

Permanentmagneterregte Mehrphasen-
Synchronmaschine in Zahnspulenausführung
einschließlich des phasendezimierten Betriebs

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Rudolf Krall

durchgeführt am Institut für Elektrotechnik

an der Montanuniversität Leoben

in der Zeit von Oktober 2011 bis September 2015

*„Es ist nicht das Wissen, sondern das Lernen, nicht das Besitzen, sondern das Erwerben,
nicht das Dasein, sondern das Hinkommen, was den größten Genuss gewährt“*

Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855)
deutscher Mathematiker, Astronom und Physiker

Danksagung

Univ.-Prof.Dipl.-Ing.Dr.techn. Helmut Weiß danke ich für die Überlassung des Themas, die gewährte Freiheit bei der Durchführung sowie die abschließende Korrektur der Dissertation.

Für die Korrektur meiner Dissertation möchte ich auch Herrn Univ.-Prof.Dipl.-Ing.Dr.techn. Manfred Schrödl meinen Dank aussprechen.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Herrn A.o.Univ.-Prof.Dipl.-Ing.Dr.techn. Erich Schmidt für die geführten Fachgespräche, seine fruchtbaren Anregungen und seine Bereitschaft zur Hilfestellung zu Beginn dieser Arbeit.

Meinem ehemaligen Arbeitskollegen Herrn Ass.Prof.i.R.Dipl.-Ing.Dr.mont. Franz Aschenbrenner sei für zahlreiche Fachgespräche und für sein stets offenes Ohr gedankt.

Ein großes Dankeschön geht an die Firma AMSC-Windtec. Persönlich möchte ich meinen Dank an meine ehemaligen Kollegen und Freunde, Herrn Dipl.-Ing. Rene Jilg und Herrn Dipl.-Ing. Markus Görzer, richten. Ohne zweimaliger und unentgeltlicher Leihgabe von Messequipment wäre die Vermessung des Versuchsmotors viel aufwändiger gewesen.

Für viele humorvolle Stunden möchte ich mich auch bei meinem viel zu früh verstorbenen Freund Dejan Raca bedanken. Du warst von Anfang an ein starker Befürworter meines Dissertationsvorhabens.

Ein Dankeschön gebührt allen MitarbeiterInnen des Instituts für Elektrotechnik. Besonders hervorheben möchte ich dabei Herrn Dipl.-Ing.Dr.mont. Andreas Schmid und Herrn Alexander Karsten. Ohne Euch hätte die mechanische Konstruktion und der mechanische Zusammenbau des Versuchsmotors niemals so reibungslos funktioniert. Des Weiteren ergeht mein Dank an Herrn Dipl.-Ing. Johann Krenn für seine Hilfestellungen und viele gemeinsame unterhaltsame Stunden im Zug.

Für ihre langjährige Treue gilt mein persönlicher Dank meinen für mich sehr wichtigen Freunden. Speziell in der Fertigstellungsphase musste ich leider viele Treffen absagen. Für viele lustige Augenblicke in der Osteria Castello sei auch der Vroni gedankt.

Von ganzem Herzen möchte ich mich bei meiner Familie bedanken. Insbesondere jedoch bei meinen Eltern, meinen Geschwistern und bei meiner Oma. Ihr habt mich stets begleitet, motiviert und unterstützt. Vor allem aber ward ihr mir immer ein starker Rückhalt.

Liebe Donata, ich danke Dir für deine unendliche Geduld mit mir, dein positives Wesen und deine großartige Unterstützung. Speziell in der Endphase musstest Du viel ausgleichen und warst mein Fels in der Brandung.

Eidesstattliche Erklärung

„Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.“

Rudolf Krall, Leoben am 16.09.2015

Kurzfassung

Intelligente elektrische Antriebslösungen gewinnen in der heutigen Zeit immer mehr an Bedeutung. Dabei spielt vor allem eine erhöhte Verfügbarkeit eine sehr wichtige Rolle. Diese kann durch eine Erhöhung der Phasenanzahl gesteigert werden. Permanentmagneterregte Synchronmaschinen (PMSM) mit Zahnspulenwicklung besitzen eine kompakte Bauweise bei verbessertem Wirkungsgrad.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Zahnspulenwicklung als Wicklungsvariante für permanentmagneterregte Synchronmaschinen mit Phasenanzahl von 3 und größer zu untersuchen. Ein analytisches Berechnungswerkzeug zur Ermittlung der wichtigsten charakteristischen Parameter einer PMSM mit Zahnspulenwicklung wird vorgestellt und auf unterschiedliche m -phasige Ausführungen angewendet.

Für einen messtechnischen Nachweis ist eine Universalzahnspulenwicklungsmaschine entworfen, die einen 3-Phasen- und 6-Phasen-Betrieb zulässt. Dadurch können unterschiedliche Betriebsfälle untersucht werden. Die Statorspulen können zu einer 3-Phasen-Zweischicht- und Einschichtwicklung verschalten werden. Des Weiteren ist ein Betrieb mit 6 räumlich getrennten Strängen möglich. Zusätzlich lassen sich auch zwei getrennte 3-Phasen-Systeme verschalten, die auf Wunsch zueinander eine räumliche Verschiebung aufweisen können oder nicht. Eine Vermessung der wichtigsten Parameter des Versuchsmotors wird durchgeführt und Abweichungen zu den analytischen Lösungen diskutiert.

Die dq -Transformationen aller möglichen Betriebsvarianten des Versuchsmotors werden vorgestellt.

Für die 6-phasige-Verschaltung wird eine dq -Transformation für den Betrieb mit reduzierter Phasenanzahl behandelt. Für eine feldorientierte Regelung im rotierenden dq -System werden für jedes Fehlerszenario eigene Transformationsmatrizen hergeleitet. Die Möglichkeit eines konstanten Drehmoments bei Phasenausfall wird anhand zweier unterschiedlich kritischer phasendezimierter Betriebsfälle gezeigt.

Abstract

Nowadays, the importance of smart electrical drives is growing. The demand for drives of higher reliability is of major importance. This can be achieved by increasing the number of phases of an electrical machine. Permanent magnet synchronous machines (PMSM) with a short pitched fractional slot winding (teeth winding) allow the construction of a compact machine design with increased efficiency.

The aim of this work is to study permanent magnet synchronous machines (PMSM) with short pitched fractional slot windings (teeth winding) with phases numbers of 3 and above. An analytical mathematical method to evaluate the most important characteristic parameters of PMSM with phase number m and equipped with a teeth winding is shown. The proposed method is applied on different slot/pol/phase combinations.

A universal interconnectable stator winding PMSM with teeth winding is designed. The stator coils can be connected in several ways in order to evaluate different variants. The stator coils can be interconnected to a 3-phase single layer or 3-phase double layer winding architecture. Further on, it is possible to connect the coils to a 6-phase double layer arrangement. Additionally, the 6-phase system can be split into two 3-phase systems where the two systems can be with or without a spatial phase shift to each other. The characteristic parameters for each winding connection are evaluated by experiments subsequently. Differences between the measured and calculated results are discussed.

The dq -reference frame transformation is proposed for all possible winding connections of the prototype machine.

A post fault field orientated operation strategy for the 6-phase case is developed. Therefore, the reference frame transformation matrices are developed for each possible failure scenario separately. The potential of the 6-phase machine to generate continuous torque even under failure modes has been proven for a very and less critical failure mode.

Inhaltsverzeichnis

1	Stand der Technik und Aufgabenstellung	1
2	Entwurf von Zahnspulenwicklungen	5
2.1	Allgemeines	5
2.2	Definition von Mehrphasensystemen	8
2.3	Nutstern	12
2.4	Wicklungsfaktor	14
2.4.1	Sehnungsfaktor	15
2.4.2	Zonenfaktor	15
2.5	Ausführbarkeit von Zahnspulenwicklungen	16
2.6	Wicklungsdesign und Auswahl der Zeiger	18
2.6.1	Auswahl der Zeiger für Urwicklung 1.Art	19
2.6.2	Auswahl der Zeiger für Urwicklung 2.Art	20
2.7	Zusammenfassung	21
3	Wicklungsfunktionen für Zahnspulenwicklungen	22
3.1	Allgemeines	22
3.2	Konstruktion der Wicklungsfunktion	23
3.3	Konstruktion der Wicklungsfunktion für Zahnspulenwicklungen	26
3.3.1	Wicklungsfunktion für Urwicklung 1.Art	27
3.3.2	Wicklungsfunktion für Urwicklung 2.Art	30
3.4	Zusammenfassung	36
4	Analytische Maschinenberechnung	38
4.1	Allgemeines	38
4.2	Magnetkreisberechnung	38
4.2.1	Bestimmung des Arbeitspunktes des Dauermagneten	41
4.2.2	Ermittlung des Luftspaltfeldes	44
4.2.3	Berechnen der Flussdichte im Zahn	46
4.3	Ermittlung der Flussverkettung und der induzierten Spannung	46
4.3.1	Urwicklung 1.Art	47
4.3.2	Urwicklung 2.Art	48

4.4	Herleitung der Induktivitäten	49
4.4.1	Haupt- und Oberwellenstreuinduktivität für eine Urwicklung 1.Art	51
4.4.2	Haupt- und Oberwellenstreuinduktivität für eine Urwicklung 2.Art	57
4.4.3	Nutstreuinduktivität	58
4.5	Berechnung des Spulenwiderstandes	67
4.6	Durchflutungsverteilung und Strombelag	68
4.6.1	Urwicklung 1.Art, Ein- und Zweischichtvariante	69
4.6.2	Urwicklung 2.Art, Ein- und Zweischichtvariante	70
4.7	Drehmomentenberechnung	72
4.7.1	Drehmomentenberechnung für Urwicklung 1.Art, Ein- und Zweischichtwicklung	73
4.7.2	Drehmomentenberechnung für Urwicklung 2.Art, Ein- und Zweischichtwicklung	74
4.8	Nutrastmoment	75
4.9	Vergleich von Wicklungen mit unterschiedlichen Bruchlochzahlen	76
4.10	Zusammenfassung	84
5	Entwurf und Realisierung eines Versuchsmotors	86
5.1	Allgemeines	86
5.2	Ziele, Vorgaben und Randbedingungen	86
5.3	Mechanische Abmessungen und Fertigung	88
5.4	Anordnung der Spulen	88
5.5	Schaltvariantenunabhängigen elektrischen Parameter	90
5.5.1	Luftspaltfeld, Erregerfeld	91
5.5.2	Nutstreuinduktivitäten, Spulenwiderstand	92
5.5.3	Berechnung des Nutrastmomentes	93
5.6	Beschreibung der unterschiedlichen Schaltungsvarianten und deren elektrischen Eigenschaften	94
5.6.1	3-Phasen-Zweischichtvariante (3PhZW)	94
5.6.2	3-Phasen-Einschichtvariante (3PhEW)	97
5.6.3	6-Phasen-Zweischicht-Dualstatorvariante (6PhZWDS)	100
5.6.4	6-Phasen-Zweischichtvariante (6PhZW)	105
5.7	Zusammenfassung	109
6	Beschreibung der Maschinengleichungen im dq-Koordinatensystem	110
6.1	Allgemein	110
6.2	Beschreibung der 6-Phasen-Maschine im dq -System	110
6.2.1	$\alpha\beta$ -Transformation für den 6-Phasen-Betrieb	111
6.2.2	dq -Transformation für den 6-Phasen-Betrieb	113
6.2.3	Maschinengleichung im dq -System für 6-Phasen-Betrieb	115
6.2.4	Maschinengleichung im dq -System für den 2x3-Phasen-Betrieb	120
6.3	Beschreibung der 6-Phasen-Dualstatormaschine in dq -System	122
6.4	Beschreibung der 3-Phasen-Maschine in dq -System	124

6.5	Zusammenfassung	125
7	Vermessung des Versuchsmotors	126
7.1	Allgemeines	126
7.2	Widerstand einer Spule	127
7.3	3-Phasen-Zweischichtvariante (3PhZW)	127
7.4	3-Phasen-Einschichtvariante (3PhEW)	129
7.5	6-Phasen-Zweischicht-Dualstatorvariante (6PhZWDS)	132
7.6	6-Phasen-Zweischichtvariante (6PhZW)	135
7.6.1	6-Phasen-Betrieb	136
7.6.2	2x3-Phasen-Betrieb	138
7.7	Zusammenfassung	139
8	Feldorientierter Betrieb der 6-Phasen-Maschine bei Phasenausfall	141
8.1	Allgemeines	141
8.2	Raumzeigertransformation für den phasendezimierten Betriebsfall	142
8.3	dq -Transformation für den phasendezimierten Betriebsfall	144
8.4	Implementierung der feldorientierten Regelung für den phasendezimierten Betrieb	147
8.5	Simulations- und Messergebnisse zum phasendezimierten Betrieb	148
8.5.1	Betrieb mit den Phasen V, W und Z	149
8.5.2	Betrieb mit den Phasen U, W und Y	151
8.6	Zusammenfassung und Diskussion	153
9	Zusammenfassung und Ausblick	156
	Abkürzungsverzeichnis	168
	Abbildungsverzeichnis	169
	Tabellenverzeichnis	174
A	Ergänzungen zum phasendezimierten Betrieb	175
B	Ergänzungen zum mechanischen Aufbau des Versuchsmotors	178
B.1	Mechanische Position der Spulen	178
B.2	Wicklungstemperaturmessung	179
B.3	Übersicht der wichtigsten Verschaltvarianten	180
B.4	Layout des Klemmbrettes	181
B.5	Zeichnung des Blechschnittes für den Stator	182
B.6	Zeichnung des Blechschnittes für den Rotor	183
C	Bestimmung des Rotorträgheitsmomentes	184

Kapitel 1

Stand der Technik und Aufgabenstellung

Drehzahlvariable elektrische Antriebe werden heutzutage fast ausschließlich über Frequenzumrichter betrieben. Dabei kann der Frequenzumrichter als entkoppelnde Schnittstelle zwischen der Maschine und der Energie bereitstellenden Einrichtung gesehen werden. Durch die entkoppelnde Eigenschaft ist die Anzahl der Maschinenphasen nicht mehr von vornherein auf drei festgelegt.

Historisch betrachtet, wurde bereits im Jahr 1930 an Maschinen mit höherer Phasenzahl gearbeitet. In den Ausführungen von [1] wird die sogenannte Dual-Stator-Ausführung erstmals behandelt. Dabei wurden die Wicklungszonen der drei ursprünglichen Phasen in zwei Sektionen unterteilt. Die jeweils zweite Sektion einer jeden Phase wurde zu einem eigenen 3-Phasen-System verschaltet. Dadurch wurde die Leistung auf mehrere Phasen aufgeteilt. Dies ist bis heute ein bedeutender Vorteil von Maschinen mit einer Strangzahl größer als drei. Im Vergleich zu den 3-phasigen Ausführungen besitzen Maschinen mit einer Strangzahl größer drei ($m > 3$) bei Betrieb über Umrichter mit definierter Pulsfrequenz einen geringeren Drehmomentenrippel. Dies ist bedingt durch das geringere Spektrum des Statorfeldes. Darunter versteht man, dass nur Ordnungszahlen vorkommen, die $2m[1, 2, 3, \dots, \infty] \pm 1$ entsprechen. Dies wirkt sich auch positiv auf die Verluste aus. Dieser Vorteil wurde bereits 1969 in [2] im Zusammenhang mit einer 5-phasigen Asynchronmaschine angewandt.

Im Sinne der Leistungsaufteilung bzw. Verteilung besteht der Wunsch, die gut ausgereiften und verfügbaren 3-phasigen Wechselrichter parallel an einer Maschine betreiben zu können. Diese Möglichkeit wird durch Maschinen geboten, deren Strangzahl ein Vielfaches von drei ist. Eine sehr typische Anwendung stellt dabei die 6-Phasen-Maschine dar, die häufig über zwei 3-phasige Wechselrichter versorgt wird. In diesem Zusammenhang stellt sich jedoch die Frage, ob die beiden 3-phasigen Systeme in der Maschine einen räumlichen Versatz von $\pi/6$ aufweisen sollen oder nicht. Ein räumlicher Versatz hat den Vorteil einer geringeren magnetischen Kopplung zwischen den beiden Systemen. Zusätzlich entsteht bei

einer gleichmäßigen Speisung ein geringerer Drehmomentenrippel. Nachteilig ist jedoch, dass niederfrequente harmonische Oberschwingungen in der Umrichterausgangsspannung, die nicht der Ordnung $2m[1, 2, 3, \dots, \infty] \pm 1$ entsprechen, zu ungewollten Strömen in der Maschine führen können. Diese Ströme werden nur durch die Streuinduktivitäten begrenzt. In beiden Konfigurationen gestaltet sich die Ausführung einer Regelung aufgrund der magnetischen Kopplungen zwischen den beiden Systemen aufwendiger als im 3-phasigen Fall. Zusätzlich reduziert die angesprochene magnetische Kopplung die Dynamik der Stromregelung. Dazu wird auf die Ausführungen in [3] und [4] verwiesen.

Wird eine m -phasige Maschine ($m > 3$) über einen m -phasigen Umrichter betrieben, können weitere Vorteile genutzt werden. Es ist im Vergleich zum Betrieb mit parallelen Umrichtersystemen eine höhere Stromregeldynamik möglich. Des Weiteren ergeben sich durch die erhöhte Phasenanzahl zusätzliche Freiheitsgrade. In einer Maschine mit einer Strangzahl von $m > 4$ kann mit einer dritten Harmonischen im Strom das erzeugte Drehmoment verbessert werden. Dazu sei auch auf [5, 6, 7] verwiesen.

Für die Erzeugung eines zeitlich konstanten Moments sind grundsätzlich mindestens zwei Phasen notwendig. Wird die Maschine mit isoliertem Sternpunkt betrieben und somit ein Nullstrom verhindert, bedarf es mindestens drei Stränge (Summe der Phasenströme muss null ergeben). Durch die Erhöhung der Phasenanzahl kann somit die Verfügbarkeit verbessert werden. Es bedarf dafür jedoch einer „*Post-Fault-Strategy*“. Für Maschinen mit m als Vielfaches von drei wird im einfachsten Fall nicht nur die fehlerhafte Phase, sondern das betroffene 3-Phasen-System von der Maschine getrennt. Da der Regelalgorithmus nicht geändert werden muss, ist diese Strategie relativ leicht umzusetzen. Nachteilig ist der Verlust an Verfügbarkeit und die Notwendigkeit einer stärkeren Leistungsreduzierung im Fehlerfall. Sogenannte Post-Fault-Strategien, die den Ausfall beliebiger Phasen akzeptieren und den Betrieb aufrechterhalten können, sind hingegen aufwendig. Es bedarf in den meisten Fällen einer Änderung des kompletten Regelalgorithmus. Speziell im Bereich der feldorientierten Regelung im rotierenden dq -System für permanentmagneterregte Synchronmaschinen ist diesbezüglich wenig publiziert.

In der heutigen Zeit sind die Anforderungen an elektrische Antriebssysteme hinsichtlich Fehlertoleranz und Verfügbarkeit größer den je. Dazu zählen Anwendungsbereiche aus der Elektromobilität, der Industrie und der Energieerzeugung. Der klassische Bereich der Traktions- und Schiffsantriebe darf dabei nicht vergessen werden. Waren es in der Vergangenheit die Schwerantriebe, so werden Mehrphasenmaschinen in Zukunft auch vermehrt in Antrieben der Elektromobilität zu finden sein [8].

Ein Sammelwerk an Literaturstellen zum Themengebiet der Mehrphasenmaschine ist weiters in [9] und [10] zu finden.

Die obig genannten Eigenschaften von Mehrphasenmaschinen, sowie der immer größer werdende Bedarf an intelligenten Antriebslösungen waren ausschlaggebend für die hier vorliegende Arbeit. Diese Arbeit wurde ohne Industriepartner und einer damit verbundenen Zielvereinbarung durchgeführt. Das somit geringere Budget steht einer größeren Freiheit in der Schwerpunktslegung und Bearbeitungsbreite gegenüber.

Aufgrund der großen Bedeutung der Synchronmaschine mit Zahnspulenwicklung in der elektrischen Antriebstechnik konzentriert sich diese Arbeit auf diesen Maschinentyp. Zahn-

spulenwicklungen bieten eine Menge an Vorteilen. Aus mechanischer Sicht sei dabei auf die Möglichkeit einer kompakteren Bauform hingewiesen. Dies ist bedingt durch die kleineren Wickelköpfe. Bei Zahnspulenwicklungen mit einer Einschichtausführung kommt es zu keiner physikalischen Berührung zwischen den Spulen. Diese Eigenschaft macht dieses Wicklungsdesign weniger anfällig für Fehler. Wie auch später gezeigt wird, besitzen Maschinen mit Zahnspulenwicklungen eine größere Induktivität im Vergleich zu Maschinen mit verteilten Wicklungen. Dies ist speziell im Zusammenhang mit einer gewünschten Feldschwächung positiv. Von weiteren Vorteilen abgesehen, besitzen Zahnspulenwicklungen auch Nachteile. Die Statordurchflutung besitzt ein breites Spektrum an harmonischen Wellen. Diese führen zu zusätzlichen Rotorverlusten. Des Weiteren kann es bei Zahnspulenwicklungen zu einer erhöhten Lärm- und Vibrationsentwicklung kommen [11, 12]. Auch der Drehmomentenrippel kann bei bestimmten Lochzahlen verhältnismäßig groß sein [13]. Diese und weitere Eigenschaften von Zahnspulenwicklungen sind in [14, 15, 16] näher behandelt.

Das größte Einsatzgebiet von Zahnspulenwicklungen bildet die permanentmagneterregten Synchronmaschinen. Bei Asynchronmaschinen wird diese Wicklungsart eher selten angewandt. Der Grund liegt im erhöhten Spektrum der Statordurchflutung. Dies bedeutet, dass neben den Oberwellen auch Unterwellen existieren können. Des Weiteren treten bei bestimmten Nut/Pol/Phasen Kombinationen auch Raumharmonische mit geraden Ordnungszahlen auf. Das verursacht zusätzliche Verluste im Rotor und es kommt zu einer Erhöhung des Drehmomentenrippels. Weitere Informationen zu diesem Thema sind in [17, 18, 19, 20] zu finden. Als weiteren Anwendungsbereich sei noch die „*Flux-Switching Machine*“ genannt. Grundsätzlich sind bei diesem Maschinentyp die Magnete sowie die Kupferwicklung am Stator untergebracht. Der Läufer besteht ausschließlich aus einem gezahnten Blechpaket. Die Erregung erfolgt dabei wie üblich über die am Stator untergebrachten Dauermagnete. Bei dieser Art von Maschinentopologie wird zusätzlich zu den Dauermagneten noch eine elektrische Erregung implementiert. Nachdem auch diese am Stator untergebracht ist, sind keine Schleifringe notwendig. Nähere Informationen zu diesem Maschinentyp sind in [21, 22, 23, 24] zu finden.

Diese Arbeit beschäftigt sich im ersten Teil mit der analytischen Beschreibung wichtiger Kenngrößen m -phasiger permanenterregter Synchronmaschinen mit Zahnspulenwicklung. Die Herleitung der charakteristischen Maschinengrößen wie Drehmomentenverlauf, induzierten Spannungen oder Induktivitäten wird anhand der Wicklungsfunktionen durchgeführt. Dabei wird ein allgemeiner Ansatz zur Erstellung der Wicklungsfunktionen aus dem Nutstern für Maschinen mit Zahnspulenwicklung vorgestellt. Dieser eignet sich gut zur Implementierung in Programmiersoftware. Die vorgestellte analytische Berechnung ermöglicht es, eine breite Anzahl an unterschiedlichen Ausführungen hinsichtlich der Nut-, Pol- und Phasenanzahl zu berechnen und gegenüberzustellen.

Im zweiten Teil erwartet den Leser die Dokumentation über die praktische Umsetzung und Vermessung eines mehrphasigen Versuchsmotors mit Zahnspulenwicklung. Der Motor erlaubt es, in unterschiedlichen Varianten verschaltet zu werden. Dazu zählen u.a. die Möglichkeiten nach Abbildung 1.1. Jede Spule des Versuchsmotors ist zugänglich und die Verschaltung zu den unterschiedlichen Varianten erfolgt über ein dafür entworfenes Klemm-

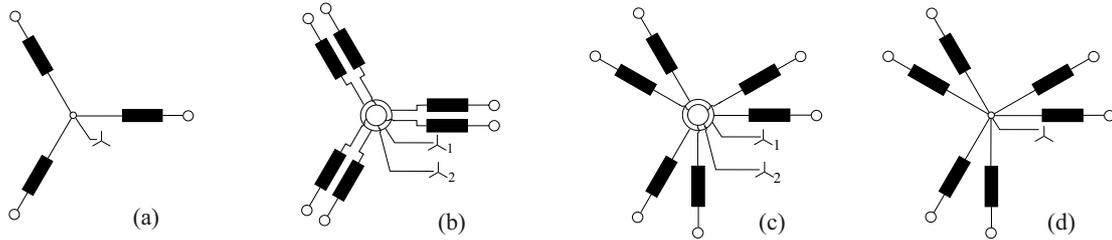


Abbildung 1.1: Mögliche Verschaltungsarten des Versuchsmotors: a) 3-phasig b) 6-phasig Dual-Stator c) 2x3-phasig d) 6-phasig

brett. Die Vermessung der unterschiedlichen Varianten konzentriert sich auf die für eine dynamische Beschreibung der Maschine notwendigen Parameter. Der Vermessung geht eine analytische Berechnung selbiger Größen vor. Abweichungen werden diskutiert. Unterschiede und Ähnlichkeiten zwischen den vorgestellten Verschaltungsvarianten werden ebenfalls behandelt. Die dq -Transformation zur Darstellung der Maschinengleichungen in einem rotierendem Koordinatensystem ist für alle behandelten Variationen gezeigt. Speziell die 6-phasigen Verschaltungen nach Abbildung 1.1c und d ist dabei ausführlicher behandelt. Im dritten Teil wird eine *Post-Fault-Strategie* für eine feldorientierte Regelung der 6-phasige Verschaltung nach Abbildung 1.1d entworfen. Dabei wird eine alternative Raumzeigertransformationsbedingung untersucht. Diese sieht unterschiedliche Transformationsmatritzen für Ströme und Spannungen vor. Am Ende des Kapitels werden zwei Fehlerszenarien mit jeweils drei ausgefallenen Strängen am Versuchsmotor demonstriert. Mit Hilfe der gemessenen Stromverläufe werden beide Betriebsarten analysiert.

Kapitel 2

Entwurf von Zahnspulenwicklungen

2.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden grundlegende Definitionen für den Entwurf von Wechselstromwicklungen angeführt. Der Hauptteil ist der Vorgangsweise bei der Auslegung bzw. dem Entwurf von Zahnspulenwicklungen gewidmet. Für eine bessere Lesbarkeit werden die in der Literatur üblichen Bezeichnungen verwendet.

Grundsätzlich besteht eine Wechselstromwicklung aus einer festgelegten Anzahl an Spulen pro Phase. Jede Spule für sich besteht wiederum aus einer bestimmten Anzahl an Windungen. Wichtig dabei ist, dass jede Windung einer Spule vom gleichen Strom durchflossen wird. Aus mechanischer Sicht und wie in Abbildung 2.1 dargestellt, kann eine Spule in

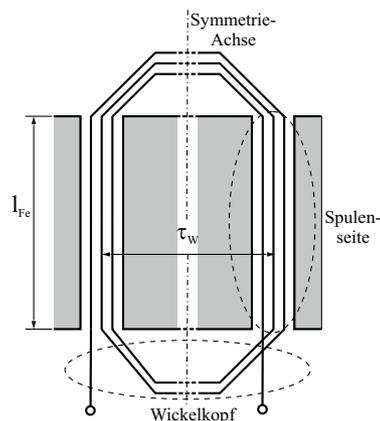


Abbildung 2.1: Definition von charakteristischen Größen einer Spule

den sogenannten Wickelkopf bzw. Spulenkopf und in zwei Spulenseiten unterteilt werden. Mehrere, direkt in nebeneinander liegenden Nuten untergebrachte und zur gleichen Phase gehörende Spulenseiten werden als Spulengruppe bezeichnet. Die tangentiale Weite einer

Spule wird als Spulenweite τ_W bezeichnet. In der Mitte der Spule verläuft eine gedachte Symmetriachse. Abschließend ist noch die axiale Länge einer Spule mit l_{Fe} definiert. Diese Länge entspricht auch der aktiven Eisenlänge.

In den meisten Fällen sind Spulen in den sogenannten Nuten untergebracht. Da in dieser Arbeit nur permanentmagneterregte Synchronmaschinen (PMSM) in Innenpolausführungen behandelt werden, ist in Zusammenhang mit Nuten immer der Stator oder auch Ständer bzw. Anker gemeint. Auf einen genauen Aufbau des Stators wird nicht näher eingegangen.

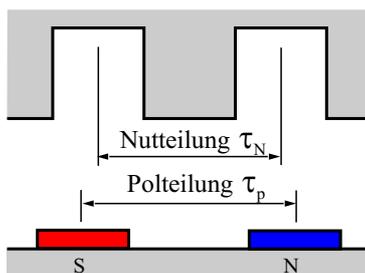


Abbildung 2.2: Definition von Nut- und Polteilung

Nach Abbildung 2.2 ist der Mittenabstand zweier Nuten am Stator als Nutteilung τ_N und der Abstand zwischen einem Nord- und Südpol als Polteilung τ_p definiert. Im Zusammenhang mit tangentialen Abständen ist immer Vorsicht geboten. Nicht immer werden die mechanischen Abmessungen, sondern vielmehr die elektrisch relevanten genommen. Des Weiteren werden durch den zylindrischen Aufbau der Maschine tangentielle Abstände auch über den Mittelpunktswinkel des betrachteten Sektors anstelle der tatsächlichen Länge des Kreisbogens betrachtet. Die Definition der Nut- und Polteilung erfolgt nach Gleichung (2.1) und trägt die Einheit *rad*.

$$\tau_N = \frac{2\pi}{Q} \qquad \tau_p = \frac{\pi}{p} \qquad (2.1)$$

Für alle in dieser Arbeit gemachten Betrachtungen wird davon ausgegangen, dass alle Zähne bzw. Nuten gleichmäßig über den Stator verteilt sind. In Zusammenhang mit Zahnspulenwicklungen ist in [25] und [26] dazu eine alternative Möglichkeit vorgestellt.

Hinsichtlich dem Vorzeichen im Induktionsgesetz sei auf die induzierte Spannung einer Spule nach Gleichung (2.2) verwiesen. Die Variable ψ entspricht dabei der Flussverketzung.

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} \qquad (2.2)$$

Dadurch ist die Spannungsgleichung einer Spule nach Gleichung (2.3) für $i(t) = 0$ erfüllt.

$$u(t) = i(t)R + \frac{d\psi(t)}{dt} \qquad (2.3)$$

Die Definition einer positiven und negativen Stromrichtung wird nach Abbildung 2.3 festgelegt. Dabei ist die positive Stromrichtung in das Blatt hinein und die negative aus dem

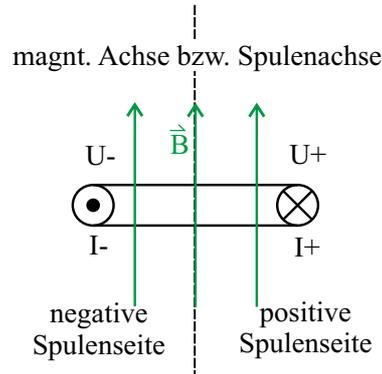


Abbildung 2.3: Definition der Stromrichtungen in den Spulenseiten

Blatt heraus gerichtet. Eine Stromflussrichtung nach Abbildung 2.3, unter Anwendung der Rechten-Hand-Regel, ergibt die eingezeichnete Magnetisierungs- bzw. Durchflutungsrichtung der Spule. Umgekehrt würde der in Abbildung 2.3 eingezeichnete magnetische Fluss bei einer positiven Änderung ($d\phi/dt > 0$) eine positive Spannung in der rechten Spulenseite U^+ und eine negative Spannung in der linken Spulenseite U^- induzieren. Die in der Spule induzierte Spannung folgt durch Gleichung (2.4).

$$U = U^+ - U^- \quad (2.4)$$

Eine sehr wichtige Kenngröße von Wicklungen in elektrischen Maschinen ist die sogenannte *Lochzahl* q , die nach Gleichung (2.5) ermittelt wird.

$$q = \frac{Q}{2pm} \quad (2.5)$$

Die Lochzahl q steht für die Anzahl an Nuten (Q) pro Phase (m) und Pol (p). Ist die Lochzahl eine ganze Zahl, so spricht man von einer *Ganzlochwicklung*. Ist q eine gebrochene Zahl, so handelt es sich um eine *Bruchlochwicklung*. Ist q ganzzahlig und zusätzlich > 1 handelt es sich um eine *verteilte Wicklung*.

Im Zusammenhang mit der Spulenweite unterscheidet man zwischen *Durchmesserspulen* $\tau_W = \tau_p$ und *gesehten Spulen* $\tau_W < \tau_p$ [27]. Somit unterscheidet man zwischen einer *Durchmesserwicklung* und einer *gesehten Wicklung*. Ausführbar sind Ganzloch- oder Bruchlochwicklungen jeweils geseht bzw. ungeseht.

Wechselstromwicklungen mit Spulenweiten, die nur einer Nutteilung entsprechen, werden als Zahnspulenwicklung bezeichnet und sind aufgrund der nicht ganzzahligen Lochzahl den Bruchlochwicklungen zuzuteilen.

Die einfachste Form einer Wechselstromwicklung besitzt eine Lochzahl von eins und ist ungeseht. Bei diesem Wicklungstyp besteht jede Phase aus einer Spule pro Pol. Diese Spulen sitzen konzentriert (nicht über Umfang verteilt) an zwei Punkten. Deshalb wird diese Art der Wicklung im Folgenden als *konzentrierte Wicklung* bezeichnet. Im Abschnitt 4.9 werden Zahnspulenwicklungen unterschiedlicher Lochzahl mit dieser Art von Wicklung verglichen. Der Begriff *konzentrierte Wicklung* wird in der Literatur auch gerne für die Zahnspulenwicklung verwendet [28]. In dieser Arbeit bleibt jedoch der Durchmesserwicklung mit

einer Lochzahl von eins diese Bezeichnung vorbehalten. Der Bereich der Wechselstromwicklungen im Elektromaschinenbau ist sehr weitläufig bzw. gibt es dann unterschiedlichste Unterscheidungen und Bezeichnungen. Deshalb gilt ab dieser Stelle den Zahnspulenwicklungen das Augenmerk.

Grundsätzlich unterscheidet man auch bei der Zahnspulenwicklung zwischen einer Einschichtausführung bzw. einer Zweischichtausführung. Wie bei den verteilten Wicklungen gilt auch bei der Zahnspulenwicklung, dass sich bei der Zweischichtausführung zwei Spulenseiten (zur gleichen bzw. zu einer unterschiedlichen Phase gehörend) eine Nut teilen. Im Unterschied zur verteilten Wicklung, wo die Spulenseiten übereinander liegen, werden diese bei der Zahnspulenwicklung üblicherweise nebeneinander angeordnet. Bei der Einschichtwicklung ist jede Nut nur von einer Spulenseite besetzt. Diese Zusammenhänge sind in Abbildung 2.4a bzw. Abbildung 2.4b schematisch in Grund- und Aufriss dargestellt. In

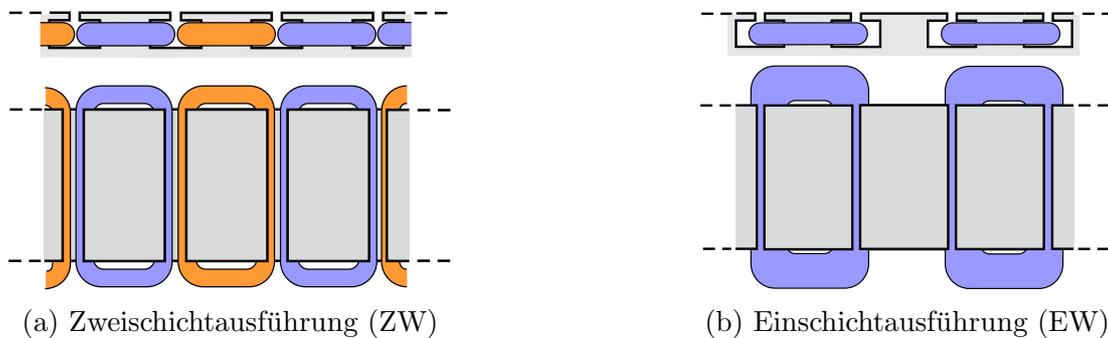


Abbildung 2.4: Prinzipielle Spulenanordnung bei einer Zweischicht- bzw. Einschichtzahnspulenwicklung

[29] und [30] wird im Zusammenhang der Wicklungsschichten auch von einer Vierschichtvariante gesprochen. Dabei trägt jeder Zahn zwei Spulen, die von Strömen unterschiedlicher Phasen durchflossen werden können. Dadurch ist es möglich, Ober- und Unterwelleneinflüsse auf Verluste, Rippelmomente etc. positiv zu beeinflussen.

