = \left(\frac{RFR_{\text{Mess}} - RFR_{\text{Fit}}}{RFR_{\text{Mess}}}\right)^2 \qquad \text{Glg. (4.2)}$$

Aufgrund der großen Steigung der Paris-HCF Näherung erfolgt die Berechnung der Fehlerquadrate hier auf Basis des Spannungsintensitätsfaktors, wobei auf eine Gewichtung wegen des kleineren Gültigkeitsbereichs verzichtet werden kann.

Da, wie in Abb. 4.2 gezeigt, keine Abhängigkeit des Rissfortschritts im Bereich stetigen Risswachstums feststellbar ist, können die ermittelten Werte des ungealterten Materials übernommen werden. Die in Abb. 8.15 - Abb. 8.17 eingefügten Paris-HCF Näherungen liefern eine überraschend gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen.

Im Bereich des Schwellenwertes ist dieses Vorgehen nicht möglich, da dieser alterungsabhängig ist und aufgrund der begrenzten Versuchsanzahl erscheint auch ein separater Fit je Alterungszustand nicht zielführend. Eine Alternative liefert die Schwellenwertberechnung mittels Glg. (4.1) basierend auf Abb. 4.3. Unter der Annahme, dass die Steigung *m* nicht von der Alterung beeinflusst wird und daher als konstant angesehen werden kann, wird der Koeffizient *A* derart gewählt, dass der aus Glg. (4.1) ermittelte Schwellenwert bei einer Rissfortschrittsrate von 10^{-12} m/LW erreicht wird.

Par Parar	ris- neter	Ungealtert	500h bei 150°C	500h bei 200°C	500h bei 250°C
1	HCF	6.021E-44	3.954E-39	8.827E-40	1.172E-41
A	LCF	1.60E-11	1.60E-11	1.60E-11	1.60E-11
т	HCF	49.5	49.5	49.5	49.5
	LCF	3.04	3.04	3.04	3.04

Tab. 4.2: Parameter der Paris-Näherung für die unterschiedlichen Alterungszustände

Um bruchmechanische und spannungsmechanische Kennwerte miteinander zu verknüpfen, kann das Kitagawa Diagramm [55] und die Näherung nach El Haddad [32] herangezogen werden. Diese Näherung verbindet ertragbare Spannung und Risslänge und nähert sich im Gegensatz zu anderen Ansätzen im spannungsdominierten Bereich einem Grenzwert. Voraussetzung ist die Kenntnis der Fehlergröße und Fehlerform um einen passenden Geometriefaktor für die Umrechnung des Spannungsintensitätsfaktors zu definieren.



Abb. 4.5: R-Kurve für den Schwellenwert des ungealterten Werkstoffs, Fit der Messwerte aus Kurz- und Langrissversuchen mit Hilfe der Näherung nach El Haddad

Kombiniert man Glg. (2.16) und Glg. (2.14), können Risswiderstands- oder R-Kurven abgebildet werden, die das Verhalten des Schwellenwertes bei kurzen Rissen für unterschiedliche Spannungsverhältnisse beschreiben:

$$\Delta K_{\text{th},R}\left(a\right) = \Delta K_{\text{th},\text{lc}} \sqrt{\frac{a}{a+a_0}} \left(1-R\right)^{\gamma} \qquad \text{Glg. (4.3)}$$

In Abb. 4.5 werden Kurzriss- (im Bereich a < 1.5mm) und Langrissschwellenwerte (im Bereich $a \approx 3.5$ mm) über der effektiven Risslänge aufgetragen und mit Hilfe von Glg. (4.3) angenähert. Die effektive Risslänge wird definiert als jene maximale Risslänge, welche einen Beitrag zum Rissschließen leisten kann. Bei den Langrissversuchen ist dies die Gesamtlänge des Risses abzüglich der Kerbtiefe. Das Anschwingen wird für die Berechnung der effektive Risslänge berücksichtigt, da es bei der späteren Prüfbelastung erfolgt. Bei den Kurzrissversuchen wird die Phase des Anschwingens nicht in die Berechnung mit einbezogen, da dies unter Druckbelastung erfolgt und daher ein Berühren der Rissflanken am Anfang des Versuches nicht auftreten kann. Daraus abgeleitet werden kann einerseits der Parameter γ , welcher den Einfluss des Rissschließens beschreibt, sowie die intrinsische Risslänge a_0 . Diese definiert den Übergang zwischen spannungsmechanisch und bruchmechanisch dominiertem Bereich im Kitagawa-Diagramm und kann zur Annäherung des Kurzrissverhaltens herangezogen werden.



Abb. 4.6: Bruchfläche einer Rundprobe aus Ermüdungsversuchen nach Leitner [64]

Um den Geometriefaktor bestimmen zu können, müssen die Fehlergröße und -form bekannt sein. Diese wurden von Leitner [64] mittels mikroskopischer Bruchflächenanalyse ermittelt. Ausgangspunkt für das Versagen sind meist Gusslunker mit einer Größe zwischen 80µm und 100µm, wobei sowohl elliptische als auch kreisförmige Fehler gefunden wurden.

Für dieses Fehlerbild in einem runden Stab bietet Murakami [78] eine Lösung an, welche mittels einer Potenzfunktion vom Grad 2 (Abb. 4.7b) angenähert wird:

$Y_{\rm RP}(a) = C_1 \left(\frac{a}{r_{\rm RP}}\right)^2 + C_2$	3	Glg. (4.4)
Parameter	Elliptischer Ansatz	Kreisförmiger Ansatz
C_1	1.214	0.579

Tab. 4.3: Parameter der Näherung des Geometriefaktors $Y_{\text{RP}}(a)$

0.827

 C_3

0.623



Abb. 4.7: Geometriefaktor Y(a) für einen Rundstab nach Murakami [78]

Ausgehend von diesen Extremwerten, einerseits einem ideal kreisförmigen Anriss mit einem Seitenverhältnis a/b von 1 und andererseits einem elliptischen Anriss mit einem Seitenverhältnis a/b von 0.5, kann die Ermüdungsfestigkeit bei einer angenommenen Fehlergröße von 0.1mm nach El Haddad mit den vorher ermittelten Parametern abgeschätzt werden.

Glg. (2.18) zur Lebensdauerberechnung kann nur derart vereinfacht werden, da sie von einem konstanten Geometriefaktor ausgeht. Ist der Geometriefaktor $Y_{\text{RP}}(a)$ aber, wie in Abb. 4.7b dargestellt, von der Rissgröße abhängig, ergibt sich für die Berechnung der Lebensdauer:

$$N = \frac{1}{A_{i} \left(\Delta \sigma \sqrt{\pi}\right)^{m_{i}}} \int_{a_{i}}^{a_{i+1}} \frac{da}{\left(\sqrt{(a+a_{0})} \left(C_{1} \left(\frac{a}{r_{\text{RP}}}\right)^{2} + C_{3}\right)\right)^{m_{i}}} \qquad \text{Glg. (4.5)}$$

Die Rissfortschrittskurven weisen einen Knick an der Grenze zwischen dem HCF- und LCF-Bereich auf, weshalb die ertragbare Schwingspielzahl knapp über der errechneten Ermüdungsfestigkeit durch zwei separate Integrale bestimmt werden muss. Das Risswachstum startet bei einer Länge von $a_i=0.1$ mm bis die Risslänge erreicht ist, an der der HCF- in den LCF-Bereich übergeht. Die Berechnung der Risslänge am Übergang a_{knick} erfolgt aufgrund des Einflusses des Geometriefaktors iterativ. Eine zweite numerische Integration für den LCF-Bereich wird von der Übergangsrisslänge bis zur einer kritischen Fehlergröße $a_c=3$ mm durchgeführt.

In Abb. 4.8 werden die Ergebnisse dieser Berechnung den gemessenen Wöhlerkurven gegenübergestellt. Die Spannungen sind auf die Ermüdungsfestigkeit des ungealterten Materials bei 10⁷ Lastwechseln normiert. Da die Wöhlerversuche nur im HCF-Bereich bis zu einer Schwingspielzahl von 10⁷ Lastwechseln durchgeführt wurden, erfolgt eine Extrapolation zu höheren Lastwechselzahlen in den Ultra High Cycle Fatigue (UHCF)-Bereich, welcher durch keine Versuchsergebnisse belegt ist und vorrangig der Vergleichbarkeit dient.



Abb. 4.8: Vergleich der spannungsmechanischen und bruchmechanischen Ergebnisse für dem Werkstoff AlSi7Mg

Es zeigt sich, dass bei einer Belastung im Bereich der errechneten Ermüdungsfestigkeit und einem Rissfortschritt von 2.9mm Schwingspielzahlen im Bereich von 2.5x10⁷ Lastwechseln erreichbar sind, wobei der Anteil des HCF-Bereichs der Rissfortschrittskurve an der Lebensdauer um mindestens eine Größenordnung über dem Anteil des LCF-Bereichs liegt. Hierbei ist die Form des Risses von untergeordneter Bedeutung, wie man an den ähnlichen Ergebnissen von elliptischem und kreisförmigem Fehler sehen kann. Eine Änderung erfolgt, bedingt durch den von der Fehlerform abhängigen Geometriefaktor, nur in der berechneten Ermüdungsfestigkeit. Vergleicht man das Alterungsverhalten der gemessenen Wöhlerlinien und der errechneten Werte in diesem Bereich, zeigt sich, dass vor allem die Alterungsstufe von 500h bei 150°C unterschätzt wird, wohingegen das überalterte Material zu hohe rechnerische Festigkeiten aufweist.

Ist der Anriss sehr klein im Verhältnis zu den Abmessungen der Probe, kann der Geometriefaktor einer halbunendlichen Scheibe mit Seitenriss als Näherung herangezogen werden, welcher bei Y=1.12 liegt [37]. Zur besseren Veranschaulichung, und da ein konstanter Geometriefaktor bei einem wachsenden Riss falsche Ergebnisse liefern würde, wird auf die Berechnung einer resultierenden Schwingspielzahl verzichtet, und die Spannungsergebnisse bei 10^{12} Lastwechseln in das Diagramm eingefügt. In diesem Bereich zeigen die Ermüdungsfestigkeiten der gemessenen Wöhlerlinien aufgrund der unterschiedlichen Neigung ein ähnliches Verhalten bezüglich der Alterung wie die Ermüdungsfestigkeiten aus der Schwellenwertberechnung.

In Abb. 4.9 werden die versuchstechnisch ermittelten und aus Rissfortschrittsdiagrammen berechneten Wöhlerlinien normiert gegenübergestellt. Die Normierung erfolgt mit der Dehngrenze des jeweiligen Alterungszustands. Es zeigt sich, dass die berechnete Wöhlerlinie für den vollständig überalterten Werkstoff, welche nur den Rissfortschritt berücksichtigt, scheinbar eine höhere Lebensdauer liefert als die gemessene Wöhlerlinie, welche die Gesamtlebensdauer, also Rissinitiierung und Rissfortschrittsphase, darstellt. Eine Erklärung hierfür liefert das sehr große Verhältnis von zyklischer Belastung σ_a zu Dehngrenze $\sigma_{0.2}$, da die plastische Zone sich vergrößert und somit die linearelastische Bruchmechanik nicht mehr anwendbar ist. Ausgehend von den hier dargestellten Ergebnissen wird ein Spannungsverhältnis $\sigma_a/\sigma_{0.2} < 0.4$ vorgeschlagen, um den Gültigkeitsbereich der linearelastischen Bruchmechanik nicht zu verlassen.



Abb. 4.9: Vergleich von Rissfortschritts- und versuchstechnisch ermittelten Wöhlerlinien bei einem ellipsenförmigen Riss

Bei der Berechnung von Rissfortschrittswöhlerlinien zeigt sich ein weiterer Unterschied zwischen spannungsmechanischen und bruchmechanischen Ergebnissen. Während die gemessenen Wöhlerlinien einen starken Alterungseinfluss im HCF-Bereich zeigen, ist dieser im Bereich stetigen Risswachstums nicht zu identifizieren, weshalb die daraus ermittelten Wöhlerlinien deckungsgleich liegen. Dies bedeutet wiederum, dass die Alterung starken Einfluss auf die Rissinitiierungsphase hat.

Eine Umrechnung von spannungsmechanischen in bruchmechanische Kennwerte und umgekehrt ist nur begrenzt möglich. Da auch in der Literatur keine definitiven Aussagen über den Einfluss der Rissinitiierungsphase auf die Lebensdauer getroffen werden, ist die Berechnung einer Gesamtlebensdauer aus rein bruchmechanischen Daten nicht zielführend. Obwohl der Schwellenwert als das bruchmechanische Äquivalent der Dauerfestigkeit in der Spannungsmechanik angesehen werden kann, ist auch hier eine Umrechnung nur eingeschränkt sinnvoll, da der Einfluss der Rahmenbedingungen nicht vernachlässigt werden kann. Neben dem Geometriefaktor, der stark von der Rissform und den Probenabmessungen abhängt und einen Unterschied von 20% und mehr ausmachen kann, beeinflusst auch die Annahme einer, versuchstechnisch nicht bestätigten, alterungsunabhängigen intrinsischen Risslänge a_0 das Ergebnis. Die gute Übereinstimmung der berechneten und messtechnisch ermittelten Wöhlerlinien in Abb. 4.9 kann auf eine passende Kombination dieser empirisch bestimmten Parameter zurückgeführt werden.

4.1.3. Alterungsabhängiges Haigh-Diagramm

Ungeachtet der Einschränkungen bei einem direkten Vergleich von Wöhlerlinie und Rissfortschrittskurve ist es möglich, die Mittelspannungsempfindlichkeit nach Schütz (Glg. (2.4)) aus Rissfortschrittsversuchen abzuleiten. Eine Kombination von Glg. (2.14) und Glg. (2.8) liefert:

$$\sigma_{a|R} = \frac{\Delta K_{\text{th},0} \left(1 - R\right)^{\gamma}}{2 \sqrt{\pi a} Y(a)}$$
Glg. (4.6)

Die Mittelspannungsempfindlichkeit kann vereinfacht werden zu:

$$M = \frac{\sigma_{a|R=-1}}{\sigma_{a|R=0}} - 1$$
 Glg. (4.7)

Werden beide Gleichungen kombiniert, können Risslänge *a*, Geometriefaktor Y(a) und der Schwellenwert $\Delta K_{\text{th},0}$ eliminiert werden, wodurch sich eine einfache Abhängigkeit vom Exponenten γ ergibt:

 $M = 2^{\gamma} - 1$ Glg. (4.8)

Dieser Exponent γ ist für das ungealterte Material aus Glg. (4.3) bekannt und liegt im Bereich von 0.53. Betrachtet man Abb. 4.3 zeigt sich die Alterungsabhängigkeit des Exponenten, was in unterschiedlichen Zahlenwerten aus Glg. (4.1) für den ungealterten ($\gamma_{B2}=0.4$) und überalterten ($\gamma_{B1}=0.31$) Zustand resultiert. Um einen alterungsabhängigen Exponenten $\gamma(P^*)$ zu berechnen, wird die Alterungskurve des Schwellenwerts bei *R*=0 ermittelt:

$$\Delta K_{\text{th},0}(P^*) = B_1 \left(1 - \left(P^* + B_3 \right)^{-B_{\text{Exp1}}} \right) + B_2 \left(P^* + B_3 \right)^{-B_{\text{Exp2}}} \qquad \text{Glg. (4.9)}$$

Dieser Ansatz wird mit Glg. (2.14) verknüpft, wobei der Exponent γ nun ebenfalls von der normierten temperaturkorrigierten Zeit P^* abhängig sein muss, um den Abstand der Alterungskurven richtig abbilden zu können:

$$\Delta K_{\text{th},R}\left(P^{*}\right) = \left(B_{1}\left(1 - \left(P^{*} + B_{3}\right)^{-B_{\text{Exp1}}}\right) + B_{2}\left(P^{*} + B_{3}\right)^{-B_{\text{Exp2}}}\right)\left(1 - R\right)^{\gamma\left(P^{*}\right)} \text{Glg. (4.10)}$$



Abb. 4.10: Alterungsabhängigkeit der Rissschließeffekte

Nach dem Umformen ergibt sich der Exponent des Spannungsverhältnisses zu:

$$\gamma(P^*) = \frac{\log(\Delta K_{\text{th},R}(P^*)) - \log(\Delta K_{\text{th},0}(P^*))}{\log(1-R)} \qquad \text{Glg. (4.11)}$$

Der Exponent liegt für das ungealterte Material bei 0.52, was gut mit den Ergebnissen aus dem Risswiderstandsdiagramm übereinstimmt, und 0.32 für den überalterten Werkstoff (Abb. 4.10). Aufgrund der Struktur von Glg. (4.11) sind die Ergebnisse verschiedener Spannungsverhältnisse nicht deckungsgleich. Der Unterschied tritt nur bei kurzer Alterung auf und ist vernachlässigbar klein.