Wechselstromwicklungen haben als Ziel, bei Speisung mit einem symmetrischen Mehrphasensystem eine Hauptwelle zu entwickeln bzw. sollen die induzierten Spannungen unter Einwirken einer Hauptwelle im Luftspalt ein symmetrisches Mehrphasensystem bilden.

2.2 Definition von Mehrphasensystemen

In der Literatur und im Zusammenhang mit elektrischen Maschinen ist meistens von Strängen und/oder Phasen bzw. Strang- und/oder Phasenzahl die Rede. Laut [27] werden als Strang jene Wicklungsteile bezeichnet, die für die Speisung mit phasengleichen Strömen vorgesehen sind. Vom Begriff Phase wird in diesem Kontext sehr oft Abstand genommen. In dieser Arbeit wird dem Wort Strang und Phase die gleiche Bedeutung gegeben. In allen Betrachtungen wird von einer Sternverschaltung der Stränge ausgegangen und somit wird

im Sinne der Vereinfachung zwischen den beiden Wörtern nicht unterschieden.

Um elektrische Maschinen mit mehreren Phasen bzw. Strängen beschreiben zu können, ist es wichtig, den Einfluss unterschiedlicher Phasenanzahlen auf den Wicklungsentwurf zu behandeln. Die Anzahl an Phasen bzw. Strängen einer elektrischen Maschine wird folglich mit m abgekürzt. In Zusammenhang mit einem Mehrphasensystem ist immer eine Phasenanzahl m größer zwei gemeint.

Die Hauptaufgabe einer mehrphasigen Wicklung ist es, ein möglichst rein sinusförmiges Drehfeld (umlaufende Hauptwelle) zu erzeugen. Dazu muss die Hauptwelle von jeder Phase gleichermaßen erregt werden [27].

Den Anteil des Umfanges, den die jeweiligen Spulenseiten einer Phase im Bereich einer Polteilung einnehmen, nennt man *Wicklungszone*. Hierbei bilden die positiven Spulenseiten die positive Wicklungszone und die negative Spulenseite die negative Wicklungszone einer Phase. In Abbildung 2.5a ist eine 2-phasige und 2-polige Einschichtvariante einer

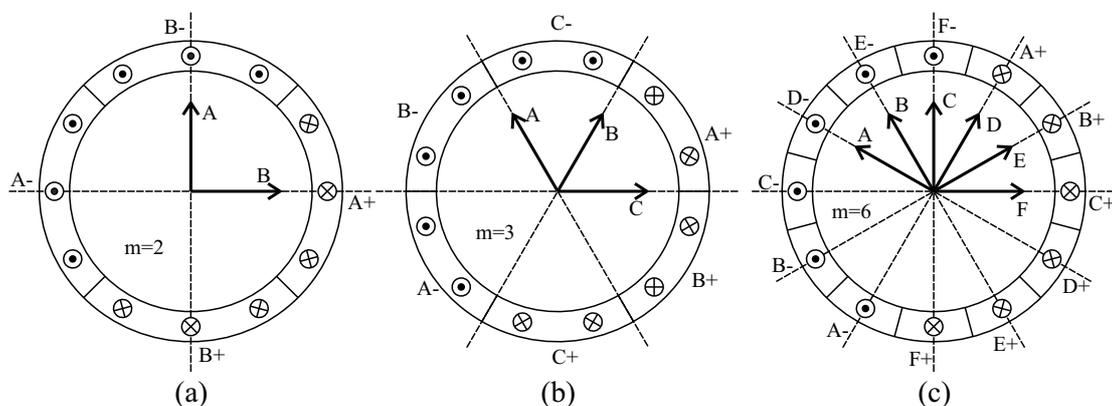


Abbildung 2.5: Wicklungszonen innerhalb einer Polteilung, (a) $m=2$, (b) $m=3$ und (c) $m=6$

Ganzlochwicklung dargestellt. Dabei ist die Lochzahl q gleich drei. Die Spulenseiten der positiven Wicklungszone sind für die Phase eins mit A^+ und für Phase zwei mit B^+ gekennzeichnet. Die jeweiligen negativen Seiten sind durch die Beschriftung A^- und B^- ersichtlich. Die strichliert eingezeichneten Linien definieren die Magnetisierungsachsen bzw. zeigen die Pfeile in die resultierenden Magnetisierungsrichtungen, für die eingezeichneten Stromrichtungen der Phasen.

Bei symmetrischen, mehrphasigen Wicklungssystemen müssen die Wicklungszonen jeder Phase den gleichen Anteil am Umfang besitzen [27]. Durch Erhöhen der Phasenzahl verändert sich somit die Zonenbreite der jeweiligen Phase. In Abbildung 2.5a bis c ist dieser Zusammenhang eines Stators mit zwölf Nuten gezeigt. Es ist ersichtlich, dass für eine symmetrische Mehrphasenwicklung die räumliche Phasenverschiebungen innerhalb einer Polteilung Gleichung (2.6) zu erfüllen hat.

$$\vartheta = \frac{\pi}{m} \quad (2.6)$$

Durch Speisung der einzelnen Phasen mit Strömen, deren zeitliche Verschiebung der räumlichen entspricht, entsteht das geforderte Drehfeld. Wicklungssysteme, dessen räum-

liche Phasenverschiebung Gleichung (2.6) folgen, haben – praktisch gesehen – Nachteile. Eine Polygonverschaltung (z.B. Dreieckschaltung bei $m=3$) ist nicht möglich. Auch die Summe der Phasenspannungen und Phasenströme ist ungleich Null [27]. Letzteres hat den Nachteil einer Belastung des Sternpunktes. Um diese Nachteile zu umgehen, wird bei Mehrphasensystemen mit ungerader Phasenzahl jede geradzahlige Phase umgepolt, was somit einer räumlichen Phasenverschiebung zwischen den Phasen von $2\pi/m$ entspricht. In Abbildung 2.6a ist dies durch Umpolen (Umkehr des Wicklungsinns der Spule) der Phase B veranschaulicht. Bei Mehrphasensystemen, deren Phasenzahl geradzahlig und ein Viel-

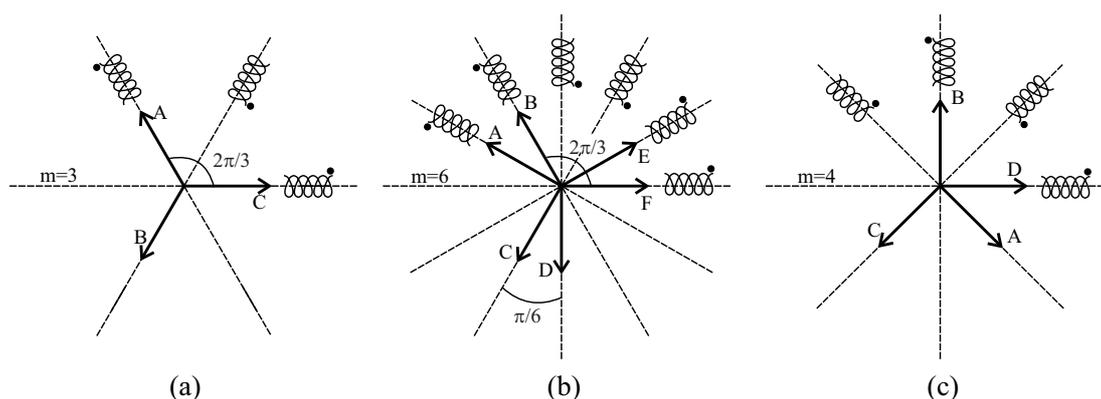


Abbildung 2.6: Praktische Realisierung von Mehrphasensystemen anhand $m=3$ (a), $m=6$ (b) und $m=4$ (c)

faches von drei ist, lässt sich die Sternpunktentlastung durch Bilden einzelner Dreiphasensysteme, die zueinander eine Phasendrehung von π/m aufweisen, durchführen. Innerhalb jedes der einzelnen 3-Phasen-Systeme ist die Phasenverschiebung $2\pi/3$. In Abbildung 2.6b ist dieser Zusammenhang am Beispiel einer 6-phasigen Anordnung gezeigt. Dafür wurde der Wicklungssinn der Phasen C und D umgekehrt. Somit bilden die Phasen $A-E-D$ sowie $B-F-C$ jeweils ein 3-Phasen-System. Bei geradzahligen Mehrphasensystemen, dessen Phasenzahl kein Vielfaches von drei ist, kann keine vollständige Sternpunktentlastung erreicht werden. Jedoch erhält man durch Umpolen einzelner Phasen eine Verbesserung [27]. In Abbildung 2.6c ist dies anhand der Phasen A und C einer 4-phasigen Anordnung demonstriert.

Im Falle einer ungeraden Phasenzahl, wobei die Phasenzahl ein Vielfaches von drei sein muss, können die einzelnen Phasen symmetrisch oder unsymmetrisch entlang des Umfangs angeordnet sein. In Abbildung 2.7a und Abbildung 2.7b ist dies anhand einer 9-phasigen Umsetzung gezeigt. Vom magnetischen Standpunkt aus sind beide Ausführungen gleichwertig. Für den Betrieb solcher Maschinen ergeben sich Unterschiede zwischen den beiden Varianten, zumal schon die zeitliche Verschiebung der induzierten Spannungen sich unterscheiden. Der Autor in [31] widmet sich diesem Thema ausführlich und detailliert.

In Abbildung 2.8a und 2.8b ist jeweils eine 6-phasige Anordnung dargestellt. Dabei beschreibt die linke Abbildung eine symmetrische und das rechte Bild eine unsymmetrische Phasenordnung. Bei der unsymmetrischen Anordnung nach 2.8b bilden sich sechs ma-



Abbildung 2.7: Magnetisierungsachsendarstellung einer symmetrischen (a) und unsymmetrischen (b) 9-Phasen-Anordnung



Abbildung 2.8: Magnetisierungsachsendarstellung einer symmetrischen (a) und unsymmetrischen (b) 6-Phasen-Anordnung

agnetische Achsen innerhalb einer Polteilung aus. Bei der symmetrischen Anordnung nach Abbildung 2.8a sind es jedoch nur drei. Demnach ist diese Anordnung, magnetisch gesehen, auch einer 3-phasigen Anordnung gleichzusetzen. Symmetrische Systeme mit gerader Phasenzahl werden gerne nur zur Phasenverdopplung eingesetzt.

Eine ausführlichere und detailliertere Klassifizierung von Mehrphasensystemen ist weiters in [32] und [33] zu finden.

2.3 Nutstern

Ein Ständer besitzt Q gleichmäßig über den Umfang verteilte Nuten. Läuft ein Polrad mit $2p$ -Polen und konstanter Winkelgeschwindigkeit an den Nuten vorbei, so werden in den Nuten Spannungen induziert. Diese sind zeitlich um den Zeigerwinkel α_z (elektrisch) phasenverschoben [34]. Ausgehend der räumlichen Verteilung der Nuten und der somit darin befindlichen Leiter lassen sich die induzierten Spannungen in einem sogenannten *Nutstern* oder *Nutspannungstern* abbilden.

Hat die Anzahl der Nuten Q und die Polzahl p einen gemeinsamen Teiler t_{uv} , so besitzt die Maschine Q' elektrisch gleichwertige Nuten, die sich – elektrisch gesehen – an der gleichen Stelle am Umfang befinden. Demnach ist t_{uv} nach Gleichung (2.7) die Anzahl an gleichwertigen *Nutverteilungen* oder anders ausgedrückt die Anzahl an *Urverteilungen* [27].

$$\boxed{t_{uv} = \text{ggT}(Q, p)} \quad (2.7)$$

Ein weiterer wichtiger Begriff ist die *Urwicklung*. Sie ist als kleinster selbstständiger symmetrischer Wicklungsteil eines Stranges definiert. Die gesamte Strangwicklung ist eine Kombination aus Reihen- und Parallelschaltungen von Urwicklungen [27]. Aufgrund der Gleichheit erfolgt der Wicklungsentwurf immer nur für eine Urwicklung. Abgesehen von der Bruchlochwicklung 2.Art als Einschnittvariante (siehe Abschnitt 2.6), kann aus den Nuten einer Urverteilung eine Urwicklung konstruiert werden.

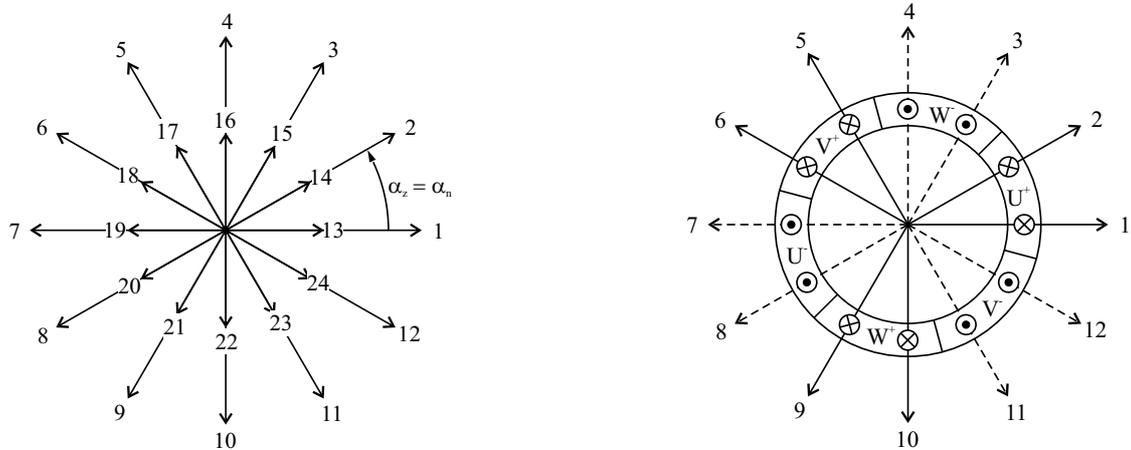
Für die Konstruktion des Nutsternes, unabhängig ob Ganzloch- oder Bruchlochwicklung, muss zuerst die Anzahl an Nuten (Q') bzw. die Anzahl an Polpaaren (p') pro Urverteilung nach Gleichung (2.8) bestimmt werden [27].

$$Q' = \frac{Q}{t_{uv}} \qquad p' = \frac{p}{t_{uv}} \quad (2.8)$$

Der zwischen zwei Zeigern des Nutsternes auftretende Winkel (Zeigerwinkel) α_z und zwischen zwei Nuten (z.B. zwischen Nut 1 und Nut 2) elektrisch gültige Nutwinkel α_n für eine beliebige Ordnungszahl ν ergibt sich nach [27] zur Gleichung (2.9).

$$\alpha_z = \frac{2\pi}{Q'} \qquad \alpha_n = \nu \alpha_z \quad (2.9)$$

In Abbildung 2.9a ist ein Nutstern für eine 3-phasige Einschnittganzlochwicklung, basierend auf 24 Nuten und 4 Polen, dargestellt. Jeder Zeiger des Nutsternes zeigt auf eine Nut



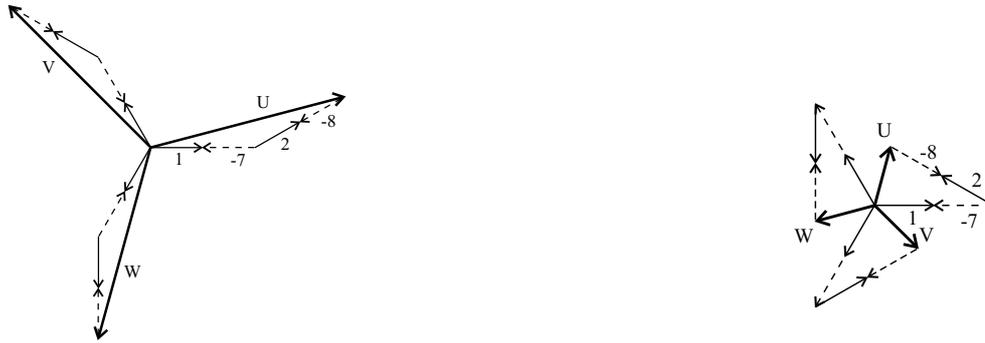
(a) Nutstern für die Hauptwelle beider Urwicklungen

(b) Nutstern der Hauptwelle für eine Urwicklung inklusive Wicklungszonen

Abbildung 2.9: Nutstern für eine 3-phasige Einschichtganzlochwicklung mit 24 Nuten und 4 Polen, ($\nu = p' = 1$)

am Stator, wobei elektrisch gesehen immer zwei Nuten gleichwertig sind (z.B. Nut 1 und Nut 13). In Abbildung 2.9b sind für eine Urwicklung die Zeiger den drei Phasen zugeteilt. Durchgezogene Linien zeigen auf positive und strichlierte Linien auf negative Spulenseiten. Des Weiteren sind die Wicklungszonen der Phasen ersichtlich. Diese bestehen jeweils aus zwei positiven und zwei negativen Nutzeigern.

Die Positionen der einzelnen Zeiger, sowie die geometrische Summe aller zu einer Phase zugehörigen Zeiger, ist abhängig von der betrachteten Ordnungszahl. Somit ist die sich für eine bestimmte Ordnung ergebende resultierende Zeigerlänge ein Maß für die Flussverkettung mit einer Erregerfeldwelle der gleichen Ordnungszahl. Die resultierende Länge ist in gleicher Weise auch ein Maß für das Vermögen der Statorwicklung, eine Durchflutungswelle der gleichen Ordnungszahl zu erzeugen. Bei der geometrischen Summe ist zu beachten, dass Zeiger, die auf negative Spulenseiten zeigen, auch negativ in der Addition berücksichtigt werden. Abbildung 2.10a zeigt die geometrische Summe für die Ordnung der Hauptwelle des Nutsternes nach Abbildung 2.9b. In Abbildung 2.10b ist die geometrische Summe für die fünfte Ordnung gezeigt. In den weiteren Ausführungen wird unterschieden, ob die Zeiger des Sternes auf die Spulenseiten oder in die Richtung der Spulenachsen zeigen. Ersteres wird zur Beurteilung der Flussverkettung bzw. induzierten Spannungen verwendet und zukünftig als *EMK-Zeigerbild* (Elektro-Motorische-Kraft) bezeichnet. Die zweite Möglichkeit ist den Durchflutungsrichtungen der Spulen proportional und erhält die Bezeichnung *MMK-Zeigerbild* (Magneto-Motorische-Kraft).



(a) Zeiger der induzierte Spannung für die Hauptwelle ($\nu = 1$)

(b) Zeiger der induzierten Spannung für die fünfte Oberwelle ($\nu = 5$)

Abbildung 2.10: Zeiger der induzierten Spannung für $\nu = 1$ und $\nu = 5$

2.4 Wicklungsfaktor

Der Wicklungsfaktor $\xi_w(\nu)$ ist eine vorzeichenbehaftete Größe, die den Einfluss der Leiterverteilung eines Wicklungsstranges einerseits auf eine vom Phasenstrom aufgebaute Durchflutungswelle mit bestimmter Ordnungszahl ν und andererseits auf die Flussverkettung des Wicklungsstranges mit einer Induktionswelle einer bestimmten Ordnungszahl ν wiedergibt [27].

Der Wicklungsfaktor setzt sich aus dem Sehnungsfaktor ξ_s und dem Zonenfaktor ξ_z zusammen. Ausgehend von diesen zwei Faktoren kann der Wicklungsfaktor für eine beliebige Ordnung ν nach Gleichung (2.10) bestimmt werden.

$$\xi_w(\nu) = \xi_s(\nu)\xi_z(\nu) \quad (2.10)$$

Der Wicklungsfaktor kann mit Hilfe des EMK-Zeigerbildes für unterschiedliche Ordnungen ermittelt werden. Zusätzlich zum Zonen- und Sehnungsfaktor wird sehr oft noch der Nutschlitzfaktor als Teil des Wicklungsfaktors gesehen. Dieser berücksichtigt den Einfluss der Nutöffnung und gewinnt speziell bei Zahnspulenwicklung, durch die teilweise vollständig geöffneten Nuten, an zusätzlicher Bedeutung. Die Ermittlung des Nutschlitzfaktors kann im Gegensatz zum Sehnungs- und Zonenfaktor nicht über den Nutstern erfolgen. Eine genauere Beschreibung des Nutschlitzfaktors erfolgt erst im Abschnitt 3.2.

Der Wicklungsfaktor der Hauptwelle geht direkt proportional in die elektromagnetische Momentenerzeugung ein und sollte so hoch wie möglich sein. Ein niedriger Wicklungsfaktor kann nur durch eine Erhöhung der Anzahl an Windungen pro Spule bzw. einer Erhöhung der Phasenströme kompensiert werden.

2.4.1 Sehnungsfaktor

Die maximale Flussverkettung einer Spule mit der Hauptwelle liegt vor, wenn die Spulenweite τ_w genau einer Polteilung τ_p entspricht. Um die Flussverkettung mit Oberwellen zu verringern, wird bewusst die Spulenweite reduziert ($\tau_w < \tau_p$). Der damit verbundene Einfluss auf die Flussverkettung für unterschiedliche Ordnungen der Wellen wird durch den Sehnungsfaktor berücksichtigt. Der Sehnungsfaktor kann u.a. aus dem EMK-Zeigerbild ermittelt werden. Dafür wird die geometrische Summe der zwei zu einer Spule gehörenden Zeiger gebildet. Da es sich beim Sehnungsfaktor um einen Wert zwischen 0 und 1 handelt, muss anschließend noch auf die lineare Summe der beiden Zeiger bezogen werden. In Abbildung 2.11 ist eine beliebige Spule in der EMK-Zeigerbildarstellung für eine Ur-

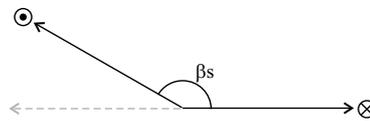


Abbildung 2.11: EMK-Zeiger einer beliebigen Spule für die Hauptwelle

wicklung gezeigt. Wie man deutlich erkennt, ist die Spulenweite β_s kleiner als π , was einen Sehnungsfaktor von kleiner 1 zur Folge hat.

$$\xi_s(\nu) = \sin\left(\frac{\nu\beta_s}{2}\right) \quad (2.11)$$

Mathematisch ist der Sehnungsfaktor laut [35] durch Gleichung (2.11) definiert, wobei β_s den elektrisch gültigen Winkel zwischen den beiden Spulenseiten definiert.

2.4.2 Zonenfaktor

Die Bestimmung des Zonenfaktors, oftmals auch Gruppenfaktor genannt, kann wiederum mit Hilfe des EMK-Zeigerbildes oder des MMK-Zeigerbildes erfolgen. Prinzipiell beschreibt der Zonenfaktor den Einfluss einer Vergrößerung der Wicklungszone. Wie beim Sehnungsfaktor kann auch der Zonenfaktor für unterschiedliche Ordnungszahlen ermittelt werden. Mit Hilfe des EMK- bzw. MMK-Zeigerbildes kann für jede Ordnungszahl durch die geometrische Summe der positiven oder negativen Zeiger, bezogen auf dessen lineare Summe, bestimmt werden. Mathematisch ist der Zonenfaktor laut [27] nach Gleichung (2.12) definiert.

$$\xi_z = \frac{\sin(q\nu\alpha_z/2)}{q \sin(\nu\alpha_z/2)} \quad (2.12)$$

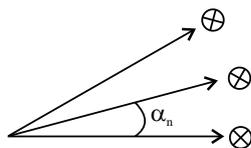


Abbildung 2.12: EMK-Zeiger einer beliebigen Spulengruppe für die Hauptwelle

2.5 Ausführbarkeit von Zahnspulenwicklungen

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei Zahnspulenwicklungen um geschnittene Bruchlochwicklungen. Als Grundlage für die Ausführbarkeit dienen die beiden Symmetriebedingungen nach [27]. Im Falle einer Zahnspulenwicklung ist q eine gebrochene Zahl und wird als Bruch der Form nach Gleichung (2.13) dargestellt.

$$\boxed{q = \frac{q_z}{q_n} \quad \text{ggT}(q_z, q_n) = 1} \quad (2.13)$$

Der Zähler q_z und der Nenner q_n werden solange vereinfacht bis sie teilerfremd sind. Als grundsätzliche Bedingung für eine Ausführbarkeit muss die Phasenzahl und der Nenner der Lochzahl teilerfremd sein. Beide Bedingungen folgen aus [27] und sind in Gleichung (2.14) zusammengefasst. Diese genügen zur Überprüfung der Ausführbarkeit einer Zweischichtwicklung.

$$\boxed{\frac{2p}{q_n} \in \mathbb{N} \quad \text{ggT}(m, q_n) = 1} \quad (2.14)$$

Zusätzlich zu Gleichung (2.14) ist für eine Ausführbarkeit der Einschichtvariante noch Gleichung (2.15) aus [36] notwendig.

$$\boxed{\frac{Q}{4m} \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_g \quad \frac{Q}{2m} \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_u} \quad (2.15)$$

Es muss zwischen geraden und ungeraden Phasenzahlen in (2.15) unterschieden werden. Tabelle 2.1 zeigt eine Auswahl an Nut/Pol/Phasen Kombinationen, die als Zweischichtzahnspulenwicklung ausführbar sind. Dabei wurde die Auswertung auf die Anzahl an Phasen von 3, 5, 6 und 9 begrenzt. Es sind auch nur Q/p/m-Kombinationen zugelassen, die einen Wicklungsfaktor ξ_w (ohne Nutschlitzfaktor) größer 0.9 besitzen. Im Sinne eines hohen Wicklungsfaktors sei angemerkt, dass für Lochzahlen kleiner eins, $2p \approx Q$ sein sollte [37]. Tabelle 2.1 ist als Matrix zu lesen. Dabei gilt in jeder Zeile die angegebene Polpaarzahl p und in jeder Spalte die gegebene Anzahl an Statornuten. Jeder Zelleneintrag repräsentiert die Ausführbarkeit mit der eingetragenen Phasenzahl. Einträge mit einem hochgestellten Stern können auch als Einschichtvariante umgesetzt werden. Tabelle 2.2 zeigt die zugehörige Lochzahl q zu den ausführbaren Kombinationen nach Tabelle 2.1. Eine Ausführbarkeit als Einschichtvariante ist wiederum durch den hochgestellten Stern gekennzeichnet.

Tabelle 2.1: Ausführbare $Q/p/m$ -Kombinationen [36]

p	Q	5	9	10	12	15	18	20	21	25	27	30
4			3,9	5*								
5			3,9		3*,6							
6				5*		5						
7		5			3*,6	3,5	3*,9*					
8		5				3,5	3*,9*	5*				
9						5		5*				
10							3*,9*		3	5	9	
11							3*,9*	5*	3	5	3,9	5*
12		5						5*		5	3,9	5*
13		5	3,9							5	3,9	3*,5*
14			3,9	5*						5	3,9	3*,5*
15										5	3,9	
16				5*							3,9	3*,5*
17		5			3*,6						9	3*,5*
18		5										5*

Tabelle 2.2: Lochzahl q der ausführbaren $Q/p/m$ -Kombinationen

p	Q	5	9	10	12	15	18	20	21	25	27	30
4			$\frac{3}{8}, \frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}^*$								
5			$\frac{3}{10}, \frac{1}{10}$		$\frac{2}{5}, \frac{1}{5}$							
6				$\frac{1}{6}^*$		$\frac{1}{4}$						
7		$\frac{1}{14}$			$\frac{2}{7}, \frac{1}{7}$	$\frac{5}{14}, \frac{3}{14}$	$\frac{3}{7}, \frac{1}{7}^*$					
8		$\frac{1}{16}$				$\frac{5}{16}, \frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}, \frac{1}{8}^*$	$\frac{1}{4}^*$				
9						$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{9}^*$				
10							$\frac{3}{10}, \frac{1}{10}^*$		$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	
11							$\frac{3}{11}, \frac{1}{11}^*$	$\frac{2}{11}^*$	$\frac{7}{22}$	$\frac{5}{22}$	$\frac{9}{22}, \frac{3}{22}$	$\frac{3}{11}^*$
12		$\frac{1}{24}$						$\frac{1}{6}^*$		$\frac{5}{24}$	$\frac{3}{8}, \frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}^*$
13		$\frac{1}{26}$	$\frac{3}{26}, \frac{1}{26}$							$\frac{5}{26}$	$\frac{9}{26}, \frac{3}{26}$	$\frac{5}{13}, \frac{3}{13}^*$
14			$\frac{3}{28}, \frac{1}{28}$	$\frac{1}{14}^*$						$\frac{5}{28}$	$\frac{9}{28}, \frac{3}{28}$	$\frac{5}{14}, \frac{3}{14}^*$
15										$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{10}, \frac{1}{10}$	
16				$\frac{1}{16}^*$							$\frac{9}{32}, \frac{3}{32}$	$\frac{5}{16}, \frac{3}{16}^*$
17		$\frac{1}{34}$			$\frac{2}{17}, \frac{1}{17}$						$\frac{3}{34}$	$\frac{5}{17}, \frac{3}{17}^*$
18		$\frac{1}{36}$										$\frac{1}{6}^*$

2.6 Wicklungsdesign und Auswahl der Zeiger

Wie bei Ganzlochwicklungen erfolgt auch bei der Zahnspulenwicklung das Wicklungsdesign vorerst für eine Urwicklung. Im großen Unterschied zur Ganzlochwicklung kann bei der Zahnspulenwicklung eine Urwicklung mehr als ein Polpaar umfassen. Wichtig für das Wicklungsdesign ist die Ordnung der Hauptwelle. Diese entspricht der Anzahl an Polpaaren für eine Urwicklung (p'). Ein weiterer wesentlicher Unterschied zur Ganzlochwicklung ist, dass bei einer Bruchlochwicklung die Ordnung der Grundwelle ($\nu = 1$) nicht der Ordnung der Hauptwelle entsprechen muss. Eine Grundwelle kann trotzdem vorhanden sein, jedoch trägt sie zur Drehmomentenbildung nicht bei.

Die erste Symmetriebedingung laut [27] besagt, dass die Anzahl der Spulen pro Phase gleich und ganzzahlig sein müssen. Somit ist eine Einschichtwicklung nur ausführbar, wenn das Verhältnis der Nutanzahl pro Urwicklung und Phase geradzahlig ist. Da bei der Zweischichtwicklung jede Nut zwei Spulenseiten beinhaltet und das einer Verdopplung der Nutzahl gleichkommt, kann diese auch bei einem ungeradzahligem Verhältnis ausgeführt werden. Demnach lässt sich auch aus jeder Urverteilung eine Urwicklung konstruieren. Bei der Einschichtvariante hingegen gilt dies eben nur, wenn das Verhältnis geradzahlig ist. Bei ungeradzahligem Verhältnis müssen zwei Urverteilungen pro Urwicklung aufgewendet werden. Dies kommt wiederum einer Verdopplung der Nuten innerhalb einer Urwicklung gleich und die Symmetriebedingung ist erfüllt.

In [27] erfolgt eine grundlegende Unterscheidung, erkennbar durch die Bezeichnung Urwicklung 1.Art und Urwicklung 2.Art. Diese Unterscheidung erfolgt auch in dieser Arbeit. In Tabelle 2.3 sind die jeweiligen Kenngrößen zusammengefasst. Eine besondere Vorgangs-

Tabelle 2.3: Kenngrößen von Zahnspulenwicklungen [27]

	Urwicklung 1.Art	Urwicklung 2.Art	
	Ein- u. Zweischicht	Einschicht	Zweischicht
Anzahl an Urverteilungen (t_{uv})	$ggT(Q, p)$	$ggT(Q, p)$	
Anzahl an Urwicklungen (t_p)	t_{uv}	$\frac{t_{uv}}{2}$	t_{uv}
Kennzeichnung	$\frac{Q}{t_{pm}} \in \mathbb{N}_g, q_n \in \mathbb{N}_u$	$\frac{Q}{t_{pm}} \in \mathbb{N}_u, q_n \in \mathbb{N}_g$	
Polpaare pro UW (p')	$\frac{p}{t_p}$	$\frac{2p}{t_p}$	$\frac{p}{t_p}$
Nuten pro UW (Q')	$\frac{Q}{t_{uv}} = \frac{Q}{t_p}$	$\frac{2Q}{t_{uv}} = \frac{Q}{t_p}$	$\frac{Q}{t_{uv}} = \frac{Q}{t_p}$
Ordnung ν der HW	$\frac{p}{t_{uv}} = \frac{p}{t_p}$	$\frac{2p}{t_{uv}} = \frac{p}{t_p}$	$\frac{p}{t_{uv}} = \frac{p}{t_p}$
Winkel zw. Zeigern im Nutstern (α_z)	$\frac{2\pi}{Q'}$	$\frac{2\pi}{Q'}$	$\frac{2\pi}{Q'}$

weise ist bei Einschichtzahnspulenwicklungen erforderlich, die zwar einen ungeradzahligem

Nenner q_n besitzen, jedoch Gleichung (2.16) nicht erfüllen.

$$\frac{Q}{2t_p} \in \mathbb{N}_g \quad (2.16)$$

Dieser Fall ist nach den Kennwerten der Urwicklung 1.Art zuzuordnen, jedoch sind für die Realisierung einer symmetrischen Wicklung zwei Urverteilungen pro Urwicklung notwendig. Die weitere Vorgehensweise, im Sinne der Zuordnung von Nuten zu den einzelnen Phasen, hat in diesem Fall nach den Vorgaben für eine Einschichtwicklung mit Urwicklung 2.Art zu erfolgen.

2.6.1 Auswahl der Zeiger für Urwicklung 1.Art

Für das eigentliche Wicklungsdesign muss neben der Wicklungsart (Einschicht oder Zweischicht) zuerst Q' und p' ermittelt werden. Danach kann mit der richtigen Positionierung der Spulen am Umfang bzw. der Zuweisung zu einer Phase begonnen werden. Hierfür gibt es verschiedene Möglichkeiten. In [38, 37, 26] erfolgt die Wicklungsauslegung über den Zonenplan. Eine weitere Möglichkeit zur Wicklungsauslegung stellt das sogenannte Tingley Schema nach [39] dar.