Abb. 4.11: Haigh-Diagramm in Abhängigkeit der Alterung

In Abb. 4.11 wird ein alterungsabhängiges Haigh-Diagramm dargestellt. Die Spannungswerte sind auf die Schwellfestigkeit des ungealterten Werkstoffs AlSi7Mg normiert. Zwischen den Spannungsverhältnissen *R*=-1 und *R*=0 gilt die Mittelspannungsempfindlichkeit *M*:

Bei einem Spannungsverhältnis R>0 wird eine Gerade mit der Neigung von M/3 nach Haibach [50] angenommen:

$$\sigma_{a} = \sigma_{a|R=-1} - \frac{2^{\gamma(P^{*})} - 1}{3} \left(\frac{\sigma_{a|R=-1}}{2^{\gamma(P^{*})-1}} - \sigma_{m} \right)$$
Glg. (4.13)

Begrenzt wird diese von einer über die Streckgrenze definierten Geraden:

Der Schnittpunkt der zwei Geraden berechnet sich zu:

$$\sigma_{\rm m} = \frac{\sigma_{\rm a|R=-1} - \frac{2^{\gamma(P^*)+1} - 2}{3} \frac{\sigma_{\rm a|R=-1}}{2^{\gamma(P^*)}} - \sigma_{\rm ys}}{\left(\frac{2^{\gamma(P^*)} - 4}{3}\right)} \qquad \text{Glg. (4.15)}$$

Für den ungealterten Werkstoff ergibt sich ein *M*=0.43, welches gut mit Literaturdaten und Erfahrungswerten übereinstimmt. Aufgrund fehlender Daten ist eine Verifikation der Mittelspannungsempfindlichkeiten der gealterten Proben derzeit nicht möglich.

4.1.4. Fehlergrößenabhängiges Haigh-Diagramm

Um den Einfluss der Fehlergröße auf die Ermüdungsfestigkeit bestimmen zu können, wird meist die systematische Ähnlichkeit von Dauerfestigkeit und Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors unter Verwendung der empirischen Näherung nach El Haddad, Glg. (2.15), herangezogen [45]. Diese liefert für Stähle und andere Werkstoffe mit ausgeprägter Ermüdungsfestigkeit, welche als Dauerfestigkeit angesehen werden kann, im HCF-und UHCF-Bereich gute Übereinstimmungen, da die direkte Ermittlung einer intrinsischen Risslänge und der Vergleich mit dem Schwellenwert möglich ist.

Werden hingegen Werkstoffe wie Aluminiumlegierungen geprüft, die eine Neigung der Wöhlerlinie im HCF aufweisen, ist die Bestimmung des erforderlichen Grenzwerts der Ermüdungsfestigkeit nicht möglich. Zur Ermittlung von dynamischen Kennwerten wird der Ermüdungsversuch meist in der Größenordnung von 10^7 Lastwechseln abgebrochen und die Probe als Durchläufer angesehen. Vergleicht man die für verschiedene Alterungsstufen aus den Schwellenwerten berechneten Ermüdungsfestigkeiten (Abb. 4.8) zeigt sich, dass bei einem konstanten Geometriefaktor Y(a) die gesuchte Ermüdungsfestigkeit bei 10^{12} Lastwechseln angenommen werden Abb. 4.8 kann.



Abb. 4.12: Einfluss der Fehlergröße auf die Ermüdungsfestigkeit

Aufgrund des nicht definierbaren Dauerfestigkeitsniveaus muss die intrinsische Risslänge a_0 mit Hilfe von Rissfortschrittsversuchen für lange und kurze Risse und einer daraus resultie-

renden Risswiderstandskurve (Abb. 4.5) bestimmt werden. Anschließend kann mit Hilfe der Gleichung nach El Haddad [32] ein Verhältnis zwischen der Ausgangsfehlergröße a_{M} und der gesuchten Fehlergröße a_{neu} hergestellt werden, wenn das Spannungsverhältnis R konstant gehalten wird:

$$\sigma_{a,F_{neu}} = \sigma_{a,F_{M}} \sqrt{\frac{a_{M} + a_{0}}{a_{neu} + a_{0}}} \frac{Y(a_{M})}{Y(a_{neu})}$$
Glg. (4.16)

Wird die ursprüngliche Fehlergröße a_1 =0.1mm angenommen [64] kann ein Haigh-Diagramm für unterschiedliche Fehlergrößen berechnet werden, wobei die Mittelspannung σ_m ebenfalls nach Glg. (4.16) durch Ersetzen von σ_a ermittelt wird (Abb. 4.12). Die Normierung erfolgt analog zu Abb. 4.11.

Das Verhältnis der Geometriefaktoren, die von der untersuchten Geometrie abhängen, geht ebenfalls in die Berechnung mit ein, weshalb dieser entweder bekannt sein muss, oder der Größenunterschied der Fehler ist so gering, dass Y(a) als konstant angenommen und somit vernachlässigt werden kann.

4.1.5. Kurzrisseinfluss auf die Ermüdungsfestigkeit

Um einen Vergleich des ungehipten und des gehipten Materials durchführen zu können, wird die aus Versuchen bei R=-1 ermittelte Ermüdungsfestigkeit mit Hilfe der Mittelspannungsempfindlichkeit aus Glg. (4.8) auf eine zugschwellende Belastung umgerechnet. Basierend auf diesem Ergebnis ergibt sich eine um ungefähr 10% höhere Schwingfestigkeit aufgrund des zusätzlichen Bearbeitungsschritts. Andererseits zeigen die Rissfortschrittsversuche eine negative Beeinflussung des Langrissschwellenwertes durch Hipen. Der Schwellenwert sinkt von ungefähr 4.3MPa√m beim ungehipten auf zirka 4.1MPa√m beim gehipten Werkstoff, was einen Abfall im Bereich von 5% darstellt.

In Abb. 4.13 werden die Risswiderstandskurven der zwei Bearbeitungszustände gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die Langrissschwellenwerte zwar negativ, die Schwellenwerte im Bereich physikalisch kurzer Risse aber positiv vom heißisostatischen Pressen beeinflusst werden. Dieses Verhalten resultiert in der Abnahme der intrinsischen Risslänge a_0 , was direkten Einfluss auf die Berechnung der Ermüdungsfestigkeit hat.



Abb. 4.13: Vergleich der Schwellenwerte vom gehipten und Standardwerkstoff

Mit Hilfe des Kitagawa-Diagramms (Abb. 4.14), welches auf die Ermüdungsfestigkeit des ungealterten Standardwerkstoffs (Abb. 3.14) normiert wird, kann der Einfluss der Fehlergröße auf die Ermüdungsfestigkeit dargestellt werden. Während im Bereich langer Risse der ungehipte Werkstoff, bedingt durch den höheren Langrissschwellenwert, die höhere Ermüdungsfestigkeit aufweist, ändert sich dieses Verhalten bei kleineren Fehlergrößen. Durch die kleinere intrinsische Risslänge des gehipten Materials verschiebt sich der Übergangsbereich zwischen spannungsmechanisch und bruchmechanisch dominiertem Bereich hin zu kleineren Fehlergrößen, was in einer höheren Ermüdungsfestigkeit selbst bei niedrigerem Langrissschwellenwert resultiert. Basierend auf bruchmechanischen Betrachtungen ergibt sich eine um 14% höhere Ermüdungsfestigkeit des gehipten Werkstoffs im spannungsmechanisch dominierten Bereich physikalisch kleiner Fehler.



Abb. 4.14: Einfluss von heißisostatischem Pressen auf die Ermüdungsfestigkeit

Obwohl es nicht möglich ist ohne genaue Kenntnisse der Geometrie von Fehler und Bauteil aus bruchmechanischen Versuchen eine limitierende Spannung zu errechnen, können qualitative Abschätzungen durchgeführt werden. Damit kann der Einfluss von Fertigungsverfahren, Materialwahl oder Belastungssituation auf die Ermüdungsfestigkeit bewertet werden. Eine Beschränkung auf Kurzriss- oder Langrissversuche ist nicht sinnvoll, da erst durch die Kombination beider Verfahren das Kitagawa Diagramm in seiner Gesamtheit angenähert werden kann.

4.1.6. Vorschlag zur Abschätzung von Wöhlerlinien

Durch Kombination der vorgestellten Ansätze ist es möglich, den Einfluss von Alterung und Spannungsverhältnis sowie der Fehlergröße auf die Wöhlerlinien abzuschätzen und somit den Versuchsaufwand gegenüber einer vollständigen Charakterisierung des Materials durch Wöhlerversuche zu verringern.

Mit Hilfe einer Versuchsmatrix bestehend aus Zugversuchen, Wöhlerversuchen für den LCFund HCF-Bereich sowie Rissfortschrittsversuchen für den HCF-Bereich kann das Alterungsverhalten mit Hilfe von Shercliff und Ashby Parametern bestimmt und die Mittelspannungsempfindlichkeit oder der Einfluss der Fehlergröße näherungsweise beschrieben werden.

Spannungsmechanische Versuche

Als erstes werden Zugversuche durchgeführt, um das Alterungsverhalten des Werkstoffs bestimmen zu können. Die normierte temperaturkorrigierte Zeit P^* beschreibt hier das Verhältnis zwischen Alterungstemperatur und -dauer, wobei verschiedene Kombinationen zu ähnlichen Alterungszuständen führen (Abb. 3.13). Basierend auf den resultierenden Alterungskurven für die Dehngrenze können relevante Alterungszustände definiert werden, welche für die weiteren dynamischen Messungen herangezogen werden.

In Anlehnung an die vorgestellten Ergebnisse werden zumindest drei unterschiedliche Alterungszustände vorgeschlagen. Neben Versuchen am ungealterten Material sollten der Zustand maximaler Dehngrenze und ein oder mehrere überalterte Stadien untersucht werden.

Durch die Aufnahme einer vollständigen Spannungswöhlerlinie des ungealterten Materials kann die Abhängigkeit der Neigungen des LCF- und HCF-Bereichs voneinander *[64]* angepasst werden. Für die restlichen Alterungszustände ist es ausreichend, die Lage der Wöhlerlinie im LCF-Bereich zu bestimmen.

Bruchmechanische Versuche

Die Risswachstumsversuche werden bei den gleichen Alterungszuständen durchgeführt, wie die spannungsmechanischen Versuche. Mit Hilfe von Kurzrissversuchen wird die intrinsische Risslänge bestimmt, welche, unter Anwendung von Glg. (2.15) nach El Haddad, eine Verbindung zwischen der Ermüdungsfestigkeit und dem Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors herstellt, da die Fehlergrößen bei klassischen Ermüdungsversuchen meist im Bereich physikalisch kurzer Risse liegen.

Die Schwellenwerte für den langen Riss dienen einerseits dazu, den Einfluss der Alterung auf die Ermüdungsfestigkeit, andererseits die Mittelspannungsempfindlichkeit über eine Variation des Spannungsverhältnisses, zu bestimmen. Um den Exponenten γ aus Glg. (2.14) bestimmen zu können, sollten mindestens drei unterschiedliche Spannungsverhältnisse geprüft werden. Die gesammelten Daten aus der Variation von Alterung und Spannungsverhältnis können mit Glg. (4.1) beschrieben werden.

Konstruktion der alterungsabhängigen Wöhlerlinien

Unter Ausnutzung der Parallelitäten zwischen Dauerfestigkeit und Schwellenwert kann mit Hilfe der empirischen Näherung nach El Haddad eine Ermüdungsfestigkeit berechnet werden. Der Geometriefaktor des Spannungsintensitätsfaktors kann nach FKM [37] in erster Näherung mit Y(a)=1.12 für einen kleinen Oberflächenanriss angenommen werden. Wenn die intrinsische Risslänge aus den Kurzrissversuchen (Glg. (2.15)) und die alterungsabhängigen Schwellenwerte aus Langrissversuchen (Glg. (4.1)) bekannt sind, können Dauerfestigkeiten $\sigma_{D,2}$ für den jeweiligen Alterungszustand berechnet werden. Die so ermittelte Spannung liegt meist unter der gemessenen Ermüdungsfestigkeit der Wöhlerlinie bei 10⁷ Lastwechseln, weshalb eine Extrapolation in den HCF-Bereich nötig wird (dünne Volllinie), um die Ecklastspielzahl $N_{D,2}$ zur berechneten Dauerfestigkeit $\sigma_{D,2,ua}$ zu bestimmen (Abb. 4.15).

Unter Einbeziehung der bruchmechanisch berechneten Dauerfestigkeit (leeres Dreieck) kann die Ermüdungsfestigkeit $\sigma_{D,1,oa}$, als Schnittpunkt der Bereiche mit unterschiedlicher Neigung, berechnet werden, wobei ($N_{LCF,oa}$, $\sigma_{LCF,oa}$) ein beliebiger Punkt der LCF-Wöhlerlinie sein kann.

$$\sigma_{\rm D,1,oa} = {}^{k_{\rm 1,oa}(x_{\rm k}-1)} \sqrt{\frac{N_{\rm D,2} \sigma_{\rm D,2,oa}^{x_{\rm k} k_{\rm 1,oa}}}{N_{\rm LCF,oa} \sigma_{\rm LCF,oa}^{k_{\rm 1,oa}}}}$$
Glg. (4.17)

Auch eine Interpolation zwischen den untersuchten Alterungszuständen ist möglich, da hier das Shercliff-Ashby Modell im LCF-Bereich und Glg. (4.1) im UHCF-Bereich herangezogen werden können. Die Neigung kann durch einen linearen Ansatz zwischen den Alterungszuständen angenähert werden.



Abb. 4.15: Abschätzung des Alterungseinflusses auf die Wöhlerlinie

Da Belastungen im Betrieb bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen auftreten, diese aber, aus Kostengründen, nicht alle durch Wöhlerversuche abgedeckt werden, ist eine Umrechnung der Belastungsamplituden bezüglich einer gemessenen Referenzwöhlerlinie nötig. Diese Umrechnung kann mit Hilfe des Haigh Diagramms und der Mittelspannungsempfindlichkeit durchgeführt werden. Wird der Einfluss der Alterung auf die Lage der Referenzwöhlerlinie berücksichtigt, muss auch das Haigh Diagramm an das Alterungsverhalten angepasst werden (Glg. (4.8) und Glg. (4.11) sowie Abb. 4.11). Im selben Schritt kann auch die Fehlergröße im Material in die Berechnung einfließen (Glg. (4.16) sowie Abb. 4.12), wobei besonderes Augenmerk auf den Einfluss der Geometrie auf den Spannungsintensitätsfaktor des Risses gelegt werden muss.

4.2. Risse in der Simulation

Eine andere Möglichkeit, um Materialfehler, welche im Fertigungsprozess oder während des Betriebs auftreten, berücksichtigen zu können, ist deren direkte Einbeziehung in die numerische Simulation. Dieser Ansatz ist im Allgemeinen aufwendiger, da der Einfluss des Fehlers auf das Spannungsfeld stark von der jeweiligen Position und bei scharfen Kerben, wie zum Beispiel Rissen, auch von deren Orientierung abhängt. Ist die Lage der versagensrelevanten Risse bekannt, können gezielte Simulationen durchgeführt werden, um bruchmechanische Kennwerte, wie das *J*-Integral oder den Spannungsintensitätsfaktor, ermitteln zu können und mit Materialdaten abzugleichen. Eine aufwendigere a-priori Untersuchung kann mittels Monte-Carlo verteilten Rissen in den (mittels spannungsmechanischer Lebensdauerabschätzung ermittelten) meistgeschädigten Bereichen erfolgen.

In der Finiten Elemente Simulation gibt es unterschiedlichste Ansätze um das Spannungsfeld vor der Rissspitze erfassen zu können. Da alle Verfahren sowohl Vor- als auch Nachteile haben, ist die korrekte Wahl des Elementtyps von essentieller Bedeutung um das definierte Ziel mit größtmöglicher Genauigkeit bei geringstmöglichem Aufwand zu erreichen. Neben der Veränderung des E-Moduls zur Definition des Risspfades, besteht die Möglichkeit den Elementen eine Trennung voneinander durch Duplikation der Knoten in der Rissebene zu ermöglichen oder Elemente mit zusätzlichen Ansatzfunktionen einzuführen.

Die Anwendbarkeit diverser Verfahren sowie ihre Grenzen, Vor- und Nachteile werden anhand von Beispielen diskutiert. Hierfür werden eine Ungänze, das heißt ein Gussfehler im Bereich des Übergangs zwischen dem Manteleisen und der Zwischenschicht einer Arbeitswalze, oder Modelle aus dem Handbuch des Finite Elemente Programms herangezogen.

4.2.1. Modellaufbau zur Berechnung einer Ungänze in einer Arbeitswalze

Das betrachtete System aus Stützwalze, Arbeitswalze und Walzgut wird in 2D simuliert. Da das Hauptaugenmerk auf der Arbeitswalze mit Ungänze liegt, werden Stützwalze und Walzgut als starre Körper integriert, die keine Verformung zulassen (Abb. 4.16).

Geometriedefinition

Die 950mm durchmessende Arbeitswalze ist aus drei Schichten aufgebaut, die sich in der Simulation nur durch den Elastizitätsmodul unterscheiden, welcher von außen nach innen stufenweise verringert wird. Das Manteleisen hat eine Dicke von 80mm und wird durch eine 10mm dicke Zwischenschicht vom Kerneisen getrennt. Der Durchmesser der Stützwalze beträgt 1'500mm.



Abb. 4.16: Modellaufbau für die Simulation

Die Form der Ungänze wird als Näherung der realen Bedingungen als ein Rotationsellipsoid angenommen. Dieses hat einen Durchmesser von 40mm und wird in der Höhe zwischen 2mm und 15mm variiert. In radialer Richtung liegt sie mit ihrer Unterkante direkt am Übergang zwischen Manteleisen und Zwischenschicht auf. Zwei Situationen werden betrachtet, einerseits eine Ungänze direkt unterhalb der Stützwalze (Abb. 4.16, Lage 1) und damit im Einflussbereich der Hertz'schen Pressung und andererseits eine um 90° im Uhrzeigersinn rotierte Walze (Abb. 4.16, Lage 2). Für die Dicke des Modells wird die Einheitsbreite von 1mm gewählt und da das Modell einen Ausschnitt aus dem Inneren der Walze darstellt ein ebener Dehnungszustand angenommen.

Ablauf der Simulation

Die Berechnung wird in drei Abschnitte gegliedert, um den Einfluss der verschiedenen Belastungen trennen zu können und ein stabileres Ergebnis zu erhalten. Nach dem weggesteuerten Zusammenfahren der Walzen (I) wird die Walzkraft aufgebracht (II) um anschließend ein weggesteuertes Drehmoment aufzubringen (III).

Randbedingungen

Mit Hilfe der Referenzpunkte (RP) werden die Randbedingungen für die Bewegung der Stützwalze (Abb. 4.16, A) und des Walzgutes (Abb. 4.16, C) definiert. Während in RP C alle translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade gesperrt werden, was eine Bewegung des Walzgutes verhindert, wird in RP A die Bewegung in *y*-Richtung erlaubt, um hier die Belastung durch die Walzkraft aufzubringen. Aufgrund der Einheitsdicke der Walze ergibt sich eine Belastung von 23,8kN. Um ein horizontales Ausbrechen der Arbeitswalze zu verhindern wird Punkt B in *x*-Richtung gesperrt.

In den Kontaktbereichen zwischen Arbeits- und Stützwalze und Arbeitswalze und Walzgut wird ein Reibkoeffizient von μ =0,2 angenommen. In Kombination mit dem Drehmoment, welches über die Multi-Point Constraint in Verbindung mit RP B aufgebracht wird, führt dies zu Schubspannungen in der Arbeitswalze.

Vernetzung

In Abhängigkeit der Problemstellung und des Lösungsweges werden sehr unterschiedliche Anforderungen an das FE-Netz gestellt. Ausgehend von der Hauptachse der Ellipse wird ein 1mm langer Riss vor der Ungänze angenommen um den Einfluss der Ungänzehöhe sowie Rissschließeffekte beobachten zu können. Außerdem erleichtert die Definition eines dezidierten Anrisses die Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors mit Hilfe des *J*-Integrals.



Abb. 4.17: Vernetzung mit Standard Elementen

Soll das Spannungsfeld vor der quasistatischen Rissspitze möglichst genau abgebildet werden, bieten sich lineare, quadratische (Abb. 4.17) oder, als Sonderform, Quarter-Point-Elemente (Abb. 8.18) an. Entlang der Rissflanken, welche in Abb. 4.17 durch eine rote Linie dargestellt werden, muss es den Elementen möglich sein sich voneinander zu trennen. Dies kann ermöglicht werden, durch einen zweiten Satz kongruenter Knoten (Seam). Die Elemente ober- und unterhalb der Rissflanke werden mit je einem Knotensatz gebildet, was ein Öffnen des Risses unter Last ermöglicht. Das globale Netz muss im Falle von Quarter-Point-Elementen nicht verändert werden, nur die Elemente, welche direkt an die Rissspitze angrenzen, werden durch kollabierte singuläre Viereckselemente ersetzt. Um das Wachstum von Rissen berücksichtigen zu können, müsste nach jeder Rissausbreitung eine Neuvernetzung des Rissspitzenbereichs vorgenommen werden. Um Rissfortschritt unabhängig von der Vernetzung beobachten zu können, bietet sich die Erweiterte Finite Elemente Methode an (Abb. 8.19). Aufgrund der zusätzlichen Ansatzfunktionen kann der Riss im Inneren des Elements dargestellt werden und muss nicht mehr entlang einer Elementkante verlaufen. Eine weitere Anwendungsmöglichkeit wäre eine Parameterstudie, bei der die Lage und Position des Fehlers sich ändert. Hier könnte das Netz unverändert bleiben, was den Einfluss der Vernetzung auf das Simulationsergebnis minimiert.

Im Allgemeinen ist zu sagen, dass die Netzgröße im Bereich der Rissspitze umso kleiner gewählt werden muss, je allgemeiner und von niedrigerem Grad die Ansatzfunktionen gewählt werden. Die Rissspitze wird von einem Kreis mit dem Durchmesser 0,2mm umschlossen, außerhalb dieses Bereiches wird versucht, das Netz nicht zu verändern. Um die Spannungsüberhöhung möglichst genau abbilden zu können, wird in diesem Bereich für die quadratischen Standardelemente eine Elementgröße von etwa 0.005mm, für die kollabierten singulären Viereckselemente 0.1mm gewählt. Im Fall der Erweiterten Finiten Elemente Methode wird ebenfalls mit konzentrischen Kreisen gearbeitet, um das Netz im Bereich der Rissspitze zu verfeinern, was zu einer Elementgröße von ungefähr 0.05mm um die Rissspitze führt. Die scheinbare Unabhängigkeit der Rissposition von der Vernetzung in der Erweiterten Finiten Elemente Methode ist deutlich zu erkennen.

Der Spannungspfad vor dem Riss

Um die verschiedenen Simulationsansätze miteinander vergleichen zu können, werden die Spannungen vor der Rissspitze in der Rissebene gegenübergestellt (Abb. 4.18). Dafür werden diese entlang eines Pfades ausgelesen. Die Pfaddefinition erfolgt meist knotenbasiert, wobei hier ein Problem der Erweiterten Finiten Elemente Methode augenscheinlich wird. Da der Riss unabhängig von der Vernetzung ist, stehen keine Knoten als Anfangs- und Endpunkte des Pfades zur Verfügung. Daher kann die Spannung nicht direkt an der Rissspitze ausgelesen werden und auch die Parallelität von Spannungspfad und Rissflanken im unverformten Zustand ist nicht gewährleistet.



Abb. 4.18: Definition des Spannungspfades

4.2.2. Das Spannungsfeld vor dem Riss

Die Abb. 4.19 bis Abb. 4.21 zeigen die Ergebnisse des Spannungsfeldes vor der Rissspitze bei ebenem Dehnungszustand für unterschiedliche Elementtypen. Aufgrund der geringen Elementgröße und zur besseren Übersicht werden bei Standard- und singulären Elementen die Elementkanten ausgeblendet was bei den Ergebnissen aus der Erweiterten Finiten Elemente Methode aufgrund des gröberen Netzes nicht nötig ist.

Die Grenzlinie zwischen zwei farblich getrennten Zonen ist eine Kurve konstanter Spannung σ_v , wobei im Sonderfall der Fließgrenze die plastische Zone abgebildet werden würde.

Da die aufgebrachte Walzkraft eine Druckbelastung darstellt, treten an der Rissspitze Druckspannungen auf, wohingegen Zugspannungen im Kerbgrund der Ungänze zu finden sind und die Rissflanken als annähernd spannungsfrei betrachtet werden können. In einem ersten Schritt wird der Einfluss des Rissschließens nicht berücksichtigt, obwohl gerade im Druckbereich diese Effekte vorrangig sind, weil zur Definition eines Geometriefaktors die gesamte Belastung an der Rissspitze ausschlaggebend ist. Daher sind in den Abbildungen die sich überschneidenden Rissflanken deutlich zu erkennen, welche im Fall einer Rissfortschrittssimulation nicht auftreten dürfen.

Die Fernfeldspannung stimmt bei allen Berechnungen generell überein, egal ob quadratische (Abb. 4.19 und Abb. 4.20) oder lineare (Abb. 4.21) Elemente verwendet wurden. Im Bereich nahe der Rissspitze gibt es aber Unterschiede im qualitativen Ergebnis, wobei das feinste Netz erwartungsgemäß bessere Näherungen des realen Spannungsverlaufs, mit Ausnahme der direkt an die Rissspitze angrenzenden Elemente, zulässt.



Abb. 4.19: Spannung in y-Richtung, basierend auf quadratischen Standardelementen

Werden singuläre Elemente (Abb. 4.20) zur Berechnung herangezogen, zeigt sich, dass die Kurven konstanter Spannung im Nahbereich der Rissspitze nicht mehr die für den ebenen Dehnungszustand typische Flügelform aufweisen, sondern eher die Nierenform des ebenen Spannungszustandes annehmen.



Abb. 4.20: Simulation mit singulären Elementen



Abb. 4.21: Simulation mit erweiterten Elementen

Die Simulation des Spannungsfeldes basierend auf der Erweiterten Finiten Elemente Methode (Abb. 4.21) erfolgte mittels eines gröberen Netzes. Die Gründe hierfür sind einerseits eine geringere Wahrscheinlichkeit, dass die Level-Set Funktion einen Elementknoten schneidet, was wenn möglich vermieden werden sollte (vergl. Abschnitt 4.2.6), und andererseits die Minimierung des Rechenaufwandes.

Um den Einfluss der Vernetzung besser darstellen zu können wird die Spannung in *y*-Richtung entlang eines definierten Pfades (Abb. 4.18) ausgelesen. Abb. 4.22 zeigt einen Vergleich der Spannungsverläufe einer Ungänze mit den Dimensionen 40x40x15mm für unterschiedliche Elementtypen und Fehlersituationen. Der Abstand *r* wird hierbei ausgehend von der Rissspitze gemessen. Vergleichend werden die Spannungen der fehlerfreien Walze und der Ungänze ohne Anriss an den gleichen Koordinaten ermittelt, was bedeutet, dass der Radius der Ungänze (bzw. der Kerbgrund) bei einem Abstand *r*=-1mm liegt.



Abb. 4.22: Vergleich der Spannungsfelder im Bereich der Ungänze

Bei einem Vergleich der Spannungen vor der Rissspitze zeigt sich, dass, wie bereits aus den Konturdiagrammen (Abb. 4.19 bis Abb. 4.21) ersichtlich, die Fernfeldspannung der unterschiedlichen Elementansätze übereinstimmen und der Einfluss des Risses nach ungefähr 2mm abklingt. Die Unterschiede in der Nähe der Rissspitze treten auch entlang des ausgegebenen Spannungspfades auf. Um die großen Ausreißer bei der Simulation mit singulären Elementen abzuklären werden Berechnungen mit voller (VI) und reduzierter Integration (RI) durchgeführt.

Als Abgleich mit der analytischen Lösung wird Glg. (2.7) vereinfacht, da entlang des Pfades der Winkel $\theta=0^{\circ}$ ist und die Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden:

Es zeigt sich, dass die quadratischen Standardelemente aufgrund der kleinen Elementabmessung den Spannungsverlauf, der mittels des Spannungsintensitätsfaktors angenähert wird, am besten beschreiben.

4.2.3. Einfluss der Anzahl der Integrationspunkte

Da sich die Unterschiede zwischen den Ansatzfunktionen nur im Nahbereich um die Rissspitze auswirken, wird dieser Bereich in Abb. 4.23 genauer analysiert. Aufgrund der großen Elementdichte stimmen die Standardelemente in nahezu dem gesamten Bereich mit der analytischen Lösung überein, nur die Singularität an der Rissspitze kann nicht berücksichtigt werden. Auch die Erweiterte Finite Elemente Methode liefert in Anbetracht der gröberen Vernetzung gute Ergebnisse. Der Spannungswert bei *r*=0mm repräsentiert nicht, wie bei den anderen Spannungsverläufen, den Knoten an der Rissspitze, sondern einen angrenzenden Knoten, da Netz und Riss unabhängig voneinander sind.

Vergleicht man die Ergebnisse aus voller (VI) und reduzierter (RI) numerischer Integration, zeigt sich, dass der Spannungsverlauf in den singulären Elementen nicht mit der analytischen Lösung übereinstimmt. Die Abweichungen treten im Mittenknoten und dem, der Rissspitze abgewandten, Eckknoten (Übergangsknoten) auf. Der Mittenknoten des anschließenden Standardelements liefert einen passenden Spannungswert.



Abb. 4.23: Vergleich Simulationsergebnisse verschiedener Elementtypen im Nahbereich vor der Rissspitze

Dies ist auf einige grundlegende Rahmenbedingungen und Einschränkungen der numerischen Integration nach Gauß, welche vom Finite Elemente Solver verwendet wird, zurückzuführen (Abb. 4.24). In Abhängigkeit der Stützstellen h und der passenden Gewichtungsfunktion kann ein Polynom bis zum Grad 2h-1 mit der Gauß-Quadratur genau integriert werden.



Abb. 4.24: Schematische Erklärung zum Einfluss der numerischen Integration

Das bedeutet, dass mit zwei Stützstellen die Integration einer maximal kubischen Ansatzfunktion möglich ist, was einer vollen Integration entspricht (strichpunktierte Linie). Da die Ansatzfunktion in den singulären Elementen eine $1/\sqrt{r}$ Unstetigkeit (Volllinie) beschreibt, muss diese bei zwei Stützstellen also durch ein Polynom vom Grad zwei oder maximal drei angenähert werden. Bei der reduzierten Integration, welche nur eine Stützstelle verwendet, wird die Singularität durch eine Linie angenähert (strichlierte Linie).

Werden aus den hierdurch berechneten Verschiebungen die Spannungen und Dehnungen im Element angenähert, stimmen diese in den Eckknoten nicht mit den Ergebnissen der angrenzenden Elemente überein und eine Mittelung wird durchgeführt, woraus sich die Abweichungen in den Übergangsknoten ergeben.

Neben der Verwendung anderer Ansätze zur numerischen Integration würde eine Erhöhung der Stützstellenzahl eine Verbesserung des Ergebnisses bewirken, da die Singularität genauer abgebildet werden kann. Diese Betrachtungen treffen ebenso auf die Erweiterte Finite Elemente Methode zu, da durch die zusätzlichen Ansatzfunktionen ebenfalls eine Singularität berücksichtigt werden muss. An der Rissflanke kann entweder die Integrationsordnung erhöht werden, oder das Element wird an der Sprungstelle geteilt, was zwei stetige Elemente zur Folge hat, die wie Standardelemente behandelt werden können.

4.2.4. Aussagekraft des *J*-Integrals

Da die Bauteile, welche mit Hilfe der Finiten Elemente Methode berechnet werden, meist eine komplexe Geometrie aufweisen, ist eine analytische Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors nur schwer oder nach starker Abstraktion möglich. Ist das Spannungsfeld um einen Riss aus der Simulation bekannt, kann mit Hilfe des *J*-Integrals auch für komplexe Bauteile und Fehlerlagen ein Spannungsintensitätsfaktor berechnet werden. Da die Ergebnisse aus der Spannungsberechnung nur numerische Näherungen des realen Spannungsverlaufs sind, ist es nicht ausreichend ein einziges Integral zu berechnen, obwohl dieses in der Theorie wegunabhängig ist *[12]*.

Daher werden meist mehrere um den Riss angeordnete Integrale berechnet, um ein stabiles Ergebnis zu erhalten. Da ABAQUS die Elemente, welche zur jeweiligen Kontur gehören, selbständig auswählt, wird die Vernetzung angepasst, um einen klar definierten Verlauf der Konturen zu gewährleisten. Als erste Kontur kann die Rissspitze oder eine Region um die Rissspitze (Abb. 4.25) gewählt werden. Für jede weitere Kontur wird automatisch eine weitere Schicht an Elementen in die Berechnung mit einbezogen. Um eine möglichst konzentrische Ausbreitung zu gewährleisten, wird ein zweiter Ring aus Elementen mit einem Durchmesser von 1.6mm erzeugt, welcher bei Kontur 24 vollständig ausgenutzt ist. Ab Kontur 28 wird der Rand der Ungänze berührt, weshalb mit einem Sprung in den Berechnungsergebnissen zu rechnen ist. Ein Sprung würde ebenfalls auftreten, wenn ein Materialübergang stattfindet, was aber bei dieser Geometrie ausgeschlossen werden kann.



Abb. 4.25: Berechnung des J-Integrals, bei Kontur 01, 24 und 28

In Abb. 4.26 ist die Abhängigkeit des Ergebnisses von der jeweiligen Kontur schematisch dargestellt. Aufgrund der Singularität und der numerischen Ungenauigkeiten sollten die ersten Ergebnisse verworfen werden. Es folgt ein Bereich konstanter Ergebnisse, der den gesuchten Spannungsintensitätsfaktor widerspiegelt und von einer neuerlichen starken Änderung des Ergebnisses begrenzt wird. Dieser zweite Bereich kann durch den Einfluss einer freien Oberfläche, einer Materialgrenze oder ähnlicher Unstetigkeiten begründet werden.



Abb. 4.26: Berechnung des J-Integrals in der numerischen Simulation

Das Benutzerhandbuch von ABAQUS [23] schlägt vor, im Fall eines linearelastischen Materialverhaltens, die erste und zweite Kontur zu vernachlässigen. Dies hängt aber stark von der gewählten Elementgröße ab, da ein zu großes Element die Spannungen nicht mehr korrekt approximieren kann, weshalb eine darauf basierende J-Integral Berechnung nicht zielführend ist. Wird das Element andererseits zu klein gewählt, liegen auch Konturen >2 noch im direkten Einflussbereich der numerisch angenäherten Singularität, welche das Ergebnis verfälscht. Des weiteren beeinflusst der Startpunkt der ersten Kontur den Gültigkeitsbereich der Berechnung [12].

Der Verlauf der *J*-Integral Näherung zur Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors *K* in Ungänzelage 2, also in größtmöglicher Entfernung von Stützwalze und Walzgut, wird in Abb. 4.27 dargestellt und zeigt das erwartete Verhalten. Nach der sechsten Kontur tritt ein Plateau auf, welches den Spannungsintensitätsfaktor eindeutig bestimmbar macht. Der ermittelte Wert stimmt gut mit der analytischen Näherung, basierend auf dem Spannungspfad vor der Rissspitze (Abb. 4.22), überein. Bei Berechnungsschritt 28 berühren die Konturen erstmals die Ungänze, wodurch der Anstieg begründbar ist.