Aufgrund der besseren Übersicht und zur späteren Weiterverwendung für die Konstruktion der Wicklungsfunktionen (siehe Kapitel 3) wird für das Wickeldesign der Nutstern in seiner Form als MMK-Zeigerbild verwendet. Das Ziel der Wicklungsauslegung ist es, einen möglichst hohen Wicklungsfaktor für die Arbeitswelle zu erreichen. Deshalb wird zuerst das MMK-Zeigerbild für die entsprechende Ordnung p' der Hauptwelle (siehe Tabelle 2.3) erstellt. In Abbildung 2.13a ist das für eine 3-phasige Zweischichturwicklung 1.Art mit 12 Nuten sowie 5 Polpaaren gezeigt. Die Hauptwelle besitzt nach Tabelle 2.3 die Ordnung fünf ($\nu = 5$). Mit der Gleichung (2.9) lassen sich die Winkel α_z und α_n ermitteln. In Anbetracht eines hohen Wicklungsfaktors werden nun jene Zeiger einer Phase zugeteilt, die möglichst nahe beieinander liegen. Die Auswahl der „richtigen“ Zeiger kann über zwei gedachte, sich gegenüberliegende Sektoren der Breite π/m erfolgen [40]. In Abbildung 2.13a und 2.13b sind diese schraffiert dargestellt. Alle sich in diesen Sektoren befindlichen Zeiger gehören zu einer Phase. Dabei sind die Zeiger in einem Sektor als positive und die Zeiger im anderem Sektor als negative Durchflutungszeiger definiert. Durch Verdrehen der Sektoren um den Winkel zwischen zwei Phasen können die Zeiger aller weiteren Stränge bestimmt werden. In Abbildung 2.13a ist zusätzlich der fertige Zonenplan dargestellt. Die Pfeile im Zonenplan zeigen, bei eingezeichneter Stromrichtung, in die Richtungen der Durchflutungen. Im Unterschied zum EMK-Zeigerbild, sind die Zeiger im MMK-Zeigerbild auf die elektrisch gültigen Positionen der Zähne gerichtet. Bei einer Einschichtwicklung trägt nur jeder zweite Zahn eine Spule. Demnach sind die geradzahigen Zeiger für eine Wicklungsauslegung einer Einschichtwicklung nicht relevant. Diese können aus dem MMK-Zeigerbild entfernt werden. In Abbildung 2.13b ist dies so dargestellt. Der restliche Ablauf der Zeigerauswahl erfolgt gleich wie oben beschrieben. Auch für die Einschichtvariante ist der fertige Zonenplan unter dem MMK-Zeigerbild abgebildet.

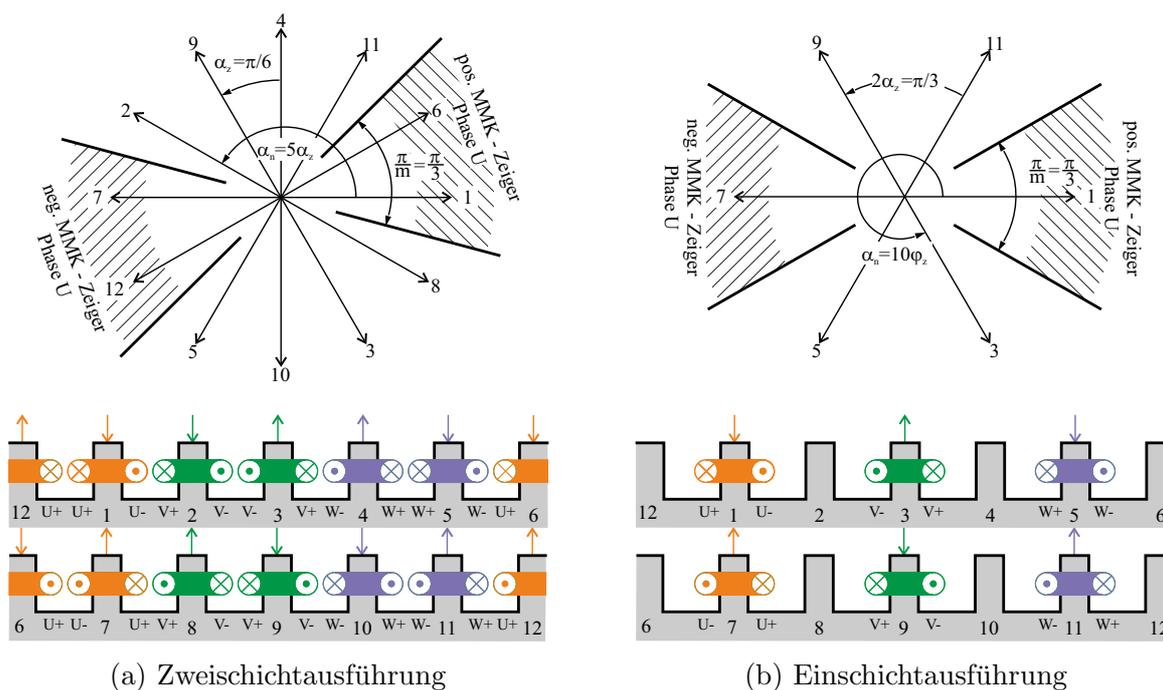


Abbildung 2.13: MMK-Zeigerbild und Zonenplan einer Zweischicht- und Einschichtwicklung für $m = 3$, $Q = 12$, $p = 5$ und $t_p = 1$

2.6.2 Auswahl der Zeiger für Urwicklung 2.Art

Für den Wicklungsentwurf einer Urwicklung 2.Art (Einschicht/Zweischicht) wird ähnlich der Urwicklung 1.Art vorgegangen. Zuerst erfolgt wiederum die Konstruktion des MMK-Zeigerbildes für die Ordnung der Hauptwelle einer Urwicklung.

In Abbildung 2.14 ist das für eine Einschichtvariante dargestellt. Da sich innerhalb einer Urverteilung immer Zeiger mit ungeradem und geradem Index gegenüber liegen, ist eine symmetrische Einschichtwicklung innerhalb einer Urverteilung nicht möglich und es benötigt zwei Urverteilungen für die Urwicklung. Zur besseren Vorstellung der gültigen Zeigerpositionen sind Zeiger mit geradem Index im Zeigerbild nach Abbildung 2.14 angedeutet. Die Auswahl der Zeiger erfolgt wiederum über gegenüberliegende Sektoren, wobei π/m als Sektorenbreite definiert ist. Charakteristisch für eine Urwicklungen 2.Art ist (Einschicht/Zweischicht), dass die Anzahl der Zeiger im positiven Sektor ungleich der Anzahl an Zeigern im negativen Sektor ist. Des Weiteren liegen sich bei Urwicklungen 2.Art niemals Spulen der gleichen Phase gegenüber (keine gegenüberliegenden Spulenachsen).

Abschließend sei zu der Abbildung 2.13 und der Abbildung 2.14 noch angemerkt, dass die Pfeile im Zonenplan die Durchflutungsrichtung der Spulen angeben. Diese entspricht den Zeigerrichtungen im Zeigerbild.

Über das MMK-Zeigerbild kann der Zonenfaktor ermittelt werden. Der Sehnungsfaktor ist nicht direkt ersichtlich. Somit ist für die endgültige Evaluierung des Wicklungsfaktors zusätzlich das EMK-Zeigerbild hilfreich. Die gesamte Wicklungsauslegung ist auch im

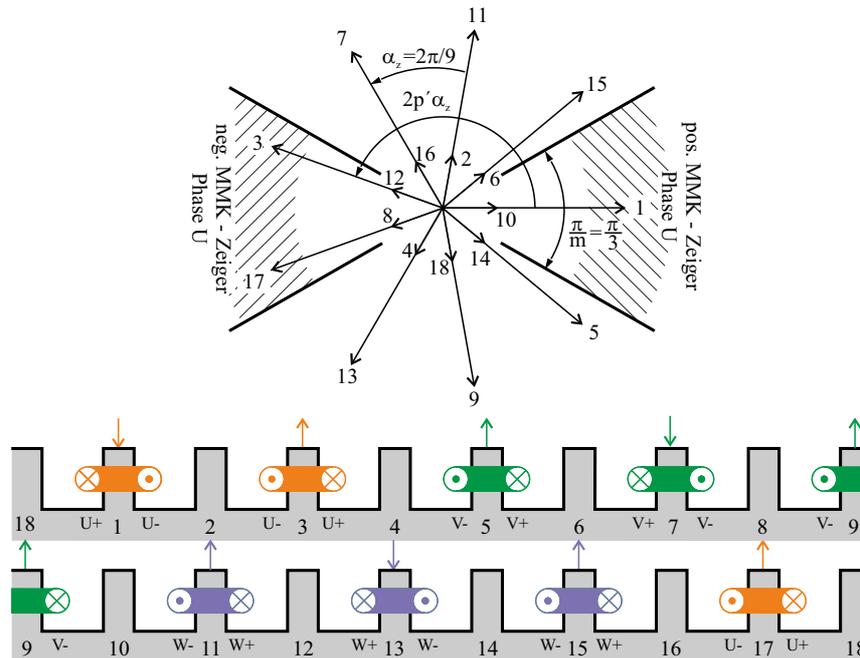


Abbildung 2.14: EMK-Zeiger einer beliebigen Spulengruppe für die Hauptwelle

EMK-Zeigerbild durchführbar. In [41], [42] und [43] wird auch das Wicklungsdesign über das Zeigerbild angewandt und es sind zusätzliche Erklärungen bereitgestellt.

2.7 Zusammenfassung

Zu Beginn dieses Kapitels werden für den Entwurf von Zahnspulenwicklungen wichtige Definitionen getroffen. Es wird die Durchflutungsrichtung einer Spule definiert, wobei zwischen einer positiven und negativen Spulenseite unterschieden wird. Die wichtigsten Unterscheidungsmerkmale einer Wechselstromwicklung werden erläutert. In diesem Zusammenhang wird die Zahnspulenwicklung als Einschicht- und Zweischichtausführung vorgestellt.

Die für alle weiteren Kapitel wichtige Definition eines Mehrphasensystems wurde getroffen. Dabei gibt es Unterschiede bei Mehrphasensystemen mit gerader und ungerader Phasenanzahl bzw. wird zwischen einem symmetrischen und unsymmetrischen System unterschieden. Anschließend wird der für die Wicklungsauslegung notwendige Nutstern in seiner Form als EMK- und MMK-Zeigerbild vorgestellt. Der für die Beurteilung einer Wicklung wichtige Begriff des Wicklungsfaktors wurde beschrieben. Dieser setzt sich aus dem Sehnungs- und Zonenfaktor zusammen.

Im Anschluss sind die notwendigen Bedingungen für eine Ausführbarkeit von Zahnspulenwicklungen erläutert und mögliche Nut/Pol/Phasen-Kombinationen tabellarisch vorgestellt. Die Erstellung des eigentlichen Wicklungslayouts wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels anhand von Beispielen erklärt.

Kapitel 3

Wicklungsfunktionen für Zahnspulenwicklungen

3.1 Allgemeines

Im Allgemeinen können elektrische Maschinen über die Kenntnis der vorhandenen elektromagnetischen Felder analysiert werden. Dabei basiert die exakte analytische Beschreibung auf der räumlichen Flussverteilung in der Maschine. Die Problemstellungen sind bei Vernachlässigung einer Änderung in axialer Richtung auf eine zweidimensionale Laplace- oder Poisson-Differentialgleichung zurückzuführen, deren vollständige analytische Lösung aufgrund geometrischer Einflüsse und den damit verbundenen Rand- und Nebenbedingungen oft nur schwierig und aufwendig zu finden sind. Die analytische Herleitung charakteristischer Maschinengrößen wie Induktivitäten, Flussverkettungen und induzierter Spannungen kann jedoch durch Vereinfachungen und alternativen mathematischen Modellen bei vertretbarem Aufwand in hinreichender Genauigkeit bestimmt werden. Eine dafür sehr brauchbare Methode stellt die aus der Literatur bekannte *Wicklungsfunktion* (engl. *Winding Function*) dar. Eine genauere Beschreibung der Wicklungsfunktion und den daraus ableitbaren charakteristischen Größen eines rotationssymmetrischen magnetischen Kreises ist in [44] zu finden. Da die Wicklungsfunktion für die folgenden analytischen Betrachtungen von großer Bedeutung ist, wird im nächsten Abschnitt die Vorgehensweise zur Konstruktion der Wicklungsfunktion erläutert. Die Beweisführung ihrer Gültigkeit wird in [44] ausführlich behandelt und findet hier keine nähere Beachtung. Wichtig ist nur, dass für die Herleitung der Wicklungsfunktion der magnetische Spannungsabfall im Eisen vernachlässigt wird ($\mu_{r-Fe} = \infty$).

3.2 Konstruktion der Wicklungsfunktion

Zur näheren Beschreibung des Konstruktionsvorganges betrachte man eine einfache zylindrische Struktur nach Abbildung 3.1. An der Stelle $\theta = \pi/3$ befindet sich eine stromdurchflossene Durchmesserspule, wobei die Stromrichtung der Spulenseite an der Stelle $\pi/3$ als positiv (in das Blatt hinein) und jene bei $4\pi/3$ als negativ (aus dem Blatt heraus) definiert ist. Des Weiteren ist angenommen, dass alle Leiter (Windungen, N_w) der Spule sich konzentriert bei $\pi/3$ und $4\pi/3$ befinden und alle vom betragsmäßig gleichem Strom i durchflossen werden. Durch Anwendung des Amper'schen Gesetzes und nach [44] folgt Gleichung (3.1).

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = w(\theta) \cdot i \quad (3.1)$$

Demnach ist das Ergebnis des Kurvenintegrals über die in Abbildung 3.1 eingezeichnete

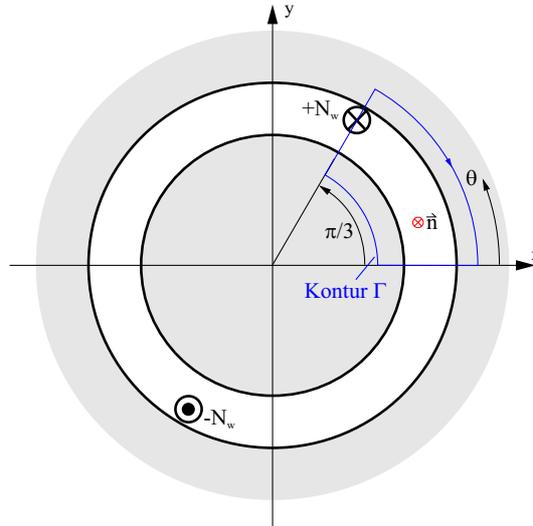
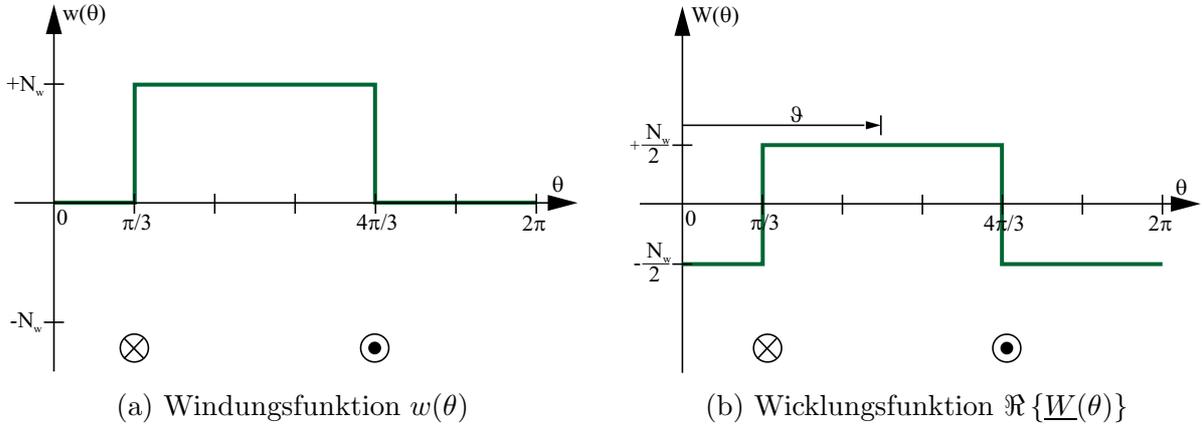


Abbildung 3.1: Zylindrische Struktur mit konzentrierten Windungen

geschlossene blaue Kontur Γ gleich $+N_w$. Vorausgesetzt ist jedoch, dass die Kontur im Uhrzeigersinn durchlaufen wird und dass der Flächennormalvektor \vec{n} in das Blatt zeigt. Das Ergebnis einer gedachten Kontur von 0 bis $4\pi/3$ würde 0 ergeben, da die Anzahl an Windungen an der Stelle $4\pi/3$ durch die negative Stromrichtung auch negativ berücksichtigt wird. Der vom Winkel abhängige Parameter $w(\theta)$ wird im allgemeinen Ergebnis nach (3.1) als *Wicklungsfunktion* bezeichnet. Sie beschreibt die von einer Kontur eingeschlossenen Windungen einer Spule zu einem beliebigen Winkel θ . Der Verlauf der Funktion $w(\theta)$ über 2π , gültig für Abbildung 3.1, ist in Abbildung 3.2a dargestellt.

Die Wicklungsfunktion $W(\theta)$ folgt nach Gleichung (3.2) [44]. Die Variable \bar{w} berücksichtigt den arithmetischen Mittelwert der Wicklungsfunktion.

$$W(\theta) = w(\theta) - \bar{w} \quad (3.2)$$


 Abbildung 3.2: Windungs- und Wicklungsfunktion über 2π

Der Verlauf der Wicklungsfunktion $W(\theta)$ ist in Abbildung 3.2b dargestellt und kann als eine um ϑ verschobene komplexe Fourierreihe nach Gleichung (3.3) dargestellt werden.

$$\underline{W}(\theta) = \frac{4N_w}{\pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} \sin\left(\frac{\pi}{2}\nu\right) e^{i(\nu(\theta-\vartheta))} \quad (3.3)$$

$$\nu = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

Die Beweisführung der Gültigkeit von (3.2) ist ausführlich in [44] beschrieben und wird hier nicht näher behandelt.

In der bisherigen Betrachtung wurde davon ausgegangen, dass die Leiter einer Spulenseite konzentriert an einem Punkt angebracht sind. Dies ist an der sprunghaften Änderung der Windungs- bzw. Wicklungsfunktion bei $\pi/3$ und $4\pi/3$ sichtbar. In der nächsten Betrachtung wird davon ausgegangen, dass sich die Leiter einer Spule nicht an einem Punkt konzentrieren, sondern über einen Bereich γ gleichmäßig verteilt sind. Dies ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Konstruktion der Wicklungsfunktion erfolgt ähnlich wie vorher. Zusätzlich erfolgt im Bereich der Spulenseiten eine lineare Änderung der Wicklungsfunktion, wofür eine gleichmäßige Leiterverteilung entlang der Spulenseite angesetzt wird. In Abbildung 3.4 ist dies nochmal verdeutlicht. Der Verlauf der Wicklungsfunktion nach Abbildung 3.4 kann wiederum als komplexe Fourierreihe nach Gleichung (3.4) angegeben werden.

$$\underline{W}(\theta) = \frac{4N_w}{\pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} \sin\left(\frac{\pi}{2}\nu\right) \underbrace{\frac{\sin(\gamma\nu/2)}{\gamma\nu/2}}_{\xi_n(\nu)} e^{i\nu(\theta-\vartheta)} \quad (3.4)$$

$$\nu = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

Die lineare Änderung der Wicklungsfunktion bei $\pi/3$ und $4\pi/3$ berücksichtigt die als gleichmäßig angenommenen Leiterverteilungen bzw. Stromdichteverteilungen entlang der Spulenseiten. Die Stromdichteverteilungen der Spulenseiten einer idealisierten Maschine (ohne Nuten) werden den Stromdichteverteilungen entlang den Nutöffnungen gleichgesetzt.

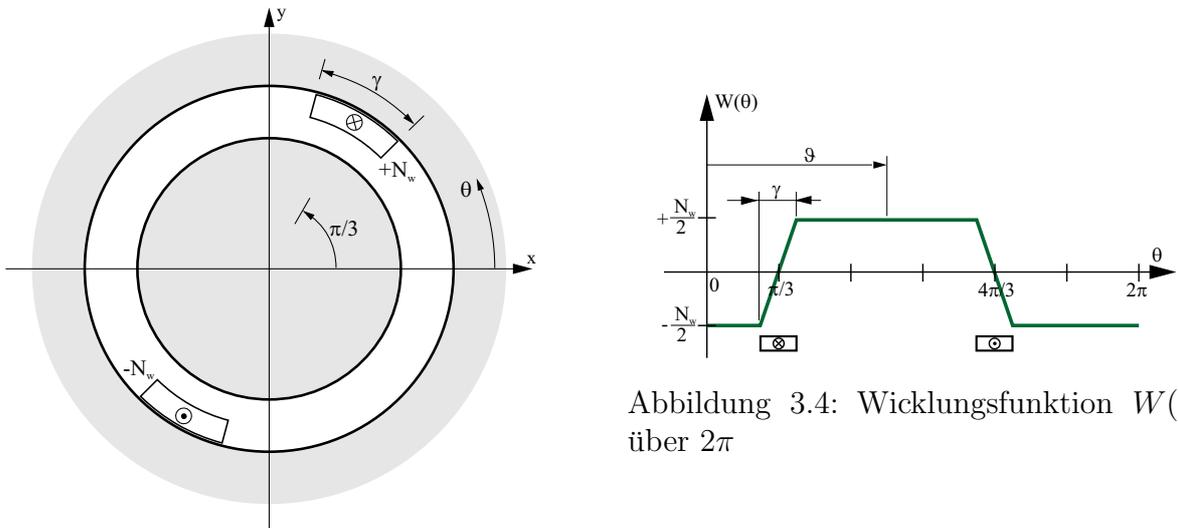

 Abbildung 3.4: Wicklungsfunktion $W(\theta)$ über 2π

Abbildung 3.3: Zylindrische Struktur mit verteilten Windungen

Demnach wird der Winkel γ auch als Nutöffnungswinkel bezeichnet und im *Nutslitzfaktor* $\xi_n(\nu)$ verwendet. Der Nutslitzfaktor berücksichtigt den magnetischen Spannungsabfall entlang der Nutöffnung. Für γ ist nicht der tatsächliche mechanische Nutöffnungswinkel, sondern der elektrisch gültige Winkel innerhalb einer Urwicklung zu verwenden. Speziell bei Maschinen mit Zahnspulenwicklung ist es üblich, vollständig geöffnete Nuten zu verwenden. Wie es sich später zeigt, ist die Berücksichtigung des Einflusses der Nutöffnung sinnvoll. Eine Nichtnutzung dieses Faktors setzt ideal geschlossene Nuten voraus.

Die Fourierreihe nach Gleichung (3.3) beschreibt die Wicklungsfunktion einer Maschine mit Durchmesserwicklung und einer Lochzahl von eins ($q = 1$) über einen Winkel von 2π elektrisch. Durch Berücksichtigen der Polpaarzahl p kann die Wicklungsfunktion nach Gleichung (3.5) über 2π mechanisch für eine beliebige Phase x angegeben werden.

$$\begin{aligned}
 \underline{W}_x(\theta) &= \frac{4N_w}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sin\left(\frac{\pi}{2}\nu\right) \xi_n(\nu) e^{i\nu(p\theta - \vartheta_x)} \\
 \xi_n(\nu) &= \frac{2 \sin(\gamma\nu/2)}{\gamma\nu} \quad \nu \in \mathbb{N}_u
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Bei elektrischen Maschinen mit verteilter Wicklung und Lochzahlen größer eins lässt sich die Wicklungsfunktion ähnlich konstruieren. Wichtig ist dabei immer, dass die Anzahl der Spulen pro Phase und deren jeweilige Position über dem Umfang richtig berücksichtigt werden. Eine Auswahl an Wicklungsfunktionen üblicher verteilter Wicklungen und $q \in \mathbb{N}$ sind [44] zu entnehmen.

3.3 Konstruktion der Wicklungsfunktion für Zahnspulenwicklungen

Im Abschnitt 3.2 ist die Herleitung der Wicklungsfunktion für eine Durchmesserwicklung einer Maschine mit $q = 1$ beschrieben (konzentrierte Wicklung). Im Folgenden wird der in Abschnitt 3.2 verwendete Konstruktionsvorgang für Maschinen mit Zahnspulenwicklung angewandt. Bevor die Wicklungsfunktion konstruierbar ist, muss das Wicklungsdesign nach Abschnitt 2.6 feststehen. Es muss somit das fertige MMK-Zeigerbild inklusive der Zeigerteilung zu den Phasen vorliegen. Es erfolgt eine Unterteilung in Zahnspulenwicklungen mit Urwicklung der 1. und 2. Art bzw. wird zwischen einer Einschicht- und Zweischichtausführung unterschieden.

Nach Abschnitt 2.6 erfolgt die eigentliche Wicklungsauslegung für die Ordnung der Hauptwelle. Die Parameter der Wicklungsfunktion benötigt jedoch die geometrischen Verhältnisse für die Ordnung der Grundwelle. Im Folgenden wird u.a. gezeigt, wie aus dem Zeigerbild der Hauptwelle die Verhältnisse der Grundwelle ableitbar sind.

Ausgangspunkt nachfolgender Betrachtungen ist der Verlauf der Wicklungsfunktion einer gesehten Spule über den Umfang einer Urwicklung. Dabei wird in (a) und (b) der Einfluss

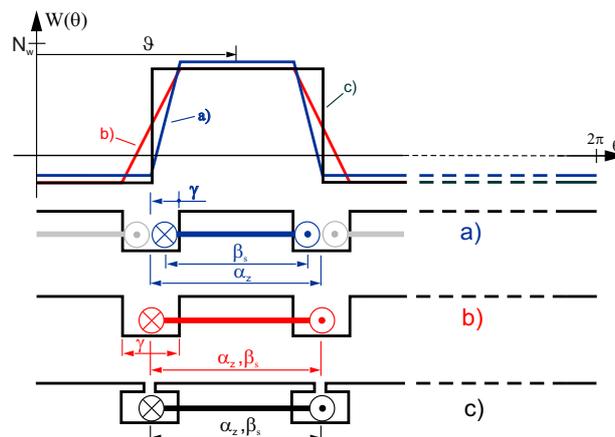


Abbildung 3.5: Verlauf der Wicklungsfunktion einer Zahnspule über 2π für eine Zweischichtwicklung (a) und Einschichtwicklung (b) mit offener Nut sowie einer Ein- oder Zweischichtwicklung (c) mit ideal geschlossener Nut [45],[46]

der Nutöffnung im Verlauf der Wicklungsfunktion berücksichtigt. Bei der Einschichtvariante (b) entspricht der gesamte Nutöffnungswinkel der effektiv berücksichtigten Nutöffnung γ . Bei der Zweischichtvariante (a) hingegen ist es nur $\gamma/2$. Bei der Variante nach Abbildung 3.5 (c) wird von einer ideal geschlossenen Nut ausgegangen und somit wird im Verlauf der Wicklungsfunktion einer Spule nicht zwischen einer Einschicht- und Zweischichtwicklungsvariante unterschieden. Der in Abbildung 3.5 angegebene Winkel α_z entspricht dem aus Abschnitt 2.6 bekannten Winkelmaß zwischen zwei Zeigern im MMK-Zeigerbild. Die elektrisch innerhalb einer Urwicklung gültige Spulenweite ist mit β_s bezeichnet. Sie ist ein

Winkelmaß und ist entsprechend (3.6) definiert.

$$\begin{aligned}
 \beta_s &= \alpha_z - \gamma && \text{für Verlauf nach Abbildung 3.5a} \\
 \beta_s &= \alpha_z && \text{für Verlauf nach Abbildung 3.5b} \\
 \beta_s &= \alpha_z && \text{für Verlauf nach Abbildung 3.5c}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Die komplexe Fourierreihe der Wicklungsfunktion einer beliebigen Phase x nach Abbildung 3.5a-c wird schlussendlich durch Gleichung (3.7) angegeben.

$$\begin{aligned}
 \underline{W}_x(\theta) &= \frac{2N_w}{\pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} \xi_s(\nu) \xi_n(\nu) e^{i\nu(\theta - \vartheta_x)} \\
 \nu &= 1, 2, 3, \dots, \infty
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Die Spulenweite einer Zahnspulenwicklung entspricht dem Abstand einer Nutteilung und wird durch entsprechende Sehnung erreicht. In der mathematischen Fourierreihendarstellung erfolgt die Berücksichtigung durch den in Unterabschnitt 2.4.1 eingeführten *Sehnungsfaktor* $\xi_s(\nu)$. Zur Vollständigkeit ist er in Gleichung (3.8) nochmal angeführt.

$$\boxed{\xi_s(\nu) = \sin\left(\frac{\beta_s}{2}\nu\right)} \tag{3.8}$$

Für die richtige Verwendung der Winkel β_s und γ ist immer der elektrische, für eine Urwicklung gültige Winkel zu verwenden.

Gleichung (3.7) bildet die Basis aller nachfolgenden Betrachtungen. Es handelt sich um die mathematische Form der Wicklungsfunktionen einer einzelnen Spule innerhalb einer Urwicklung. In Abhängigkeit der Anzahl an Spulen pro Phase und deren Positionen am Umfang des Ständers, werden daraus die Wicklungsfunktionen für eine Zahnspulenwicklung mit Urwicklungen 1.Art oder 2.Art in Ein- bzw. Zweischieftausführung abgeleitet. In den nächsten beiden Unterabschnitten wird nun die Wicklungsfunktion für eine Zahnspulenwicklung mit einer Urwicklung 1.Art oder 2.Art, basierend auf (3.7), hergeleitet. Bei Zahnspulenwicklungen unterscheidet sich die Ordnung der Hauptwelle von jener der Grundwelle. Aus diesem Grund ist auch die Ableitung der Wicklungsfunktion aufwendiger und schwerer zu standardisieren als bei Ganzlochwicklungen. Bei der Auslegung von Zahnspulenwicklungen ist meist der Nutstern (als EMK- oder MMK-Zeigerbild) bekannt. Aus dem Zeigerbild der Hauptwelle und der darin steckenden Winkelinformationen soll nun die Wicklungsfunktion vollständig beschrieben werden.

3.3.1 Wicklungsfunktion für Urwicklung 1.Art

Urwicklungen 1.Art sind dadurch gekennzeichnet, dass jeder Zeiger im Nutstern einen gegenüberliegenden Zeiger bzw. jede Nut eine gegenüberliegende Nut besitzt. In Abbildung 3.6a ist das beispielhaft anhand einer Phase der 3-phasigen Einschichtwicklung gezeigt. Ergänzend muss gesagt werden, dass die äußeren zwölf Zeiger die Nutspannungszeiger

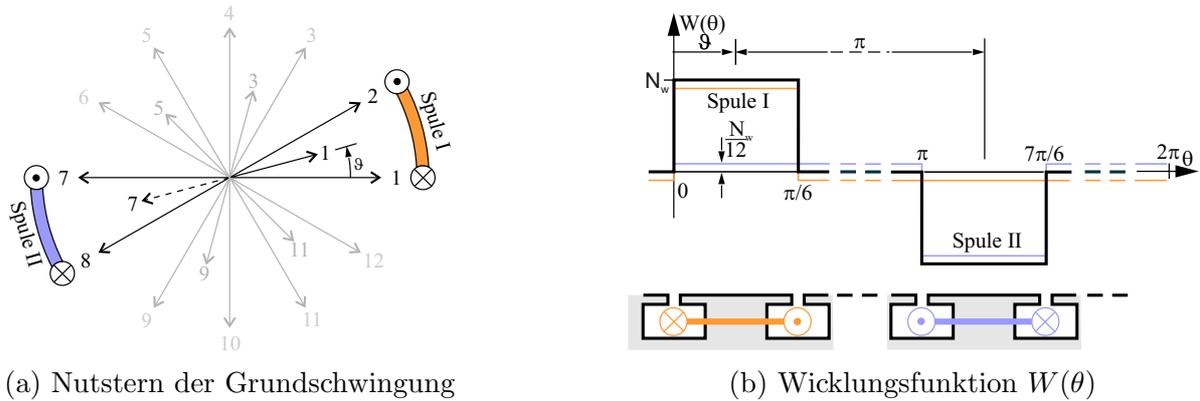


Abbildung 3.6: Nutstern und Wicklungsfunktion für Einschichtwicklung bei $m = 3$, $Q = 12$, $p = 5$ und $q = 2/5$

oder EMK-Zeiger (Elektro-Motorische-Kraft) bilden. Die inneren sechs Zeiger mit ungeradem Index stehen für die Durchflutungs- bzw. MMK-Zeiger (Magneto-Motive-Force) und zeigen jeweils auf einen Zahn. Da bei der Einschichtvariante nur jeder zweite Zahn eine Spule trägt, sind auch nur sechs an Stelle von zwölf MMK-Zeigern vorhanden. Die beiden gegenüberliegenden Spulen in Abbildung 3.6a besitzen einen unterschiedlichen Wicklungssinn, somit verursacht der gleiche Strom in beiden Spulen unterschiedliche Durchflutungsrichtungen. Deswegen wird der MMK-Zeiger 1 positiv und der Zeiger 2 negativ gewertet. Als zusätzliches Kriterium für eine Urwicklung 1.Art gilt, dass sich immer ein positiver und negativer MMK-Zeiger gegenüberliegen muss.

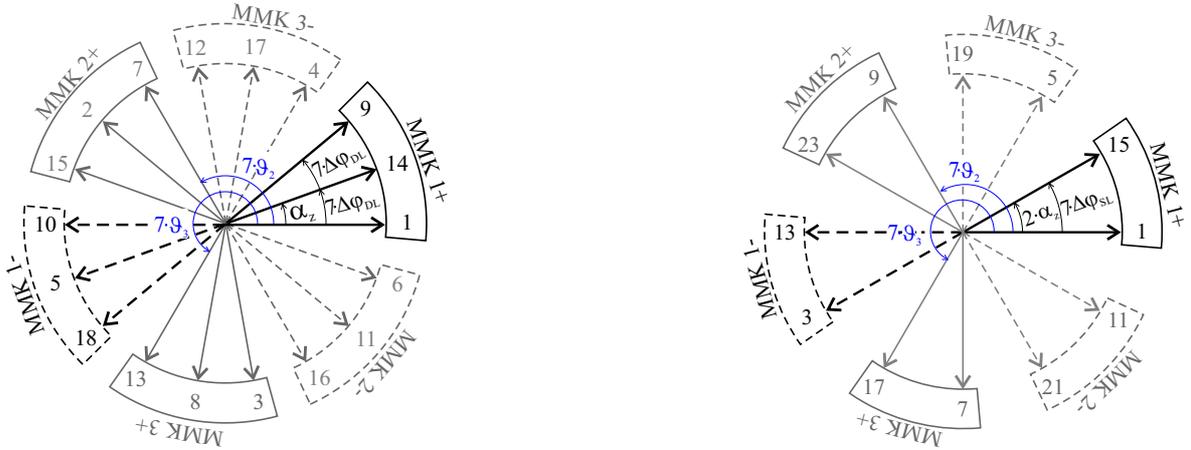
Bei einer Zweischichtwicklung mit UW 1.Art ist das immer der Fall. Für eine Einschichtwicklung trifft dies nur dann zu, wenn zusätzlich noch die Bedingung nach Gleichung (3.9) von [40] erfüllt ist.

$$\frac{Q}{2t_p} \in \mathbb{N}_g \quad (3.9)$$

Alle Einschichtwicklungen mit UW 1.Art, die das Kriterium nach Gleichung (3.9) nicht erfüllen, werden im Unterabschnitt 3.3.2 behandelt.

In Abbildung 3.6b ist die passende Wicklungsfunktion zum Nutstern nach Abbildung 3.6a graphisch dargestellt. Die orange Funktion gilt der Spule I und die blaue Funktion der Spule II. Nachdem beide Spulen zur gleichen Phase gehören, dürfen sie addiert werden und es ergibt sich der schwarze Verlauf. Charakteristisch für die UW 1.Art ist, dass die positive und negative Halbwelle der Wicklungsfunktion um π verschoben sind. Somit besitzt zwar die gültige Fourierreihe die gleiche Form wie Gleichung (3.7), nur ist die Reihe für alle geraden Ordnungszahlen gleich null.