Wird die Arbeitswalze um 90° gegen den Uhrzeigersinn gedreht, kommt die Ungänze direkt unter der Stützwalze zu liegen, was der Ungänzelage 1 entspricht. Bei der Auswertung des Spannungsintensitätsfaktors K ist zu sehen, dass die Definition eines Plateaus kaum möglich ist (Abb. 4.28). Ähnlich wie bei Ungänzelage 2 tritt bei Kontur 28 ein Sprung auf, der durch den Einfluss der Ungänzeoberfläche erklärbar ist. Der sehr kurze Bereich zwischen den Konturen 24 und 27 kann als Plateau angesehen werden, was Vergleiche mit dem Spannungsverlauf vor der Rissspitze bestätigen. Wird eine zu geringe Konturenzahl gewählt, könnte das erste Abflachen der Kurve im Bereich von Kontur 9 mit dem darauffolgenden sprunghaften Anstieg als Grenzwert und somit als passender Spannungsintensitätsfaktor angesehen werden, was zu einem falschen Ergebnis führen würde.



Abb. 4.27: Verlauf des J-Integrals in Ungänzelage 2

Abb. 4.28: Verlauf des J-Integrals in Ungänzelage 1

Vergleicht man die Rahmenbedingungen der zwei Modellvarianten miteinander, kann ein Einfluss der Vernetzung sowie der Geometrie auf das Ergebnis ausgeschlossen werden, da die Arbeitswalze als Ganzes, einschließlich des darübergelegten Netzes, um 90° im Uhrzeigersinn gedreht wird. Änderungen ergeben sich also nur aufgrund der geänderten Belastungssituation im Bereich der Kerbe. In Ungänzelage 2 wirken auf den Riss Zugspannungen, was ein Öffnen des Risses und einen positiven Spannungsintensitätsfaktor bewirkt, wohingegen die Ungänze in Position 1 direkt im Einflussbereich des Kontakts und auch der Hertz'schen Pressung liegt. Dies bewirkt hohe Druckspannungen auch im Bereich des Kerbgrunds, weshalb sich die Rissflanken virtuell überschneiden und der Spannungsintensitätsfaktor negativ wird.

Um den bestimmenden Einfluss auf das Ergebnis aus den Berechnungen des Spannungsintensitätsfaktors (Abb. 4.28) bestimmen zu können, werden diese mit reinen *J*-Integral-Berechnungen, welche als eine weitere Option im Finite Elemente Programm zur Verfügung stehen, verglichen (Abb. 4.29). Da ein linearelastisches Materialverhalten angenommen wird, kann eine Umrechnung der Spannungsintensitätsfaktoren erfolgen [23]:

$$J_{\rm K} = \frac{1}{\overline{E}} \left(K_{\rm I}^{2} + K_{\rm II}^{2} \right) + \frac{1}{2 G} K_{\rm III}^{2}$$

$$\overline{E} = \begin{cases} E & ESZ \\ \frac{E}{1 - \nu^{2}} & EDZ \end{cases}$$
 Glg. (4.19)

Aufgrund der Art der Simulation mit einem zweidimensionalen Modell unter ebenem Dehnungszustand (EDZ) muss der Elastizitätsmodul, gegenüber dem ebenen Spannungszustand (ESZ), durch die Querkontraktion v erweitert werden und eine Belastung in Mode III tritt nicht auf.

Es zeigt sich, dass die Ergebnisse aus der direkten *J*-Integral Berechnung nicht beeinflusst sind, da der Abstand der ersten Kontur zur Rissspitze groß genug gewählt wurde. Auffällig ist, dass die Ergebnisse auch von der freien Oberfläche der Ungänze nicht beeinflusst werden. Die Ergebnisse für J_K aus den Spannungsintensitätsfaktor-Berechnungen zeigen einen Verlauf, wie er aus Abb. 4.28 bekannt ist, wobei ein gesättigtes Plateau erst bei Kontur 26 auftritt.

Obwohl die direkte Berechnung des *J*-Integrals stabiler erscheint, als die Berechnung eines Spannungsintensitätsfaktors, sollte diese Möglichkeit nicht vernachlässigt werden, da eine nachträgliche Bestimmung von *K* aus *J* oder dem Spannungsfeld vor dem Riss mit erheblichem Mehraufwand verbunden ist. Wird zum Beispiel das Spannungsfeld herangezogen und der Riss liegt nicht in einer Hauptlage (die Rissebene liegt parallel zu einer globalen Koordinatenebene), wie im angeführten Beispiel, muss der Spannungstensor entlang eines Pfades vor der Rissspitze mit Hilfe einer Transformationsmatrix in das lokale Koordinatensystem des Risses gedreht werden.



Abb. 4.29: Vergleich der J-Integral-Berechnung in ABAQUS

Um den Einfluss des negativen Spannungsintensitätsfaktors getrennt von den anderen möglichen Einflüssen betrachten zu können, wird die Belastung nicht mehr durch eine, als starrer Körper ausgeführte, Stützwalze aufgebracht, sondern durch eine gleich große Punktbelastung am oberen Scheitelpunkt der Arbeitswalze ersetzt, welche in *y*-Richtung wirkt. Fixiert wird
die Walze im unteren Scheitelpunkt in alle Raumrichtungen, sowie im Zentrum in *x*-Richtung. Alle anderen Einstellungen werden analog zur ursprünglichen Konfiguration gewählt.



Abb. 4.30: Ergebnisse von J ohne Kontaktformulierung, aber mit aktivierter nichtlinearer Geometrie

In Abb. 4.30 wird die Belastung an der Rissspitze für eine Zug- und eine Druckbelastung miteinander verglichen. Der quantitative Unterschied zu den Ergebnissen aus der Betrachtung des Gesamtsystems (Abb. 4.29) kann auf die Vernachlässigung der Hertz'schen Pressung (Abb. 4.31) durch den Austausch des Kontaktes gegen eine Punktlast (Abb. 4.32) zurückgeführt werden.



Abb. 4.31: von Mises Spannung bei Hertz 'scher Pressung



Abb. 4.32: von Mises Spannung unter punktueller Belastung

An den Ergebnissen kann außerdem ein nichtlinearer Einfluss festgestellt werden, da bei einer rein linearen Berechnung identische Werte für J und J_K sowie, nur durch das Vorzeichen unterschiedliche Werte, für den Spannungsintensitätsfaktor zu erwarten sind. Diese Nichtlinearität wird durch die Möglichkeit große Verformungen zu berücksichtigen (NLGEOM=ON, nichtlineare Geometrie) hervorgerufen. Diese Option wird oft bei Oberflächenkontakten unter hoher Druckbelastung benutzt, da die Kontaktfläche laufend neu berechnet wird und somit ein besseres Ergebnis der Berechnung des Spannungsverlaufs erzielt wird, oder auch im Fall einer Festkörperrotation, wo große Festkörperverschiebungen auftreten können. Hierbei wird die Elementsteifigkeitsmatrix immer basierend auf der aktuellen Knotenposition berechnet und nicht aus dem Anfangszustand, was zu verzerrten Elementen während der Simulation führen kann.



Abb. 4.33: Ergebnisse von J ohne Kontaktformulierung bei kleinen Dehnungen

Wird die Option zur Berücksichtigung der nichtlinearen Geometrie deaktiviert, erfolgt eine rein lineare Berechnung des Spannungsfeldes. Die Belastungen an der Rissspitze, repräsentiert durch J und J_K , sind in beiden Fällen (Zug und Druck) ident, weshalb diese durch jeweils eine Linie dargestellt werden (Abb. 4.33). Die Spannungsintensitätsfaktoren unterscheiden

sich nur durch das negative Vorzeichen im Druckbereich von einander, was aufgrund der numerischen Theorie der Finiten Elemente Methode zu erwarten war.



Abb. 4.34: Ergebnisse von J unter Kontaktbedingungen bei kleinen Dehnungen

Ein ähnliches Ergebnis zeigt sich, wenn die gewonnenen Erkenntnisse auf das Gesamtsystem aus Stützwalze, Arbeitswalze und Walzgut angewendet werden (Abb. 4.34). Die Belastungen an der Rissspitze ändern sich aufgrund der fehlenden Anpassung der Kontaktfläche geringfügig, sind dafür aber einwandfrei bestimmbar.

4.2.5. Rissschließen in der Simulation

Die bisherigen Simulationen basieren auf der Zielvorgabe der Definition eines Geometriefaktors, um eine analytische Bestimmung des Spannungsintensitätsfaktors zu ermöglichen. Daher werden Rissschließeffekte in diesen Simulationen nicht berücksichtigt und eine Überlappung der Rissflanken in Kauf genommen um die Gesamtbelastung zu ermitteln.

Um Rissfortschrittsberechnungen durchzuführen ist hingegen die Kenntnis des effektiven Spannungsintensitätsfaktors von Bedeutung. Um diesen ermitteln zu können, muss eine zusätzliche Bedingung definiert werden, welche das Überlappen der Rissflanken verhindert. Hierfür müssen die Rissflanken als Oberflächen angesehen werden, um das Verhalten im Kontaktfall beschreiben zu können. Dies kann mit Hilfe von Standard- oder Quarter-Point-Elementen mit Hilfe eines Seams oder direkt über die Erweiterte Finite Elemente Methode erfolgen. Zur Erklärung wird ein Beispiel aus dem ABAQUS Manual ("Crack propagation of a single-edge notch simulated using XFEM") verwendet. Die Verschiebung wirkt nur in vertikaler Richtung und wird von einer Zug- in eine Druckbelastung geändert, um die Rissflanken in Kontakt zu bringen. Des Weiteren wird ein feineres Netz erstellt, um auch bei Berechnungen mit Standardelementen das Spannungsfeld vor der Rissspitze mit hinreichender Genauigkeit abbilden zu können.

Rissschließen bei Standard oder Quarter-Point-Elementen

Werden für Rissfortschrittsberechnungen Standardelemente herangezogen, muss die Neuvernetzung nach erfolgtem Risswachstum in Kauf genommen werden, da der Riss durch eine Elementkante beschrieben werden muss. Der Seam muss ebenfalls um das neue Risssegment erweitert werden, wodurch eine Neuberechnung der Steifigkeitsmatrix unumgänglich ist. Die grafische Oberfläche von ABAQUS 6.9 bietet eine komfortable Möglichkeit den Seam mittels eines Partitionselementes zu definieren und automatisch bei der Vernetzung zu berücksichtigen. Die Rissschließeffekte hingegen können nicht über die grafische Oberfläche mit einbezogen werden, da die Rissflanken nicht als Oberfläche erkannt werden und deshalb auch nicht für eine Kontaktdefinition zur Verfügung stehen. Hierfür muss daher direkt in das zur Berechnung notwendige Input-File eingegriffen werden.

101	102	103	104	105	106	
1	2	3	4	5	6	
10001	10101	10201	10301	10401	10501	
10002	10102	10202	10302	10402	10502	

Abb. 4.35: Elementnummern entlang der Rissflanke



Abb. 4.36: Lokale Knoten- und Flächennummern

Bei der Definition der Oberflächen ist speziell auf die Lage der Elemente in den einzelnen Bereichen des Körpers zu achten. Abb. 4.35 zeigt einen Ausschnitt des Beispielkörpers oberund unterhalb des in der Symmetrieebene gelegenen Risses, welcher als rote Linie dargestellt wird. Die dicke schwarze Linie ist eine Körperkante, während die Elementkanten mit dünnen schwarzen Linien angezeigt werden. In der Partition oberhalb des Risses, welche aus 100x100 Elemente besteht, sind die Elemente von links nach rechts aufsteigend nummeriert, was in einer Elementlage wie in Abb. 4.36 resultiert. Daher wird die Rissflanke im Element durch Fläche 1 gebildet. Da die Netzausrichtung in der unteren Partition um neunzig Grad im Uhrzeigersinn gedreht ist, wir hier die Rissflanke über Fläche 4 definiert.

Sollen in einem realen Bauteil die Belastungen an einem rissähnlichen Fehler bestimmt werden, ist aufgrund der Bauteilgeometrie mit einer komplexeren Netzstruktur zu rechnen. Um Einflüsse des Netzes auf den Spannungsintensitätsfaktor ausschließen zu können, muss die Rissspitze feiner vernetzt und gesondert berücksichtigt werden. Dadurch steigt die Anzahl der Elemente im Einflussbereich der Rissspitze an. Diese können in jeder Partition eine andere Ausrichtung haben, was Einfluss auf die Definition der Oberfläche für die Rissflanke hat. Eine Bearbeitung kann in diesen Fällen nur über eine selbstgeschriebene Computerroutine erfolgen, welche die relevanten Elemente bestimmt, der jeweiligen Rissflanke zuweist und die Ausrichtung berücksichtigt.

In Abb. 4.37a und Abb. 4.37b werden die Ergebnisse mit und ohne Nachbearbeitung des Input-Files zur Kontaktdefinition gegenübergestellt. Im Bereich der Rissspitze können bei aktiviertem Rissschließen kleine Inhomogenitäten im Spannungsverlauf festgestellt werden, die sich aus der Beschreibung der Oberfläche ergeben. Da die Flächen, für welche der Kontakt definiert wird, keine gemeinsamen Knoten aufweisen dürfen, können die Rissspitze sowie die daran angrenzenden Elemente nicht in die Berührbedingung mit einbezogen werden. Daher ist ein Überlappen der Elemente direkt hinter der Rissspitze möglich, weshalb es zu Spannungsspitzen an den Eckknoten dieser Elemente kommt.



Abb. 4.37: Vergleich der Ergebnisse einer Simulation mit linearen Standardelementen mit Seam zur Rissdefinition, keine Möglichkeit Rissschließen mit Hilfe der grafischen Benutzeroberfläche zu berücksichtigen (a), Oberflächendefinition entlang der Rissflanken durch Nachbearbeitung des Input-Files (b)

Rissschließen in der Erweiterten Finiten Elemente Methode

Um das Problem des Neuvernetzens und der Neuberechnung der gesamten Steifigkeitsmatrix zu umgehen, kann die Erweiterte Finite Elemente Methode angewendet werden, da sich der Riss bei diesem Ansatz unabhängig vom Netz ausbreiten kann. Ein weiterer Vorteil ist die Möglichkeit, die Kontaktbedingung für die Rissflanken in der grafischen Oberfläche zu definieren. Hierdurch entfällt eine aufwendige Nachbearbeitung des Modells. Des Weiteren ist es möglich, für einzelne Zeitschritte der Berechnung Risswachstum zuzulassen oder zu verhindern.

Abb. 4.38b zeigt den Spannungsverlauf im Beispielkörper bei aktivierter Risswachstumsoption. Ein Vergleich mit den Ergebnissen aus der Berechnung mit Hilfe von Standardelementen (Abb. 4.37b) zeigt keine großen Differenzen, was kaum verwundert, da in beiden Fällen lineare Elemente verwendet werden und durch das Rissschließen die zusätzlichen Ansatzfunktionen der Erweiterten Finiten Elemente Methode keine Auswirkungen haben. Da die dominierenden Bereiche hier in der Umgebung der Einspannung am unteren Rand liegen, ergibt sich ein nahezu identisches Spannungsfeld. Ein Unterschied zeigt sich nur im Bereich der Rissspitze, da im Falle der Erweiterten Finiten Elemente Methode, aufgrund der nativen Unterstützung der Kontaktbedingung, keine Inhomogenitäten im Spannungsfeld zu sehen sind.

Probleme können hingegen auftreten, wenn sich in einer Simulation zeitlichen Abschnitte mit aktivierter und deaktivierter Risswachstumsoption abwechseln. Wird das Risswachstum einstellungsseitig verhindert, wird automatisch auch die Kontaktdefinition in der Berechnung vernachlässigt, was in Abb. 4.38a am Spanungsfeld vor der Rissspitze und den sich überschneidenden Rissflanken zu erkennen ist. Dies kann zu numerischen Artefakten führen, welche den weiteren Verlauf der Berechnung beeinflussen.



Abb. 4.38: Spannungsfeld eines Balkens mit Riss basierend auf XFEM Elementen, mit deaktivierter Risswachstumsoption (a), mit aktivierter Risswachstumsoption (b)

4.2.6. Netzfeinheit und numerische Ungenauigkeiten in der Erweiterten Finiten Elemente Methode

Neben der Wahl des passenden Elements hat auch die Vernetzung selbst großen Einfluss auf das Ergebnis der Simulation sowie den nötigen Rechenaufwand. Je genauer die Wirklichkeit angenähert werden soll, desto feiner und homogener muss das Netz im untersuchten Bauteil definiert oder desto höher muss der Grad der Ansatzfunktionen gewählt werden. Dies wiederum bewirkt eine Erhöhung der zu berechnenden Freiheitsgrade, wodurch mehr Rechenleistung in Anspruch genommen wird. Das Ziel ist, bei minimalem Aufwand eine bestmögliche Näherung zu erreichen.

Mit Hilfe der Erweiterten Finiten Elemente Methode ist es möglich, eine Spannungssingularität im Inneren eines Elementes zu beschreiben, wodurch es nicht nötig ist, den Bereich um die Rissspitze ähnlich fein zu vernetzten, wie bei Standardelementen. Außerdem besteht die Möglichkeit Risswachstum unabhängig von der Netzstruktur zu berücksichtigen. In Abb. 4.39 und Abb. 4.40 sind zwei aufeinanderfolgende Inkremente einer Rissfortschrittssimulation dargestellt. Die Legende zum Spannungsverlauf kann Abb. 4.41 entnommen werden. Die Simulation basiert auf dem aus Abschnitt 4.2.5 bekannten Beispiel, welches unverändert aus dem ABAQUS Manual übernommen wird. Auf den Riss wirkt also eine Mixed Mode Belastung bestehend aus der Rissöffnung durch Mode I und einer Schubbelastung durch Mode II.



Abb. 4.39: Rissausbreitung, Inkrement 75



Abb. 4.40: Rissausbreitung, Inkrement 76

Es zeigt sich, dass sich die Rissspitze um genau eine Elementkante weiterbewegt hat. Der Knick innerhalb des Elementes würde eine Änderung der Belastungsrichtung oder des Materialverhaltens nahe legen. Da aber ein linearelastisches Materialverhalten gewählt wurde und die Belastung linear bis zum Ende der Berechnung ansteigt und sich daher nur die skalare Größe der Belastung, nicht aber die Richtung, ändert, ist dieses Verhalten nicht erklärbar. Außerdem tritt das Risswachstum von einem Inkrement zum nächsten auf, weshalb nur eine Interpolation zwischen diesen Ergebnissen möglich wäre, woraus man aber nicht auf die Position und Stärke des Knicks schließen kann.



Abb. 4.41: Beispiel zur Rissausbreitung, Inkrement 76, Detailansicht

Betrachtet man nur den Bereich der Rissausbreitung näher und blendet man die anderen Elemente aus, erhält man Abb. 4.41. Es zeigt sich, dass die Rissumlenkungen nicht mehr auftreten und der Riss ein sehr viel glatteres Erscheinungsbild aufweist. Es kommt auch zu einer geringfügigen Änderung im Spannungsfeld, welche auf den geänderten Risspfad, beschrieben durch Level-Set Funktionen und die darauf basierenden Ansatzfunktionen, zurückzuführen ist.

Da Risswachstum nur von Elementkante zu Elementkante auftritt, muss auch der Einfluss auf die Anrisslänge untersucht werden. Hierfür wird der Anriss aus dem Ausgangsbeispiel, welcher an einer Elementkante endet (Abb. 4.42) verkürzt, um eine Rissspitze im Inneren des Elementes abzubilden (Abb. 4.43). Schon in der ersten, belastungsfreien Darstellung der Berechnung zeigt sich, dass der verkürzte Anriss automatisch bis zur Elementkante verlängert

wird. Um abzuklären ob es sich um ein Darstellungsproblem oder eine grundlegende Bedingung der Berechnung handelt, können die Spannungsfelder verglichen werden.



Abb. 4.42: XFEM-Anriss bis zur Elementkante



Abb. 4.43: XFEM-Anriss bis zur Mitte des Element

Abb. 4.44a zeigt das Ergebnis der Rissfortschrittsberechnung für Inkrement 36 des Anrisses bis zur Elementkante. Vergleicht man dies mit Abb. 4.44b bei gleichem Inkrement und Zeitschritt, zeigt sich ein identisches Spannungsfeld. Dies deutet darauf hin, dass der Anriss, unabhängig von seiner Länge, bis zur nächsten Elementkante extrapoliert wird.



Abb. 4.44: Vergleich der Berechnung mit unterschiedlichen Anrisslängen für Abb. 4.42 (a) und Abb. 4.43 (b)

Daraus ergibt sich eine direkte Abhängigkeit der berücksichtigbaren Risslänge von der Elementgröße, welche aus den theoretischen Betrachtungen zur Erweiterten Finiten Elemente Methode nicht ersichtlich ist. Eine Änderung der Anfangsrisslänge ist also nur in der Größenordnung der Elementkantenlänge oder größer sinnvoll, da kleinere Änderungen entweder nicht oder überproportional, je nach Position der ursprünglichen Rissspitze im Element, berücksichtigt werden. Des Weiteren kann aus diesen Betrachtungen geschlossen werden, dass ein möglichst feines Netz im Bereich der Rissspitze und der erwarteten Rissausbreitungsrichtung zur genauen Abbildung des Rissfortschritts nötig ist.



Abb. 4.45: Walzenteilung für Rissfortschrittssimulation

In realen Bauteilen ist es nicht möglich die Elementgröße beliebig klein zu wählen, da der Modellgröße zum Beispiel durch die verfügbare Rechnerleistung technische Grenzen gesetzt sind. Am Modell des Walzensystems aus 4.2.1 wird die Rissausbreitung in Abhängigkeit der Vernetzung untersucht. Der globale Aufbau des Systems, bei welchem Stützwalze und Walzgut als starre Körper angesehen werden, wird beibehalten. Um die Vernetzung einfacher zu gestalten, wird auf die Berücksichtigung der unterschiedlichen Materialschichten verzichtet und nur das Mantelmaterial zur Berechnung herangezogen (Abb. 4.45). Um eine Variation der Elementgröße im Bereich des Risses zu ermöglichen, ohne das globale, gröber vernetzte, Walzenmodell zu stark zu beeinflussen wird ein elliptischer Bereich (Detail rechts, eng schraffiert) um die Ungänze definiert. Da die erweiterten Elemente der XFEM nur für diesen Bereich definiert sind, wird hierdurch das Risswachstum limitiert und die Simulation wird beendet, sobald der Riss an die Grenze dieser Region stößt.

Um die Elementzahl niedrig zu halten wird eine globale Elementgröße von 22mm gewählt. Die Oberfläche der Arbeitswalze wird aufgrund des Kontakts zu Stützwalze und Walzgut mit einer Kantenlänge von 5mm vernetzt. Der Knotenabstand des Bereichs um die Rissspitze, welcher aufgrund der erforderlichen linearen Elemente auch der Kantenlänge entspricht, startet bei 2mm und wird für weitere Berechnungen variiert.

Die Berechnung selbst erfolgt in mehreren Schritten. Nachdem die Körper verschiebungsgesteuert in Kontakt gebracht wurden, wird die Walzkraft aufgebracht. Anschließend erfolgt eine Drehung der Arbeitswalze unter konstanter Walzkraft um 20° mit dem Uhrzeigersinn, wobei die Möglichkeit für Risswachstum deaktiviert wurde. Um das Überwalzen anzunähern erfolgt anschließend bei aktiviertem Risswachstum eine Rotation um 40° gegen den Uhrzeigersinn. Nach dem Rückdrehen um 40° mit dem Uhrzeigersinn können die letzten beiden Arbeitsschritte beliebig oft wiederholt werden, um mehrmaliges Überwalzen zu simulieren.

Wie schon im Beispiel des ABAQUS Manuals wird der Anriss von 1mm Länge, welcher im Inneren des Elements endet, (Abb. 4.46a) für die Berechnung bis an die nächste Elementkante extrapoliert (Abb. 4.46b). Das Risswachstum erfolgt nicht in der Ebene des Anrisses sondern weicht aufgrund der Mixed-Mode Beanspruchung und der großen Druckbelastung davon ab.

Da die Ungänze aufgrund der großen Kantenlänge nur unzureichend abgebildet wird, muss eine feinere Vernetzung zur Beschreibung gewählt werden.



Abb. 4.46: Risswachstum ausgehend vom Anriss im Kerbgrund, 2mm Kantenlänge

Bei einer Elementgröße von 0.5mm zur Beschreibung der Ungänze zeigen sich im Simulationsergebnis Probleme (Abb. 4.47). Durch die feinere Vernetzung ist eine bessere Näherung des Spannungsverlaufs um die Rissspitze möglich. Außerdem kann das Risswachstum in kleineren Schritten berechnet werden, da als minimale Fortschrittsrate nur eine Elementlänge (von Elementkante zu Elementkante) nutzbar ist. Trotz dieser Verbesserungen der Simulation zeigen sich Ungereimtheiten in der Rissdefinition.



Abb. 4.47: Änderung der Netzfeinheit auf 0.5mm



Abb. 4.48: Rissdarstellung ohne Elementkanten

Diese Auffälligkeiten treten bereits während der ersten Belastungsphasen auf, werden aber erst durch die anschließende Rotation augenscheinlich. Ein Punkt entlang des Anrisses, welcher anscheinend nicht identisch ist mit einem Schnittpunkt zwischen Riss und Elementkante, erfährt nicht dieselbe notwendige Verschiebung wie der Rest des Systems. Daher bildet sich ein verzerrter Riss, was meist zu einem Abbruch der Rechnung führt, da die Bestimmung der Elementfläche nicht mehr einwandfrei möglich ist. Nach Verkürzen des Anrisses auf 0.5mm bei gleichbleibender Vernetzung befindet sich die Risspitze wieder im Innern des ersten Elementes und die Simulation kann ohne Probleme beendet werden.

Die Abb. 4.49 und Abb. 4.50 zeigen das Netz an der Ungänze bei einer Elementgröße von 1.9mm. Der einzige Unterschied ist in der Verschiebung eines Knotens im Bereich vor der Rissspitze um 1mm in negativer *y*-Richtung zu finden (roter Kreis). Während die auf Abb. 4.49 basierende Simulation die beschriebenen Verzerrungen des Risses aufweist (Abb. 4.51) ist die auf dem angepassten Netz basierende Berechnung lauffähig und liefert eine Abschätzung für den Verlauf des Risswachstums.



Abb. 4.49: Netz mit 1.9mm Kantenlänge



Abb. 4.50: angepasstes Netz mit 1.9mm Kantenlänge



Abb. 4.51: Fehlerhafte Level-Set Funktion, basierend auf Abb. 4.49

Ein direkter Vergleich der Berechnungsergebnisse der Simulation, welche bis auf die Elementgröße von 1.9mm (Abb. 4.52) und 2mm (Abb. 4.53) identisch aufgebaut sind, zeigt gravierende Unterschiede. Während die Grenze der möglichen Rissausbreitung, definiert durch den Übergang von XFEM- auf Standardelemente, im ersten Fall bereits im Zuge des ersten Überwalzens auftritt, hat der Riss in letzterem Fall diesen Punkt erst während der zweiten Rotation gegen den Uhrzeigersinn erreicht.

Es zeigt sich, dass das Risswachstum zwar theoretisch unabhängig von der Vernetzung beschrieben werden kann, das Ergebnis aber stark von der gewählten Elementgröße abhängt. Je kleiner die Elemente gewählt werden, desto genauer kann der Spannungsverlauf angenähert werden. Aufgrund des Wachstumscharakters des Risses von Elementkante zu Elementkante wird auch die Richtung des Wachstums genauer bestimmt und kann bei sich ändernden Kraftvektoren Einfluss auf das Ergebnis nehmen. Werden die Elemente aber zu klein gewählt, steigt die Wahrscheinlichkeit, dass das Flächenverhältnis eines geschnittenen Elements bei ungünstiger Risslage sehr groß wird und eine Berechnung der Teilflächen zu keinem Ergebnis führt, was in einem Abbruch der Berechnung oder in einer deformierten Rissgeometrie resultiert.



Abb. 4.52: Risswachstum ausgehend vom Anriss, 1.9mm Kantenlänge, angepasst



Abb. 4.53: Risswachstum ausgehend vom Anriss, 2mm Kantenlänge

4.2.7. Abschließende Betrachtungen zur Elementwahl

Es zeigt sich, dass eine Vielzahl von Elementvarianten zur Verfügung stehen, welche je nach Problemstellung und gewünschtem Ergebnis spezifische Vorteile und Nachteile, aufgrund sowohl der zugrundliegenden Theorie als auch der programmtechnischen Implementierung, aufweisen.

Der Spannungsintensitätsfaktor

Ist die Kenntnis des Spannungsintensitätsfaktors für eine bestimmte Rissgeometrie das Ziel der Simulation, wird dieser meist mit Hilfe des *J*-Integrals direkt bestimmt. Das ermöglicht eine Aufteilung der Rissspitzenbelastung in die einzelnen Moden, unabhängig von der Lage des Risses im Bezug auf das globale Koordinatensystem. Bedingt durch die Ungenauigkeiten

der numerischen Simulation, müssen mehrere Konturen berechnet werden und die Ergebnisse besitzen erst in ausreichendem Abstand von der Rissspitze Gültigkeit. Standardelemente sind in Kombination mit kongruenten Knoten entlang der Rissflanke meist ausreichend, da eine genaue Abbildung der Singularität an der Rissspitze nicht erforderlich ist.

Im Fall eines Kontaktproblems ist die direkte Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors nur eingeschränkt anwendbar. Um die Kontaktfläche für jeden Berechnungsschritt korrekt bestimmen zu können, was Einfluss auf das Spannungsfeld im Kontaktbereich hat, muss mit der Option der nichtlinearen Geometrie gerechnet werden. Während das Ergebnis einer reinen J-Integral Berechnung nicht beeinflusst wird, stellt sich ein verwertbares Ergebnis in einer direkten K-Berechnung erst bei einem sehr viel größeren Abstand von der Rissspitze ein. Dies kann dazu führen, dass aufgrund von geometrischen Randbedingungen kein Spannungsintensitätsfaktor ermittelt werden kann. Kennt man den Spannungstensor in der Ebene des Risses, kann der Spannungsintensitätsfaktor auch über eine analytische Näherung bestimmt werden, wobei der globale Spannungstensor in das lokale Koordinatensystem des Risses umgerechnet werden muss.

Das Spannungsfeld vor der Rissspitze

Ist eine genaue Kenntnis der Spannungen im Bereich des Risses nötig, bieten sich Rissspitzenelemente an, welche die Singularität $1/\sqrt{r}$ besser darstellen können. Hier wird die Genauigkeit aber durch die Art der numerischen Integration eingeschränkt, da die Ansatzfunktionen im globalen Koordinatensystem keine Polynome darstellen und daher durch die Gauß Integration nur mittels einer erhöhten Zahl an Stützstellen angenähert werden können.

Anhand von Quarter-Point-Elementen wird der Einfluss der Stützstellenzahl auf das Simulationsergebnis gezeigt. Nimmt man die nötige feinere Vernetzung der Standardelemente in Kauf, bieten diese speziellen Elemente bei statischen Problemen ohne Anpassung der numerischen Integration keine Vorteile.

Rissfortschritt

Um den Rissfortschritt zu simulieren sind die XFEM-Elemente die erste Wahl, da sie in der Theorie ein vom Netz unabhängiges Wachstum des Risses ermöglichen. Der Anriss sollte hierbei nicht entlang einer Elementkante verlaufen oder nahe an einem Eckknoten, weil dann die Definition der einzelnen Teilflächen des Elements zu Problemen führen kann. Dies kann darin resultieren, dass die Rissdefinition fehlerhaft bearbeitet wird und somit eine Deformation des Risses auftritt. Der Einfluss der Elementgröße ist enorm, was unter anderem auch mit der Verlängerung des Anrisses zur nächsten Elementkante, unabhängig von der gewählten Anfangsrisslänge, zusammenhängt.

Da auch bei der Rissfortschrittsberechnungen nur von statischen Bedingungen ausgegangen wird, wäre eine Berücksichtigung der Risswachstumsraten im Materialmodell in Zusammenhang mit dynamischen Belastungen wünschenswert. In diesem Fall muss auch die Bestimmung eines *J*-Integrals für die wandernde Rissspitze möglich sein. Dies würde eine Lebensdaueranalyse vom Anriss bis zum Versagen des Bauteils ermöglichen.

Rissschließen

Soll Risswachstum bei einem auf Druck belasteten Bauteil untersucht werden, muss auch das Rissschließen, welches die effektive Belastung begrenzt, in die Berechnung mit einbezogen werden. Mit Hilfe der Erweiterten Finiten Elemente Methode ist dies über die grafische Benutzeroberfläche relativ einfach möglich. Diese Option kann aber nur genutzt werden, wenn Risswachstum erlaubt ist. Im Falle eines statischen Risses wird dieses nicht berücksichtigt und kann zu numerischen Inhomogenitäten führen, wenn sich Berechnungsschritte mit und ohne Rissfortschritt abwechseln.

Wird der Riss mit Standardelementen als Seam modelliert, welcher kongruente Knoten aufweist, kann dieser nicht automatisch als Oberfläche definiert werden. Er muss bei der Vernetzung berücksichtigt werden und kann anschließend über den Umweg des Input-Files mit den Kontaktbedingungen verknüpft werden. Da die Orientierung der Elemente von Partition zu Partition unterschiedlich sein kann, muss dies in der Oberflächendefinition berücksichtigt werden. Da die Flächen keinen identischen Punkt aufweisen dürfen, kann die Rissspitze nicht mit einbezogen werden, wodurch am Element direkt hinter der Rissspitze eine minimale Überdeckung der Rissflanken möglich ist.

5. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit werden die Möglichkeiten einer Kombination aus spannungsmechanischen und bruchmechanischen Ansätzen zur Lebensdauerberechnung diskutiert. Da diese Konzepte auf unterschiedlichen grundlegenden Annahmen beruhen, ist eine direkte Umrechnung nur eingeschränkt sinnvoll. Aufgrund der Annahme eines fehlerfreien Werkstoffs in der spannungsmechanischen Betrachtung wird sowohl die Phase der Rissinitiierung als auch die des Risswachstums bis zu einem definierten Versagenskriterium in die Berechnung mit einbezogen. In der Bruchmechanik hingegen wird angenommen, dass von Beginn an ein Fehler im Werkstoff vorhanden ist, welcher als maximale Größe die Detektionsgrenze des jeweiligen Prüfverfahrens hat. Die Lebensdaueranalyse beschränkt sich somit auf den Bereich des Rissfortschritts. Um einen Vergleich zu ermöglichen, muss daher entweder der Anteil der Rissinitiierungsphase an der Gesamtlebensdauer bekannt sein oder das Belastungsniveau bei welchem keine Schädigung oder Risswachstum auftritt.

Für die Betrachtungen wird eine warmaushärtende AlSi7Mg Gusslegierung herangezogen. Diese Legierung wird auch im Motorenbau eingesetzt. Aufgrund der erhöhten Temperaturen von stellenweise über 200°C ist mit einer beschleunigten Alterung des Materials zu rechnen. Zug- und Wöhlerversuche wurden im Verlauf früherer Arbeiten bei unterschiedlichen Alterungszuständen durchgeführt. Basierend auf diesen Ergebnissen werden zur Bestimmung der bruchmechanischen Kennwerte die Alterungszeiten bei einer Temperatur von 200°C festgelegt und in einem erweiterten Versuchsprogramm durch Versuche bei konstanter Alterungsdauer von 500h und unterschiedlicher Temperatur ergänzt.