Bei allen Einschichtwicklungen mit $q_z > 4$ und Zweischichtwicklungen mit $q_z > 2$ besteht eine Phase aus mindestens vier Spulen. Das entspricht mindestens zwei positiven und zwei negativen MMK-Zeigern. Die vergrößerte Wicklungszone wird wie bei der verteilten Wicklung durch den sogenannten *Gruppenfaktor* oder *Zonenfaktor* $\xi_z(\nu)$ berücksichtigt.



(a) ZW: $m = 3$, $Q = 18$, $p = 7$, $t_p = 1$,
 $\nu = 7$, $q = 2/7$, $\Delta\varphi = (14 - 8)\alpha_z$

(b) EW: $m = 3$, $Q = 24$, $p = 7$, $t_p = 1$,
 $\nu = 7$, $q = 4/7$, $\Delta\varphi = (15 - 1)\alpha_z$

Abbildung 3.7: MMK-Zeigerdarstellung für Hauptwelle: (a) Zweischichtwicklung, (b) Einschichtwicklung [46]

Dieser ist durch Gleichung (3.10) definiert [46].

$$\xi_z(\nu) = \frac{\sin(q_z^* \nu \Delta\varphi/2)}{q_z^* \sin(\nu \Delta\varphi/2)} \quad q_z^* = \begin{cases} q_z/2 & \text{für EW} \\ q_z & \text{für ZW} \end{cases} \quad (3.10)$$

Die Variable q_z^* in (3.10) definiert die Anzahl an MMK-Zeigern pro Phase. Die Variable $\Delta\varphi$ entspricht dem Winkel zwischen zwei, zur selben Wicklungszone gehörenden, MMK-Zeigern. Dabei ist das Winkelmaß für die Grundwelle ($\nu = 1$) zu ermitteln. Ein möglicher Weg dafür ist in [46] beschrieben. Dabei folgt aus dem Zeigerbild der Hauptwelle (Zeiger mit Index 1 muss bei 0° liegen) und den Zeigerindices k und j die Winkelbeziehung für $\Delta\varphi$ anhand der Gleichung (3.11). Der Winkel zwischen zwei Zeigern im Zeigerbild α_z ist in Tabelle 2.3 definiert.

$$\Delta\varphi = (k - j)\alpha_z \quad (3.11)$$

Die Vorgehensweise soll durch Abbildung 3.7a und 3.7b verdeutlicht werden. Wie in Abbildung 3.7a gezeigt wird, folgt der Winkel $\Delta\varphi$ zum Beispiel durch die Zeiger 1 und 14. Mit q_z^* und $\Delta\varphi$ kann nun der Zonenfaktor für alle Ordnungen ermittelt werden. Entsprechende mathematische Behandlung ist jedoch bei Ordnungszahlen geboten, bei denen der Sinusterm im Nenner 0 ergibt. Für diese Ordnungszahlen folgt der Zonenfaktor, mit den Regeln von L'Hopital, zu Gleichung (3.12).

$$\xi_z(\nu) = \frac{\cos(q_z^* \nu \pi)}{\cos(\nu \pi)} \quad \text{für } \nu = \frac{\pi}{ggT(\pi, \alpha_z)} \cdot [1, 3, 5, \dots], \nu \in \mathbb{N}_u \quad (3.12)$$

Alle positiven bzw. negativen MMK-Zeiger können zu jeweils einem resultierenden positiven und negativen geometrisch addiert werden. Die auf die Anzahl an Zeigern bezogene

Längeänderung des resultierenden Zeigers wird durch den Zonenfaktor berücksichtigt. Der Winkel des resultierenden MMK-Zeigers erfolgt nach Gleichung (3.13).

$$\delta^+ = \frac{(q_z^* - 1) \Delta\varphi}{2} \quad (3.13)$$

Abschließend kann mit Hilfe der Wicklungsfunktion einer Spule nach Gleichung (3.7) und den in diesem Unterabschnitt gewonnenen Erkenntnissen die Wicklungsfunktion einer beliebigen Phase x durch Gleichung (3.14) angegeben werden. Die Variable $\xi_s(\nu)$ ist dabei der Sehnungsfaktor laut Gleichung (3.8). Die Fourierreihe gilt über alle Urwicklungen in Reihe und somit über 2π mechanisch.

$$\boxed{W_x(\theta) = \frac{4N_w}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{q_z^*}{\nu} \xi_s(\nu) \xi_n(\nu) \xi_z(\nu) e^{i\nu(t_p\theta - (\vartheta_x + \delta^+))}} \quad (3.14)$$

$$\nu = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

Die Variable ϑ_x steht wiederum für den Phasenwinkel. Jedoch ist auch hier zu beachten, dass die typischen Phasendifferenzen zwischen z.B. $U-V$ oder $U-W$ mit $2\pi/3$ oder $4\pi/3$ nur für die Hauptwelle gültig sind. Für die Verwendung in (3.14) müssen die gültigen Phasendifferenzen für die Grundschwingung ermittelt werden. Dies kann ähnlich Gleichung (3.11) durch Gleichung (3.15) erfolgen.

$$\boxed{\vartheta_x = (k - j)\alpha_z} \quad (3.15)$$

Für das gezeigte Beispiel nach Abbildung 3.7a folgen die drei Phasenwinkel:

$$\vartheta_1 = 0 \quad \vartheta_2 = (7 - 1)\alpha_z \quad \vartheta_3 = (13 - 1)\alpha_z$$

Abschließend sind in Tabelle 3.1 aus [46] noch mögliche Ein- und Zweischichtvarianten mit einer Urwicklung 1.Art gezeigt. Die für den Zonenfaktor notwendige Winkeldifferenz $\Delta\varphi$ ist dabei jeweils für eine Zweischicht- (3. Spalte) und eine Einschichtausführung (4. Spalte) gegeben. Um auf den tatsächlichen Winkel zu gelangen, müssen die Einträge mit den jeweils für diese Lochzahl gültigen Zeigerwinkel α_z multipliziert werden. Tabelleneinträge mit dem Inhalt *n.a.* sind nicht ausführbar.

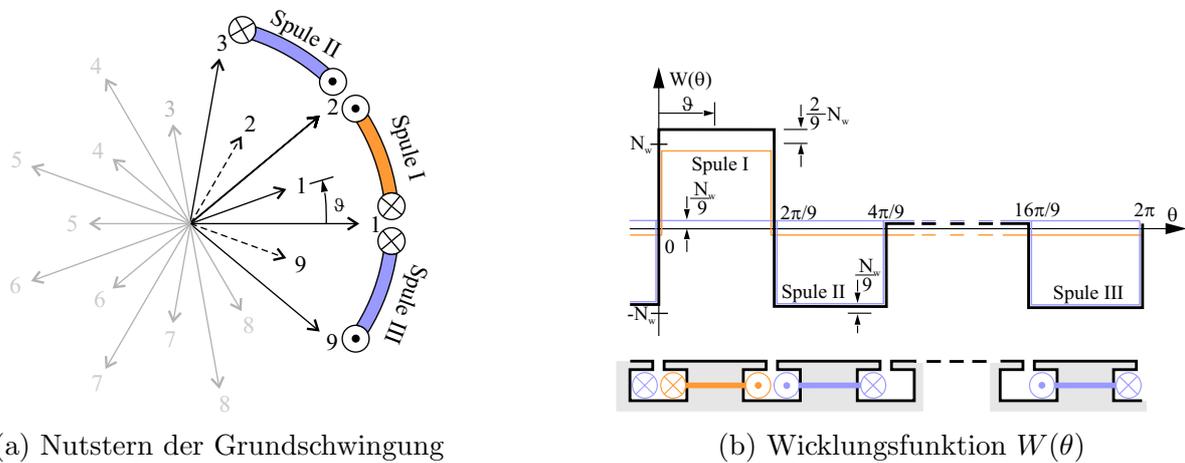
Wie aus Gleichung (3.14) ersichtlich ist, beinhaltet die Wicklungsfunktion der Urwicklung 1.Art nur ungerade Ordnungszahlen. Eine durch diese Wicklungsfunktion und einen reinen sinusförmigen Strom hervorgerufene Durchflutung besitzt somit auch nur ungeradzahlige harmonische Wellen. Im Gegensatz zu den im nächsten Unterabschnitt behandelten Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung 2.Art ergibt das ein kleineres Oberwellenspektrum.

3.3.2 Wicklungsfunktion für Urwicklung 2.Art

Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung 2.Art sind in erster Linie durch einen geradzahligen Nenner der Lochzahl gekennzeichnet. Wiederum ist eine Einschicht- oder Zweischichtwicklung ausführbar. Wichtig ist, dass Mehrphasenwicklungen mit geradzahligem

Tabelle 3.1: $\Delta\varphi$ als Vielfaches von α_z

m	q	$\Delta\varphi$ (ZW)	$\Delta\varphi$ (EW)
3	$\frac{4}{11}$	11	22
3	$\frac{5}{11}$	7	0
3	$\frac{6}{11}$	5	0
3	$\frac{7}{11}$	13	n.a.
3	$\frac{8}{11}$	7	14
6	$\frac{1}{7}$	0	n.a.
6	$\frac{2}{11}$	11	0
6	$\frac{1}{5}$	0	n.a.
6	$\frac{1}{5}$	5	0


 Abbildung 3.8: Nutstern und Wicklungsfunktion für Zweischichtwicklung bei $m = 3$, $Q = 9$, $p = 5$ und $q = 3/10$

Phasenanzahl niemals mit einer Urwicklung 2.Art ausgeführt werden können [27]. Das MMK- oder EMK-Zeigerbild ist dadurch gekennzeichnet, dass sich keine Zeiger gegenüber liegen. Das bedeutet wiederum, dass keine Statornut eine gegenüberliegende Nut bzw. kein Zahn einen gegenüberliegenden Zahn besitzt. Demnach liegen sich auch keine Spulen gleicher Phasen mit umgekehrtem Wicklungssinn gegenüber. In Abbildung 3.8a ist das anhand des Nutsternes, für die Ordnung der Grundschwingung, einer 3-Phasen-Zweischichtwicklung erkennbar. Es sind die drei Spulen einer Phase eingezeichnet. Die *Spule I* besitzt einen umgekehrten Wicklungssinn als die *Spule II* bzw. die *Spule III*. Im Unterschied zu Abbildung 3.6a ist deutlich zu sehen, dass sich die Spulen nicht gegenüber liegen. Die inneren neun Zeiger in Abbildung 3.8a stehen für die MMK-Zeiger, wobei negative MMK-Zeiger strichliert dargestellt sind. Typisch für Urwicklungen 2.Art ist die unterschiedliche Anzahl an positiven und negativen MMK-Zeigern. Dies wird durch die ungeradzahlige Anzahl an Spulen pro Phase verursacht. Zur mathematischen Darstellung

der Wicklungsfunktion muss jeweils eine Fourierreihe für die positiven und eine Reihe für die negativen Spulen erstellt werden. Diese beiden Fourierreihen werden anschließend zu einer gemeinsamen Wicklungsfunktion addiert. Gleichung (3.16) nach [46] beschreibt die mathematische Form der Wicklungsfunktion für eine Ein- oder Zweischichtausführung mit Urwicklung 2.Art für eine beliebige Phase x über alle Urwicklungen (2π mechanisch).

$$\boxed{W_x(\theta) = \frac{2N_t}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \xi_n(\nu) \xi_s(\nu) e^{-i\nu\theta_x} \left[q_z^+ \xi_z^+(\nu) e^{i\nu(t_p\theta - \delta^+)} - q_z^- \xi_z^-(\nu) e^{i\nu(t_p\theta - (\delta^- + \Delta\delta^-))} \right]} \quad (3.16)$$

$$\nu = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

Abbildung 3.8b zeigt graphisch den Verlauf der Wicklungsfunktion über eine Urwicklung passend zum Nutstern nach Abbildung 3.8a. Wie beim Nutstern ist auch beim Verlauf der Wicklungsfunktionen nur eine Phase berücksichtigt. Dabei sind die Verläufe der Spulen II und III blau sowie jener der Spule I orange hervorgehoben. Die in schwarz gehaltene Linie ergibt sich dabei aus der Addition der drei Verläufe und repräsentiert die Wicklungsfunktion der gesamten Phase. Bemerkenswert erscheint, dass sich die positive Amplitude der Wicklungsfunktion von den beiden negativen unterscheidet.

Aufgrund der unterschiedlichen Anzahl an positiven und negativen Spulen bedarf es auch getrennter Zonenfaktoren. In Gleichung (3.16) sind diese durch ξ_z^+ und ξ_z^- ersichtlich und nach (3.17) definiert [46].

$$\boxed{\xi_z^+(\nu) = \frac{\sin(q_z^+ \nu \Delta\varphi/2)}{q_z^+ \sin(\nu \Delta\varphi/2)} \quad \xi_z^-(\nu) = \frac{\sin(q_z^- \nu \Delta\varphi/2)}{q_z^- \sin(\nu \Delta\varphi/2)} \quad (3.17)}$$

Ähnlich der Urwicklung 1.Art existieren auch bei einer Urwicklung 2.Art Ordnungszahlen ν , bei denen alle positiven bzw. negativen Zeiger bei π oder 2π zu liegen kommen. In diesem Fall folgt wiederum für die beiden Zonenfaktoren nach (3.17) mit den Regeln nach L'Hopital Gleichung (3.18).

$$\xi_z^+(\nu) = \frac{\cos(q_z^+ \nu \pi)}{\cos(\nu \pi)} \quad \xi_z^-(\nu) = \frac{\cos(q_z^- \nu \pi)}{\cos(\nu \pi)} \quad (3.18)$$

für $\nu = \frac{\pi}{ggT(\pi, \alpha_z)} \cdot [1, 2, 3, \dots], \nu \in \mathbb{N}$

Die jeweilige Anzahl an positiven (q_z^+) und negativen (q_z^-) MMK-Zeigern erfolgt durch Gleichung (3.19) aus [46].

$$\boxed{q_z^+ = \frac{q_z - 1}{2} \quad q_z^- = \frac{q_z + 1}{2}} \quad (3.19)$$

Durch die geometrische Addition der MMK-Zeiger entsteht ein resultierender positiver und negativer MMK-Zeiger. Die Winkel der beiden Zeiger werden mit δ^+ und δ^- bezeichnet und mit Gleichung (3.20) aus [46] ermittelt.

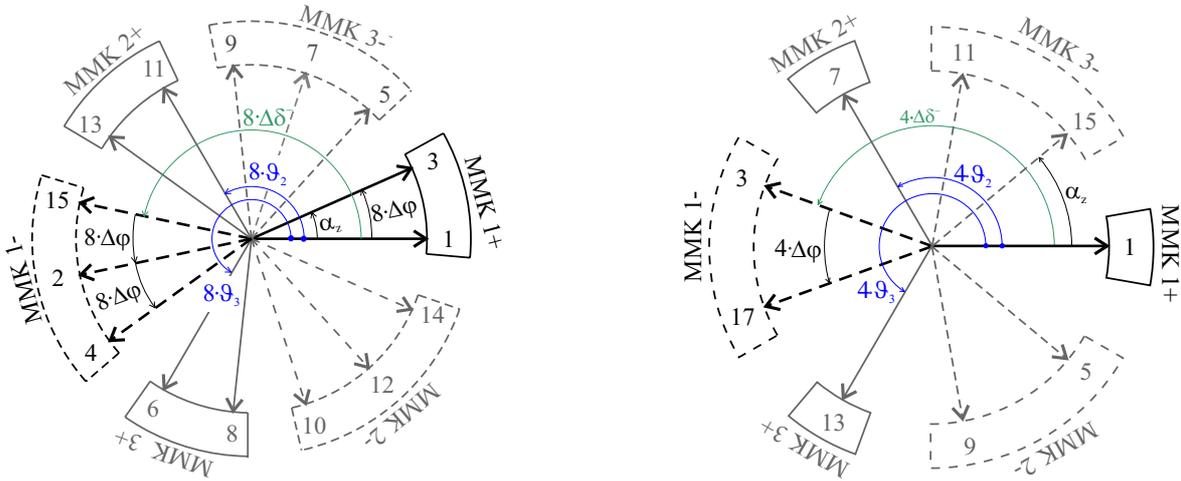
$$\boxed{\delta^+ = \frac{(q_z^+ - 1) \Delta\varphi}{2} \quad \delta^- = \frac{(q_z^- - 1) \Delta\varphi}{2}} \quad (3.20)$$

Die Winkeldifferenz $\Delta\varphi$ zwischen zwei zusammengehörenden MMK-Zeigern erfolgt wie bei der Urwicklung 1.Art mit Hilfe der Zeigerindices nach Gleichung (3.11). Bei der Urwicklung 2.Art, besitzt der resultierende positive und negative MMK-Zeiger nicht bei allen Ordnungszahlen eine Phasenverschiebung von π . Deshalb wird mit dem Winkel $\Delta\delta^-$ in (3.16) die räumliche, für die Grundwelle ($\nu = 1$) gültige Phasendifferenz angegeben [46].

$$\Delta\delta^- = (k - j)\alpha_z \quad (3.21)$$

Der Sehnungsfaktor $\xi_s(\nu)$ in (3.16) ist Gleichung (3.8) zu entnehmen. Für die Berücksichtigung der Phasenlage in (3.16) sind die Phasenbeziehungen ϑ_x für die Grundwelle gleich wie für die Urwicklung 1.Art herzustellen.

Nachfolgende Beispiele dienen zum näheren Verständnis der oben beschriebenen Zusammenhänge. Abbildung 3.9a zeigt die MMK-Zeiger für die Hauptwelle ($\nu = 8$) einer Urwick-



(a) ZW: $m = 3$, $Q = 15$, $p = 8$, $t_p = 1$,
 $\nu = 8$, $q = 5/16$, $\Delta\varphi = 2\alpha_z$, $\Delta\delta^- = 14\alpha_z$

(b) EW: $m = 3$, $Q = 18$, $p = 4$, $t_p = 2$,
 $\nu = 4$, $q = 3/4$, $\Delta\varphi = 14\alpha_z$, $\Delta\delta^- = 2\alpha_z$

Abbildung 3.9: MMK-Zeigerdarstellung für Hauptwelle: (a) Zweisechichtwicklung 2.Art $q_z > 3$, (b) Einschichtwicklung 2.Art $q_z = 3$, [46]

lung 2.Art für eine 3 phasige Zweisechichtausführung. Beispielhaft sind die zu der Phase 1 gehörenden MMK-Zeiger mit *MMK 1+* bzw. *MMK 1-* beschriftet. Des Weiteren sind die negativen MMK-Zeiger strichliert ausgeführt. Deutlich zu sehen ist, dass die Anzahl der positiven und negativen Zeiger unterschiedlich ist, was durch unterschiedliche Zonenfaktoren berücksichtigt wird. Des Weiteren erkennt man, dass sich positive und negative MMK-Zeiger einer Phase nicht gegenüber liegen. Demnach gibt es auch keine gegenüberliegenden Spulen. Die für die mathematische Fourierreihendarstellung der Wicklungsfunktion notwendigen Winkel können Abbildung 3.9a entnommen werden. In Abbildung 3.9b sind die MMK-Zeiger einer 3-phasigen Einschichtausführung dargestellt. Da bei der Einschichtvariante nur jeder zweite Zahn eine Spule trägt, bilden auch nur Zeiger mit ungeradzahligem Index einen MMK-Zeiger.

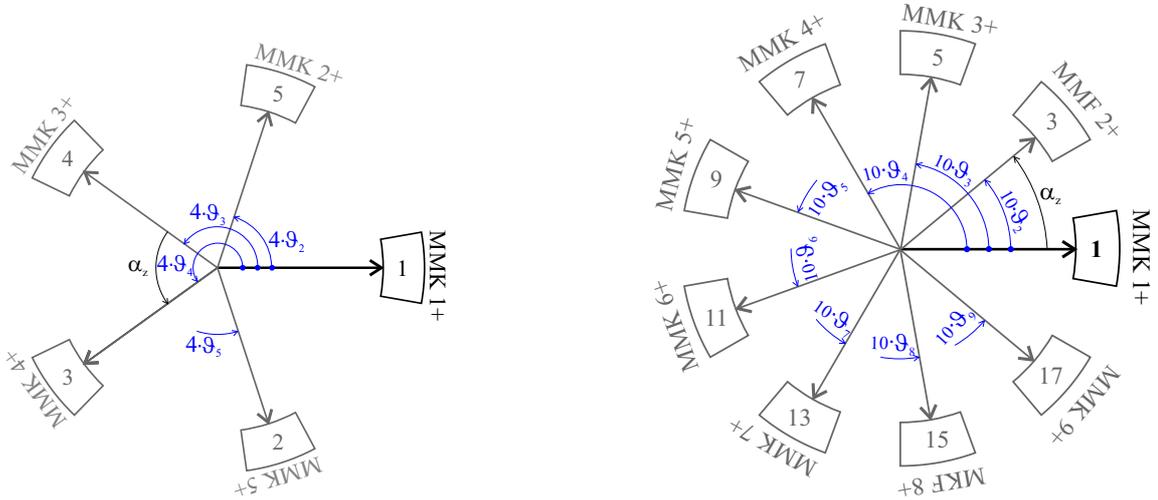
Wie auch in Abbildung 3.9 ersichtlich ist, liegen sich für die Ordnung der Hauptwelle der resultierende positive und negative MMK-Zeiger gegenüber. Demnach ist für die Ordnung der Hauptwelle $\delta^+ + \pi$ gleich $\delta^- + \Delta\delta^-$. Für diese Ordnung können die beiden Zonenfaktoren in (3.16) zu einem gemeinsamen Faktor zusammengeführt werden.

Die Wicklungsfunktion einer Urwicklung 2.Art ist für die Ordnung der Hauptwelle somit durch (3.22) gegeben. Der in diesem Fall gültige Zonenfaktor ergibt sich zu (3.23).

$$W_x(\theta) = \frac{2N_t q_z}{\pi p'} \xi_n(p') \xi_s(p') \xi_z(p') e^{i\nu(t_p\theta - \delta^+ - \vartheta_x)} \quad (3.22)$$

$$\xi_z(p') = \frac{\sin(q_z p' \Delta\varphi/4)}{q_z \sin(p' \Delta\varphi/4)} \quad (3.23)$$

Anhand Abbildung 3.9b ist noch zu erkennen, dass bei $q_z = 3$ sich $\xi_z(\nu)^+$ zu 1 und δ^+ zu 0, unabhängig der Ordnung von ν , ergibt. Die Beispiele nach Abbildung 3.10a und



(a) ZW: $m = 5$, $Q = 15$, $p = 12$, $t_p = 3$,
 $\nu = 4$, $q = 1/8$, $\Delta\varphi = 0$, $\Delta\delta^- = -$

(b) EW: $m = 9$, $Q = 18$, $p = 10$, $t_p = 2$,
 $\nu = 10$, $q = 1/10$, $\Delta\varphi = 0$, $\Delta\delta^- = -$

Abbildung 3.10: MMK-Zeigerdarstellung für Hauptwelle: (a) Zweischichtwicklung 2.Art $q_z = 1$, (b) Einschichtwicklung 2.Art $q_z = 1$ [46]

Abbildung 3.10b stellen jeweils eine Zweischicht- und eine Einschichtausführung einer Urwicklung 2.Art mit $q_z = 1$ dar. Wenn somit der Nenner der Lochzahl sich zu 1 ergibt, besitzt jede Phase nur eine Spule. Somit ist der positive Zonenfaktor $\xi_z(\nu)^+$ gleich 1 und der negative Zonenfaktor $\xi_z(\nu)^-$ gleich 0. Des Weiteren vereinfacht sich $\Delta\varphi$ und $\Delta\delta^-$ zu 0. In der Tabelle 3.2 sind die zur Konstruktion notwendigen geometrischen Beziehungen einiger ausgewählter Nut/Pol/Phasen Kombinationen, die eine Zahnspulenwicklung mit Urwicklung 2.Art ergeben, aufgelistet. Dabei sind die angegebenen Winkelbeziehungen immer als Vielfaches von α_z nach Tabelle 2.3 angegeben. Diese Winkel in Tabelle 3.2 können in (3.16) zur Konstruktion der jeweiligen Wicklungsfunktion verwendet werden. Zu Tabelle 3.2 sei noch anzumerken, dass Zeilen mit *n.a.* nicht ausführbar sind. Tabelleneinträge

Tabelle 3.2: $\Delta\varphi$ und $\Delta\delta^-$ als Vielfaches von α_z [46]

m	\mathbf{q}	$\Delta\varphi(\text{ZW})$	$\Delta\delta^-(\text{ZW})$	$\Delta\varphi(\text{EW})$	$\Delta\delta^-(\text{EW})$
3	$\frac{3}{10}$	2	8	2	8
3	$\frac{5}{16}$	2	14	n.a.	n.a.
3	$\frac{5}{14}$	13	1	n.a.	n.a.
3	$\frac{3}{4}$	5	2	14	2
5	$\frac{3}{8}$	0	–	n.a.	n.a.
5	$\frac{3}{16}$	2	14	n.a.	n.a.
5	$\frac{3}{14}$	13	1	n.a.	n.a.
5	$\frac{1}{4}$	0	–	n.a.	n.a.
9	$\frac{1}{10}$	0	–	0	–
9	$\frac{1}{8}$	0	–	0	–

mit – bedeuten, dass dieser Winkel für eine Konstruktion der Wicklungsfunktion nicht notwendig ist. Das ist bei Lochzahlen mit $q_z = 1$ der Fall, da jede Phase nur aus einer Spule besteht.

Wie bereits in Unterabschnitt 3.3.1 beschrieben, sind Einschichtvarianten mit ungeradzahligem Nenner q_n prinzipiell den Urwicklungen 1.Art zuzuschreiben. Sollte jedoch dabei die Bedingung nach Gleichung (3.9) nicht erfüllt sein, gleicht das Wicklungsdesign den prinzipiellen Aufbau einer Urwicklung 2.Art. Bei dieser speziellen Art der Urwicklung 1.Art liegen sich Nuten/Zähne mit geradem und ungeradem Index gegenüber. Somit können sich im Falle einer Einschichtwicklung niemals zwei Spulen der gleichen Phase gegenüber liegen. Diese Gegebenheit ist bei der Urwicklung 2.Art der Fall und somit ist dieser Spezialfall auch als solches zu behandeln [46].

Die Wicklungsauslegung erfolgt gleich wie bei der Einschichtvariante mit Urwicklung 2.Art und die mathematische Beschreibung erfolgt nach (3.16). Angemerkt sei nur, dass bei diesem Spezialfall aus jeder Urverteilung eine Urwicklung konstruiert werden kann. Somit folgt, dass $t_p = t_{uv}$, worin es nun zu einer Unterscheidung zur Einschichtwicklung mit Urwicklung 2.Art kommt. Für diese Sonderform der Urwicklung 1.Art sei auf Abbildung 3.11 verwiesen, wo deutlich zu erkennen ist, dass sich negative MMK-Zeiger nicht gegenüber liegen.

Ähnlich wie in Tabelle 3.2 sind auch in Tabelle 3.3 die zur Konstruktion notwendigen Winkelbeziehungen gegeben. Diesmal handelt es sich um eine Auswahl an ausführbaren Zahnspulenwicklungen, die als Sonderfall bezeichnet werden, jedoch der mathematischen Form einer Urwicklung 2.Art gehorchen. Wiederum sind die Winkelbeziehungen als Vielfaches des Winkels α_z nach Tabelle 2.3 gegeben. Tabelleneinträge mit – bedeutet, dass diese Winkelinformation für die Konstruktion nicht notwendig ist.

Im Gegensatz zu einer Urwicklung 1.Art verursacht eine Zahnspulenwicklung der Urwicklung 2.Art eine Durchflutungsverteilung mit gerad- und ungeradzahligem Harmonischen. Folglich ergibt sich für die Urwicklung 2.Art ein größeres Oberschwingungsspektrum. Dies

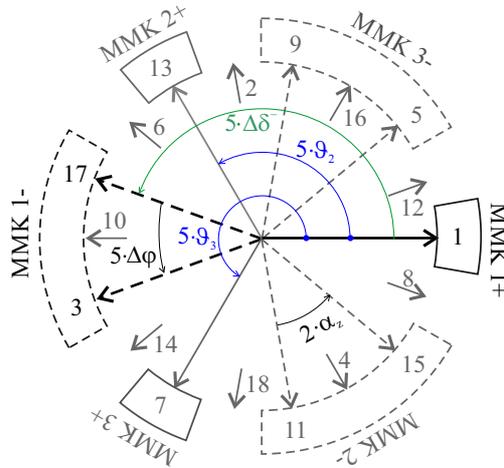


Abbildung 3.11: EW: $m = 3$, $Q = 18$, $p = 5$, $t_p = 1$, $\nu = 5$, $q = 3/5$, $\Delta\varphi = -14\alpha_z$, $\Delta\delta^- = 16\alpha_z$

Tabelle 3.3: $\Delta\varphi/\Delta\delta^-$ als Vielfaches von α_z [46]

m	q	$\Delta\varphi$ (EW)	$\Delta\delta^-$ (SL)
3	$\frac{1}{11}$	0	-
3	$\frac{3}{11}$	0	-
3	$\frac{5}{11}$	10	4
3	$\frac{7}{11}$	4	16
9	$\frac{1}{11}$	0	-
9	$\frac{3}{11}$	0	-

kann anhand der Gleichungen (3.16) erkannt werden. Beide Fourierreihen beinhalten sowohl gerad- als auch ungeradzahlige Ordnungszahlen.

3.4 Zusammenfassung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Thematik der *Wicklungsfunktionen* (engl. *Winding Function*). Die Wicklungsfunktionen einer Maschine bzw. eines Wicklungsdesign sind sehr hilfreich in der weiteren analytischen Analyse diverser charakteristischer Größen. Für Ganzlochwicklungen erfolgt das Aufstellen der Wicklungsfunktion mehr oder weniger standardisiert und ist in der Literatur verfügbar. Für Zahnspulenwicklungen gibt es dazu nur Lösungen für konkrete Lochzahlen. In diesem Kapitel wird ein Verfahren präsentiert, das mit möglichst geringem Aufwand die Konstruktion der Wicklungsfunktion zulässt und für alle ausführbaren Zahnspulenwicklungen Gültigkeit besitzt.

Im Abschnitt 3.2 ist die grundsätzliche Bestimmung einer Wicklungsfunktion nach [44] be-

schrieben. Die Wicklungsfunktion beschreibt, in mathematischer Hinsicht, eine Fourierreihe. Im Abschnitt 3.3 ist die Konstruktion der Wicklungsfunktion für Zahnspulenwicklungen dargestellt. Die Zahnspulenwicklung stellt eine stark gesehnte Bruchlochwicklung dar. Die Bruchlochwicklungen werden in der Literatur, abhängig von ihrer Nut-Pol-Phasen Kombination, in Urwicklungen der 1.Art und 2.Art eingeteilt. Somit erfolgt diese Einteilung auch für Zahnspulenwicklungen. Die somit teilweise unterschiedlichen Konstruktionsvorgänge und Eigenschaften der Wicklungsfunktionen sind in den beiden Unterabschnitten 3.3.1 und 3.3.2 beschrieben und anhand von Beispielen erklärt. Charakteristische Wicklungsgrößen wie *Nutslitz-*, *Sehnungs-* und *Zonenfaktor* wurden für Zahnspulenwicklungen erarbeitet und werden in den jeweiligen Wicklungsfunktionen berücksichtigt.

Im direkten Vergleich zeigen Durchflutungsverteilung von Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung 2.Art ein größeres harmonisches Spektrum (gerad- und ungeradzahlige Ordnungen). Dies ist anhand der gerad- und ungeradzahigen Ordnungszahlen in der Fourierreihe der Wicklungsfunktion ersichtlich.

Die vorgestellte Methode zur Konstruktion eignet sich gut für rechnerunterstützte, analytische Berechnungen von Maschinen mit Zahnspulenwicklungen. Der leicht zu implementierende Konstruktionsvorgang erlaubt eine schnelle Ermittlung der Wicklungsfunktionen von unterschiedlichen Nut/Pol/Phasenkombinationen. Die daraus ableitbaren charakteristischen Größen ermöglichen eine schnelle Gegenüberstellung diverser Zahnspulenwicklungsvarianten.

Kapitel 4

Analytische Maschinenberechnung

4.1 Allgemeines

In diesem Kapitel erfolgt die analytische Herleitung der wichtigsten elektrischen Größen einer PMSM mit Zahnspulenwicklung. Ziel ist es, ein Formelwerk zu schaffen, das für alle ausführbaren Varianten an PMSM mit Zahnspulenwicklung gültig ist.

Am Anfang des Kapitels wird der Arbeitspunkt der Dauermagnete am Rotor ermittelt. Aus den Wicklungsfunktionen erfolgt im Anschluss die Herleitung der Flussverkettungen, der induzierter Spannungen, der Induktivitäten und des Drehmomentes. Die meisten der Größen sind als Fourierreihe angegeben, womit der Einfluss spezieller Zeit- und Raumharmonischer erkennbar ist.

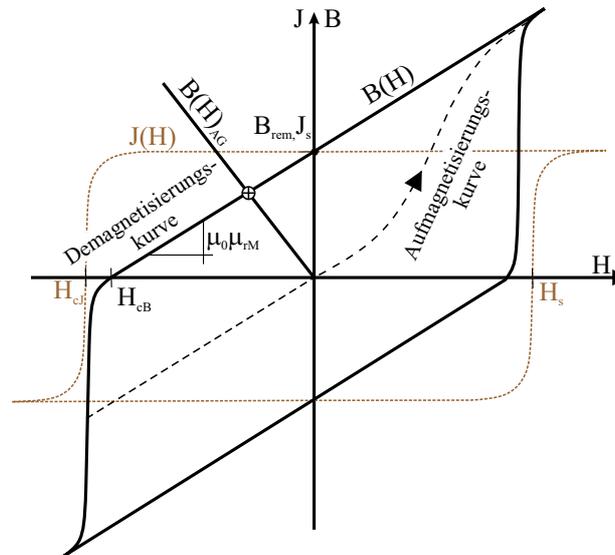
Ein ausführlicher Vergleich der obig genannten Größen, zwischen Einschicht- und Zweischichtvariante sowie zu Maschinen mit einer konzentrierten Wicklung folgt am Ende des Kapitels.

Auf das Thema der Maschinenverluste und die Möglichkeit einer analytischen Berechnung wird nicht näher eingegangen. Für die Ermittlung der Statoreisenverluste sei auf [47, 48, 49, 50] verwiesen. Hinsichtlich der Rotorverluste, die sich aus den Verlusten in den Magneten bzw. jene im Rotoreisen ergeben, ist auf [51, 52, 53, 54, 55] verwiesen.

4.2 Magnetkreisberechnung

Dieser Abschnitt konzentriert sich auf die Bestimmung des Luftspaltfeldes. Dieses wird auch Erregerfeld genannt und wird durch die sich am Rotor befindlichen Permanentmagnete hervorgerufen. Besonderes Augenmerk gilt dabei der nutzbaren maximalen Amplitude des Erregerfeldes.

Permanentmagnete (PM) sind magnetische Materialien mit besonders großflächigen Hystereseschleifen. In Abbildung 4.1 ist der Zusammenhang zwischen der magnetischer Fluss-


 Abbildung 4.1: $B(H)$ und $J(H)$ Hystereseschleife für Permanentmagnet

dichte (B) bzw. der magnetischen Polarisation (J) und der magnetischen Feldstärke (H) dargestellt. Der erste Quadrant beschreibt das Aufmagnetisierungsverhalten des Werkstoffs. Bei Anlegen einer magnetischen Feldstärke ändert sich die magnetische Induktion eines unmagnetischen Werkstoffs entlang der Aufmagnetisierungskurve. Wenn alle magnetischen Momente parallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet sind, erreicht die Polarisation ihren Maximalwert. Dieser wird als Sättigungspolarisation (J_s) bezeichnet [56]. Die für eine vollständige Aufmagnetisierung ($J = J_s$) notwendige Feldstärke wird dabei mit H_s bezeichnet.