Aufgrund der abgeschlossenen spannungsmechanischen Versuchsreihe ist eine Trennung der Gesamtlebensdauer in die einzelnen Phasen nicht mehr möglich. Da im gemessenen Bereich von bis zu 10⁷ Lastwechseln bei Aluminiumlegierungen auch keine konstante Ermüdungsfestigkeit definiert werden kann, ist ein Vergleich mit den Schwellenwerten der Rissfortschrittsversuche nicht möglich. Bei näherer Betrachtung der Wöhlerlinien zeigt sich, dass eine Beschreibung der Alterungsabhängigkeit basierend auf den, aus Zugversuchen gewonnenen, Shercliff und Ashby Parametern nur im LCF-Bereich möglich ist, wohingegen sich im HCFund UHCF-Bereich ein anderes Verhalten einstellt. Dieses zeigt wiederum Ähnlichkeit zum Verlauf der Schwellenwerte bei unterschiedlichen Alterungszuständen. Durch Vergleich der zu höheren Lastwechselzahlen hin extrapolierten Wöhlerlinien und der aus den Schwellenwerten über die Näherung nach El Haddad berechneten Ermüdungsfestigkeiten zeigt sich ein ähnliches Alterungsverhalten bei ungefähr 10¹² Lastwechseln, woraus auf ein mögliches Dauerfestigkeitsniveau geschlossen werden kann. Eine Überprüfung ist derzeit kaum möglich, da auch bei einer Messung mit Frequenzen im Ultraschallbereich ein Versuch ungefähr 578 Tage dauern würde.

Ein Vorteil des beschriebenen Verfahrens ist die Möglichkeit, den Versuchsaufwand für eine komplette dynamische Werkstoffcharakterisierung zu senken. Um Wöhlerlinie und Haigh-Diagramm für vier Alterungszustände bestimmen zu können, wären bei 15 Proben je Wöhlerlinie und sechs Proben je Ermüdungsfestigkeit 84 Proben nötig. Werden zusätzlich bruchmechanische Versuche herangezogen, kann diese Zahl verringert werden. Nach einer Wöhlerlinie zur Bestimmung der Neigungen und deren Verhältnis zueinander müssten nur drei weitere Versuche im LCF-Bereich durchgeführt werden, um die Abhängigkeit der Neigung von der Alterung zu bestimmen, wofür 18 zusätzliche Proben ausreichend sind. Da bei Rissfortschrittsversuchen eine Probe für mehrere Schwellenwertmessungen verwendbar ist, kann eine Versuchsmatrix mit je zwei Schwellenwerten pro Alterungszustand und Spannungsverhältnis mit acht Proben abgedeckt werden. Um den Einfluss kurzer Risse zu bestimmen, sind weitere vier Proben nötig. Dies ergibt eine Gesamtzahl von 45 Proben. Eine genaue Kenntnis des Verhaltens kurzer Risse ist von essentieller Bedeutung bei der Umrechnung von spannungsmechanischen und bruchmechanischen Kennwerten mit Hilfe der Näherung nach El Haddad. Da die untersuchte Aluminiumlegierung keine definiertes Dauerfestigkeitsniveau aufweist, ist eine direkte Bestimmung der intrinsischen Risslänge mit Hilfe des Kitagawa-Diagramms nicht möglich, sondern muss über die Messung von Kurzrissschwellenwerten erfolgen. Ein Vergleich des mit heißisostatischem Pressen (HIP) behandelten und unbehandelten Materials zeigt eine erhöhte Ermüdungsfestigkeit sowie einen im Gegensatz dazu stehenden niedrigeren Schwellenwert des gehipten Materials. Eine Erklärung liefert die kleinere intrinsische Risslänge, welche mit Hilfe von Kurzrissversuchen ermittelt wird.

Durch Rissfortschrittsversuche bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen ist die Definition eines Haigh-Diagramms möglich, welches den Einfluss der Alterung berücksichtigt. Kennt man die durchschnittliche Größe des Fehlers in den Wöhlerproben kann auch eine Anpassung an die aktuelle Fehlergröße vorgenommen werden. Hierfür ist aber die Kenntnis des Geometriefaktors von entscheidender Bedeutung und kann für einfache Probengeometrien mit Hilfe aus der Literatur bekannter analytischer Näherungen berechnet werden.

Bei komplexeren Bauteilen muss die Berechnung des Geometriefaktors mit Hilfe von numerischen Methoden erfolgen, da bei einer analytischen Lösung die Ungenauigkeit durch die nötigen Vereinfachungen zu groß wäre. Hier finden sich unterschiedliche Ansätze, welche in Abhängigkeit der Problemstellung gewählt werden können. Zur Bestimmung des Spannungsintensitätsfaktors für eine bestimmte Fehlergeometrie bietet sich das *J*-Integral an, welches auch bei normalen Standardelementen mit hinreichender Genauigkeit angewandt werden kann. Werden Quarter-Point-Elemente zur Darstellung der Singularität an der Rissspitze verwendet, muss auch die numerische Integration an die veränderten Ansatzfunktionen angepasst werden.

Ein Nachteil bei diesen Verfahren ist die Notwendigkeit, den Riss bei der Vernetzung berücksichtigen zu müssen, da er nur entlang der Elementkanten abgebildet werden kann. Soll das Risswachstumsverhalten simuliert werden oder auch eine Parameterstudie mit unterschiedlichen Rissgrößen und -positionen durchgeführt werden, ist für jede Veränderung des Risses ein Neuvernetzen nötig. Dies kann umgangen werden, indem der Riss mit Hilfe der Erweiterten Finiten Elemente Methode modelliert wird, da mit Hilfe zusätzlicher Ansatzfunktionen eine Unstetigkeit auch im Inneren eines Elements auftreten kann. Einschränkungen müssen dahingehend in Kauf genommen werden, dass die Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors mit Hilfe des J-Integrals derzeit nicht möglich ist und aufgrund des fehlenden Materialmodells auch keine Möglichkeit besteht, Risswachstum bei dynamischen Problemen mit Hilfe von Rissfortschrittsraten zu bestimmen. Ein Vorteil ist hingegen die Möglichkeit, Rissschließen in der Erweiterten Finiten Elemente Methode über die grafische Benutzeroberfläche zu berücksichtigen oder auszuschließen, was derzeit aber noch nicht fehlerfrei möglich ist. Diese Möglichkeit besteht bei Standardelementen nur über den Umweg über das Input-File, was bei einer komplexen Geometrie einen hohen Aufwand für die elementbezogene Oberflächendefinition bedeutet und außerdem die Elemente direkt an der Rissspitze ausschließt.

Zusammenfassend konnte in der vorliegenden Arbeit gezeigt werden, wie durch eine geeignete Kombination spannungs- und bruchmechanischer Ansätze eine wesentliche Verringerung des Versuchsaufwandes bewirkt werden kann. Gleichzeitig eröffnet sich dadurch ein hohes Potenzial für eine realitätsnahe Lebensdauerabschätzung durch konsistente Berücksichtigung aller relevanten Parameter, hier insbesondere von Alterung und Inhomogenitäten. Bezüglich der Anwendung auf die Lebensdauerberechnung komplexer Geometrien wurden die vielversprechenden Möglichkeiten der Erweiterten Finiten Elemente Methode nachgewiesen. Es ist zu erwarten, dass diese Methode bei konsequenter Weiterentwicklung in absehbarer Zeit die Anwendungsreife für den industriellen Produktentwicklungsprozess erreichen wird.

6. Publikationsverzeichnis

- B ... Schriftlicher Beitrag (Fachzeitschrift, Tagung)
- V ... Vortrag
- P ... Poster
- Leitgeb, A., Jan, M., Gänser, H.-P., Eichlseder, W. (2007): "Engineering estimates for the fatigue and crack growth behaviour of aluminium alloys", ICF - International Congress on Fracture-Interquadrennial Conference 2007, Juli 2007, Moskau, Russland (B,V)
- 2.) Leitgeb, A., Jan, M., Gänser, H.-P., Eichlseder, W. (2008): "*Engineering estimates in the region of high-cycle fatigue for the fatigue and crack growth behaviour of aluminium alloys*", 2nd Fatigue Symposium, April 2008, Leoben, Österreich (V, B, P)
- 3.) Leitgeb, A., Gänser, H.-P., Eichlseder, W. (2008): "*Modeling of S/N curves for flawed materials in the VHCF regime*", 17th European Conference on Fracture, September 2008, Brünn, Tschechien (V, B)
- 4.) Leitgeb, A., Gänser, H.-P., Ehart, R., Fröschl, J., Eichlseder, W.: "The influence of ageing on fatigue and fracture-related material parameters for an aluminum cast alloy",12th International Conference on Fracture (ICF12), Juli 2009, Ottawa, Kanada (V,B)
- 5.) Leitgeb, A., Gänser, H.-P., Schider, S., Eichlseder, W. (2010): "Engineering correlations for the influence of ageing on the fatigue and fracture behaviour of an aluminium cast alloy", 18th European Conference on Fracture, September 2010, Dresden, Deutschland (V, B)
- 6.) Leitgeb, A., Eichlseder, W., Gänser, H.-P. (2010): "*Comparison of analytical and numerical approaches to determine fatigue crack growth*", 18th European Conference on Fracture, September 2010, Dresden, Deutschland (V, B)
- 7.) Gódor, I., Major, Z., Resch, K., Vezér, Sz., Müller, H., Leitgeb, A. (2005): "*Charakterisierung der tribologischen Eigenschaften von PTFE-Bz-Compounds*", ÖTG-Symposium 2005, November 2005, Graz (V,B)
- 8.) Eichlseder, W., Leitgeb, A., Araujo, B., Riedler, M. (2005): "Fatigue Life Analysis of Geometrically Complex Components", fatigue design 2005, Senlis, Frankreich, (V,B)
- 9.) Vitek, T.; Grün, F., Leitgeb, A.; Stoschka, M.; Gódor, I.; Eichlseder, W. (2006): "Development of ABAQUS Model for Compound Material Friction Temperature Dependency Simulation", Winter Workshop of Applied Mechanics, Czech Technical University Prague, Februar 2006 (B)
- 10.) Vitek, T.; Grün, F.; Leitgeb, A. (2006): "Compound Material Friction Temperature Dependency – Development of Finite Element Model", 10th International Student Conference on Electrical Engineering, POSTER 2006, Mai 2006, Prag, Tschechien (B, P)

- Gódor, I., Major, Z., Eichlseder, W., Leitgeb, A., Grün, F. (2006): "Development of a tribological functional and failure model for PTFE-Bz Compounds ", 34. Summer School– Conference "Advanced Problems in Mechanics (APM)", Juni/Juli 2006, St. Petersburg, Russland (B, V)
- Grün, F., Gódor, I., Leitgeb, A., Köberl, H., Eichlseder, W. (2006): "Characterisation of Tribomaterials by Simulation and Tribological Tests", 23rd Danubia-Adria Symposium on experimental methods in solid mechanics, DAS 23, Podbanské, Slowakei, September 2006 (B,P)
- Gänser, H.-P., Leitgeb, A., Eichlseder, W. (2007): "Synthesis of Fracture Mechanics and Stress Based Methods for Dimensioning against the Endurance Limit" ICF - International Congress on Fracture-Interquadrennial Conference 2007, Juli 2007, Moskau, Russland (B,V)
- Jan, M., Leitgeb.A., G\u00e4nser, H.-P. (2007): "A Comparative Study of Classical and Damage Tolerant Design Concepts", 10th International Symposium on Advanced Materials, September 2007, Islamabad, Pakistan (V)
- 15.) Gódor, I., Grün, F., Major, Z., Vezér, Sz., Leitgeb, A. (2008): "*Tibological and Material Properties of PTFEBz-Compounds – Do they correspond?*", 13th Nordic Symposium on Tribology (Nordtrib 2008), Juni 2008, Tampere, Finland (B,V)
- 16.) Jan, M., Gänser, H-P., Leitgeb, A., Eichlseder, W. (2008): "Synthesis of conventional and damage tolerant design concepts", 2nd Fatigue Symposium, April 2008, Leoben, Österreich (B, V, P)
- 17.) Oberwinkler, B., Oberwinkler, C., Redik, S., Leitner, H., Leitgeb, A. (2009): "Analysis of Short Crack Growth for Two Representative Light Metals", 12th International Conference on Fracture (ICF12), Juli 2009, Ottawa, Kanada (V)

7. Literaturverzeichnis

- [1] ASTM E 399 90 (Reapproved 1997): Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials.
- [2] ASTM E 468 90 (Reapproved 1998): Standard Practice for Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test Results for Metallic Materials.
- [3] ASTM E 739 91 (Reapproved 1998): Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (e-N) Fatigue Data.
- [4] ASTM E 647 00 (2000): Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates.
- [5] ASTM E 466 96 (Reapproved 2002): Standard Practice for Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials.
- [6] Babuska, I., Melenk, J. M. (1997): "*The Partition of Unit Method*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 40 (4): pp. 727-758.
- [7] Barsoum, R. S. (1976): "On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics", International Journal for Numerical Methods in Engineering 10 (1): pp. 25-37.
- [8] Belytschko, T., Gracie, R. (2007): "*On XFEM applications to dislocations and interfaces*", International Journal of Plasticity 23 (10-11): pp. 1721-1738.
- [9] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, B. (2000): "Nonlinear Finite Elements for *Continua and Structures*", Chichester, John Wiley & Sons Ltd.
- [10] Belytschko, T., Moës, N., Usui, S., Parimi, C. (2001): "Arbitrary discontinuities in finite elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering 50 (4): pp. 993-1013.
- [11] Bray, G. H., Glazov, M., Rioja, R. J., Li, D., Gangloff, R. P. (2001): "Effect of artificial aging on the fatigue crack propagation resistance of 2000 series aluminum alloys", International Journal of Fatigue 23 (Supplement 1): pp. 265-276.
- [12] Brocks, W., Scheider, I. (2001): "Numerical Aspects of the Path-Dependence of the J-Integral in Incremental Plasticity", GKSS Forschungszentrum Geesthacht: pp. 1-33.
- [13] Caton, M. J., Jones, J. W., Allison, J. E. (2001): "The influence of heat treatment and solidification time on the behavior of small-fatigue-cracks in a cast aluminum alloy", Materials Science and Engineering A 314 (1-2): pp. 81-85.
- [14] Cerný, I. (2004): "*The use of DCPD method for measurement of growth of cracks in large components at normal and elevated temperatures*", Engineering Fracture Mechanics 71 (4-6): pp. 837-848.
- [15] Chapetti, M. D. (2003): "Fatigue propagation threshold of short cracks under constant amplitude loading", International Journal of Fatigue 25 (12): pp. 1319-1326.
- [16] Chapetti, M. D. (2005): "Application of a threshold curve model to high-cycle fatigue behavior of small cracks induced by foreign-object damage in Ti-6Al-4V", International Journal of Fatigue 27 (5): pp. 493-501.
- [17] Chapetti, M. D. (2008): "Fatigue assessment using an integrated threshold curve method applications", Engineering Fracture Mechanics 75 (7): pp. 1854-1863.
- [18] Ciavarella, M., Meneghetti, G. (2004): "On fatigue limit in the presence of notches: classical vs. recent unified formulations", International Journal of Fatigue 26 (3): pp. 289-298.
- [19] Ciavarella, M., Monno, F. (2006): "On the possible generalizations of the Kitagawa-Takahashi diagram and of the El Haddad equation to finite life", International Journal of Fatigue 28 (12): pp. 1826-1837.
- [20] Clark, G., Knott, J. F. (1975): "*Measurement of fatigue cracks in notched specimens by means of theoretical electrical potential calibrations*", Journal of the Mechanics and Physics of Solids 23 (4-5): pp. 265-276.

- [21] Creager, M., Paris, P. C. (1967): "Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking", International Journal of Fracture 3 (4): pp. 247-252.
- [22] da Fonte, M. A., Stanzl-Tschegg, S. E., Holper, B., Tschegg, E. K., Vasudévan, A. K. (2001): "The microstructure and environment influence on fatigue crack growth in 7049 aluminum alloy at different load ratios", International Journal of Fatigue 23 (Supplement 1): pp. 311-317.
- [23] Dassault Systèmes (2009): "ABAQUS 6.9-1 Online Documentation CAE User's Manual Fracture mechanics", Maastricht, SIMULIA European Headquarters.
- [24] Desmukh, M. N., Pandey, R. K., Mukhopadhyay, A. K. (2006): "*Effect of aging treatments on the kinetics of fatigue crack growth in 7010 aluminum alloy*", Materials Science and Engineering A 435-436: pp. 318-326.
- [25] DIN 50125: Prüfung metallischer Werkstoffe Zugproben.
- [26] DIN EN 10002: Metallische Werkstoffe Zugversuch Teil 1: Prüfverfahren (bei Raumtemperatur).
- [27] Dolbow, J., Moës, N., Belytschko, T. (2000): "Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method", Finite Elements in Analysis and Design 36 (3-4): pp. 235-260.
- [28] Donahue, R. J., Clark, H. M., Atanmo, P., Kumble, R., McEvily, A. J. (1972): "*Crack opening displacement and the rate of fatigue crack growth*", International Journal of Fracture 8 (2): pp. 209-219.
- [29] Ehart, R. J. A., Nefischer, P., Eichlseder, W. (2007): "*Materialmodellierung und Lebensdauerabschätzung*", MP Materials Testing 49 (9): pp. 474-479.
- [30] Eichlseder, W. (2006): "Vorlesungsbegleitendes Skriptum zu Betriebsfestigkeit 1", Montanuniversität Leoben, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau.
- [31] Eichlseder, W. (2007): "Vorlesungsbegleitendes Skriptum zu Betriebsfestigkeit 2", Montanuniversität Leoben, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau.
- [32] El Haddad, M. H., Topper, T. H., Smith, K. N. (1979): "*Prediction of non propagating cracks*", Engineering Fracture Mechanics 11 (3): pp. 573-584.
- [33] Elber, W. (1970): "*The significance of fatigue crack closure*", STP 486: Damage Tolerance in Aircraft Structures. Philadelphia, ASTM: pp. 230-242.
- [34] Erdogan, F., Ratwani, M. (1970): "Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack", International Journal of Fracture 6 (4): pp. 379-392.
- [35] Fatemi, A., Yang, L. (1998): "*Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials*", International Journal of Fatigue 20 (1): pp. 9-34.
- [36] FKM (1999): "FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Bauteile aus Aluminiumwerkstoff", Frankfurt/Main, VDMA-Verlag.
- [37] FKM (2001): "FKM-Richtlinie: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile", Frankfurt/Main, VDMA-Verlag.
- [38] FKM (2002): "FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile", Frankfurt/Main, VDMA GmbH.
- [39] Forman, R. G., Keary, V. E., Engle, R. M. (1967): "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-loaded Structures", Journal of Basic Engineering 89: pp. 459-464.
- [40] Forth, S. C., Newman Jr., J. C., Forman, R. G. (2003): "*On generating fatigue crack growth thresholds*", International Journal of Fatigue 25 (1): pp. 9-15.
- [41] Fries, T.-P., Kölke, A. (2008): "*The Extended Finite Element Method (XFEM)*", Seminar, 13.-15. Mai, Aachen, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule.

- [42] Gandossi, L., Summers, S. A., Taylor, N. G., Hurst, R. C., Hulm, B. J., Parker, J. D. (2001): "The potential drop method for monitoring crack growth in real components subjected to combined fatigue and creep conditions: application of FE techniques for deriving calibration curves", International Journal of Pressure Vessels and Piping 78 (11-12): pp. 881-891.
- [43] Gänser, H.-P., Leitgeb, A., Eichlseder, W. (2007): "Synthesis of Fracture Mechanics and Stress Based Methods for Dimensioning against the Endurance Limit", International Congress on Fracture, Interquadrennial Conference Moskau.
- [44] Gänser, H. P., Glinsner, K., Eichlseder, W. (2006): "Dimensioning against fatigue stress-based approach or fracture mechanics?", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 220 (8): pp. 1109-1120.
- [45] Gänser, H. P., Leitgeb, A., Glinsner, K., Eichlseder, W. (2007): "Computation of a modified Haigh-Goodman diagram for damage tolerant design for infinite fatigue life", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science 221 (5): pp. 619-623.
- [46] Garrett, G. G., Knott, J. F. (1975): "Crystallographic fatigue crack growth in aluminium alloys", Acta Metallurgica 23 (7): pp. 841-848.
- [47] Gladman, T. (1999): "*Precipitation hardening in metals*", Materials Science and Technology 15: pp. 30-36.
- [48] Goodman, J. (1899): "*Mechanics applied to engineering*", New York, Longmans, Green and Co.
- [49] Gravouil, A., Moës, N., Belytschko, T. (2002): "*Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets Part II: Level set update*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 53 (11): pp. 2569-2586.
- [50] Haibach, E. (2006): "*Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*", Berlin, Heidelberg, New York, Springer.
- [51] Heald, P. T., Lindley, T. C., Richards, C. E. (1972): "*The influence of stress intensity and microstructure on fatigue crack propagation in a 1% carbon steel*", Materials Science and Engineering 10: pp. 235-240.
- [52] Henshell, R. D., Shaw, K. G. (1975): "*Crack tip finite elements are unnecessary*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 9 (3): pp. 495-507.
- [53] Ingraffea, A. R. (2009, 29.10.): "*Cornell Fracture Group Education*", Aufgerufen 10.02.2010, von <u>http://www.cfg.cornell.edu/education/education.htm</u>.
- [54] Johnson, H. H. (1965): "*Calibration of electric potential method for studying slow crack growth*", Materials Research and Standards 5 (9): pp. 442-445.
- [55] Kitagawa, H., Takahashi, S. (1976): "*Applicability of fracture mechanics to very small cracks or cracks in the early stage*", Second International Conference on Mechanical Behaviour of Materials, Metal Park, Ohio.
- [56] Klesnil, M., Lukás, P. (1972): "*Effect of stress cycle asymmetry on fatigue crack growth*", Materials Science and Engineering 9: pp. 231-240.
- [57] Klesnil, M., Lukás, P. (1972): "*Influence of strength and stress history on growth and stabilisation of fatigue cracks*", Engineering Fracture Mechanics 4 (1): pp. 77-92.
- [58] Kohout, J. (1999): "*A new function describing fatigue crack growth curves*", International Journal of Fatigue 21 (8): pp. 813-821.
- [59] Kruzic, J. J., Ritchie, R. O. (2006): "*Kitagawa-Takahashi diagrams define the limiting conditions for cyclic fatigue failure in human dentin*", Journal of Biomedical Materials Research Part A 79A (3): pp. 747-751.
- [60] Kujawski, D. (2001): "Enhanced model of partial crack closure for correlation of *R*ratio effects in aluminum alloys", International Journal of Fatigue 23 (2): pp. 95-102.

- [61] Kujawski, D. (2001): "*A new* $(\Delta K^+ K_{max})^{0.5}$ driving force parameter for crack growth in aluminum alloys", International Journal of Fatigue 23 (8): pp. 733-740.
- [62] Lados, D. A., Apelian, D. (2006): "Limitations of elastic definitions in Al-Si-Mg cast alloys with enhanced plasticity: linear elastic fracture mechanics versus elastic-plastic fracture mechanics", Engineering Fracture Mechanics 73 (4): pp. 435-455.
- [63] Lados, D. A., Apelian, D. (2008): "Relationships between microstructure and fatigue crack propagation paths in Al-Si-Mg cast alloys", Engineering Fracture Mechanics 75 (3-4): pp. 821-832.
- [64] Leitner, H. (2001): "Simulation des Ermüdungsverhaltens von Aluminiumgusslegierungen", Dissertation, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, Montanuniversität Leoben.
- [65] Leitner, H., Köberl, H. Materialprüfungen am Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau.
- [66] Li, C.-Y., Wei, R. P. (1966): "*Calibrating the Electrical Potential Method for Studying Slow Crack Growth*", Materials Research and Standards 6 (8): pp. 392-394.
- [67] Liu, J., Bowen, P. (2003): "*DC potential drop calibration in matrix-cladded Ti MMC specimens with a corner notch*", International Journal of Fatigue 25 (7): pp. 671-676.
- [68] Martin, J. W. (1998): "*Precipitation Hardening Second Edition*", Oxford, Butterworth-Heinemann.
- [69] Mayer, H., Papakyriacou, M., Zettl, B., Stanzl-Tschegg, S. E. (2003): "Influence of porosity on the fatigue limit of die cast magnesium and aluminium alloys", International Journal of Fatigue 25 (3): pp. 245-256.
- [70] McClintock, F. A., Irwin, G. R. (1965): "Plasticity Aspects of Fracture Mechanics", STP381: Fracture Toughness Testing and its Applications. Philadelphia, ASTM: pp. 84–113.
- [71] Melenk, J. M., Babuska, I. (1996): "*The partition of unity finite element method: Basic theory and applications*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 139 (1-4): pp. 289-314.
- [72] Miner, M. A. (1945): "*Cumulative Damage in Fatigue*", Journal of Applied Mechanics Vol. 67: pp. A159-A164.
- [73] Minichmayr, R. AMB05B67 Materialmodellierung der Al-Gusslegierung AlSi7Mg auf Basis von Zugversuchen und LCF-Versuchen, Interner Bericht.
- [74] Minichmayr, R. (2005): "Modellierung und Simulation des thermomechanischen *Ermüdungsverhaltens von Aluminiumbauteilen*", Dissertation, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, Montanuniversität Leoben.
- [75] Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T. (1999): "A finite element method for crack growth without remeshing", International Journal for Numerical Methods in Engineering 46 (1): pp. 131-150.
- [76] Moës, N., Gravouil, A., Belytschko, T. (2002): "*Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets Part I: Mechanical model*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 53 (11): pp. 2549-2568.
- [77] Murakami, Y. (1987): "Stress intensity factors handbook: Volume 1", Oxford, Kronberg, Pergamon Book Ltd.
- [78] Murakami, Y. (1987): "Stress intensity factors handbook: Volume 2", Oxford, Kronberg, Pergamon Book Ltd.
- [79] Murakami, Y. (1992): "Stress intensity factors handbook: Volume 3", Oxford, New York, Seoul, Tokyo, Pergamon Book Ltd.
- [80] Murakami, Y. (2001): "Stress intensity factors handbook: Volume 4", Amsterdam, Elsevier Science Ltd.
- [81] Murakami, Y. (2001): "Stress intensity factors handbook: Volume 5", Amsterdam, Elsevier Science Ltd.

- [82] Newman Jr, J. C., Yamada, Y. (2010): "Compression precracking methods to generate near-threshold fatigue-crack-growth-rate data", International Journal of Fatigue 32 (6): pp. 879-885.
- [83] Newman Jr., J. C., Schneider, J., Daniel, A., McKnight, D. (2005): "*Compression pre-cracking to generate near threshold fatigue-crack-growth rates in two aluminum alloys*", International Journal of Fatigue 27 (10-12): pp. 1432-1440.
- [84] Nicholas, T. (1999): "*Critical issues in high cycle fatigue*", International Journal of Fatigue 21 (Sup.1): pp. 221-231.
- [85] Palmgren, A. (1924): "*Die Lebensdauer von Kugellagern*", Verfahrenstechnik Vol. 68: pp. 339-341.
- [86] Paris, P. C., Gomez, M. P., Anderson, W. E. (1961): "A rational analytic theory of *fatigue*", The Trend in Engineering Vol. 13: pp. 9-14.
- [87] Peters, J. O., Boyce, B. L., Chen, X., McNaney, J. M., Hutchinson, J. W., Ritchie, R. O. (2002): "On the application of the Kitagawa-Takahashi diagram to foreign-object damage and high-cycle fatigue", Engineering Fracture Mechanics 69 (13): pp. 1425-1446.
- [88] Pippan, R. (1998): "The effective threshold of fatigue crack propagation in aluminium alloys. I. The influence of yield stress and chemical composition", Philosophical Magazine A 77 (4): pp. 861 873.
- [89] Pippan, R., Bichler, C., Tabernig, B., Weinhandl, H. (2005): "Overloads in ductile and brittle materials", Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 28 (11): pp. 971-981.
- [90] Pippan, R., Buschow, K. H. J., Robert, W. C., Merton, C. F., Bernard, I., Edward, J. K., Subhash, M., Patrick, V. (2001): "*Fatigue Thresholds for Engineering Applications*", Encyclopedia of Materials: Science and Technology. Oxford, Elsevier: pp. 3001-3005.
- [91] Pippan, R., Tabernig, B., Gach, E., Riemelmoser, F. (2002): "*Non-propagation conditions for fatigue cracks and fatigue in the very high-cycle regime*", Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 25 (8-9): pp. 805-811.
- [92] Radaj, D., Vormwald, D. (2007): "*Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Ingenieure*", Berlin, Heidelberg, New-York, Springer.
- [93] Rice, J. R. (1968): "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", Journal of Applied Mechanics 35: pp. 379-386.
- [94] Ritchie, R. O., Boyce, B. L., Campbell, J. P., Roder, O., Thompson, A. W., Milligan, W. W. (1999): "*Thresholds for high-cycle fatigue in a turbine engine Ti-6Al-4V alloy*", International Journal of Fatigue 21 (7): pp. 653-662.
- [95] Russenberger Prüfmaschinen AG (2005): Betriebsanleitung zu Resonanzprüfmaschine CRACKTRONIC 160.
- [96] Sander, M. (2008): "Sicherheit und Betriebsfestigkeit von Maschinen und Anlagen", Berlin, Heidelberg, Springer.
- [97] Schütz, W. (1971): "*Werkstoffoptimierung für schwingbeanspruchte Bauteile*", Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 2 (4): pp. 189-197.
- [98] Shercliff, H. R., Ashby, M. F. (1990): "A process model for age hardening of aluminium alloys--I. The model", Acta Metallurgica et Materialia 38 (10): pp. 1789-1802.
- [99] Shercliff, H. R., Ashby, M. F. (1990): "A process model for age hardening of aluminium alloys--II. Applications of the model", Acta Metallurgica et Materialia 38 (10): pp. 1803-1812.
- [100] Skallerud, B., Iveland, T., Härkegård, G. (1993): "Fatigue life assessment of aluminum alloys with casting defects", Engineering Fracture Mechanics 44 (6): pp. 857-874.

- [101] Sonsino, C. M., Dieterich, K. (1991): "Einfluß der Porosität auf das Schwingfestigkeitsverhalten von Aluminium-Gußwerkstoffen - Teil I", Gießereiforschung 43 (Nr. 3): pp. 119-130.
- [102] Sonsino, C. M., Dieterich, K. (1991): "Einfluß der Porosität auf das Schwingfestigkeitsverhalten von Aluminium-Gußwerkstoffen - Teil 2", Gießereiforschung 43 (Nr. 4): pp. 131-140.
- [103] Stanzl-Tschegg, S. (2006): "Fatigue crack growth and thresholds at ultrasonic frequencies", International Journal of Fatigue 28 (11): pp. 1456-1464.
- [104] Stanzl-Tschegg, S. E., Mayer, H. R., Beste, A., Kroll, S. (1995): "Fatigue and fatigue crack propagation in AlSi7Mg cast alloys under in-service loading conditions", International Journal of Fatigue 17 (2): pp. 149-155.
- [105] Steinke, P. (2007): "Finite-Elemente-Methode: Rechnergestützte Einführung", Berlin, Heidelberg, New York, Springer.
- [106] Stolarska, M., Chopp, D. L., Moës, N., Belytschko, T. (2001): "Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method", International Journal for Numerical Methods in Engineering 51 (8): pp. 943-960.
- [107] Sukumar, N., Chopp, D. L., Moës, N., Belytschko, T. (2001): "*Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite-element method*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 190 (46-47): pp. 6183-6200.
- [108] Sukumar, N., Moës, N., Moran, B., Belytschko, T. (2000): "Extended finite element method for three-dimensional crack modelling", International Journal for Numerical Methods in Engineering 48 (11): pp. 1549-1570.
- [109] Tabernig, B., Pippan, R. (2002): "Determination of the length dependence of the threshold for fatigue crack propagation", Engineering Fracture Mechanics 69 (8): pp. 899-907.
- [110] Tabernig, B., Powell, P., Pippan, R. (2000): "Resistance Curves for the Threshold of Fatigue Crack Propagation in Particle Reinforced Aluminium Alloys", STP1372: Fatigue Crack Growth Thresholds, Endurance Limits, and Design. J. C. Newman and R. S. Piascik. West Conshohocken, ASTM: pp. 96-108.
- [111] Tada, H., Paris, P. C., Irwin, G. R. (2000): "*The stress analysis of cracks handbook*", New York, Professional Engineering Publishing.
- [112] Totten, G. E., MacKenzie, D. S. (2003): "Handbook of Aluminum Volume 1: Physical Metallurgy and Processes", New York, Basel, Marcel Dekker, Inc.
- [113] Totten, G. E., MacKenzie, D. S. (2003): "Handbook of Aluminum Volume 2: Alloy Production and Materials Manufacturing", New York, Basel, Marcel Dekker, Inc.
- [114] Venkateswaran, P., Ganesh Sundara Raman, S., Pathak, S. D. (2005): "Generation of stress vs. crack length plots for a ferritic steel weld metal based on Kitagawa-Takahashi approach", Materials Letters 59 (4): pp. 495-498.
- [115] Weertman, J. (1966): "Rate of growth of fatigue cracks calculated from the theory of infinitesimal dislocations distributed on a plane", International Journal of Fracture 2 (2): pp. 460-467.
- [116] Wittel, F. K. (2009): "*Einführung in die Methode der Finiten Elemente*", Institut für Baustoffe, Zürich, Eidgenössische Technische Hochschule.
- [117] Wu, L., Ferguson, W. G. (2007): "Computer modelling of age-hardening for nonisothermally aged Al-Mg-Si alloys", Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering 2 (5): pp. 468-473.
- [118] Yong, L., Jingchuan, Z. (2008): "Effects of triple heat treatment on stress relaxation resistance of BT20 alloy", Mechanics of Materials 40 (10): pp. 792-795.
- [119] Zhang, G., Sonsino, C. M. (2003): "Porosität und Schwingfestigkeit von Proben und Bauteilen aus Aluminiumdruckguss", Betriebsfestigkeit - Neue Entwicklungen bei der Lebensdauerberechnung von Bauteilen, Fulda.

- [120] Zhang, G., Sonsino, C. M. (2004): "*Einfluss der Porosität auf die Schwingfestigkeit von Proben und Bauteilen aus Aluminiumdruckguss*", Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 35 (3): pp. 125-134.
- [121] Zienkiewicz, O. C., Morgan, K. (1983): "*Finite Elements and Approximation*", New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, John Wiley & Sons Inc.
- [122] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2000): "*The Finite Element Method, Volume 1: The Basis*", Oxford, Butterworth-Heinemann.