Das von den eigenen Polen eines Dauermagneten ausgehende Magnetfeld ist seiner Polarisation entgegen gerichtet und wirkt somit demagnetisierend. Befindet sich somit der Permanentmagnet im aufmagnetisierten Zustand und ist er keiner äußeren positiven Feldstärke ausgesetzt, so bewegt sich die magnetische Induktion entlang der Demagnetisierungskurve. Die Steigung entspricht dem Produkt aus μ_0 und μ_{rM} . Es stellt sich ein von den magnetischen Verhältnissen abhängiger Arbeitspunkt der Dauermagneten ein. Sind beide Magnetenden über ein magnetisch unendlich gut leitfähiges Material ($\mu_{rM} = \infty$) verbunden, befindet sich der Arbeitspunkt bei $B = B_{rem}$ bzw. $H = 0$. B_{rem} ist als Remanenzflussdichte definiert. Im umgekehrten Fall, falls die Magnetenden durch ein Material mit magnetisch unendlich schlechter Leitfähigkeit ($\mu_{rM} = 0$) verbunden sind, ergibt sich der Arbeitspunkt bei $B = 0$ und $H = H_{cB}$. Dabei wird H_{cB} als die Koerzitivfeldstärke bezeichnet. Die grundsätzliche Lage des Arbeitspunktes hängt im Magnetkreis (z.B. Motor) vom Verhältnis Magnethöhe zu Luftspatllänge ab und ist durch den Schnittpunkt der Arbeitsgeraden ($B(H)_{AG}$) mit der Demagnetisierungskurve definiert. Durch ein äußeres Magnetfeld (z.B. Ankerrückwirkung) kommt es zu einer Verschiebung des Arbeitspunktes bzw. zu einer Verschiebung der Arbeitsgeraden. Dies kann unter Umständen zu einem irreversiblen Verlust des inneren Magnetismus im Magneten führen. Die für eine vollständige Demagnetisierung notwendige Feldstärke wird dabei mit H_{cJ} bezeichnet.

gnetisierung notwendige äußere magnetische Feldstärke wird mit H_{cJ} bezeichnet. Wird der Magnet dieser Feldstärke ausgesetzt, bewegt er sich nach Rücknahme dieser äußeren Feldstärke entlang der Rücklaufkurve (strichlierten Linie im dritten Quadranten) zum Koordinatenursprung hin. Diese Zusammenhänge und Parameter sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

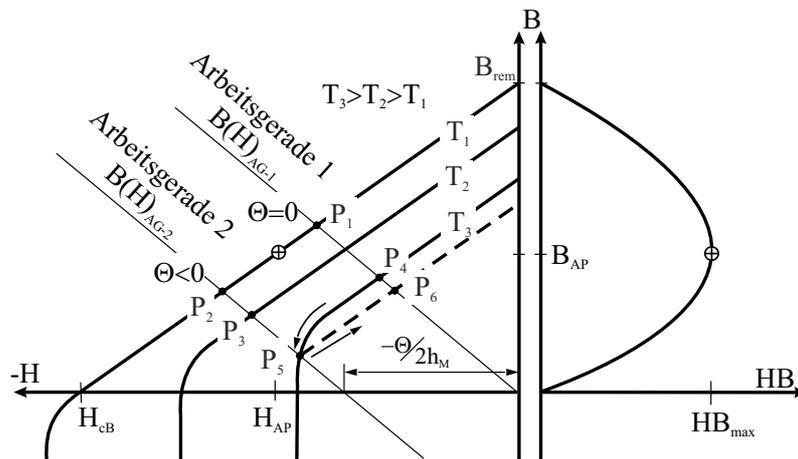


Abbildung 4.2: $B(H)$ Kurve für unterschiedliche Temperaturen

In den Datenblättern von Dauermagneten ist meist der zweite und Teile des dritten Quadranten abgebildet. Dabei sind oftmals Verläufe für $B(H)$ und $J(H)$ für unterschiedliche Temperaturen angeben. Abbildung 4.2 zeigt schematisch mögliche Verläufe von Entmagnetisierungskurven für drei unterschiedliche Temperaturen. Arbeitspunkte, die sich im linearen Bereich der Kennlinie befinden sind reversibel. Das heißt, dass die durch äußeren Einfluss (Ankerrückwirkung oder Temperaturänderung) verursachte Induktionsänderung wieder in den Ursprungszustand zurückkehren kann. Dies entspricht zum Beispiel dem Übergang von P_1 auf P_2 . Für eine temperaturbedingte Verschiebung gilt das gleiche. Somit ist auch der Übergang von P_2 auf P_3 reversibel. Irreversibel ist die Änderung des Arbeitspunktes von P_4 auf P_5 bzw. von P_3 auf P_5 . Bei Verschwinden des äußeren Feldes wird sich ausgehend von P_5 ein neuer Arbeitspunkt P_6 einstellen. In diesem Punkt bewirkt der PM im Unterschied zu Punkt P_4 auf der ursprünglichen stromlosen Arbeitsgeraden deutlich weniger magnetische Induktion.

Die optimale Ausnützung des Dauermagneten erfolgt, wenn der Arbeitspunkt bei $(HB)_{max}$ liegt. In diesem Punkt ist das Produkt aus B und H maximal. In dynamischen Systemen, mit sich ändernden Arbeitsgeraden (z.B. Motor), wird der Arbeitspunkt bewusst darüber gelegt. Somit kommt es, in jedem erlaubten Betriebszustand, nur zu einer Verschiebung im linearen Kennlinienbereich.

4.2.1 Bestimmung des Arbeitspunktes des Dauermagneten

Eine analytische Ermittlung des Arbeitspunktes kann über ein magnetisches Ersatzschaltbild erfolgen. Dadurch ist auch der Einfluss der Magnethöhe und des Luftspaltes ersichtlich. Basierend auf Abbildung 4.3 kann ein magnetisches Ersatzschaltbild für eine Polteilung (τ_p)

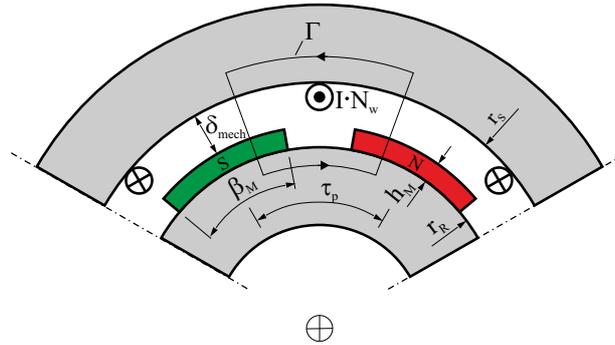


Abbildung 4.3: Darstellung einer Polteilung zum Erstellen des magnetischen Ersatzschaltbildes

erfolgen. Die Magnethöhe folgt zu h_M , die Breite des Luftspaltes ist mit δ_{mech} abgekürzt und die Magnetbreite ist durch β_M in rad gegeben. Der Statorbohrungs- und Rotorradius ergeben sich zu r_S und r_R . Für eine sich in der betrachteten Kontur Γ befindliche Spulenseite gilt N_w als die Windungszahl. Diese wird durch den Strom I durchflossen. Abgeleitet aus den Geometrien nach Abbildung 4.3 folgt das magnetische Ersatzschaltbild zu Abbildung 4.4. Zur weiteren Vereinfachung sei angenommen, dass der magnetische

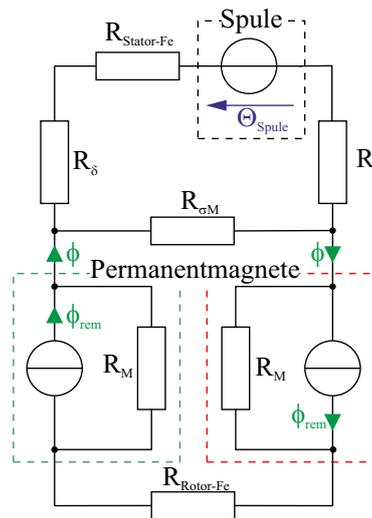


Abbildung 4.4: Magnetisches Ersatzschaltbild gültig für eine Polteilung

Spannungsabfall im Rotor- und Statoreisen vernachlässigbar klein ist ($R_{S-Fe}, R_{R-Fe} = 0$).

Zusätzlich wird der magnetische Streufluss der Dauermagnete vernachlässigt ($R_\sigma = \infty$). Durch die getroffenen Annahmen vereinfacht sich das Ersatzschaltbild zu Abbildung 4.5. Die magnetischen Widerstände vom Dauermagnet bzw. des Luftspaltes sind mit R_M und

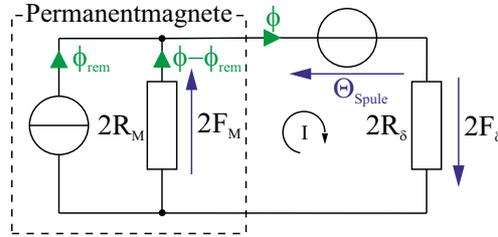


Abbildung 4.5: Vereinfachtes magnetisches Ersatzschaltbild für eine Polteilung

R_δ bezeichnet. Die an den Widerständen auftretenden magnetischen Spannungsabfälle sind mit F_M bzw. F_δ gekennzeichnet und die von einer Spule erzeugte Durchflutung folgt zu Θ_{Spule} .

Im linearen Bereich der Demagnetisierungskurve gilt der Zusammenhang zwischen der magnetischen Feldstärke und der Induktion nach Gleichung (4.1) [28], wobei H_M negativ ist.

$$B_M = B_{rem} + \mu_0 \mu_{rM} H_M \quad (4.1)$$

Durch Multiplizieren von (4.1) mit der Magnetoberfläche A_M folgt für den magnetischen Fluss die Gleichung (4.2).

$$\phi = \phi_{rem} + \frac{F_M}{R_M} \quad (4.2)$$

Aus dem Durchflutungssatz für die eingezeichnete Kontur Γ nach Abbildung 4.3 bzw. der Maschenregel für Schleife I in Abbildung 4.5 folgt Gleichung (4.3).

$$2F_M + 2F_\delta - \Theta_{Spule} = 0 \quad \text{mit} \quad F_\delta = \phi R_M \quad (4.3)$$

Durch Umformen nach F_M und Einsetzen in (4.2) folgt für den magnetischen Fluss die Gleichung (4.4).

$$\phi = \phi_{rem} \frac{R_M}{R_M + R_\delta} + \frac{\Theta_{Spule}}{2(R_M + R_\delta)} \quad (4.4)$$

Die magnetische Flussdichte im Luftspalt kann mit der dazugehörigen Fläche A_δ durch (4.5) bestimmt werden.

$$B_\delta = \frac{\phi}{A_\delta} = B_{rem} \frac{A_M}{A_\delta} \frac{R_M}{R_M + R_\delta} + \frac{\Theta_{Spule}}{2A_\delta (R_M + R_\delta)} \quad (4.5)$$

Ähnlich erfolgt die Ermittlung der magnetischen Flussdichte im Dauermagneten. Durch Anwendung der Magnetoberfläche folgt Gleichung (4.6).

$$B_M = \frac{\phi}{A_M} = B_{rem} \frac{R_M}{R_M + R_\delta} + \frac{\Theta_{Spule}}{2A_M (R_M + R_\delta)} \quad (4.6)$$

In guter Näherung kann für die Flächen A_δ und A_M Gleichung (4.7) herangezogen werden.

$$A_M = l_{Fe}\beta_M(r_R + h_M) \quad \text{und} \quad A_\delta = l_{Fe}\beta_M(r_R + h_M + \delta_{mech}/2) \quad (4.7)$$

Die magnetisch gültigen Widerstände im Luftspalt bzw. im Dauermagneten folgen zu Gleichung (4.8).

$$R_\delta = \frac{\delta_{mech}}{\mu_0 A_\delta} \quad \text{bzw.} \quad R_M = \frac{h_M}{\mu_0 \mu_{rM} A_M} \quad (4.8)$$

Durch (4.8) kann Gleichung (4.6) zu Gleichung (4.9) vereinfacht werden.

$$B_M = B_{rem} \frac{1}{1 + \mu_{rM} \frac{A_M \delta_{mech}}{A_\delta h_M}} + \mu_0 \frac{\Theta_{Spule}}{2} \frac{1}{\delta_{mech} \frac{A_M}{A_\delta} + \frac{h_M}{\mu_{rM}}} \quad (4.9)$$

Gleichung (4.9) beschreibt die magnetische Flussdichte B_M im Magneten in Abhängigkeit von der Remanenzflussdichte B_{rem} , den geometrischen Verhältnissen sowie eines äußeren Feldes.

Für die Flussdichte im Luftspalt folgt mit (4.4) und (4.5), Gleichung (4.10).

$$B_\delta = B_{rem} \frac{A_M}{A_\delta} \frac{1}{1 + \mu_{rM} \frac{A_M \delta_{mech}}{A_\delta h_M}} + \mu_0 \frac{\Theta_{Spule}}{2} \frac{1}{\delta_{mech} + \frac{h_M}{\mu_{rM}} \frac{A_\delta}{A_M}} \quad (4.10)$$

Die bereits angesprochene Temperaturabhängigkeit des PM steckt in der Remanenzflussdichte B_{rem} . Dieser Wert muss entsprechend der Magnettemperatur angepasst werden.

Mit B_M ist die Flussdichte im Schnittpunkt der Demagnetisierungskurve mit der Arbeitsgeraden definiert. Speziell zur Arbeitspunktanalyse und zur Feststellung möglicher stromabhängiger Demagnetisierungsrisiken ist die Kenntnis der vollständigen Arbeitsgeraden hilfreich. Aus Gleichung (4.1) und (4.2) kann für F_M Gleichung (4.11) erstellt werden.

$$F_M = \mu_0 \mu_{rM} H_M R_M \quad (4.11)$$

Aus Gleichung (4.3) und (4.11) folgt F_δ zu Gleichung (4.12).

$$F_\delta = \phi R_\delta = -\mu_0 \mu_{rM} H_M R_M + \frac{\Theta_{Spule}}{2} \quad (4.12)$$

Mit der Bedingung $B_M = \phi/A_M$ kann die Funktion der Arbeitsgeraden nach Gleichung (4.13) angeführt werden.

$$B_M(H_M) = -\mu_0 \mu_{rM} \frac{R_M}{R_\delta} \left(H_M - \frac{\Theta_{Spule}}{2 A_M R_M} \right) \quad (4.13)$$

Mit Gleichung (4.8) kann die Funktion der Arbeitsgeraden zu Gleichung (4.14) weiter vereinfacht werden.

$$B_M(H_M) = -\mu_0 \frac{A_\delta}{A_M} \frac{h_M}{\delta_{mech}} \left(H_M - \frac{\Theta_{Spule}}{2 h_M} \right) \quad (4.14)$$

In näherer Betrachtung von Gleichung (4.14) wird ersichtlich, dass es durch die Ankerrückwirkung ($\Theta_{Spule} \neq 0$) zu einer Verschiebung der Arbeitsgeraden aus dem Ursprung heraus kommt. Je nach Vorzeichen der Durchflutung erfolgt eine Verschiebung nach links oder rechts. Eine Beurteilung der maximal erlaubten Ankerrückwirkung, um irreversible Demagnetisierungen zu vermeiden, ist damit möglich.

Die Herleitungen basieren auf die Vernachlässigung des magnetisch relevanten Widerstandes des Stator- und Rotoreisens. Eine Berücksichtigung für den linearen Bereich der $B(H)$ -Kurve kann einfach durch äquivalentes Erhöhen des Luftspaltwiderstandes erfolgen. Der Einfluss einer möglichen Sättigung kann jedoch nur mit iterativen Berechnungsschritten des gültigen magnetischen Ersatzschaltbildes bestimmt werden.

4.2.2 Ermittlung des Luftspaltfeldes

Im vorigen Unterabschnitt wurde anhand der geometrischen Verhältnisse der Arbeitspunkt eines Dauermagneten bestimmt. Die magnetische Flussdichte B_δ im Luftspalt folgt durch Gleichung (4.10). Dies entspricht der Amplitude des Erregerfeldverlaufes, dessen Form damit noch nicht bestimmt ist. Ein sinusförmiger Verlauf ist dabei speziell in hochdrehenden PMSM gewünscht. Bei Rotoren mit Oberflächenmagnete kann u.a. durch die Form der Dauermagnete ein sinusförmiger Verlauf erreicht werden [57]. Auch durch die sogenannte Halbach-Magnete-Anordnung kann dies erreicht werden. Dazu werden Magnete mit unterschiedlichen Magnetisierungsrichtungen so aneinandergereiht, dass sich der gewünschte Erregerfeldverlauf einstellt. Der Autor in [58] und [59] beschreibt dazu Möglichkeiten und gibt weitere Literaturverweise an. Bei Rotoren mit vergrabenen Magneten kann der Feldverlauf durch einen sinusförmigen Luftspaltverlauf erreicht werden.

Für die weitere Betrachtung sei angenommen, dass es sich um ein Rotordesign mit Oberflächenmagneten handelt und diese nur in radiale Richtung magnetisieren. Es ergibt sich somit ein idealisiert rechteckförmiger Flussdichteverlauf entlang des Umfanges der Maschine. Die Amplitude ist durch B_δ aus Unterabschnitt 4.2.1 bestimmt. Abbildung 4.6 zeigt unterschiedliche Verläufe des Erregerfeldes im Luftspalt. Der Verlauf nach Kurve A entspricht dabei dem Flussdichteverlauf eines nutlosen Stators. Die offenen Nuten des Stators verursachen eine Feldverzerrung im Bereich der Nutöffnungen, was dem Verlauf der Kurve B entspricht. Durch die Verzerrung kommt es zu einer Reduzierung der für die Drehmomentenbildung relevanten Grundwelle. Eine genaue analytische Lösung des verzerrten Feldverlaufes ist aufwendig. Mit Hilfe des Carterschen Faktors lässt sich jedoch der Einfluss auf die Grundwelle durch einen Korrekturfaktor berücksichtigen. Dieser stellt eine Funktion der magnetisch relevanten Luftspaltlänge bezogen auf die Nutöffnungsbreite b_N dar und wird nach [27] durch Gleichung (4.15) definiert.

$$k_c = \frac{\overline{B}_\delta}{B_\delta} = 1 - \frac{b_N}{\tau_N} \gamma \quad \text{wobei} \quad \gamma = \frac{b_N}{b_N + 5(\delta_{mech} + h_M)} \quad (4.15)$$

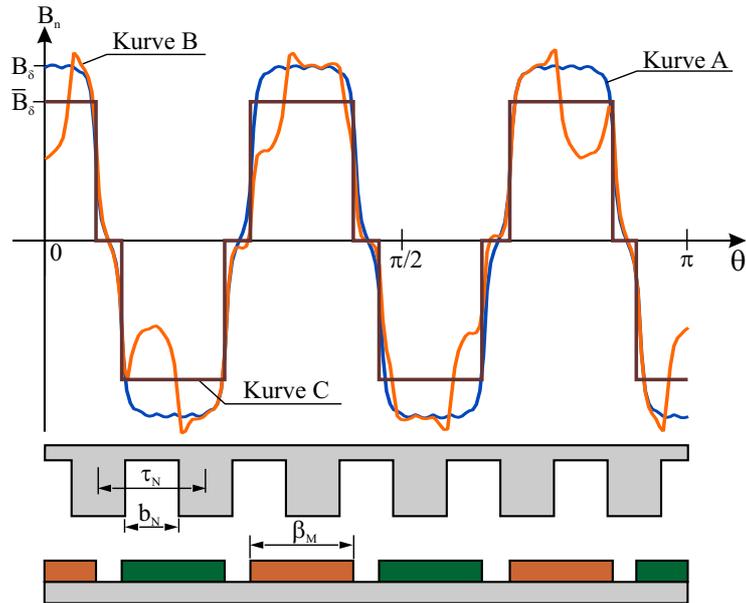


Abbildung 4.6: Unterschiedliche Verläufe der Radialkomponenten des B-Feldes

Als Näherung und für weitere analytische Verwendungen wird das Erregerfeld als rechteckförmiger Verlauf mit der Amplitude \bar{B}_δ betrachtet. Er entspricht der Kurve C in Abbildung 4.6. Mathematisch erfolgt die Beschreibung mittels der komplexen Fourierreihe über 2π mechanisch nach Gleichung (4.16).

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 \underline{B}_r(\theta, t) &= \frac{4\bar{B}_\delta}{\pi} \cdot \sum_z \frac{1}{z} \underbrace{\sin\left(p \frac{\beta_M}{2} z\right)}_{\xi_M(z)} e^{iz(\omega_m pt - p\theta)} \\
 z &= 1, 3, 5, \dots, \infty
 \end{aligned}
 } \quad (4.16)$$

Die Variable β_M definiert die Magnetbreite im Bogenmaß (mechanisch), ω_m entspricht der mechanischen Drehzahl, p steht für die Polpaarzahl und t repräsentiert die Zeit. Der Faktor ξ_M steht für eine mögliche Rotorsehnung und wird als Rotorsehnungsfaktor bezeichnet. Eine genaue analytische Ermittlung des Luftspaltfeldes basiert auf die Beschreibung des Feldproblems als zweidimensionale Laplacegleichung und der Lösung in der Luftspaltregion. Dabei sei auf [60] und [61] verwiesen. Der Autor beschreibt eine exakte analytische Lösung des Luftspaltfeldes im Falle einer nutlosen Maschine. In den Arbeiten von [62] und [63] wird zusätzlich noch der Einfluss der Nutung ermittelt. Dieser folgt aus der komplexen, relativen Luftspaltleitwertfunktion. Die Leitwertfunktion wird mit Hilfe von konformen Abbildungen gewonnen, wobei im Speziellen die Schwarz-Christoffel-Transformation zur Anwendung kommt. Die Autoren in [64] und [65] unterteilen die Maschine in Regionen. Die Dauermagnete, der Luftspalt sowie die Nuten gelten als eigene Region, in der eine Lösung gesucht ist. Jede Region entspricht einer Laplac'schen oder Poisson'schen zweidimensionalen Differentialgleichung in Polarkoordinaten. Die Übergänge zwischen den Regionen werden dabei

über Grenzflächenbedingungen definiert. In diesem Zusammenhang sollen auch noch auf die Ausführungen in [66] und [67] verwiesen werden.

4.2.3 Berechnen der Flussdichte im Zahn

Eine Abschätzung über die maximale Flussdichte in den Zähnen des Stators erfolgt über Gleichung (4.17). Es wird angenommen, dass sich das gesamte Erregerfeld gleichmäßig auf alle Zähne verteilt. Somit ist das Verhältnis der gesamten Polfläche zur Zahnfläche entscheidend.

$$B_{z,max} = \overline{B}_\delta \frac{2p \beta_M}{Q (\tau_N - b_N)} \frac{(r_R + h_M)}{r_S} \quad (4.17)$$

Die Variable β_M ist die Magnetbreite in Bogenmaß, $\tau_N - b_N$ definiert die Zahnbreite in Bogenmaß, Q steht für die Anzahl an Nuten und p entspricht der Polpaarzahl. Alle verbleibenden Variablen sind Abbildung 4.3 zu entnehmen.

4.3 Ermittlung der Flussverkettung und der induzierten Spannung

Die Ermittlung der induzierten Spannung, die auch unter dem Namen Elektro-Motorische-Kraft (EMK) bekannt ist, basiert auf die im Abschnitt 3.2 hergeleiteten Wicklungsfunktionen. Dabei wird zwischen der Wicklungsfunktion nach der Urwicklung 1.Art sowie der Urwicklung 2.Art unterschieden. Die Flussverkettung zwischen dem vom Rotor aufgebrachtten Erregerfeld und einer beliebigen Phase x ist durch Gleichung (4.18) bestimmt.

$$\psi_{x0}(t) = r_S l_{Fe} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \Re \{ \underline{W}_x(\theta) \} \Re \{ \underline{B}_r(\theta, t) \} d\theta \quad (4.18)$$

$$x = 1, 2, 3, \dots m$$

Dabei entspricht $\Re \{ \underline{W}_x(\theta) \}$ dem Realteil der komplexen Fourierreihe der Wicklungsfunktion und $\Re \{ \underline{B}_r(\theta, t) \}$ dem Realteil der nach Gleichung (4.16) definierten komplexen Fourierreihe des Erregerfeldes. Der Integrationsbereich wird bestimmt durch die Anzahl an parallelen Urwicklungen a . Mit r_S ist der Statorbohrdurchmesser und mit l_{Fe} die aktive Eisenlänge definiert. Aus der Flussverkettung lässt sich die induzierte Spannung mit Gleichung (4.19) ermitteln. Die Herleitungen und Ergebnisse dieses Unterabschnittes folgen aus [46] und werden im Weiteren nicht explizit zitiert.

$$U_{x0}(t) = \frac{d\psi_{0x}(t)}{dt} \quad (4.19)$$

In den beiden nächsten Unterabschnitten erfolgt die Herleitung der Flussverkettung sowie der induzierten Spannung nach den Wicklungsfunktionen einer Urwicklung der 1.Art und der 2.Art. Die Ergebnisse gelten über 2π (mechanisch).

4.3.1 Urwicklung 1.Art

Ausgehend von der Reihendarstellung der Wicklungsfunktion nach Gleichung (3.14) und jener des Erregerfeldes nach Gleichung (4.16) erfolgt die Ermittlung der Flussverkettung einer beliebigen Phase x nach Gleichung (4.20).

$$\begin{aligned} \psi_{x0}(t) = r_S l_{Fe} \frac{16\overline{B}_\delta N_w}{\pi^2} q_z^* \sum_{\nu} \sum_z \frac{1}{\nu z} \xi_M(z) \underbrace{\xi_s(\nu) \xi_n(\nu) \xi_z(\nu)}_{\xi_w(\nu)} \\ \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{[\cos(\theta(\nu t_p + z p) - \nu(\vartheta_x + \delta^+) - z \omega_m p t)]}_{A} d\theta \right. \\ \left. \frac{1}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{[\cos(\theta(\nu t_p - z p) - \nu(\vartheta_x + \delta^+) + z \omega_m p t)]}_{B} d\theta \right\} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Da ν , z sowie p und t_p immer ganzzahlig sind, ist das Integral über $2\pi/a$ (mechanisch) des Termes A in Gleichung (4.20) immer Null. Das Integral über Term B ist nur für die Ordnungszahlen, für die $\nu \cdot t_p$ gleich $z \cdot p$ gilt, ungleich Null. Das wiederum bedeutet, dass nur Raumharmonische gleicher Ordnungszahl zwischen Ständerwicklung und Rotorfeld verkettet sein können. Aus diesem Grund kann eine gemeinsame Variable n für die Ordnungszahl eingeführt werden, die aber jetzt die Ordnung der zeitlichen harmonischen Schwingungen definiert. Die Laufvariablen ν und z können somit durch n nach Gleichung (4.21) ausgedrückt werden.

$$\nu t_p = z p \quad \rightarrow \quad z = n \quad \text{und} \quad \nu = n p' \quad (4.21)$$

Durch Substituieren der Variablen ν und z in Gleichung (4.20) und Auflösen des Integrales folgt für die Flussverkettung einer beliebigen Phase x Gleichung (4.22). Das Produkt aus Sehnungs- (ξ_s), Zonen- (ξ_z) und Nutschlitzfaktor (ξ_n) wird durch den Wicklungsfaktor $\xi_w(\nu)$ ersetzt.

$$\boxed{\begin{aligned} \psi_{x0}(t) = r_S l_{Fe} \frac{16\overline{B}_\delta N_w}{a \pi} \sum_n \frac{q_z^*}{n^2 p'} \xi_M(n) \xi_w(n p') \cos(n \omega_{el} t - n p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \\ n = 1, 3, 5, \dots, \infty \quad \text{und} \quad x = 1, 2, 3, \dots, m \end{aligned}} \quad (4.22)$$

Die Flussverkettung der Grundschwingung mit der Ordnung $n = 1$ ergibt sich zu Gleichung (4.23).

$$\boxed{\begin{aligned} \psi_{x0}(t) = r_S l_{Fe} \frac{16\overline{B}_\delta N_w q_z^*}{a \pi p'} \xi_M(1) \xi_w(p') \cos(\omega_{el} t - p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \\ x = 1, 2, 3, \dots, m \end{aligned}} \quad (4.23)$$

Die induzierte Spannung resultiert durch Differenzieren der Flussverkettung nach der Zeit und ist mit Gleichung (4.24) gegeben.

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 U_{x0}(t) &= -r_S l_{Fe} \omega_{el} \frac{16\overline{B}_\delta N_w}{a\pi} \sum_n \frac{q_z^*}{n p'} \xi_M(n) \xi_w(n p') \sin(n \omega_{el} t - n p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \\
 n &= 1, 3, 5, \dots, \infty \text{ und } x = 1, 2, 3, \dots m
 \end{aligned}
 } \quad (4.24)$$

In gleicher Weise wie für die Flussverkettung erhält man die Grundschiwingung der induzierten Spannung für $n = 1$. Das Ergebnis ist in (4.25) gezeigt.

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 U_{x0}(t) &= -r_S l_{Fe} \omega_{el} \frac{16\overline{B}_\delta N_w q_z^*}{a\pi p'} \xi_M(1) \xi_w(p') \sin(\omega_{el} t - p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \\
 x &= 1, 2, 3, \dots m
 \end{aligned}
 } \quad (4.25)$$

Für Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung 1.Art können die Flussverkettungen bzw. induzierten Spannungen mit Hilfe des Formelwerks dieses Unterabschnittes ermittelt werden. Es gilt gleichermaßen für Einschicht- und Zweischichtausführungen. Wichtig ist nur, dass die Wicklungsfunktion für die jeweilige Wicklungsausführung vorher vollständig nach den Vorschriften in Kapitel 3 bestimmt werden. Für den Spezialfall der Einschichtwicklung 1.Art, die die Gleichung (3.9) nicht erfüllen, sind die Ergebnisse nach Gleichung (4.27) und (4.29) heranzuziehen.

4.3.2 Urwicklung 2.Art

Wie bei der Urwicklung 1.Art bildet auch hier die Wicklungsfunktion, diesmal nach (3.16) für eine Urwicklung 2.Art, den Ausgangspunkt nachfolgender Betrachtungen. Die Ermittlung der Flussverkettung und der induzierten Spannung erfolgt wiederum nach Gleichung (4.18) und (4.19). Die Fourierreihe für die Flussverkettung bzw. der induzierten Spannung gilt wiederum für eine Einschicht- bzw. Zweischichtausführung. Zu beachten ist jedoch, dass die Parameter der Wicklungsfunktion für die jeweilige Wicklungsausführung exakt nach Kapitel 3 bestimmt werden. Zur besseren Übersicht wird wiederum der Wicklungsfaktor, diesmal getrennt für positive und negative Spulen, nach (4.26) definiert.

$$\xi_w^+(\nu) = \xi_s(\nu) \xi_n(\nu) \xi_z^+(\nu) \quad \xi_w^-(\nu) = \xi_s(\nu) \xi_n(\nu) \xi_z^-(\nu) \quad (4.26)$$

Auch in diesem Fall gilt, dass nur Raumharmonische gleicher Ordnungszahl verkettet sein können. Die Laufvariablen ν und z können somit durch n nach Gleichung (4.21) ausgedrückt werden. Die Variable a steht wiederum für die Anzahl an parallelen Urwicklungen.

Für die Fourierreihendarstellung der Flussverkettung gilt Gleichung (4.27).

$$\psi_{x0}(t) = r_S l_{Fe} \frac{8N_w \overline{B}_\delta}{a \pi} \sum_n \frac{1}{p' n^2} \xi_M(n) \left[q_z^+ \xi_w^+(n p') \cos(n \omega_{el} t - n p'(\delta^+ + \vartheta_x)) - \right. \\ \left. - q_z^- \xi_w^-(n p') \cos(n \omega_{el} t - n p'(\delta^- + \Delta\delta^- + \vartheta_x)) \right] \\ n = 1, 3, 5, \dots, \infty \text{ and } x = 1, 2, 3, \dots m \quad (4.27)$$

Für die Ordnung der Hauptwelle folgt nach Unterabschnitt 3.3.2, dass sich die positiven und negativen MMK-Zeiger gegenüber liegen. Somit wird $\delta^- + \Delta\delta^-$ durch $\delta^+ + \pi$ ersetzt. Des Weiteren wird aufgrund der MMK-Zeigerpositionen für diese Ordnung ein gemeinsamer Zonenfaktor $\xi_z(p')$ nach (3.23) eingeführt. Dadurch vereinfacht sich das Ergebnis der Grundswingungsflussverkettung zu (4.28).

$$\psi_{x0}(t) = r_S l_{Fe} \frac{8N_w \overline{B}_\delta}{a \pi} \frac{q_z}{p'} \xi_M(1) \xi_w(p') \cos(\omega_{el} t - p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \\ x = 1, 2, 3, \dots m \quad (4.28)$$

Die induzierte Spannung folgt wiederum durch Differenzieren von Gleichung (4.28) nach der Zeit und ist mit Gleichung (4.29) gegeben.

$$U_{x0}(t) = -r_S l_{Fe} \omega_{el} \frac{8N_w \overline{B}_\delta}{a \pi} \sum_n \frac{1}{p' n} \xi_M(n) \left[q_z^+ \xi_w^+(n p') \sin(n \omega_{el} t - n p'(\delta^+ + \vartheta_x)) - \right. \\ \left. - q_z^- \xi_w^-(n p') \sin(n \omega_{el} t - n p'(\delta^- + \Delta\delta^- + \vartheta_x)) \right] \\ n = 1, 3, 5, \dots, \infty \text{ and } x = 1, 2, 3, \dots m \quad (4.29)$$

Die Grundswingung der induzierten Spannung ist durch Gleichung (4.30) gegeben.

$$U_{x0}(t) = -r_S l_{Fe} \omega_{el} \frac{8N_w \overline{B}_\delta}{a \pi} \frac{q_z}{p'} \xi_M(1) \xi_w(p') \sin(\omega_{el} t - p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \\ x = 1, 2, 3, \dots m \quad (4.30)$$

4.4 Herleitung der Induktivitäten

In der Antriebstechnik ist die Kenntnis der Maschinenparameter wie zum Beispiel der Induktivitäten sehr hilfreich. Zusammen mit den Wicklungswiderständen lassen sich somit die für eine Stromänderung in der Maschine wesentlichen Zeitkonstanten bestimmen.

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Herleitung der für einen Elektromotor relevanten Induktivitäten. Jede Phase einer elektrischen Maschine besitzt eine Selbstinduktivität und eine Gegeninduktivitäten bzw. Koppelinduktivität zu einer benachbarten Phase. Im Detail setzen sich die Selbst- und Gegeninduktivität aus Haupt- und Streuinduktivitäten zusammen. Ganz allgemein wird der Zusammenhang zwischen den Flussverkettungen und den Strömen durch Gleichung (4.31) angegeben.