8. Anhang

8.1. Symbole

A	[-]	Koeffizient zur Beschreibung der Rissfortschrittsrate
A_i	[-]	Koeffizient zur abschnittsweisen Beschreibung der Rissfortschrittsrate
<u>A</u>	[-]	Operator der allgemeinen Differentialgleichung
<u>a</u>	[-]	Vektor der Koeffizienten der Ansatzfunktionen
а	[mm]	Risslänge oder Fehlergröße
a_0	[mm]	intrinsische Risslänge
$a_{\rm c}$	[mm]	Risslänge bei Restbruch
a _i	[mm]	Anfangsrisslänge
a_i	[mm]	Anfangsrisslänge bei abschnittsweiser Integration
a_{i+1}	[mm]	Endrisslänge bei abschnittsweiser Integration
a_j	[-]	Koeffizient der Verschiebung des Knoten j
$A_{\rm K}$	[-]	Oberfläche des Körpers
$a_{\rm K}$	[mm]	Kerbtiefe, Anfangsrisslänge
$a_{\rm knick}$	[mm]	Risslänge am Übergang zwischen den Näherungen der Rissfortschrittsraten
a_{M}	[mm]	Fehlergröße bei Wöhlerversuchen
$A_{\rm n}$	[m ²]	Fläche normal auf den Wärmestrom
$a_{\rm neu}$	[mm]	Fehlergröße zur Anpassung des Haigh-Diagramms
<u>B</u>	[-]	B-Matrix zur Ableitung der Ansatzfunktionen
<u>b</u>	[-]	verteilte globale Körperkräfte
В	[mm]	Probenbreite
b	[mm]	Oberflächenlänge des Risses in der Rundprobe
B_1	[MPa√m]	Koeffizient der alterungsabhängigen Schwellenwertnäherung
B_2	[MPa√m]	Koeffizient der alterungsabhängigen Schwellenwertnäherung
B_3	[-]	Koeffizient der alterungsabhängigen Schwellenwertnäherung
$B_{\rm Exp1}$	[-]	Exponent der alterungsabhängigen Schwellenwertnäherung
$B_{\rm Exp2}$	[-]	Exponent der alterungsabhängigen Schwellenwertnäherung
$b^i_{\ j}$	[-]	Koeffizient der Extended Finite Element Method Ansatzfunktion
С	[1/mm]	Exponent zur Anpassung der Belastung
C_1	[-]	Koeffizient der Näherung des Geometriefaktors der Rundprobe
C_3	[-]	Koeffizient der Näherung des Geometriefaktors der Rundprobe
D	[-]	Gesamtschädigung eines Belastungskollektivs
<u>D</u>	[-]	Matrix mit Materialgesetz
da/dN	[m/LW]	Rissfortschrittsrate
е	[-]	Summe der Fehlerquadrate
Ε	[N/mm ²]	Elastizitätsmodul
<u>f</u>	[-]	Lösungsvektor der allgemeinen Differentialgleichung
g	[-]	Anzahl der Anreicherungsfunktionen
G	[N/mm ²]	Schubmodul
Н	[-]	Heaviside-Funktion
h	[]	Anzahl der Stützstellen bei der numerischen Integration
Ι	[A]	konstante Stromstärke
J	[Nmm/mm ²]	<i>J</i> -Integral

J_{K}	[Nmm/mm ²]	elastischer Anteil des J-Integrals
<u>K</u>	[-]	Steifigkeitsmatrix
Κ	[MPa√m]	Spannungsintensitätsfaktor (SIF)
k_1	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Kurzzeitfestigkeitsbereich
$k_{1,oa}$	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Kurzzeitfestigkeitsbereich, überaltert
$k_{1,ua}$	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Kurzzeitfestigkeitsbereich, ungealtert
k_2	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Bereich hoher Lastwechselzahlen
$k_{2,oa}$	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Bereich hoher Lastwechselzahlen, überaltert
$k_{2,ua}$	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Bereich hoher Lastwechselzahlen, ungealtert
Kc	[MPa√m]	Bruchzähigkeit
$K_{\rm I}$	[MPa√m]	Spannungsintensitätsfaktor des Belastungsmodes I
$K_{\rm II}$	[MPa√m]	Spannungsintensitätsfaktor des Belastungsmodes II
$K_{\rm III}$	[MPa√m]	Spannungsintensitätsfaktor des Belastungsmodes III
Ko	[MPa√m]	oberer Spannungsintensitätsfaktor
K_{op}	[MPa√m]	Spannungsintensitätsfaktor bei Rissöffnen
k_x	[-]	Neigung der Wöhlerlinie im Bereich x
l	[-]	Länge des Elements
т	[-]	Exponent zur Beschreibung der Rissfortschrittsrate
m_i	[-]	Exponent zur abschnittsweisen Beschreibung der Rissfortschrittsrate
M	[-]	Mittelspannungsempfindlichkeit nach Schütz
$M_j^{i, \mathrm{shif}}$	^{ft} [-]	geshiftete Extended Finite Element Method Ansatzfunktion
n	[-]	Krümmung der Rissfortschrittskurve im Bereich der Bruchzähigkeit
\underline{N}	[-]	Vektor der Ansatzfunktionen
N_{j}^{*}	[-]	Ansatzfunktion der Extended Finite Element Method
N^{B}_{j}	[-]	ertragbare Schwingspielzahl für Lastniveau j
$N_{D,1}$	$[N/mm^2]$	Ecklastspielzahl der Wöhlerlinie im LCF-Bereich
$N_{D,2}$	$[N/mm^2]$	Ecklastspielzahl der Wöhlerlinie im HCF-Bereich
$N_{D,x}$	$[N/mm^2]$	Ecklastspielzahl der Wöhlerlinie für Bereich x
N_j	[-]	Ansatzfunktion für Knoten j
$N_{\rm LCF, o}$	a [-]	Schwingspielzahl im LCF-Bereich der überalterten Wöhlerlinie
p	[-]	Krümmung der Rissfortschrittskurve im Schwellenwertbereich
P^{*}	[-]	normierte temperaturkorrigierte Zeit
P_{P}	[s/K]	temperaturkorrigierte Zeit bei max. Festigkeit
Ż	[W]	Wärmestrom
$Q_{\rm A}$	[J/mol]	Aktivierungsenergie der Alterung
$q^{\rm e}$	[-]	Knotenkräfte im Element
R	[-]	Spannungsverhältnis
<u>r</u>	[-]	Vektor der externen Punktlasten
r	[mm]	Polarkoordinaten, Entfernung vom Nullpunkt oder der Rissspitze
R(T)	$[\Omega]$	temperaturabhängiger elektrischer Widerstand
$R(T_x)$	$[\Omega]$	elektrischer Widerstand bei Referenztemperatur
$R(\underline{x})$	[-]	Rampenfunktion an Übergangselementen
R _a	[J/(mol K)]	allgemeine Gaskonstante
RFR_F	it [m/LW]	Rissfortschrittsrate Näherung nach Paris
RFR_{M}	tess [m/LW]	Rissfortschrittsrate Messung

$r_{\rm p,EDZ}$	[mm]	plastische Zone vor der Rissspitze, ebender Dehnungszustand
$r_{p,ESZ}$	[mm]	plastische Zone vor der Rissspitze, ebender Spannungszustand
r _{RP}	[mm]	Radius der Rundprobe im Prüfquerschnitt
<u>S</u>	[-]	linearer Operator des Verschiebungsfeldes
$\underline{\tilde{t}}$	[-]	Vektor externer verteilter Lasten
t	[h]	Alterungsdauer
Т	[K]	Alterungstemperatur
<u>T</u>	[N/mm ²]	Zugkraftvektor
T_x	[K]	Referenztemperatur
$\underline{\tilde{u}}$	[-]	Linearkombination zur Lösung mittels Extended Finiten Element Method
<u>u</u>	[-]	gesuchte Lösungsfunktion der allgemeinen Differentialgleichung
<u>û</u>	[-]	Linearkombination zur Lösung der allgemeinen Differentialgleichung
$U_{\rm a}$	[V]	elektrische Spannung während der Messung
$U_{\rm K}$	[V]	elektrische Spannung bei Beginn der Messung
$U_{ m K,T0}$	[V]	Anfangsspannung bei Anfangstemperatur
$U_{\mathrm{K,T1}}$	[V]	Anfangsspannung, bezogen auf aktuelle Temperatur
$V^{\mathbf{e}}$	[-]	Volumen des Elementes
$V_{\rm K}$	[-]	Volumen des Körpers
W	[N/mm ²]	Verformungsenergiedichte
W_{P}	[mm]	Höhe der Probe
<u>x</u>	[-]	Ortsvektor in globalen Koordinaten
x_{k}	[-]	Verhältnis der Neigungen der Wöhlerlinie
Y(a)	[-]	Geometriefaktor des Spannungsintensitätsfaktor
\mathcal{Y}_{M}	[mm]	Abstand der Messfühler
$Y_{\rm RP}(b)$	[-]	Geometriefaktor der Rundprobe
Δa	[mm]	Risslängenänderung
ΔK	[MPa√m]	Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktor
$(\Delta K^+ K^{\max})^0$	^{.5} [MPa√m]	geometrischer Mittelwert zur Beschreibung einer Risswachstumskurve
ΔK_0	[MPa√m]	Anfangsbelastung der Langrissmessung
$\Delta K_{\rm akt}$	[MPa√m]	während Langrissmessung aufgebrachte Belastung
$\Delta K_{\rm fc,0}$	[MPa√m]	dynamisches Äquivalent der Bruchzähigkeit bei R=0
$\Delta K_{\rm fc,R}$	[MPa√m]	dynamisches Äquivalent der Bruchzähigkeit in Abhängigkeit von R
$\Delta K_{\rm th}(a)$	[MPa√m]	Schwellenwert des SIF in Abhängigkeit der Fehlergröße
$\Delta K_{\mathrm{th,0}}$	[MPa√m]	Schwellenwert des SIF bei R=0
$\Delta K_{\mathrm{th},0}(P^*)$	[MPa√m]	alterungsabhängiger Schwellenwert des SIF bei R=0
$\Delta K_{\rm th, eff}$	[MPa√m]	intrinsischer Schwellenwert des SIF
$\Delta K_{\mathrm{th,lc}}$	[MPa√m]	Langrissschwellenwert des SIF
$\Delta K_{\mathrm{th,R}}$	[MPa√m]	Schwellenwert des SIF in Abhängigkeit von R
$\Delta K_{\text{th},\text{R}}(a)$	[MPa√m]	Schwellenwert des SIF in Abhängigkeit a und des R
$\Delta K_{\mathrm{th,R}}(P^*)$	[MPa√m]	alterungs- und spannungsverhältnisabhängiger Schwellenwert
$\Delta N_{ m j}$	[-]	aufgebrachte Schwingspielzahl für Lastniveau j
ΔT	[K]	Temperaturdifferenz
$\Delta \sigma$	[N/mm ²]	Schwingbreite der Spannung

$\Delta \sigma_{\rm A}(t,T)$	[N/mm ²]	Einfluss der Partikelabschwerung auf die Festigkeit
$\Delta \sigma_{\rm B}(t,T)$	$[N/mm^2]$	Einfluss des Orowan Effekts auf die Festigkeit
$\Delta \sigma_{\text{ppt}}(t,T)$	$[N/mm^2]$	Festigkeitsbeitrag der Ausscheidungen
$\Delta \sigma_{\rm ss}(t,T)$	$[N/mm^2]$	Festigkeitsanteil der festen Lösung
Г	[-]	Integrationsweg des J-Integrals
α	[-]	Streckenverhältnis bei quadratischen Elementen
α_{Tx}	[1/K]	linearer Temperaturkoeffizient
δ <u>a</u> ^e	[-]	virtuelle Knotenverschiebung
δ <u>u</u>	[-]	virtuelle globale Verschiebung
δ <u>ε</u>	[-]	virtuelle globale Dehnung
<u>3</u>	[-]	Dehnungsvektor
<u></u> <u>8</u> 0	[-]	globale anfängliche Dehnungen
$\phi(\underline{x})$	[-]	Level-Set Funktion
γ	[-]	Exponent des Spannungsverhältnisses
$\gamma(P^*)$	[-]	alterungsabhängiger Exponent des Spannungsverhältnisses
$\gamma_{\rm B1}$	[-]	Exponent des Spannungsverhältnisses der Schwellenwertnäherung
$\gamma_{\rm B2}$	[-]	Exponent des Spannungsverhältnisses der Schwellenwertnäherung
η	[-]	lokale Koordinate zur Finiten Elemente Berechnung
λ	[W/mK]	Wärmeleitfähigkeit
θ	[°]	Polarkoordinaten, Winkel zur horizontalen oder Rissebene
ρ	$[1/\Omega]$	elektrische Leitfähigkeit
<u>σ</u>	[-]	globales Spannungsfeld
σ_0	$[N/mm^2]$	Fernfeldspannung
$\sigma_{0.2}$	$[N/mm^2]$	Dehngrenze bei einer plastischen Dehnung von 0.2%
$\sigma_{0.2}(t,T)$	$[N/mm^2]$	Festigkeit einer Aluminiumlegierung in Abhängigkeit der Alterung
σ_{a}	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude
$\sigma_{a,FM}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude für Fehlergröße aus Wöhlerversuch
$\sigma_{a,Fneu}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude für neue Fehlergröße
$\sigma_{a\mid R}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses
$\sigma_{a R=-0}$	$[N/mm^2]$	Mittelspannung bei schwellender Beanspruchung
$\sigma_{a R=-1}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude bei wechselnder Beanspruchung
$\sigma_{\text{D},1}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude der Wöhlerlinie bei LCF-Ecklastspielzahl
$\sigma_{\text{D},1,\text{oa}}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude der Wöhlerlinie bei LCF-Ecklastspielzahl, gealtert
$\sigma_{\text{D},2}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude der Wöhlerlinie bei HCF-Ecklastspielzahl
$\sigma_{\text{D},2,\text{oa}}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude der Wöhlerlinie bei HCF-Ecklastspielzahl, gealtert
$\sigma_{\text{D},2,\text{ua}}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude der Wöhlerlinie bei HCF-Ecklastspielzahl, ungealtert
$\sigma_{D,x}$	$[N/mm^2]$	Spannungsamplitude der Wöhlerlinie bei Ecklastspielzahl für Bereich x
σ_{i}	$[N/mm^2]$	intrinsische Festigkeit des reinen Aluminiums
$\sigma_{\text{LCF,oa}}$	$[N/mm^2]$	Spannung im Kurzzeitfestigkeitsbereich der überalterten Wöhlerlinie
σ_{m}	$[N/mm^2]$	Mittelspannung
$\sigma_{m\mid R=0}$	$[N/mm^2]$	Mittelspannung bei schwellender Beanspruchung
σ_{o}	$[N/mm^2]$	Oberspannung
σ_{u}	[N/mm ²]	Unterspannung

$\sigma_{\rm W}$	$[N/mm^2]$	Wechselfestigkeit
σ_x	$[N/mm^2]$	<i>x</i> -Komponente des Spannungsfeldes vor der Rissspitze
σ_y	$[N/mm^2]$	y-Komponente des Spannungsfeldes vor der Rissspitze
σ_{ys}	[N/mm ²]	Streckgrenze
σ_z	$[N/mm^2]$	z-Komponente des Spannungsfeldes vor der Rissspitze
σ_Z	$[N/mm^2]$	Zugfestigkeit
$\underline{\sigma}_0$	[-]	globales Eigenspannungsfeld
τ_{xy}	$[N/mm^2]$	Schubspannung vor der Rissspitze
ξ	[-]	lokale Koordinate zur Finiten Elemente Berechnung
ψ^i	[-]	Anreicherungsfunktion
ζ	[-]	lokale Koordinate zur Finiten Elemente Berechnung

8.2. Blockschaltbild der Rissfortschrittsmessung



Abb. 8.1: Rissfortschrittsmessung

8.3. Versuchsergebnisse AlSi7Mg Standard

8.3.1. Variation Spannungsverhältnis



Abb. 8.2: Einfluss von *R* bei einer Alterung von 10h bei 200°C auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg



Abb. 8.3: Einfluss von *R* bei einer Alterung von 50h bei 200°C auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg



Abb. 8.4: Einfluss von *R* bei einer Alterung von 500h bei 200°C auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg



Abb. 8.5: Einfluss von *R* bei einer Alterung von 500h bei 150°C auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg



Abb. 8.6: Einfluss von *R* bei einer Alterung von 500h bei 250°C auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg

8.3.2. Variation Alterung



Abb. 8.7: AlSi7Mg - Einfluss der Alterung, R=0.2



Abb. 8.8: AlSi7Mg - Einfluss der Alterung, R=0.4



Abb. 8.9: AlSi7Mg - Einfluss der Alterung, R=0.6

8.4. Versuchsergebnisse AlSi7Mg HIP

8.4.1. Variation des Spannungsverhältnis



Abb. 8.10: Einfluss von *R* bei einer Alterung von 500h bei 200°C auf die Rissfortschrittsrate des Werkstoffs AlSi7Mg HIP

8.4.2. Variation der Alterung



Abb. 8.11: AlSi7Mg HIP - Einfluss der Alterung, R=0



Abb. 8.12: AlSi7Mg HIP - Einfluss der Alterung, R=0.2



Abb. 8.13: AlSi7Mg HIP - Einfluss der Alterung, R=0.4


Abb. 8.14: AlSi7Mg HIP - Einfluss der Alterung, R=0.6

8.4.3. Näherung der Rissfortschrittsraten nach Paris für den Werkstoff AlSi7Mg



Abb. 8.15: Rissfortschrittsraten für den bei 150°C gealterten Werkstoff, mittels Paris Näherung



Abb. 8.16: Rissfortschrittsraten für den bei 200°C gealterten Werkstoff, mittels Paris Näherung



Abb. 8.17: Rissfortschrittsraten für den bei 250°C gealterten Werkstoff, mittels Paris Näherung

8.5. Finite Elemente Simulation

8.5.1. Vernetzung



Abb. 8.18: Vernetzung mit singulären Elementen



Abb. 8.19: Vernetzung XFEM