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_m \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{m1} & L_{m2} & \dots & L_{mm} \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{L}}^{m \times m}} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Der Zusammenhang zwischen den Flussverkettungen der einzelnen Phasen ($\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m$) und den Phasenströmen (I_1, I_2, \dots, I_m) wird durch die Induktivitätsmatrix $\underline{\underline{L}}^{m \times m}$ bestimmt. In der Hauptdiagonale stehen die Selbstinduktivitäten ($L_{11}, L_{22}, \dots, L_{mm}$) einer jeden Phase. Die Nebenelemente werden aus den Gegen- bzw. Koppelinduktivitäten ($L_{12}, L_{21}, \dots, L_{1m}, L_{2m}$) zwischen den jeweiligen Phasen gebildet. Beispielhaft für die Phase 1 sind die Bestandteile der Selbstinduktivität und der Koppelinduktivität (zu Phase 2) in Gleichung (4.32) angeführt.

$$\begin{aligned} L_{11} &= L_{1h} + L_{1\sigma_{OS}} + L_{1\sigma_{Nut}} \\ L_{12} &= L_{12h} + L_{12\sigma_{OS}} + L_{12\sigma_{Nut}} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Dabei entspricht L_{1h} der Hauptinduktivität. Jene Flussanteile, die von einer Phase erzeugt werden, jedoch nicht zum Hauptfluss beitragen, werden durch die Oberwellenstreuinduktivität $L_{1\sigma_{OS}}$ abgebildet. Magnetische Flussanteile einer Phase, die sich innerhalb und über die zur Phase gehörenden Nuten schließen, werden über die Nutstreuinduktivität $L_{1\sigma_{Nut}}$ berücksichtigt. Die magnetische Hauptflussverkettung zu der Phase 2 wird durch L_{12h} beschrieben. Zusätzlich sind die Phasen noch über den Oberwellenstreufluss, repräsentiert durch $L_{12\sigma_{OS}}$, miteinander gekoppelt. Wenn zwei Spulenseiten unterschiedlicher Phasen gemeinsam in einer Nut liegen, sind diese beiden über den Nutstreufluss miteinander gekoppelt. Diese Gegeninduktivität erhält durch $L_{12\sigma_{Nut}}$ ihre Berücksichtigung. Richtigerweise muss auch der Streufluss im Bereich des Wickelkopfes durch eine entsprechende Selbst- und Gegeninduktivität berücksichtigt werden. Aufgrund des geringen Ausmaßes dieser Einflüsse im Wickelkopf bei Zahnspulenwicklung und der vergleichsweise aufwendigen Berechnung wird darauf verzichtet.

In den folgenden Unterabschnitten werden die oben beschriebenen Induktivitätsanteile hergeleitet, um die Maschine anhand ihrer Induktivitätsmatrix zu beschreiben.

4.4.1 Haupt- und Oberwellenstreuintduktivität für eine Urwicklung 1.Art

Die Berechnung der Haupt- und Oberwellenstreuintduktivität erfolgt über die Gleichung (4.33) aus [68] und [44]. Dafür ist die Wicklungsfunktion nach (3.14) zu verwenden. Durch die Integration über $2\pi/a$ wird die Induktivität der sich in Serie befindenden Urwicklungen ermittelt. Die Division durch die Anzahl an parallelen Urwicklungen a ermittelt dabei die aus Sicht der Maschinenanschlussklemmen gültige Haupt- und Oberwellenstreuintduktivität. Des Weiteren wird die magnetisch relevante Luftspaltlänge δ zu jeder Rotorposition als konstant angenommen.

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \frac{1}{a} \frac{\mu_0}{\delta} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \Re \{ \underline{W}_x(\theta) \} \Re \{ \underline{W}_y(\theta) \} d\theta \quad (4.33)$$

$$x, y = 1, 2, 3, \dots, m$$

Die beiden Variablen x und y in Gleichung (4.33) sind die Phasenindices und können die Werte von 1 bis m annehmen. Eine Berechnung im Falle von $x = y$ ermittelt die Selbstinduktivität der Phase x . Für $x \neq y$ wird die Kopplungsinduktivität zwischen den Phasen x und y berechnet.

Zwecks besserer Übersicht wird die Multiplikation aus Sehnungs-, Nutschlitz-, und Zonenfaktor wiederum über den Wicklungsfaktor ξ_w berücksichtigt.

$$\xi_w(\nu) = \xi_s(\nu) \xi_n(\nu) \xi_z(\nu) \quad (4.34)$$

Die Realteile der Wicklungsfunktion zweier beliebiger Phasen x und y sind nach Gleichung (3.14) gegeben.

$$\Re \{ \underline{W}_x(\theta) \} = \frac{4N_w}{\pi} \sum_{\nu_x=1}^{\infty} \frac{q_z^*}{\nu_x} \xi_w(\nu_x) \cos [\nu_x (t_p \theta - (\vartheta_x + \delta^+))] \quad (4.35)$$

$$\Re \{ \underline{W}_y(\theta) \} = \frac{4N_w}{\pi} \sum_{\nu_y=1}^{\infty} \frac{q_z^*}{\nu_y} \xi_w(\nu_y) \cos [\nu_y (t_p \theta - (\vartheta_y + \delta^+))] \quad (4.36)$$

$$\nu_x, \nu_y = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

Zur besseren Übersicht wird die Laufvariable ν mit dem Index x oder y je nach Reihenfolge gesehen. Durch Verwenden von (4.35) und (4.36) in (4.33) folgt (4.37).

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \frac{1}{a} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{8N_w^2}{\pi^2} \sum_{\nu_x=1}^{\infty} \sum_{\nu_y=1}^{\infty} \frac{q_z^*}{\nu_x} \frac{q_z^*}{\nu_y} \xi_w(\nu_x) \xi_w(\nu_y) \cdot \left\{ \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos (t_p \theta (\nu_x - \nu_y) - \delta^+ (\nu_x - \nu_y) - \nu_x \vartheta_x + \nu_y \vartheta_y)}_{\text{Term A}} d\theta + \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos (t_p \theta (\nu_x + \nu_y) - \delta^+ (\nu_x + \nu_y) - \nu_x \vartheta_x - \nu_y \vartheta_y)}_{\text{Term B}} d\theta \right\} \quad (4.37)$$

Die Variablen ν_x und ν_y sind ungerade, positive ganze Zahlen. Das Integral über $2\pi/a$ (mechanisch) des Termes B in Gleichung (4.37) ist dadurch immer Null. Unter dem selben Gesichtspunkt ergibt die Lösung des Termes A nur eine von Null verschiedene Lösung, wenn ν_x gleich ν_y ist. Somit vereinfacht sich (4.37) zu Gleichung (4.38).

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{16N_w^2}{a^2 \pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{q_z^{*2}}{\nu} \xi_w(\nu)^2 \cos(\nu(\vartheta_y - \vartheta_x)) \quad (4.38)$$

$$\nu = 1, 3, 5, \dots, \infty \quad x, y = 1, 2, 3, \dots, m$$

Wie in Unterabschnitt 3.3.1 bereits behandelt, besitzt jede Spule einer Phase eine gegenüberliegende, zur selbigen Phase gehörende und mit umgekehrtem Wicklungssinn ausgeführte Spule. Das wiederum bedeutet, dass es bei Annahme unendlich gut leitfähigen Eisens zu keiner magnetischen Kopplung zwischen den Phasen kommt. Abbildung 4.7 zeigt

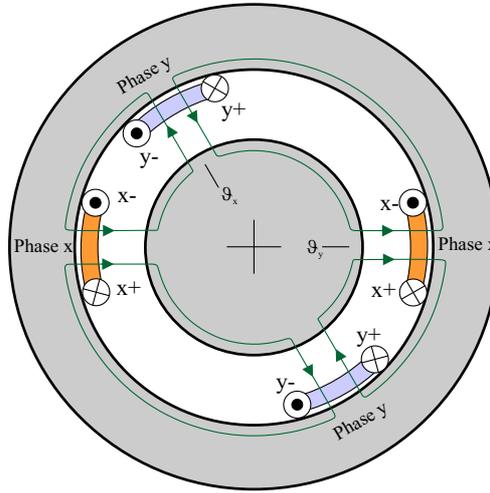


Abbildung 4.7: Stator und Rotor mit zwei an beliebiger Stelle ϑ_x und ϑ_y befindlichen Phasen. Die Flussbeiträge der Phase x in den Spulen der Phase y heben sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf.

dies anhand zweier beliebiger Phasen einer Maschine. Die Phase x wird durch einen Strom durchflossen. Die Flussbeiträge der Phase x heben sich in den Spulen der Phase y gegenseitig in ihrer Wirkung auf. Abbildung 4.8 zeigt dies anhand der Wicklungsfunktionen, die sich an keiner Stelle überlappen. Eine Multiplikation aus $W_x(\theta)$ und $W_y(\theta)$ ergibt immer Null. Somit kann Gleichung (4.38) in Gleichung (4.39), unter Rücksicht der in (4.32) getroffenen Bezeichnungen, vereinfacht werden.

$$L_{xh} + L_{x\sigma_{OS}} = r_S l_{Fe} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{16N_w^2}{a^2 \pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{q_z^{*2}}{\nu} \xi_w(\nu)^2 \quad (4.39)$$

$$\nu = 1, 3, \dots, \infty \quad x = 1, 2, 3, \dots, m$$

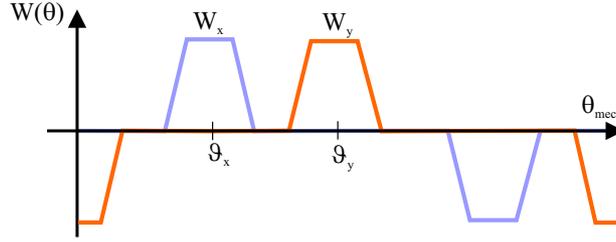


Abbildung 4.8: Wicklungsfunktion zweier beliebiger Phasen x und y an den Positionen ϑ_x und ϑ_y

Für die Kopplung zwischen den Phasen folgt somit Gleichung (4.40).

$$\boxed{L_{xyh} + L_{xy\sigma OS} = 0} \quad (4.40)$$

Die Lösung der Induktivität nach Gleichung (4.40) setzt einen konstanten magnetischen Luftspalt unabhängig von der Rotorposition voraus. Die Ergebnisse aus (4.39) und (4.40) sind für alle Zahnspulenwicklungen der 1. Art, unabhängig, ob es sich um eine Einschicht- oder Zweischichtausführung handelt, gültig. Die einzige Ausnahme bilden jene Einschichtvarianten, die Gleichung (3.9) nicht erfüllen. Für diese Ausführungen sind die Ergebnisse nach (4.57) und (4.58) heranzuziehen.

Nun wird die Induktivität einer beliebigen Phase x für einen sich mit der Rotorposition θ_r sinusförmig ändernden Luftspalt ermittelt.

Der für die Induktivität relevante Luftspalt δ ist eine Funktion des Winkels θ und aus (4.33) wird Gleichung (4.41) [68].

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{1}{a} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \Re \{ \underline{W}_x(\theta) \} \Re \{ \underline{W}_y(\theta) \} \delta^{-1}(\theta) d\theta \quad (4.41)$$

$$x, y = 1, 2, 3, \dots, m$$

Die Funktion $\delta^{-1}(\theta)$ ist der Kehrwert der Luftspaltfunktion und muss aufgrund der Winkelabhängigkeit im Integral berücksichtigt werden. Abbildung 4.9a zeigt einen Stator mit Zahnspulenwicklung und einem Rotordesign, das eine reziproke sinusförmige Luftspaltänderung zulässt. Dabei liegt die Zahnspule der Phase x räumlich gesehen bei einem Winkel ϑ_x . Der Rotor steht an der mechanischen Rotorposition $\theta_{r,m}$. In Abbildung 4.9b ist die dazu passende inverse Luftspaltfunktion über 2π (mechanisch) gezeichnet. Die Funktion setzt sich aus dem Mittelwert $\bar{\Gamma}$ und der Amplitude des Wechselanteiles Γ , nach (4.42), zusammen.

$$\Gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\delta_{\max}} + \frac{1}{\delta_{\min}} \right) \quad \bar{\Gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\delta_{\min}} - \frac{1}{\delta_{\max}} \right) \quad (4.42)$$

Die inverse Luftspaltfunktion über 2π (mechanisch) ist mit Gleichung (4.43) definiert. Dabei ist der elektrisch gültige Rotorwinkel θ_r gleich $p\theta_{r,m}$.

$$\boxed{\begin{aligned} \delta^{-1}(\theta) &= \bar{\Gamma} - \Gamma \cos(2p(\theta - \theta_{r,m})) \\ &= \bar{\Gamma} - \Gamma \cos(2p' t_p \theta - 2\theta_r) \end{aligned}} \quad (4.43)$$

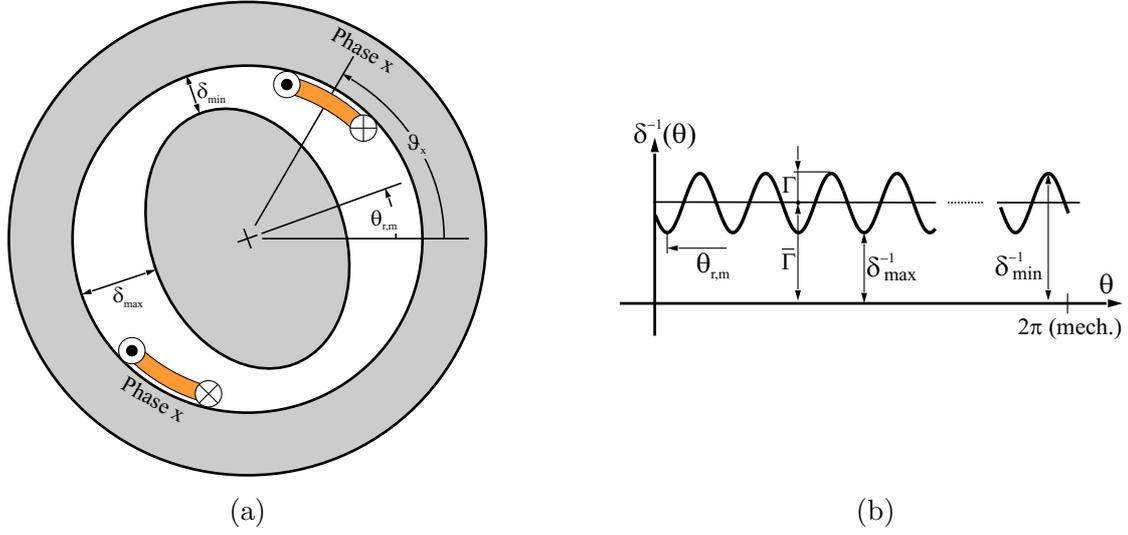


Abbildung 4.9: (a) Stator mit Zahnspulenwicklung und sinusförmig veränderlichem magnetisch relevantem Luftspalt; (b) Verlauf der inversen Luftspaltfunktion $\delta^{-1}(\theta)$ über 2π (mechanisch)

Durch Einsetzen von (4.35), (4.36) und (4.42) in (4.41), folgt Gleichung (4.44).

$$\begin{aligned}
 L_{xy} = & r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{1}{a} \frac{8N_w^2}{\pi^2} \sum_{\nu_x=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{\nu_y=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{q_z^* q_z^*}{\nu_x \nu_y} \xi_w(\nu_x) \xi_w(\nu_y) \cdot \\
 & \cdot \left\{ \bar{\Gamma} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos(t_p \theta (\nu_x - \nu_y) - (\nu_x - \nu_y) \delta^+ - \nu_x \vartheta_x + \nu_y \vartheta_y)}_{\text{Term A}} d\theta + \right. \\
 & + \bar{\Gamma} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos(t_p \theta (\nu_x + \nu_y) - (\nu_x + \nu_y) \delta^+ - \nu_x \vartheta_x - \nu_y \vartheta_y)}_{\text{Term B}} d\theta + \\
 & + \frac{\Gamma}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos(t_p \theta (\nu_x - \nu_y - 2p') - (\nu_x - \nu_y) \delta^+ - \nu_x \vartheta_x + \nu_y \vartheta_y + 2\theta_r)}_{\text{Term C}} d\theta + \\
 & + \frac{\Gamma}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos(t_p \theta (\nu_x - \nu_y + 2p') - (\nu_x - \nu_y) \delta^+ - \nu_x \vartheta_x + \nu_y \vartheta_y - 2\theta_r)}_{\text{Term D}} d\theta + \\
 & + \frac{\Gamma}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos(t_p \theta (\nu_x + \nu_y - 2p') - (\nu_x + \nu_y) \delta^+ - \nu_x \vartheta_x - \nu_y \vartheta_y + 2\theta_r)}_{\text{Term E}} d\theta + \\
 & + \frac{\Gamma}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{a}} \underbrace{\cos(t_p \theta (\nu_x + \nu_y + 2p') - (\nu_x + \nu_y) \delta^+ - \nu_x \vartheta_x - \nu_y \vartheta_y - 2\theta_r)}_{\text{Term F}} d\theta +
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

Die nachfolgenden Ideen zur weiteren Vereinfachung stammen aus [31] und werden hier angewandt. Der Autor stand bei der Induktivitätsberechnung einer Synchronmaschine mit bewickeltem Rotor und verteilter Wicklung vor einer ähnlichen Aufgabe. Jeder Term in Gleichung (4.44) wird separat betrachtet und immer nur jene Ordnungszahlen berücksichtigt, für die mindestens einer der Terme ein Ergebnis ungleich Null ergibt.

- Term A, $\nu_x = \nu_y = \nu$

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2}}{a^2 \pi} \bar{\Gamma} \sum_{\nu=1,3,5,..}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} \xi_w(\nu)^2 \cos(\nu(\vartheta_y - \vartheta_x)) \quad (4.45)$$

- Term A und Term E, $\nu_x = \nu_y = p'$

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2}}{a^2 \pi} \frac{q_z^{*2}}{p'^2} \xi_w(p')^2 \left\{ \bar{\Gamma} \cos(\nu(\vartheta_y - \vartheta_x)) + \frac{\Gamma}{2} \cos(2\theta_r - 2p'\delta^+ - p'(\vartheta_x + \vartheta_y)) \right\} \quad (4.46)$$

- Term C, $\nu_x - \nu_y = 2p'$ mit $\nu_x = \nu$ und $\nu_y = \nu + 2p'$

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2} \Gamma}{a^2 \pi} \frac{1}{2} \sum_{\nu=1,3,5,..}^{\infty} \frac{1}{\nu(\nu + 2p')} \xi_w(\nu) \xi_w(\nu + 2p') \cdot \cos(2\theta_r + \nu(\vartheta_x - \vartheta_y) - 2p'(\delta^+ + \vartheta_y)) \quad (4.47)$$

- Term D, $\nu_x - \nu_y = -2p'$ mit $\nu_x = \nu$ und $\nu_y = \nu - 2p'$

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2} \Gamma}{a^2 \pi} \frac{1}{2} \sum_{\nu=1,3,5,..}^{\infty} \frac{1}{\nu(\nu - 2p')} \xi_w(\nu) \xi_w(\nu - 2p') \cdot \cos(2\theta_r - \nu(\vartheta_x - \vartheta_y) - 2p'(\delta^+ + \vartheta_y)) \quad (4.48)$$

Unabhängig der betrachteten Ordnungen liefert das Integral über die Terme F und B als Ergebnis immer Null. Sie werden aus diesem Grund nicht weiter berücksichtigt. Im nächsten Schritt wird Gleichung (4.47) und (4.48) zusammengeführt. Zu diesem Zwecke muss zuerst (4.47) in die Form nach (4.49) umgeschrieben werden.

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2} \Gamma}{a^2 \pi} \frac{1}{2} \sum_{\nu=-1,-3,-5,..}^{-\infty} \frac{1}{-\nu(-\nu + 2p')} \xi_w(-\nu) \xi_w(-\nu + 2p') \cdot \cos(2\theta_r - \nu(\vartheta_x - \vartheta_y) - 2p'(\delta^+ + \vartheta_y)) \quad (4.49)$$

Da jedoch $\xi_w(-\nu)$ gleich $-\xi_w(\nu)$ ist, kann für (4.49) Gleichung (4.50) geschrieben werden.

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2} \Gamma}{a^2 \pi} \frac{1}{2} \sum_{\nu=-1,-3,-5,\dots}^{-\infty} \frac{1}{\nu} \frac{1}{(\nu - 2p')} \xi_w(\nu) \xi_w(\nu - 2p') \cdot \cos(2\theta_r - \nu(\vartheta_x - \vartheta_y) - 2p'(\delta^+ + \vartheta_y)) \quad (4.50)$$

Nun besitzt (4.50) die gleiche Form wie (4.48). Der Unterschied ist jedoch, dass ν von -1 bis $-\infty$ läuft. Da Gleichung (4.46) in (4.45) und (4.48) implementiert ist, ergibt sich schlussendlich Gleichung (4.51).

$$L_{xy} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2}}{a^2 \pi} \left\{ \bar{\Gamma} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} \xi_w(\nu)^2 \cos(\nu(\vartheta_y - \vartheta_x)) + \frac{\Gamma}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\nu} \frac{1}{(\nu - 2p')} \xi_w(\nu) \xi_w(\nu - 2p') \cdot \cos(2\theta_r - \nu(\vartheta_x - \vartheta_y) - 2p'(\delta^+ + \vartheta_y)) \right\} \quad (4.51)$$

Wie im Falle eines konstanten Luftspaltes gilt auch diesmal, dass die induktive Kopplung zwischen den Phasen Null ist. Folglich resultiert (4.51) in Gleichung (4.52).

$$L_{xh} + L_{x\sigma_{OS}} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2}}{a^2 \pi} \left\{ \bar{\Gamma} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} \xi_w(\nu)^2 + \frac{\Gamma}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\nu} \frac{1}{(\nu - 2p')} \xi_w(\nu) \xi_w(\nu - 2p') \cos(2\theta_r - 2p'(\delta^+ + \vartheta_x)) \right\} \quad (4.52)$$

$x = 1, 2, 3, \dots, m \quad \nu \in \mathbb{Z}_u$

Der Gleichanteil und die Amplitude des Wechselanteiles der Induktivität wird durch L_{0s} bzw. L_{2s} substituiert und (4.52) wird zu (4.53).

$L_{xh} + L_{x\sigma_{OS}} = L_{0s} + L_{2s} \cos(2\theta_r - 2p'(\delta^+ + \vartheta_x))$	$x = 1, 2, 3, \dots, m$
$L_{0s} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{16N_w^2 q_z^{*2}}{a^2 \pi} \bar{\Gamma} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} \xi_w(\nu)^2$	$\nu = 1, 3, \dots, \infty$
$L_{2s} = r_S l_{Fe} \mu_0 \frac{8N_w^2 q_z^{*2}}{a^2 \pi} \Gamma \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\nu} \frac{1}{(\nu - 2p')} \cdot \xi_w(\nu) \xi_w(\nu - 2p')$	$\nu = \begin{cases} -\infty, \dots, -3, -1 \\ 1, 3, \dots, \infty \end{cases}$

(4.53)

4.4.2 Haupt- und Oberwellenstreinduktivität für eine Urwicklung 2.Art

In Analogie zu Unterabschnitt 4.4.1 wird die Haupt- und Oberwellenstreinduktivität für eine Urwicklung 2.Art wiederum mit Hilfe der Wicklungsfunktionen aus Unterabschnitt 3.3.2 und Gleichung (4.33) gewonnen. Dabei ist aus magnetischer Sicht der Luftspalt als konstant festgelegt. Auf die analytische Berechnung der Induktivitäten bei sich änderndem magnetisch relevantem Luftspalt wird hier verzichtet. Zur verbesserten Übersicht wird die Multiplikation des Sehnungs-, Nut- und Zonenfaktors wiederum durch die Wicklungsfaktoren nach (4.54) ersetzt.

$$\xi_w^+(\nu) = \xi_s(\nu)\xi_n(\nu)\xi_z^+(\nu) \quad \xi_w^-(\nu) = \xi_s(\nu)\xi_n(\nu)\xi_z^-(\nu) \quad (4.54)$$

Wie bei der Urwicklung 1.Art unterscheidet die allgemeine Reihendarstellung der Wicklungsfunktion nicht zwischen einer Zweischicht- bzw. Einschichtvariante. Jedoch müssen die Parameter der Wicklungsfunktion für die entsprechende Wicklungsvariante vorher genau bestimmt werden. Die Realteile der Wicklungsfunktionen nach (3.16), zweier unterschiedlicher Phasen x und y , sind in (4.55) und (4.56) gegeben.

$$\Re \{W_x(\theta)\} = \frac{2N_w}{\pi} \sum_{\nu_x=1}^{\infty} \frac{1}{\nu_x} \left[q_z^+ \xi_w^+(\nu_x) \cos(\nu_x t_p \theta - \nu_x(\delta^+ + \vartheta_x)) - q_z^- \xi_w^-(\nu_x) \cos(\nu_x t_p \theta - \nu_x(\delta^- + \Delta\delta^+ \vartheta_x)) \right] \quad (4.55)$$

$$\Re \{W_y(\theta)\} = \frac{2N_w}{\pi} \sum_{\nu_y=1}^{\infty} \frac{1}{\nu_y} \left[q_z^+ \xi_w^+(\nu_y) \cos(\nu_y t_p \theta - \nu_y(\delta^+ + \vartheta_y)) - q_z^- \xi_w^-(\nu_y) \cos(\nu_y t_p \theta - \nu_y(\delta^- + \Delta\delta^+ \vartheta_y)) \right] \quad (4.56)$$

$$\nu_x, \nu_y = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

Analog zu Unterabschnitt 4.4.1 folgt die Induktivität durch Einsetzen von (4.55) und (4.56) in Gleichung (4.41). Für den Beitrag zur Selbstinduktivität ($\vartheta_x = \vartheta_y$) folgt Gleichung (4.57).

$$L_{xh} + L_{x\sigma_{OS}} = r_{slFe} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{4N_w^2}{a^2 \pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu^2} \left\{ [q_z^{+2} \xi_w^+(\nu)^2 + q_z^{-2} \xi_w^-(\nu)^2] - 2q_z^+ q_z^- \xi_w^+(\nu) \xi_w^-(\nu) \cdot \cos(\nu(\delta^+ - \Delta\delta^- - \delta^-)) \right\}$$

$$\nu = 1, 2, 3, \dots, \infty \text{ und } x = 1, 2, 3, \dots, m$$

(4.57)

Im Unterschied zur Urwicklung 1.Art besteht hier eine magnetische Kopplung zwischen den Phasen. Der Grund liegt darin, dass im Aufbau einer Urwicklung 2.Art sich niemals

Spulen der gleichen Phase und umgekehrtem Wicklungssinn gegenüber liegen. Demnach müssen zur Beschreibung der Induktivitätsmatrix neben den Selbstinduktivitäten auch die Gegeninduktivitäten berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned}
 L_{xyh} + L_{xy\sigma OS} = r_S l_{Fe} \frac{\mu_0 4N_w^2}{\delta a^2 \pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu^2} \left\{ [q_z^{+2} \xi_w^+(\nu)^2 + q_z^{-2} \xi_w^-(\nu)^2] \cos(\nu(\vartheta_y - \vartheta_x)) - \right. \\
 \left. - 2 q_z^+ q_z^- \xi_w^+(\nu) \xi_w^-(\nu) \cos(\nu(\vartheta_x - \vartheta_y + \delta^+ - \Delta\delta^- - \delta^-)) \right\} \\
 \nu = 1, 2, 3, \dots, \infty \text{ und } x, y = 1, 2, 3, \dots m
 \end{aligned}
 \tag{4.58}$$

4.4.3 Nutstreueinduktivität

Die Nutstreuung ist ein wichtiger Bestandteil der gesamten Streuung einer Maschine. Bei einer Zahnspulenwicklung mit einer Urwicklung 1. Art existiert durch den Hauptfluss und den Oberwellenstreufluss theoretisch keine magnetische Kopplung zwischen den Phasen. Bei einer Zweischichtwicklung teilen sich jedoch zwei Spulenseiten unterschiedlicher Phasen eine Nut und es kommt aufgrund der Nutstreuflussverkettung zu einer magnetischen Kopplung zwischen den beiden Phasen. Dies ist in diesem Fall der einzige gegeninduktive Anteil in der Induktivitätsmatrix.

Beim Nutstreufluss unterscheidet man Flusslinien, die sich über die Nutfläche und jene, die sich über die Nutöffnung schließen. Weiteres ist auch unter dem Namen Zahnkopfstreuung bekannt.

Die Herleitung der dafür repräsentativen Induktivitäten erfolgt über die magnetischen Leitwerte, die nur von der Geometrie der Nut abhängig sind. Jede Spule besitzt eine Nutstreuselbstinduktivität. Wenn sich mehrere Spulen gemeinsam eine Nut teilen, ist zusätzlich eine Gegeninduktivität zu der/den entsprechenden Spule(n) zu berücksichtigen. Die Nutstreuselbstinduktivität, bedingt durch die Nutform, wird über L_{σ_N} berücksichtigt, die Nutstreuselbstinduktivität aufgrund der Zahnkopfstreuung mit L_{σ_K} . Für die Gegeninduktivität folgt für die gleichen Komponenten $L_{\sigma_{cN}}$ und $L_{\sigma_{cK}}$.

Nutstreueinduktivität der Nutfläche

Die nachfolgenden Berechnungen der Nutstreueinduktivität basieren auf den Ausführungen in [69]. Jener magnetische Fluss, der sich über die Nut schließt, wird durch den Strom I in selbiger Nut verursacht. Laut Amper'schen Gesetzes, ist somit die durch den Strom in der Nut hervorgerufener Durchflutung gleich der magnetischen Spannungsabfälle über der Nutbreite. Dies gilt nur, wenn μ_{Fe} gleich ∞ ist. Somit folgt aus dem Amper'sche Gesetz,

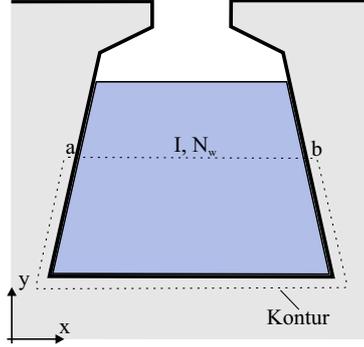


Abbildung 4.10: Nut mit Integrationsweg (Kontur)

angewandt auf die in Abbildung 4.10 dargestellte Kontur, Gleichung (4.59).

$$\int_a^b H dx = n(y)I \quad (4.59)$$

Unter der Annahme konstanter Feldstärke zwischen a und b folgt aus (4.59) Gleichung (4.60), [69].

$$\begin{aligned} H x(y) &= n(y)I \\ \frac{B}{\mu_0} x(y) &= n(y)I \end{aligned} \quad (4.60)$$

Der durch die Spulenseite in der Nut erzeugte differentielle Fluss, der eine differentielle Fläche $l_{Fe} dy$, die sich in der Mitte des Weges zwischen a und b befindet, durchtritt, kann mit (4.60) durch (4.61) ausgedrückt werden. Die Variable l_{Fe} steht dabei für die axiale Länge des Eisenpaketes und N_w für die Anzahl der Windungen der Spulenseite. Die Variable $n(y)$ definiert die von den Feldlinien eingeschlossene Anzahl an Leitern.

$$d\phi_{\sigma_N} = B l_{Fe} dy = \mu_0 l_{Fe} I \frac{n(y)}{x(y)} dy = \mu_0 l_{Fe} I N_w \frac{n(y)}{N_w} \frac{dy}{x(y)} \quad (4.61)$$

Die differentielle Flussverkettung mit der Spulenseite ist gegeben durch (4.62).

$$d\psi_{\sigma_N} = d\phi_{\sigma_N} n(y) = I \mu_0 l_{Fe} N_w^2 \left(\frac{n(y)}{N_w} \right)^2 \frac{dy}{x(y)} \quad (4.62)$$

Aus Gleichung (4.62) folgt die differentielle Streuinduktivität dL_{σ_N} sowie der differentielle Streuleitwert $d\Lambda_{\sigma_N}$ zu (4.63).

$$dL_{\sigma_N} = \frac{d\psi_{\sigma_N}}{I} = N_w^2 \underbrace{\mu_0 l_{Fe} \left(\frac{n(y)}{N_w} \right)^2 \frac{dy}{x(y)}}_{d\Lambda_{\sigma_N}} = N_w^2 d\Lambda_{\sigma_N} \quad (4.63)$$

Der Streuleitwert hingegen Λ_{σ_N} wird durch Gleichung (4.64) ermittelt.

$$\Lambda_{\sigma_N} = l_{Fe} \mu_0 \int_0^y \left(\frac{n(y)}{N_w} \right)^2 \frac{dy}{x(y)} \quad (4.64)$$

Aus dem Streuleitwert folgt die Streuinduktivität zu Gleichung (4.65).

$$L_{\sigma_N} = N_w^2 \Lambda_{\sigma_N} \quad (4.65)$$

Es wird angenommen, dass alle Leiter gleichmäßig im Bereich der Spulenseite verteilt sind. Dadurch ist die von den Feldlinien an einer bestimmten Stelle y eingeschlossene Anzahl an Leitern gleich der von den Feldlinien eingeschlossenen Fläche $a(y)$. Mit dieser Bedingung ändert sich Gleichung (4.64) zu Gleichung (4.66).

$$\Lambda_{\sigma_N} = l_{Fe} \mu_0 \int_0^y \left(\frac{a(y)}{A} \right)^2 \frac{dy}{x(y)} \quad (4.66)$$

Der Nutstreuleitwert bzw. die gültige Nutstreuinduktivität folgt anhand der geometrischen Definitionen nach Abbildung 4.11. Im Unterschied zu den Ausführungen in [69], wurde der

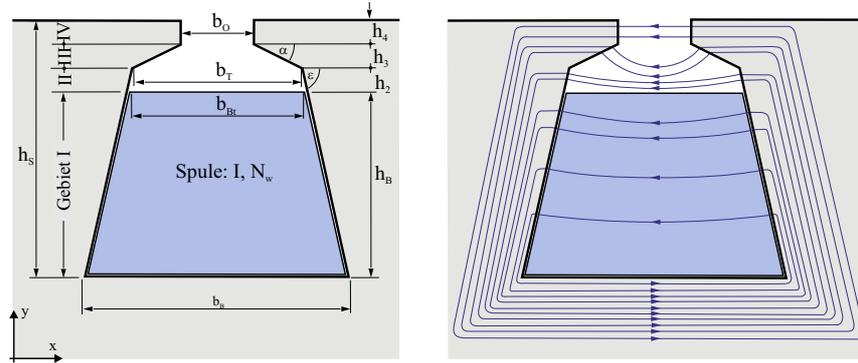


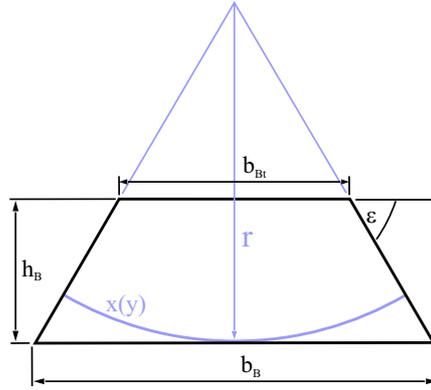
Abbildung 4.11: Nutdimensionen und Verlauf der Feldlinien

Verlauf der Feldlinien kreisförmig im Bereich der Spulenseite angenommen. Durch diese der Realität ähnlicheren Betrachtung verbessert sich die Rechengenauigkeit.

Die Länge einer Feldlinie $x(y)$ im Abstand y folgt nach Abbildung 4.12 zu Gleichung (4.67).

$$r = \frac{b_B h_B}{b_B - b_{Bt}} \quad \text{bzw.} \quad \epsilon = \tan^{-1} \left(\frac{2h_B}{b_B - b_{Bt}} \right)$$

$$x(y) = (r - y)(\pi - 2\alpha) = \left(\frac{b_B h_B}{b_B - b_{Bt}} - y \right) (\pi - 2\epsilon) \quad (4.67)$$


 Abbildung 4.12: Trapezförmiger Bereich der Nut zur Ermittlung der Feldlinienlänge $x(y)$

Die von den Feldlinien eingeschlossene Fläche in Abhängigkeit des Abstandes y im Bereich $0 \leq y \leq h_B$ ist mit (4.68) definiert.

$$\begin{aligned} a(y) &= \int_0^y x(y) dy = \left(\frac{b_B h_B}{b_B - b_{Bt}} y - \frac{y^2}{2} \right) (\pi - 2\epsilon) \\ &= \left(\frac{x(y)y}{(\pi - 2\epsilon)} + \frac{y^2}{2} \right) (\pi - 2\epsilon) \end{aligned} \quad (4.68)$$

Im Abstand $y = h_B$ ergibt sich die Gesamtfläche zu (4.69).

$$A = a(y)|_{y=h_B} = \frac{h_B^2 (b_{Bt} + b_B)}{2(b_B - b_{Bt})} (\pi - 2\epsilon) \quad (4.69)$$

Das Verhältnis $a(y)/A$ folgt abschließend zu Gleichung (4.70).

$$\frac{a(y)}{A} = \frac{2(b_B - b_{Bt})}{h_B^2 (b_{Bt} + b_B)} \left(\frac{x(y)y}{(\pi - 2\epsilon)} + \frac{y^2}{2} \right) \quad (4.70)$$

Für die weitere Berechnung des Nutstreuleitwertes wird die Nut nach Abbildung 4.11 in vier Gebiete unterteilt. Der Nutstreuleitwert im *Gebiet I* wird durch (4.66) und (4.70) berechnet.

$$\begin{aligned} \Lambda_{\sigma_N}^I &= l_{Fe} \mu_0 \int_0^{h_B} \left(\frac{a(y)}{A} \right)^2 \frac{dy}{x(y)} \\ &= l_{Fe} \mu_0 \int_0^{h_B} \left(\frac{2(b_B - b_{Bt})}{h_B^2 (b_B + b_{Bt})} \left(\frac{xy}{(\pi - 2\epsilon)} + \frac{y^2}{2} \right) \right)^2 \frac{dy}{x(y)} \\ &= \left(\frac{4(b_B - b_{Bt})}{h_B^4 (b_B + b_{Bt})} \right)^2 \int_0^{h_B} \left(\frac{x^2 y^2}{(\pi - 2\epsilon)^2} + \frac{xy^3}{(\pi - 2\epsilon)} + \frac{y^4}{4x} \right) \frac{dy}{x(y)} \end{aligned}$$

Das Endergebnis ist für dieses Gebiet in Gleichung (4.71) angeführt.

$$\boxed{\Lambda_{\sigma_N}^I = l_{Fe} \mu_0 \left(\frac{b_B - b_{Bt}}{b_B + b_{Bt}} \right)^2 \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \left(C - \frac{C^2}{2} - C^3 - \frac{1}{4} + C^4 \log_e \left(\frac{b_B}{b_{Bt}} \right) \right)_{C = \frac{b_B}{b_B - b_{Bt}}} \quad (4.71)}$$

Für die Gebiete *II*, *III* und *IV* gilt, dass $a(y)/A$ gleich eins ist. Somit folgt aus (4.66) direkt die Nutstreuleitwerte der Gebiete *II* und *III*.

$$\Lambda_{\sigma_N}^{II} = l_{Fe} \mu_0 \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \log_e \left(\frac{b_{Bt}}{b_T} \right) \quad (4.72)$$

$$\Lambda_{\sigma_N}^{III} = l_{Fe} \mu_0 \frac{1}{\pi - 2\alpha} \log_e \left(\frac{b_T}{b_0} \right) \quad (4.73)$$

Im Gebiet *IV* der Nut ist der Verlauf der Feldlinien geradlinig. Somit ist die Feldlinienlänge x konstant und gleich b_0 . Für den Nutstreuleitwert folgt (4.74).

$$\Lambda_{\sigma_N}^{IV} = l_{Fe} \mu_0 \int_0^{h_4} \frac{dy}{x} = l_{Fe} \mu_0 \frac{h_4}{b_0} \quad (4.74)$$

Abschließend kann die gesamte Nutstreueinduktivität durch Gleichung (4.75) ermittelt werden.

$$L_{\sigma_N} = N_w^2 (\Lambda_{\sigma_N}^I + \Lambda_{\sigma_N}^{II} + \Lambda_{\sigma_N}^{III} + \Lambda_{\sigma_N}^{IV}) \quad (4.75)$$

Das Ergebnis nach (4.75) entspricht der Nutstreuselbstinduktivität, wenn in jeder Nut nur eine Spulenseite (Einschichtwicklung) untergebracht ist.

Im Falle einer Zweischiichtwicklung teilen sich zwei Spulenseiten eine Nut. Dabei können die Spulenseiten zur gleichen oder zu einer unterschiedlichen Phase gehören. Zur verbesserten Vorstellung ist dies anhand übereinanderliegender Spulenseiten in Abbildung 4.13 gegeben. Die *Spule B* wird als die Unterschicht- und *Spule T* als die Oberschichtspule bezeichnet. Die

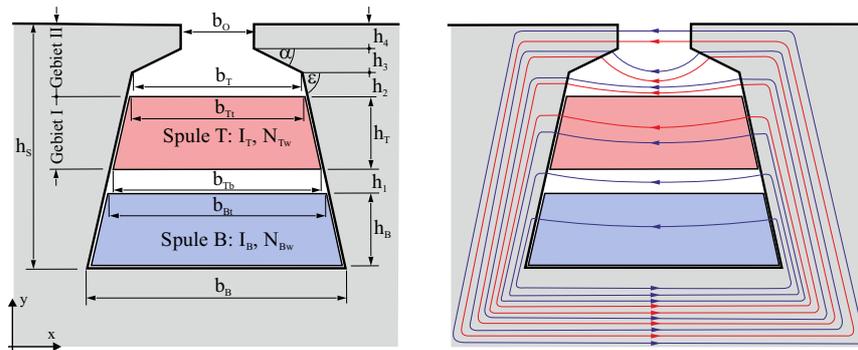


Abbildung 4.13: Nutdimensionen und Feldlinienverlauf im Falle einer Zweischiichtwicklung

Oberschicht- und Unterschichtspule besetzen unterschiedliche Bereiche der Nut. Demnach ergibt sich für jede Spulenseite ein eigener Nutstreuleitwert und eine daraus resultierende Nutstreuselbstinduktivität. Mit den Ergebnissen aus (4.71) bis (4.71) können die Nutstreuleitwerte der beiden Spulen durch einfaches Anpassen der Dimensionen ermittelt werden.

Für die Spule der Unterschicht folgt Gleichung (4.76).

$$\Lambda_{\sigma_N}^B = l_{Fe} \mu_0 \left\{ \left(\frac{b_B - b_{Bt}}{b_B + b_{Bt}} \right)^2 \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \left(C - \frac{C^2}{2} - C^3 - \frac{1}{4} + C^4 \log_e \left(\frac{b_B}{b_{Bt}} \right) \right)_{C = \frac{b_B}{b_B - b_{Bt}}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \log_e \left(\frac{b_{Bt}}{b_T} \right) + \frac{1}{\pi - 2\alpha} \log_e \left(\frac{b_T}{b_0} \right) + \frac{h_4}{b_0} \right\} \quad (4.76)$$

Für die Oberschichtspule gilt zusätzlich noch, dass alle Nutstreleitwerte in Gebieten unterhalb der Spule Null sind. Daraus ergibt sich $\Lambda_{\sigma_N}^T$ zu Gleichung (4.77).

$$\Lambda_{\sigma_N}^T = l_{Fe} \mu_0 \left\{ \left(\frac{b_{Tb} - b_{Tt}}{b_{Tb} + b_{Tt}} \right)^2 \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \left(C - \frac{C^2}{2} - C^3 - \frac{1}{4} + C^4 \log_e \left(\frac{b_{Tb}}{b_{Tt}} \right) \right)_{C = \frac{b_{Tb}}{b_{Tb} - b_{Tt}}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \log_e \left(\frac{b_{Tt}}{b_T} \right) + \frac{1}{\pi - 2\alpha} \log_e \left(\frac{b_T}{b_0} \right) + \frac{h_4}{b_0} \right\} \quad (4.77)$$

Aus den Leitwerten folgen die Nutstreuselbstinduktivitäten zu (4.78).

$$\boxed{L_{\sigma_N}^B = N_w^2 \Lambda_{\sigma_N}^B \quad \text{bzw.} \quad L_{\sigma_N}^T = N_w^2 \Lambda_{\sigma_N}^T} \quad (4.78)$$

Aufgrund der Streuflussverkettung zwischen Oberschicht- und Unterschichtspule besitzt jede Spulenseite zusätzlich eine Gegeninduktivität. Diese wird mit $L_{\sigma_{cN}}$ abgekürzt. Im Folgenden wird diese Gegeninduktivität ($L_{\sigma_{cN}}$) anhand der Nutzgeometrien hergeleitet. Der durch die Spulenseite in der Oberschicht erzeugte differentielle magnetische Fluss folgt aus Gleichung (4.61) und ergibt sich zu (4.79) [69].

$$d\phi_{\sigma_N}^T = \mu_0 l_{Fe} I_T N_{wT} \frac{n_T(y)}{N_{wT}} \frac{dy}{x(y)} \quad (4.79)$$

Für die Nutstreflussverkettung mit der Unterschichtspule, unter der Annahme, dass beide Spulen die gleiche Anzahl an Windungen besitzen ($N_{wB} = N_{wT} = N_w$), folgt Gleichung (4.80).

$$d\psi_{\sigma_{cN}}^{T/B} = d\phi_{\sigma_N}^T N_B = \mu_0 l_{Fe} I_T N_w^2 \frac{n(y)}{N_w} \frac{dy}{x(y)} \quad (4.80)$$

Mit der Bedingung, dass $n(y)/N_w$ wiederum $a(y)/A$ entspricht, folgt für die Gegeninduktivität bzw. den dafür relevanten Nutstreleitwert Gleichung (4.81).

$$\Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B} = l_{Fe} \mu_0 \int_0^y \frac{a(y)}{A} \frac{dy}{x(y)} \quad (4.81) \\ L_{\sigma_{cN}}^{T/B} = N_w^2 \Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B}$$

Mit (4.70) folgt Gleichung (4.81) zu:

$$\Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B-I} = l_{Fe}\mu_0 \int_0^{h_T} \frac{a(y)}{A} \frac{dy}{x(y)} = l_{Fe}\mu_0 \frac{2}{h_T^2} \frac{b_{Tb} - b_{Tt}}{b_{Tb} + b_{Tt}} \int_0^{h_T} \left(\frac{y x(y)}{\pi - 2\epsilon} + \frac{x(y)^2}{2} \right) dy \quad (4.82)$$

Die Lösung des Integrales ergibt schlussendlich den Nutstreuleitwert für das *Gebiet I* nach Abbildung 4.13.

$$\Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B-I} = l_{Fe}\mu_0 \left(\frac{b_{Tb} - b_{Tt}}{b_{Tb} + b_{Tt}} \right) \frac{1}{\pi - 2\epsilon} \left[\frac{1}{2} - C + C^2 \log_e \left(\frac{b_{Tb}}{b_{Tt}} \right) \right]_{C = \frac{b_{Tb}}{b_{Tb} - b_{Tt}}} \quad (4.83)$$

Für das *Gebiet II* folgt wiederum, dass $a(y)/A$ gleich eins ergibt. Des Weiteren verlaufen die Flusslinien im Bereich von h_4 geradlinig. Der Nutstreuleitwert im *Gebiet II* ist somit durch (4.84) gegeben.

$$\Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B-II} = l_{Fe}\mu_0 \left[\int_0^{h_2} \frac{dy}{x(y)} + \int_0^{h_3} \frac{dy}{x(y)} + \int_0^{h_4} \frac{dy}{b_0} \right] \quad (4.84)$$

Aus (4.84) folgt schlussendlich (4.85).

$$\Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B-II} = l_{Fe}\mu_0 \left[\frac{1}{\pi - 2\epsilon} \log_e \left(\frac{b_{Tt}}{b_T} \right) + \frac{1}{\pi - 2\alpha} \log_e \left(\frac{b_T}{b_0} \right) + \frac{h_4}{b_0} \right] \quad (4.85)$$

Die Gegeninduktivität zwischen der Oberschicht- und der Unterschichtspule ergibt sich am Ende aus Gleichung (4.86).

$$L_{\sigma_{cN}}^{T/B} = N_w^2 (\Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B-I} + \Lambda_{\sigma_{cN}}^{T/B-II}) \quad (4.86)$$

Die Gegeninduktivität zwischen der Oberschicht- und der Unterschichtspule ist gleich der Gegeninduktivität zwischen der Unterschicht- und der Oberschichtspule. In diesem Sinne gilt Gleichung (4.87).

$$L_{\sigma_{cN}}^{T/B} = L_{\sigma_{cN}}^{B/T} \quad (4.87)$$

Im Unterschied zu Abbildung 4.13 sind bei einer Zweischichtzahnspulenwicklung die Spulenseiten wie in Abbildung 4.14a nebeneinander angeordnet. Im Sinne der Nutstreuselbstinduktivität kann direkt das Ergebnis nach (4.75) genommen werden, wodurch das Ergebnis jenen der Einschichtwicklung entspricht.

$$L_{\sigma_N}^L = L_{\sigma_N}^R = L_{\sigma_N} \quad (4.88)$$

Bei der Spulenordnung nach Abbildung 4.14a ist der gesamte von einer Spule erzeugte magnetische Fluss mit der jeweilig anderen Spule verkettet. Somit gilt Gleichung (4.89) für die Gegeninduktivität [27].

$$L_{\sigma_{cN}}^{L/R} = L_{\sigma_{cN}}^{R/L} = L_{\sigma_N} \quad (4.89)$$

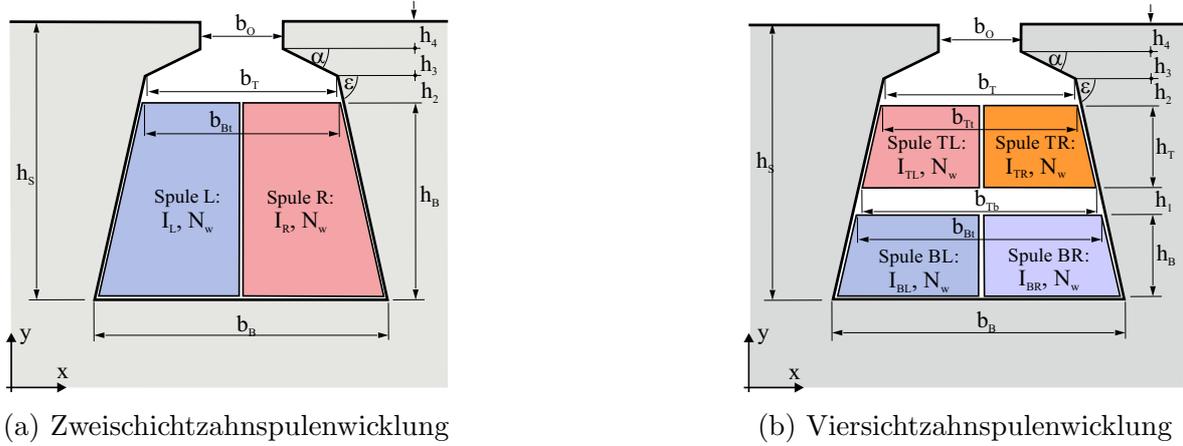


Abbildung 4.14: Spulenseitenanordnung in der Nut bei Zweischicht- und Vierschichtwicklung

Bei der Vierschichtwicklung nach Abbildung 4.14b entsprechen die Nutstreuselbstinduktivitäten der Spulenseiten in Ober- und der Unterschicht jenen aus Gleichung (4.78). In Gleichung (4.90) sind sie zusammengefasst.

$$\begin{aligned} L_{\sigma_N}^{BL} &= L_{\sigma_N}^{BR} = L_{\sigma_N}^B \\ L_{\sigma_N}^{TL} &= L_{\sigma_N}^{TR} = L_{\sigma_N}^T \end{aligned} \quad (4.90)$$

Die auftretenden Gegeninduktivitäten können durch (4.78) und (4.86) direkt zu (4.91) zusammengefasst werden.

$$\begin{aligned} L_{\sigma_N}^{BL/BR} &= L_{\sigma_N}^B \\ L_{\sigma_N}^{TL/TR} &= L_{\sigma_N}^T \\ L_{\sigma_N}^{TL/BL} &= L_{\sigma_N}^{TL/BR} = L_{\sigma_N}^{T/B} \\ L_{\sigma_N}^{TR/BL} &= L_{\sigma_N}^{TR/BR} = L_{\sigma_N}^{T/B} \end{aligned} \quad (4.91)$$

Für eine genauere analytische Berechnung der Flussverkettungen innerhalb einer Nut sei auf [70] und [71] verwiesen. Dabei wird auf analytischem Wege der genaue Flussverlauf innerhalb der Nut bestimmt.

Zahnkopfstreuung

Die Berechnung der Zahnkopfstreuung beruht vollständig auf die Ausarbeitungen in [69] und sind hier direkt wiedergegeben. Der Berechnungsvorgang erfolgt wiederum über die Bestimmung von Streuleitwerten. Wie in Abbildung 4.15 zu sehen ist, erfolgt als Berechnungsansatz eine Unterteilung von Flusslinien, die sich kreisförmig innerhalb des Luftspaltes schließen und jenen, die geradlinig über den Luftspalt durch das Rotoreisen verlaufen.

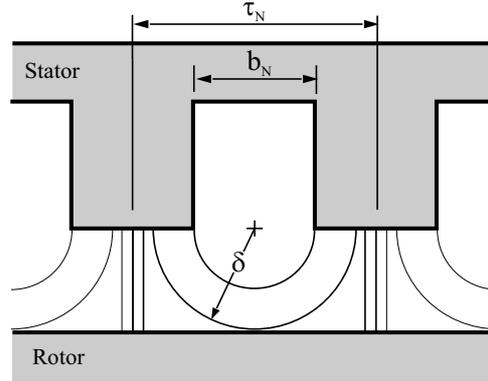


Abbildung 4.15: Konfiguration zur Berechnung der Zahnkopfstreuung

Die Betrachtung erfolgt für eine Nutteilung τ_N . Der Nutstreuleitwert für die kreisförmig verlaufenden Feldlinien ist in Gleichung (4.92) gegeben.

$$\Lambda_{\sigma_{K1}} = l_{Fe}\mu_0 \int_{b_N/2}^{\delta} \frac{dr}{\pi r} = \frac{l_{Fe}\mu_0}{\pi} \log_e \left(\frac{2\delta}{b_n} \right) \quad (4.92)$$

Für den Streuleitwert der geradlinig verlaufenden Feldlinien folgt Gleichung (4.93).

$$\Lambda_{\sigma_{K2}} = l_{Fe}\mu_0 \frac{\tau_N - 2\delta}{4\delta} \quad (\text{wenn } b_n < \delta) \quad \Lambda_{\sigma_{K2}} = l_{Fe}\mu_0 \frac{\tau_N - b_N}{4\delta} \quad (\text{wenn } b_n > \delta) \quad (4.93)$$

Zusammenfassend folgt für den gesamten Streuleitwert der Zahnkopfstreuung sowie der daraus ermittelbaren Induktivität die Gleichung (4.94)

$$\boxed{\begin{aligned} \Lambda_{\sigma_K} &= (\Lambda_{\sigma_{K1}} + \Lambda_{\sigma_{K2}}) \\ L_{\sigma_K} &= N_w^2 (\Lambda_{\sigma_K}) \end{aligned}} \quad (4.94)$$

Hinsichtlich der magnetischen Kopplung durch die Zahnkopfstreuung gilt (4.95).

$$\boxed{\begin{aligned} \Lambda_{\sigma_{cK}} &= \Lambda_{\sigma_K} \\ L_{\sigma_{cK}} &= L_{\sigma_K} \end{aligned}} \quad (4.95)$$

Beeinflusst wird die Zahnkopfstreuung auch durch δ . Wenn $2\delta < b_N$ gilt, folgt dass $\Lambda_{\sigma_{K1}} = 0$. Im Falle, dass $\delta > \tau_N/2$ ist, kann $\Lambda_{\sigma_{K2}} = 0$ angenommen werden. Exakter betrachtet, ist die Zahnkopfstreuung von der sich mit der Rotorposition ändernden Luftspaltlänge beeinflusst. Diese Gegebenheit wird jedoch für die weiteren Berechnungen vernachlässigt, da der Einfluss sehr gering ist.

Induktivitätsmatrix der Nutstreuung

Bisher wurde die Selbstinduktivität und Gegeninduktivität aufgrund des Nut- und Zahnkopfstromes für eine Spulenseite betrachtet. Im nächsten Schritt erfolgt die Bestimmung

der für eine Phase geltenden Induktivitäten L_{σ_x} und $L_{\sigma_{xy}}$ aufgrund des Streuflusses. Für eine Einschichtwicklung ist das Ergebnis aus Gleichung (4.75) zu verwenden. Mit der Anzahl an Nuten pro Phase (Q_p) folgt daraus Gleichung (4.96).

$$\begin{array}{ll}
 L_{\sigma_x} = \frac{Q_p}{a^2} (L_{\sigma_N} + L_{\sigma_K}) & \text{für Selbstinduktivität} \\
 L_{\sigma_{xy}} = 0 & \text{für Gegeninduktivität} \\
 x, y = 1, 2, \dots, m \quad x \neq y &
 \end{array} \quad (4.96)$$

Die Anzahl an parallelen Urwicklungen wird durch a berücksichtigt. Bei einer Zweischichtausführung nach Abbildung 4.14a folgt mit (4.88),(4.89),(4.94) und (4.95) Gleichung (4.97).

$$\begin{array}{ll}
 L_{\sigma_x} = 2 \frac{Q_p}{a^2} (L_{\sigma_N} + L_{\sigma_K}) + 2 \frac{Q_{x=y}^{++} - Q_{x=y}^{+-}}{a^2} (L_{\sigma_{cN}}^{L/R} + L_{\sigma_{cK}}) & \text{für Selbstinduktivität} \\
 L_{\sigma_{xy}} = \frac{Q_{x \neq y}^{++} - Q_{x \neq y}^{+-}}{a^2} (L_{\sigma_{cN}}^{L/R} + L_{\sigma_{cK}}) & \text{für Gegeninduktivität} \\
 x, y = 1, 2, \dots, m \quad x \neq y &
 \end{array} \quad (4.97)$$

Mit $Q_{x=y}^{++}$ und $Q_{x=y}^{+-}$ ist die Anzahl an Nuten pro Phase gemeint, die Spulenseiten der gleichen Phase ($x = y$) mit gleichem ($++$) bzw. unterschiedlichem Wicklungssinn ($+-$) beinhalten. Mit $Q_{x \neq y}^{++}$ und $Q_{x \neq y}^{+-}$ ist somit die Anzahl an Nuten einer Phase gemeint, in der sich die Phase x und die Phase y gemeinsam eine Nut teilen. Wiederum wird der Wicklungssinn durch den hochgestellten Index berücksichtigt.

Weitere Konfigurationen wie nach Abbildung 4.13 oder Abbildung 4.14b erfolgen ähnlich. Wiederum müssen die entsprechenden Induktivitätskomponenten zusammengeführt werden. Die Berücksichtigung des Wicklungssinnes der Spulenseiten erfolgt wiederum über das Vorzeichen.

4.5 Berechnung des Spulenwiderstandes

Die Herausforderung bei der Erfassung des ohmschen Widerstandswertes einer Spule liegt in der Ermittlung der Länge einer Windung. Dabei ist speziell die Länge im Bereich des Wickelkopfes schwierig exakt zu bestimmen. Für die Bestimmung wurde, wie in Abbildung 4.16 gezeigt, der Verlauf des Wickelkopfes als kreisförmig angenommen. Die mittlere Länge einer Spule in Einschicht- bzw. Zweischichtausführung folgt somit zu Gleichung (4.98).

$$\begin{array}{ll}
 \bar{l} = N_w (2 l_{Fe} + \pi \tau_N) & \text{Einschichtwicklung} \\
 \bar{l} = N_w \left(2 l_{Fe} + \pi \frac{2 \tau_N - \bar{b}_N}{2} \right) & \text{Zweischichtwicklung}
 \end{array} \quad (4.98)$$

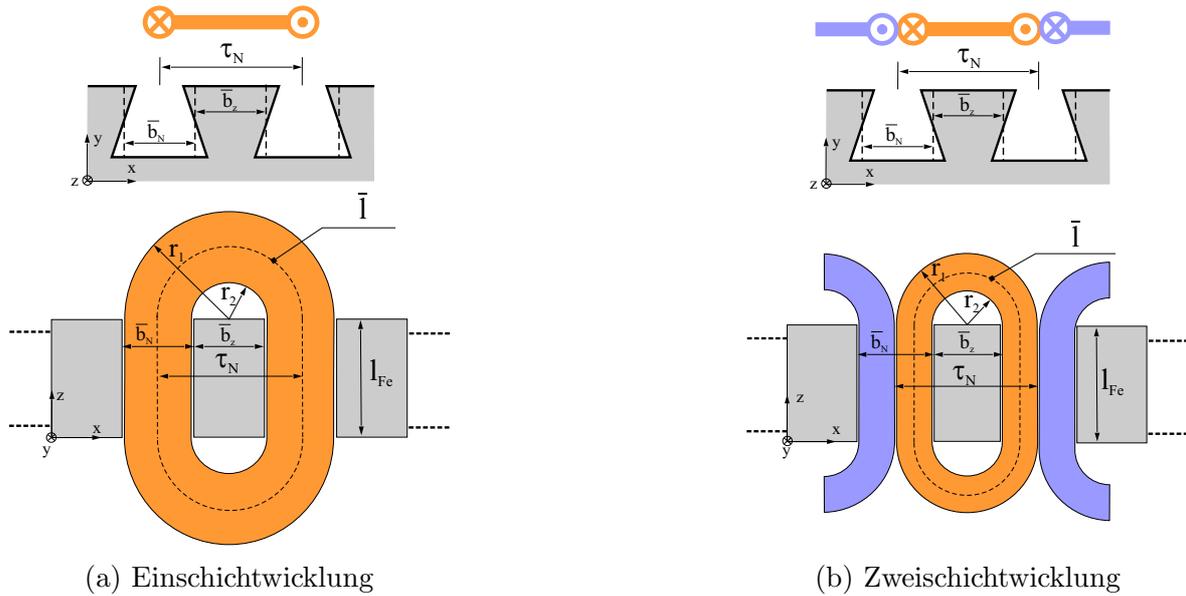


Abbildung 4.16: Spulenform zur Berechnung der mittleren Länge einer Windung für eine Einschicht- und Zweischichtausführung

Aus Gleichung (4.98) folgt der ohmsche Phasenwiderstand für eine Ein- und Zweischichtwicklung zu Gleichung (4.99).

$$\begin{array}{ll}
 R_s = \frac{Q}{2m a^2} \cdot \frac{\bar{l} \rho_{Cu}}{A_{Cu}} & \text{Einschichtwicklung} \\
 R_s = \frac{Q}{m a^2} \cdot \frac{\bar{l} \rho_{Cu}}{A_{Cu}} & \text{Zweischichtwicklung}
 \end{array} \quad (4.99)$$

Die Querschnittfläche des verwendeten Leiters bzw. dessen spezifischer Widerstand ist mit A_{Cu} und ρ_{Cu} enthalten. Der nach (4.99) ermittelbare Widerstandswert entspricht dem für Gleichstrom gültigen Wert. Es wird angenommen, dass die Spule aus Kupferleitern mit geringem Durchmesser bestehen. Aus diesem Grund wird die Widerstandsabweichung aufgrund von Stromverdrängungseffekten vernachlässigt. Des Weiteren wurde der Temperatureinfluss nicht explizit berücksichtigt und kann über die spezifische Leitfähigkeit ρ des verwendeten Materials erfolgen.

4.6 Durchflutungsverteilung und Strombelag

Die Durchflutungsverteilung oder MMK-Verteilung der Maschine wird über die Wicklungsfunktionen der Phasen bestimmt. Dazu ist der allgemeine Ansatz nach (4.100) anzuwenden.

$$F_x(\theta, t) = \sum_{x=1}^m W_x(\theta) \cdot \Re\{\hat{I} e^{i(\omega t - \phi_x)}\} \quad x = 1, 2, \dots, m \quad (4.100)$$

Dabei ist \hat{I} die Amplitude des Phasenstromes und der Parameter a steht für die Anzahl an parallelen Urwicklungen.

Die Realteile der Phasenströme können nach Gleichung (4.101) ausgedrückt werden.

$$\Re\left\{\frac{\hat{I}}{a}e^{i(\omega t - \phi_x)}\right\} = \frac{\hat{I}}{2a} \left[e^{i(\omega t - \phi_x)} + e^{-i(\omega t - \phi_x)} \right] \quad x = 1, 2, \dots, m \quad (4.101)$$

Der Winkel ϕ_x entspricht dabei der zeitlichen Phasenverschiebung des Stromes der Phase x . Für die weiteren Berechnungsschritte muss wiederum zwischen einer Urwicklung 1. Art und 2. Art unterschieden werden.

4.6.1 Urwicklung 1. Art, Ein- und Zweischichtvariante

Die räumliche Verschiebung zwischen den Strängen ist durch den allgemeinen Ansatz für Mehrphasensysteme nach Abschnitt 2.2, mit π/m definiert. Dies gilt für die Ordnung p' der Hauptwelle und innerhalb einer Urwicklung. Würde man $\frac{2\pi}{m}$ als räumliche Verschiebung ansetzen, hätte dies bei gerader Phasenanzahl räumlich gegenüberliegende Stränge zur Folge. Dies entspricht wiederum einer Halbierung der magnetisch relevanten Phasenanzahl. Dieser Ansatz ist somit nur für ungerade Phasenanzahlen zielführend.

Für eine gleichmäßig umlaufende Durchflutungswelle müssen die Wicklungen der einzelnen Phasen durch Ströme durchflossen werden, die ebenfalls zeitlich um $\frac{\pi}{m}$ verschoben sind. Für die weitere Ermittlung des MMK-Verlaufes wird davon ausgegangen, dass die Magnetisierungsachsen für die Grundwelle anstelle der Hauptwelle um $\frac{\pi}{m}$ räumlich verschoben sind. Dabei werden sie von Strömen durchflossen, die zeitlich um $p'\frac{\pi}{m}$, anstelle von $\frac{\pi}{m}$ phasenverschoben sind. Da die elektrische Lage der Magnetisierungsachsen für die Ordnung der Grundwelle von der Nut/Pol/Phasenkombination abhängig ist und somit nicht verallgemeinert werden kann, muss dieser physikalisch erlaubte und notwendige Schritt durchgeführt werden. Aus (4.100), mit (3.14) und (4.101), folgt somit Gleichung (4.102). Der Wicklungsfaktor ξ_w folgt nach (4.34) und ist die Zusammenfassung von Nut-, Sehnungs- und Zonenfaktor.

$$\begin{aligned} \underline{F}(\theta, t) &= \frac{4N_w \hat{I}}{2\pi a} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{q_z^*}{\nu} \xi_w(\nu) \cdot \\ &\cdot \underbrace{\sum_{x=1}^m e^{i\nu(t_p\theta - (\frac{\pi}{m}(x-1) - \delta^+))} \left[e^{i(\omega t - \frac{p'\pi}{m}(x-1))} + e^{-i(\omega t - \frac{p'\pi}{m}(x-1))} \right]}_A \end{aligned} \quad (4.102)$$

$\nu = 1, 3, 5, \dots, \infty \qquad x = 1, 2, \dots, m$

Der Term A in Gleichung (4.102) folgt nach Umformen und Auflisten der Summe zu:

$$\begin{aligned} & \dots e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu \delta^+)} \underbrace{\left\{ 1 + e^{i\left(\frac{\pi}{m}(\nu - p')\right)} + \dots + e^{i\left(\frac{(m-1)\pi}{m}(\nu - p')\right)} \right\}}_{=m \text{ wenn } (\nu - p' = 2mY), \text{ sonst } 0} + \\ & + e^{i(\omega t + \nu t_p \theta - \nu \delta^+)} \underbrace{\left\{ 1 + e^{i\left(\frac{\pi}{m}(\nu + p')\right)} + \dots + e^{i\left(\frac{(m-1)\pi}{m}(\nu + p')\right)} \right\}}_{=m \text{ wenn } (\nu + p' = 2mY), \text{ sonst } 0} \\ & Y = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty \end{aligned}$$

Weil ν immer einer ungeraden Zahl entspricht, existieren nur noch Wellen im Durchflutungsverlauf, deren Ordnungszahl ν die Bedingung $\nu = p' \pm 2m \cdot [0, 1, 2, \dots]$ erfüllt. Für die Durchflutung über 2π (mechanisch) folgt somit Gleichung (4.103).

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{F}(\theta, t) &= m q_z^* \frac{2N_w \hat{I}}{\pi a} \sum_{\nu} \xi_w(\nu) \frac{1}{\nu} e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu \delta^+)} \\ \nu &= p' \pm 2mY \quad Y = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty \end{aligned}} \quad (4.103)$$

Aus der Durchflutungsverteilung nach (4.103) folgt der Strombelag zu (4.104).

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{A}(\theta, t) &= \frac{1}{r_s} \frac{d\underline{F}(\theta, t)}{d\theta} \\ &= -i m q_z^* \frac{t_p}{r_s} \frac{2N_w \hat{I}}{\pi a} \sum_{\nu} \xi_w(\nu) e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu \delta^+)} \\ \nu &= p' \pm 2mY \quad Y = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty \end{aligned}} \quad (4.104)$$

4.6.2 Urwicklung 2.Art, Ein- und Zweischichtvariante

Zahnpulenwicklungen mit einer Urwicklung 2.Art sind nur als symmetrische Mehrphasensysteme ausführbar, da kein Zahn des Ständers einen gegenüberliegenden Zahn aufweist. Dies bedeutet wiederum, dass die räumlichen Verschiebungen der Phasen $\frac{2\pi}{m}$ für die Hauptwelle betragen müssen.

Mit der gleichen Überlegung wie für die Urwicklung 1.Art wird die räumliche Phasenverschiebung für die Grundwelle einer Urwicklung mit $\frac{2\pi}{m}$ festgelegt und die zeitliche Verschiebung der speisenden Ströme mit $\frac{p'2\pi}{m}$. Der Sehnungs-, Nut- und Zonenfaktor wird wiederum nach (4.54) zusammengefasst. Aus (4.100) mit (3.16) und (4.101) folgt somit die

Durchflutungsverteilung zu Gleichung (4.105).

$$\begin{aligned}
 \underline{F}(\theta, t) = & \frac{2N_w \hat{I}}{2\pi a} \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \sum_{x=1}^m \cdot \right. \\
 & \underbrace{\cdot q_z^+ \xi_w^+(\nu) e^{i\nu(t_p \theta - (\frac{2\pi}{m}(x-1) + \delta^+))} \left[e^{i(\omega t - \frac{p' 2\pi}{m}(x-1))} + e^{-i(\omega t - \frac{p' 2\pi}{m}(x-1))} \right]}_A \\
 & \left. - \underbrace{q_z^- \xi_w^-(\nu) e^{i\nu(t_p \theta - (\frac{2\pi}{m}(x-1) + \delta^- + \Delta \delta^-))} \left[e^{i(\omega t - \frac{p' 2\pi}{m}(x-1))} + e^{-i(\omega t - \frac{p' 2\pi}{m}(x-1))} \right]}_B \right\} \\
 & \nu = 1, 3, 5, \dots, \infty \quad x = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

Für den Term A aus Gleichung (4.105) folgt:

$$\begin{aligned}
 \dots \cdot e^{i(\omega t + \nu t_p \theta - \nu \delta^+)} & \underbrace{\left\{ 1 + e^{i(\frac{2\pi}{m}(\nu - p'))} + \dots + e^{i(\frac{2(m-1)\pi}{m}(\nu - p'))} \right\}}_{=m \text{ wenn } (\nu - p' = mY) \text{ sonst } 0} + \\
 + e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu \delta^+)} & \underbrace{\left\{ 1 + e^{i(\frac{2\pi}{m}(\nu + p'))} + \dots + e^{i(\frac{2(m-1)\pi}{m}(\nu + p'))} \right\}}_{=m \text{ wenn } (\nu + p' = mY) \text{ sonst } 0} \\
 Y = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty
 \end{aligned}$$

Die Ordnung ν der Wellen können im Unterschied zur Urwicklung 1. Art gerad- und ungeradzahlig sein. Jedenfalls treten im gesamten Durchflutungsverlauf nur noch Ordnungszahlen auf, die der Bedingung $\nu = p' \pm m \cdot [0, 1, 2, \dots]$ genügen. Dies gilt gleichermaßen für Term B und der Durchflutungsverlauf über 2π (mechanisch) ergibt sich zu (4.106).

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 \underline{F}(\theta, t) = m \frac{N_w \hat{I}}{\pi a} \sum_{\nu} \frac{1}{\nu} & \left\{ q_z^+ \xi_w^+(\nu) e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu \delta^+)} - q_z^- \xi_w^-(\nu) e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu(\delta^- + \Delta \delta^-))} \right\} \\
 \nu = p' \pm mY & \quad Y = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty
 \end{aligned}
 } \tag{4.106}$$

Die Fourierreihe des Strombelages folgt zu (4.107).

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 \underline{A}(\theta, t) = -i \frac{m t_p N_w \hat{I}}{r_S \pi a} \sum_{\nu} & \left\{ q_z^+ \xi_w^+(\nu) e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu \delta^+)} - q_z^- \xi_w^-(\nu) e^{i(\omega t - \nu t_p \theta + \nu(\delta^- + \Delta \delta^-))} \right\} \\
 \nu = p' \pm mY & \quad Y = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty
 \end{aligned}
 } \tag{4.107}$$

4.7 Drehmomentenberechnung

Die Berechnung des elektrischen Drehmomentes für unterschiedliche Zahnspulenvarianten basiert auf der *Maxwellschen Spannungstensor*. Für eine genauere Beschreibung bzw. Herleitung sei auf [35] verwiesen. Die Ermittlung des Drehmomentes folgt allgemein nach Gleichung (4.108).

$$M(t) = r^2 l_{Fe} \mu_0 \int_0^{2\pi} H_n(\theta, t) \cdot H_t(\theta, t) d\theta \quad (4.108)$$

Dabei sind H_n und H_t die normalen und tangentialen Feldkomponenten im Abstand r . Unter Vernachlässigung von Sättigungseffekten setzten sich die Feldkomponenten jeweils aus der Überlagerung von Anker- (durch Statorstrom) und Erregerfeld (durch Permanentmagnete) zusammen [72].

$$H_t(\theta, t) = H_{t_{PM}}(\theta, t) + H_{t_{Ank}}(\theta, t) \quad \text{bzw.} \quad H_n(\theta, t) = H_{n_{PM}}(\theta, t) + H_{n_{Ank}}(\theta, t)$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke in (4.108) folgt für das Drehmoment der Maschine:

$$M(t) = r^2 l_{Fe} \mu_0 \left[\int_0^{2\pi} \underbrace{H_{t_{PM}}(\theta, t) H_{n_{PM}}(\theta, t)}_{\text{Term A}} d\theta + \int_0^{2\pi} \underbrace{H_{t_{Ank}}(\theta, t) H_{n_{Ank}}(\theta, t)}_{\text{Term B}} d\theta + \int_0^{2\pi} \underbrace{H_{t_{PM}}(\theta, t) H_{n_{Ank}}(\theta, t)}_{\text{Term C}} d\theta + \int_0^{2\pi} \underbrace{H_{n_{PM}}(\theta, t) H_{t_{Ank}}(\theta, t)}_{\text{Term D}} d\theta \right]$$

Term A entspricht dem Nutrastmoment oder dem Cogging-Torque. Es entsteht durch das Zusammenspiel zwischen Erregerfeld und der Nutung des Stators (Ständeranisotropie). Term B enthält nur Komponenten des Ankerfeldes und ist bekannt unter dem Namen Reluktanzmoment. Es entsteht durch rotorlageabhängige Induktivitäten. Die Terme C und D beschreiben das Zusammenspiel zwischen Läuferfeld (Erregerfeld) und Statorfeld (Ankerfeld) und sind die Ursache für das Hauptdrehmoment der Maschine. Für die weitere Betrachtung werden Nutungseffekte sowie Reluktanzerscheinungen vernachlässigt. Des Weiteren besteht das Erregerfeld nur aus einer Normalkomponente und ist im Abstand r_S durch $H_{n_{PM}}(\theta, t)$ definiert. Diese Komponente kann wiederum mit Hilfe von μ_0 durch das Rotorfeld $B_r(\theta, t)$ ersetzt werden. Zur weiteren Momentenberechnung bleibt somit nur noch Term D übrig. Die tangentielle Komponente der magnetischen Feldstärke des Ankers ergibt sich aus dem Amperschen Gesetz und nach [35]. Diese entspricht an der Oberfläche des Ständerinnenbohrdurchmessers dem Strombelag. Zusammenfassend gilt Gleichung (4.109).

$$\underline{H}_{t_{Ank}}(\theta, t) = \underline{A}(\theta, t) \quad \underline{H}_{n_{PM}}(\theta, t) = \frac{\underline{B}_r(\theta, t)}{\mu_0} \quad (4.109)$$

Durch Gleichung (4.109) und (4.108) ergibt sich die Drehmomentengleichung zu (4.110).

$$M(t) = r_S^2 l_{Fe} \int_0^{2\pi} \Re \{ \underline{B}_r(\theta, t) \} \cdot \Re \{ \underline{A}(\theta, t) \} d\theta \quad (4.110)$$

Die Reihendarstellung des Erregerfeldes folgt aus Gleichung (4.16). Es wird jedoch noch um den Winkel φ_0 erweitert und ist in (4.111) gegeben. Dieser zusätzliche Winkel kann als Art Initialisierungswinkel gesehen werden, welcher die Rotorposition zum Zeitpunkt $t = 0$ berücksichtigt.

$$\underline{B}_r(\theta, t) = \frac{4\overline{B}_\delta}{\pi} \sum_z \frac{1}{z} \xi_M(z) e^{iz(\omega_m p t - p\theta - \varphi_0)} \quad (4.111)$$

$$z = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

4.7.1 Drehmomentenberechnung für Urwicklung 1.Art, Ein- und Zweischichtwicklung

Für die Ermittlung des elektrisch erzeugten Drehmomentes einer Zahnspulenwicklung mit Urwicklung 1.Art folgt durch Einsetzen der Realteile aus (4.104) und (4.111) in Gleichung (4.110). Das Multiplizieren der beiden Reihen ergibt Gleichung (4.112).

$$M(t) = r_s l_{Fe} t_p \frac{4N_w \overline{B}_\delta m q_z^* \hat{I}}{\pi^2 a} \sum_{z=1} \sum_{\nu} \xi_w(\nu) \xi_M(z) \frac{1}{z} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \int_0^{2\pi} \underbrace{\sin(\omega t(1-z) - \theta(t_p \nu - zp) + \nu \delta^+ - z\varphi_0)}_{\text{Term A}} d\theta + \right. \quad (4.112)$$

$$\left. + \int_0^{2\pi} \underbrace{\sin(\omega t(1+z) - \theta(t_p \nu + zp) + \nu \delta^+ + z\varphi_0)}_{\text{Term B}} d\theta \right\}$$

$$\nu = p' \pm 2mY \quad Y = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad z = 1, 3, 5, \dots, \infty$$

Das Integral über Term A liefert nur für $\nu = zp'$ ein von Null verschiedenes Ergebnis. Das Integral über Term B ist wiederum ungleich Null wenn $\nu = -zp'$. Daraus folgt, dass nur Ordnungszahlen ν ein Drehmoment über 2π erzeugen können, dessen Ordnung ein Vielfaches der Polpaarzahl einer Urwicklung p' ist. Unter Berücksichtigung dieses Zusammenhanges und Gleichung (4.112) kann das Drehmoment weiter durch Gleichung (4.113) angegeben werden.

$$M(t) = r_s l_{Fe} m p' t_p \frac{8N_w \overline{B}_\delta q_z^* \hat{I}}{\pi a} \sum_{\nu} \xi_w(\nu) \xi_M\left(\frac{\nu}{p'}\right) \frac{1}{\nu} \sin \left[\omega t \left(1 - \frac{\nu}{p'} \right) - \left(\frac{\nu}{p'} \varphi_0 - \nu \delta^+ \right) \right]$$

$$\nu = p' \pm 2p'mY \quad Y = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (4.113)$$

Dabei repräsentiert ν/p' die Ordnung der Zeitharmonischen im Momentenverlauf. Durch Einführen von n als Laufvariable für die Ordnungszahlen folgt abschließend Gleichung

(4.114).

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 M(t) &= r_s l_{Fe} m t_p \frac{8N_w \overline{B}_\delta q_z^* \hat{I}}{\pi a} \sum_n \xi_w(n p') \xi_M(n) \frac{1}{n} \sin [\omega t (1 - n) - n (\varphi_0 - p' \delta^+)] \\
 n &= 1 \pm 2mY \quad Y = 0, 1, 2, \dots, \infty
 \end{aligned}
 } \tag{4.114}$$

Ein zeitlich konstantes Moment kann nur durch die Grundschiwingung $n = 1$ erfolgen. Somit ergibt sich das von der Grundschiwingung erzeugte Drehmoment zu Gleichung (4.115).

$$\boxed{
 \overline{M} = r_s l_{Fe} m t_p \frac{8N_w \overline{B}_\delta q_z^* \hat{I}}{\pi a} \xi_w(p') \xi_M(1) \sin (p' \delta^+ - \varphi_0)
 } \tag{4.115}$$

Dabei ist $p' \delta^+ - \varphi_0$ die Winkeldifferenz zwischen der Lage der Hauptwelle des Durchflutungsverlaufes (bestimmt durch Phasenstrom) und der rotorlagebedingten Position des Erregerfeldes. Maximales mittleres Moment wird erreicht, wenn diese beiden Komponenten eine Winkeldifferenz von $\pm \pi/2$ einnehmen.

4.7.2 Drehmomentenberechnung für Urwicklung 2.Art, Ein- und Zweischichtwicklung

Die Berechnung des Drehmomentes erfolgt bei einer Urwicklung 2.Art mit den Gleichung (4.110), (4.107) und (4.111). Wie bei einer Urwicklung 1.Art sind die selben Kriterien für eine Drehmomentenbildung zuständig. Der Rechenweg ist aus diesem Grund nicht explizit angeführt und das Ergebnis ist direkt mit Gleichung (4.116) angegeben.

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 M(t) &= r_s l_{Fe} m t_p \frac{4N_w \overline{B}_\delta \hat{I}}{\pi a} \sum_n \xi_M(n) \frac{1}{n} \left\{ q_z^+ \xi_w^+(n p') \sin [\omega t (1 - n) - n (\varphi_0 - p' \delta^+)] - \right. \\
 &\quad \left. - q_z^- \xi_w^-(n p') \sin [\omega t (1 - n) - n (\varphi_0 - p' (\delta^- + \Delta \delta^-))] \right\} \\
 n &= 1 \pm 2mY \quad Y = 0, 1, 2, \dots, \infty
 \end{aligned}
 } \tag{4.116}$$

Das zeitlich kontinuierliche Drehmoment erfolgt wiederum durch die Grundschiwingung ($n = 1$). Die Grundschiwingung folgt wiederum aus der Hauptwelle einer Urwicklung mit der Ordnung $\nu = p'$. Für die Hauptwelle gilt, dass sich die positiven und negativen MMK-Zeiger gegenüber liegen. Demnach kann für die Betrachtung dieser Ordnung, der Term $\delta^- + \Delta \delta^-$ durch $\delta^+ + \pi$ ersetzt werden. Die beiden Wicklungsfaktoren dürfen für die Ordnung der Hauptwelle zu einem gemeinsamen Faktor nach Gleichung (3.23) zusammengefasst werden. Mit diesen Bedingungen folgt die Beziehung für das zeitlich konstante Drehmoment nach Gleichung (4.117).

$$\boxed{
 \overline{M} = r_s l_{Fe} m t_p \frac{4N_w \overline{B}_\delta \hat{I}}{\pi a} q_z^+ \xi_w(p') \xi_M(1) \sin (p' \delta^+ - \varphi_0)
 } \tag{4.117}$$

Die Bedeutung des Termes $p'\delta^+ - \varphi_0$ ist die gleiche wie bei der Urwicklung 1. Art. Das maximale Drehmoment folgt wiederum bei einer Winkeldifferenz von $\pm\pi/2$.

4.8 Nutrastmoment

Das sogenannte Nutrastmoment, auch als Cogging Torque bekannt, entsteht durch die Interaktion des Erregerfeldes mit den Statornuten. Eine analytische Berechnung ist dabei sehr aufwendig und wurde bereits von vielen Autoren behandelt. In diesem Zusammenhang sei speziell auf die Arbeiten von [73], [74] und [75] verwiesen. Diese analytischen Ansätze basieren auf der Darstellung des Erregerfeldverlaufes als Fourierreihe und der Herleitung der Luftspaltleitwertfunktion (*relative permeance function*) durch eine konforme Abbildung. Neben der analytischen Lösung besteht auch die Möglichkeit einer numerischen FE-Simulation. Diese kann durch Anwendung des Maxwell'schen Spannungstensors nach (4.108) erfolgen. Dazu ist die normale und tangentielle Komponente der magnetischen Feldstärke, in der Nähe der Statoroberfläche zu nehmen. Die Berechnung des Verlaufes ist wegen des hohen Frequenzbereichs des Nutrastmomentes nur durch die Wahl eines sehr engmaschigen Berechnungsnetzes erfolgreich.

Beeinflusst wird das Nutrastmoment auch vom Verhältnis der Nut- zur Polzahl. Der Verlauf des Nutrastmomentes kann als Fourierreihe dargestellt werden. Das kleinste gemeinsame Vielfache aus der Pol- und Nutanzahl definiert die Ordnung der Grundwelle des Momentenverlaufes [76]. Diesbezüglich wird in [76] und [77] ein Faktor C_T nach (4.118) definiert. Dieser gilt als Maß für das Nutrastmoment.

$$C_T = \frac{2pQ}{kgV(Q, 2p)} \quad (4.118)$$

Hinsichtlich einer kleinen Amplitude des Nutrastmomentes ist ein kleiner C_T Wert anzustreben. Festgehalten wird, dass nach [76] die Amplitude des Nutrastmomentes linear mit C_T skaliert. Die Wahl einer geeigneten Polbedeckung kann sich im Sinne des Nutrastmomentes positiv auswirken. Laut [76] sollte die Polbedeckung (in p.u.) nach (4.119) gewählt werden.

$$\begin{aligned} \beta_M &= \frac{N - k_1}{N} - k_2 & N &= \frac{kgV(Q, 2p)}{2p} \\ k_1 &= 1, 2, \dots, N & k_2 &= 0.01 \dots 0.03 \end{aligned} \quad (4.119)$$

Der Parameter k_2 ist ein reiner Korrekturfaktor und berücksichtigt den Einfluss des Streuflusses der Magneten. Um zu starke Rotorsehnungen zu vermeiden, wird üblicherweise $k_1 = 1$ gewählt. Der Wert von k_2 ergibt sich nach der Luftspaltlänge.

Eine weitere bekannte Reduktionsmaßnahme ist die sogenannte Schrägung. In diesem Zusammenhang werden die Zähne oder die Rotormagnete über die Eisenlänge entlang um eine entsprechende Anzahl an Nutteilungen versetzt. Die optimalen Werte ergeben sich

Tabelle 4.1: Kleinstes gemeinsames Vielfache (kgV) aus Q und $2p$

p	Q	5	9	10	12	15	18	20	21	25	27	30
3		30										
4			72	40*								
5			90		<u>60</u>							
6				60*		60						
7	70				<u>84</u>	210	<u>126*</u>					
8	80					240	144*	80*				
9						90		<u>180*</u>				
10							180*		420	100	540	
11							<u>198*</u>	<u>220*</u>	462	550	594	<u>330*</u>
12	120							120*		600	216	120*
13	130	234								650	702	<u>390*</u>
14			252	140*						700	756	420*
15										150	270	
16				160*							864	480*
17	170				<u>204</u>						918	<u>510*</u>
18	180											180*

laut [76] zu (4.120).

$$k_{\tau N} = \frac{k Q}{kgV(Q, 2p)} \quad k = 1, 2, \dots, \frac{kgV(2p, Q)}{Q} \quad (4.120)$$

Beispielhaft wäre bei $Q = 12$ und $2p = 10$ die optimalen Schrägungen $0.2, 0.4, 0.6, \dots, 1$ -fache einer Nutteilung.

Abschließend sei noch gesagt, dass hinsichtlich der Nutrastmomente kleine Nutöffnungen zu bevorzugen sind.

4.9 Vergleich von Wicklungen mit unterschiedlichen Bruchlochzahlen

In diesem Unterabschnitt werden Zahnspulen unterschiedlicher Bruchlochzahlen zueinander bzw. mit einer äquivalenten Maschine, die eine Durchmesserwicklung mit $q = 1$ besitzt, verglichen. Dafür wird das in den vorangegangenen Unterabschnitten ermittelte Formelwerk verwendet.

In der ersten Auswertung nach Tabelle 4.2 und Tabelle 4.3 sind die Wicklungsfaktoren ξ_w für die Hauptwelle unterschiedlicher Nut/Pol/Phasenkombinationen in Zwei- und Einschichtausführung gegeben. Dabei gibt der Wicklungsfaktor in der 5. Spalte die Hauptwellenausnutzung bei ideal geschlossenen Nuten an. Die Spalten daneben zeigen den Einfluss

der Nutöffnung auf den Wicklungsfaktor der Hauptwelle. Die Hochzahl gibt prozentual die Breite der Öffnung bezogen zur gesamten Nutbreite an. Demnach bezieht sich die letzte Spalte auf vollständig geöffnete Nuten. Bei Zahnspulenwicklungen ist es üblich, vollständig

Tabelle 4.2: Einfluss der Nutöffnung auf den Wicklungsfaktor bei Zweischichtwicklungen

m	p	Q	q	$\xi_w^{0\%}$	$\xi_w^{50\%}$	$\xi_w^{70\%}$	$\xi_w^{90\%}$	$\xi_w^{100\%}$	
-	-	-	-	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.
3	5	12	$\frac{2}{5}$	0.933	0.926	0.922	0.918	0.916	0.982
3	5	9	$\frac{3}{10}$	0.945	0.932	0.925	0.919	0.916	0.969
3	7	12	$\frac{2}{7}$	0.933	0.919	0.911	0.904	0.901	0.965
3	7	18	$\frac{3}{7}$	0.902	0.896	0.892	0.889	0.888	0.985
3	7	15	$\frac{5}{14}$	0.951	0.942	0.937	0.932	0.930	0.978
3	11	18	$\frac{3}{11}$	0.902	0.887	0.879	0.871	0.868	0.962
3	11	21	$\frac{7}{22}$	0.953	0.941	0.935	0.929	0.926	0.972
3	11	27	$\frac{9}{22}$	0.915	0.908	0.905	0.901	0.900	0.983
3	14	9	$\frac{3}{28}$	0.945	0.844	0.794	0.748	0.727	0.769
3	14	27	$\frac{9}{28}$	0.954	0.942	0.936	0.930	0.928	0.973
5	7	5	$\frac{1}{14}$	0.951	0.868	0.826	0.788	0.771	0.810
5	7	15	$\frac{3}{14}$	0.980	0.970	0.965	0.960	0.958	0.978
5	11	20	$\frac{2}{11}$	0.976	0.962	0.955	0.949	0.945	0.969
5	11	30	$\frac{3}{11}$	0.900	0.895	0.892	0.889	0.888	0.986
5	11	25	$\frac{5}{22}$	0.967	0.958	0.954	0.950	0.948	0.980
5	14	30	$\frac{3}{14}$	0.980	0.970	0.965	0.960	0.958	0.978
5	14	25	$\frac{5}{28}$	0.967	0.953	0.946	0.939	0.936	0.968
6	5	12	$\frac{1}{5}$	0.966	0.958	0.954	0.951	0.949	0.982
6	7	12	$\frac{1}{7}$	0.966	0.951	0.943	0.936	0.932	0.965
9	7	18	$\frac{1}{7}$	0.940	0.933	0.930	0.927	0.925	0.985
9	11	18	$\frac{1}{11}$	0.940	0.924	0.915	0.908	0.904	0.962
9	11	27	$\frac{3}{22}$	0.954	0.946	0.943	0.939	0.937	0.983
9	14	27	$\frac{3}{28}$	0.994	0.982	0.975	0.969	0.967	0.973

geöffnete Nuten zu verwenden. Demnach ist die Berücksichtigung des Nutfaktors wichtig. Bei der Zweischichtausführung kommt es laut Tabelle 4.2 zu einer Reduktion von bis zu 20%. Beispielhaft sei hier die 3/14/9 und 5/7/5 Ausführung genannt. Zumeist gewählte Ausführungsformen wie die 3/5/12, 3/7/12 oder 3/7/18 zeigen mit ca. 2-3.5% Verringerung eher wenig Einfluss. Im Unterschied zu den Zweischichtvarianten sind die Einschichtwick-

Tabelle 4.3: Einfluss der Nutöffnung auf den Wicklungsfaktor bei Einschichtwicklungen

m	p	Q	q	$\xi_w^{0\%}$	$\xi_w^{50\%}$	$\xi_w^{70\%}$	$\xi_w^{90\%}$	$\xi_w^{100\%}$	
-	-	-	-	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.
3	5	12	$\frac{2}{11}$	0.966	0.936	0.920	0.905	0.898	0.930
3	7	12	$\frac{2}{11}$	0.966	0.907	0.877	0.849	0.836	0.866
3	7	18	$\frac{3}{11}$	0.902	0.877	0.864	0.852	0.847	0.939
3	11	18	$\frac{3}{11}$	0.902	0.842	0.811	0.783	0.770	0.853
3	14	30	$\frac{5}{14}$	0.951	0.914	0.895	0.877	0.868	0.913
5	11	20	$\frac{2}{11}$	0.988	0.934	0.906	0.881	0.869	0.880
5	11	30	$\frac{3}{11}$	0.900	0.878	0.867	0.856	0.851	0.946
5	14	10	$\frac{1}{14}$	0.951	0.645	0.510	0.398	0.350	0.368
5	14	30	$\frac{3}{14}$	0.980	0.941	0.922	0.903	0.895	0.913
9	7	18	$\frac{1}{7}$	0.940	0.914	0.901	0.888	0.882	0.939
9	11	18	$\frac{1}{11}$	0.940	0.877	0.845	0.815	0.802	0.853

lungen stärker vom Einfluss der Nutöffnung betroffen. Ist die Reduktion des Wicklungsfaktors bei vollständig geöffneten Nuten nach Tabelle 4.2 mindestens 1.3%, so sind es für die Einschichtvarianten mindestens 3.4%.

In Tabelle 4.4 erfolgt eine Gegenüberstellung aller Zweischichtwicklungsvarianten nach Tabelle 4.2 mit Maschinen, die eine Durchmesserwicklung mit der Lochzahl von eins ($q = 1$) besitzen. Dieser Wicklungstyp wird in dieser Arbeit als konzentrierte Wicklung bezeichnet. Konzentrierte Wicklungen besitzen die beste Hauptwellenausnutzung und eignen sich deshalb gut als Referenz.

Die zu vergleichenden Maschinen besitzen jeweils die gleiche Anzahl an Polen und Phasen wie die Zahnspulenvariante. Des Weiteren ist der Luftspaltradius r_S und die axiale Länge l_{Fe} gleich. Beide Maschinentypen besitzen zusätzlich noch das gleiche Erregerfeld im Luftspaltfeld und die Feldverzerrung aufgrund der Nutung wird vernachlässigt. Abschließend ist noch festgelegt, dass alle Urwicklungen bzw. alle Polpaare bei der konzentrierten Wicklung in Serie verschaltet sind. Die verwendeten Hochzahlen von $q < 1$ bzw. $q = 1$ dienen zur Unterscheidung zwischen Zahnspulen- und Durchmesserwicklung.

Für eine aussagekräftige Gegenüberstellung müssen die Zahnspulenvarianten die gleiche Grundschwingungsflussverkettung wie die jeweilige konzentrierte Wicklung aufweisen [17]. Diesbezüglich ist in der 5. Spalte nach Tabelle 4.4 das dafür notwendige Verhältnis der Windungszahlen pro Spule gezeigt. Wie zu erwarten ist, zeigt die konzentrierte Wicklung in allen Fällen eine bessere Grundschwingungsflussverkettung. Auf dem ersten Blick würde man vermuten, dass jene Zahnspulenwicklungskandidaten mit dem größten Wicklungsfaktor (4. Spalte) einer konzentrierten Wicklung am nächsten kommen. Dies wird jedoch nach Tabelle 4.4 nicht bestätigt und bedarf einer näheren Untersuchung. Dafür werden die allgemeinen Ausdrücke der Grundschwingungsflussverkettung von Zahnspulenwicklungen mit jener der konzentrierten Wicklung verglichen. Für die konzentrierte Wicklung folgt mit

Tabelle 4.4: Gegenüberstellung von Zweischichtwicklungsvarianten mit einer vergleichbaren konzentrierten Wicklungen

m	p/Q	q	ξ_w	$\frac{N_w^{q<1}}{N_w^{q=1}}$	$\frac{L_d^{q<1}}{L_d^{q=1}}$	$\frac{L_d^{q<1}}{L_d^{q=1}}$	$\frac{R^{q<1}}{R^{q=1}}$	$\frac{\#S_p^{q<1}}{\#S_p^{q=1}}$
-	-	-	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.
3	5/12	$\frac{2}{5}$	0.933	1.34	1.76	2.51	0.88	$\frac{4}{5}$
3	5/9	$\frac{3}{10}$	0.945	1.76	3.07	3.42	0.98	$\frac{3}{5}$
3	7/12	$\frac{2}{7}$	0.933	1.88	3.46	3.52	1.03	$\frac{4}{7}$
3	7/18	$\frac{3}{7}$	0.902	1.29	1.63	2.39	0.93	$\frac{6}{7}$
3	7/15	$\frac{5}{14}$	0.951	1.47	2.11	2.94	0.93	$\frac{5}{7}$
3	11/18	$\frac{3}{11}$	0.902	2.03	4.03	3.76	1.09	$\frac{6}{11}$
3	11/21	$\frac{7}{22}$	0.953	1.65	2.62	3.34	0.99	$\frac{7}{11}$
3	11/27	$\frac{9}{22}$	0.915	1.34	1.71	2.51	0.97	$\frac{9}{11}$
3	14/30	$\frac{5}{14}$	0.951	1.47	2.11	2.94	0.98	$\frac{5}{14}$
3	14/9	$\frac{3}{28}$	0.945	4.94	24.04	9.58	1.46	$\frac{3}{14}$
3	14/27	$\frac{9}{28}$	0.954	1.63	2.54	3.32	1.00	$\frac{9}{14}$
5	7/15	$\frac{3}{14}$	0.980	2.38	2.11	4.25	0.91	$\frac{3}{7}$
5	11/20	$\frac{2}{11}$	0.976	2.82	2.92	4.70	0.98	$\frac{4}{11}$
5	11/30	$\frac{3}{11}$	0.900	2.04	1.51	2.45	0.97	$\frac{6}{11}$
5	11/25	$\frac{5}{22}$	0.967	2.28	1.89	3.65	0.94	$\frac{5}{11}$
5	14/10	$\frac{1}{14}$	0.951	7.36	20.54	9.67	0.69	$\frac{1}{14}$
5	14/30	$\frac{3}{14}$	0.980	2.38	2.11	4.25	0.98	$\frac{3}{14}$
5	14/25	$\frac{5}{28}$	0.967	2.90	3.06	4.64	1.00	$\frac{5}{14}$
6	5/12	$\frac{1}{5}$	0.966	2.59	1.76	2.68	0.86	$\frac{2}{5}$
6	7/12	$\frac{1}{7}$	0.966	3.62	3.45	3.75	1.00	$\frac{2}{7}$
9	7/18	$\frac{1}{7}$	0.940	3.72	1.63	3.47	0.90	$\frac{2}{7}$
9	11/18	$\frac{1}{11}$	0.940	5.85	4.01	5.45	1.05	$\frac{2}{11}$
9	11/27	$\frac{3}{22}$	0.954	3.84	1.70	3.86	0.93	$\frac{3}{11}$
9	14/27	$\frac{3}{28}$	0.994	4.70	2.53	8.07	0.96	$\frac{3}{14}$

(3.3), (4.16) und (4.18) die Grundswingungsflussverkettung zu (4.121).

$$\psi_x^{q=1}(t) = r_{Sl_{Fe}} \frac{8N_w^{q=1} \bar{B}_\delta}{\pi} \zeta_M(1) \cos(\omega t - \vartheta_x) \quad (4.121)$$

$$n = 1, 3, 5, \dots, \infty \text{ and } x = 1, 2, 3, \dots, m$$

Die Grundswingungsflussverkettungen der Zahnspulenwicklungen, mit Urwicklung 1.Art

und 2.Art sind durch (4.23) und (4.28) gegeben. Das Verhältnis der Amplituden der Hauptwellenflussverkettung $\psi_x^{q<1}/\psi_x^{q=1}$ folgt somit zu Gleichung (4.122).

$$\frac{\psi^{q<1}}{\psi^{q=1}} = \frac{N_w^{q<1}}{N_w^{q=1}} 2 \xi_w(p') \frac{q_z^*}{p'} \quad (\text{UW 1.Art}) \quad \frac{\psi^{q<1}}{\psi^{q=1}} = \frac{N_w^{q<1}}{N_w^{q=1}} \xi_w(p') \frac{q_z}{p'} \quad (\text{UW 2.Art}) \quad (4.122)$$

In Gleichung (4.122) ist offensichtlich, dass es neben einem hohen Wicklungsfaktor noch zusätzlich eines möglichst großen Verhältnisses q_z/p' bedarf. Bei der Auswahl einer geeigneten Zahnspulenwicklung soll somit zusätzlich auf die Anzahl an Spulen pro Phase und Pol innerhalb einer Urwicklung geachtet werden. Als besonders ungünstig erweisen sich dabei die 9/11/18, 5/14/10 und 3/14/9 Kombinationen in Tabelle 4.4.

In den Spalten 6-8 von Tabelle 4.4 erfolgt eine Gegenüberstellung der Induktivitäten. Dabei ist die geänderte Windungszahl im Ergebnis bereits berücksichtigt und die Induktivitäten sind zur besseren Vergleichbarkeit in das dq -System transformiert. Dabei gilt in allen Fällen, dass L_d gleich L_q ist. Ein Vergleich der Haupt- plus Oberwellenstreueinduktivität ist in Spalte 5 zu sehen. In Spalte 6 erfolgt selbiges für die Nutstreueinduktivität. Es ist festgelegt, dass die Nutform inklusive dem Längen/Breiten- Verhältnis beider Wicklungstypen gleich ist. Dadurch ergibt sich für beide Typen der gleiche Nutstreuleitwert und das Ergebnis ist von der Nutform unabhängig. Dies bedeutet wiederum, dass die Nutstreueinduktivität nur mit der Anzahl an Nuten pro Phase bzw. der Spulenwindungszahl skaliert.

In Spalte 7 ist ersichtlich, dass die Nutstreueinduktivitäten der Zahnspulenvarianten immer größer als bei der konzentrierten Wicklung sind. Dies ergibt sich trotz der geringeren Anzahl an Nuten pro Phase und ist bedingt durch die größere Windungszahl der Spulen. Zusätzlich wird das Ergebnis durch das Vorhandensein von Gegeninduktivitäten bei der Zweischichtausführung beeinflusst.

Deutlich zu erkennen ist, dass bei gleicher Hauptwellenflussverkettung die Zahnspulenwicklungen deutlich mehr an Induktivität als eine konzentrierte Wicklung besitzen. Dies kann hinsichtlich Fehlerstrombegrenzung bzw. dem Feldschwächvermögen hilfreich sein. Interessant ist auch die Abschätzung des Verhältnisses des ohmschen Widerstandes pro Phase nach Spalte 7. Die meisten Zahnspulenvarianten weisen trotz einer größeren Anzahl an Windungen einen geringeren Widerstandswert pro Phase auf. Die Widerstandsberechnung für die Zahnspulenvarianten erfolgt nach (4.99). Auch für die Durchmesserwicklung werden kreisförmig verlaufende Wickelköpfe angenommen. Dies ist zulässig, da in den meisten der betrachteten Varianten die Polteilung der Durchmesserwicklung ungefähr der Nutteilung der Zahnspulenvariante entspricht. Sehr interessant ist auch der Vergleich der 3/5/12 und der 6/5/12 Zweischichtausführung. Die 6-phasige Ausführung benötigt für die gleiche Grundschwingungsflussverkettung ca. die doppelte Anzahl an Windungen pro Spule. Andererseits besitzt sie nur die Hälfte an Spulen pro Phase. Demnach ist die resultierende Induktivität bzw. der ohmsche Widerstandswert zwischen den beiden Kandidaten gleich. Selbiges gilt auch für die 3/7/12 und 6/7/12 Varianten. Die letzte Spalte in Tabelle 4.4 gibt lediglich das Verhältnis der Spulenzahl pro Phase an.

In Tabelle 4.5 erfolgt der direkte Vergleich zwischen den Zweischichtvarianten nach Tabelle 4.4 und den daraus ableitbaren Einschichtvarianten. Auch hier gilt, dass die Ein- und Zweischichtausführung die gleiche Grundwellenflussverkettung besitzen müssen. Die dafür

Tabelle 4.5: Gegenüberstellung von Zahnspulenwicklungen in Einschicht- und Zweischichtausführung

m	p/Q	q	$\frac{\xi_w^{EW}}{\xi_w^{ZW}}$	$\frac{N_w^{EW}}{N_w^{ZW}}$	$\frac{L_{d(h+\sigma)}^{EW}}{L_{d(h+\sigma)}^{ZW}}$	$\frac{L_{d(\sigma_{N_{ut}})}^{EW}}{L_{d(\sigma_{N_{ut}})}^{ZW}}$	$\frac{R^{EW}}{R^{ZW}}$
-	-	-	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.	p.u.
3	5/12	$\frac{2}{5}$	1.04	1.93	1.88	1.07	1.08
3	7/12	$\frac{2}{7}$	1.04	1.93	1.88	1.07	1.07
3	7/18	$\frac{3}{7}$	1.00	2.00	2.02	1.20	1.09
3	11/18	$\frac{3}{11}$	1.00	2.00	2.02	1.20	1.08
3	14/30	$\frac{5}{14}$	1.00	2.00	1.99	1.05	1.06
5	11/20	$\frac{2}{11}$	1.01	1.98	1.99	1.20	1.06
5	11/30	$\frac{3}{11}$	1.00	2.00	2.03	1.85	1.05
5	14/10	$\frac{1}{14}$	1.00	2.00	2.00	1.60	1.12
5	14/30	$\frac{3}{14}$	1.00	2.00	1.99	1.14	1.06
9	7/18	$\frac{1}{7}$	1.00	2.00	2.02	2.29	1.08
9	11/18	$\frac{1}{11}$	1.00	2.00	2.02	2.29	1.08

notwendige Änderung der Spulenwindungszahl ist in der 5. Spalte gegeben. Grundsätzlich besitzen Einschichtwicklungen nur die Hälfte der Spulen einer Zweischichtausführung. Demnach müssen auch die Spulen ca. die doppelte Windungszahl aufweisen. Interessant ist, dass die Einschichtvarianten trotz gleicher Grundschwingungsflussverkettung höhere Induktivitätswerte, speziell nach Spalte 6, aufweisen. Der ohmsche Widerstand nach Spalte 9 ist dabei nur geringfügig höher.

Die nächsten interessanten Vergleiche liefert Tabelle 4.6. Hier wird der Klirrfaktor (Thd = Total harmonic distortion) der induzierten Spannung und jenes des erzeugten Drehmomentes (Rippelmomentes) gezeigt. Die Drehmomentengleichungen der Zahnspulenwicklungen folgen aus (4.114) und (4.116). Für eine konzentrierte Wicklung ergibt sich das Drehmoment zu (4.123). Für die Berechnung ist die Wicklungsfunktion nach (3.3) heranzuziehen.

$$M(t)^{q=1} = r_S l_{Fe} m \frac{4N_w^{q=1} \bar{B}_\delta I p}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \xi_M(n) \sin((1-n)\omega_{el}t - n\delta_0)$$

$$n = 1 \pm 2mY \quad Y = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (4.123)$$

Nun wird das zeitlich kontinuierliche Moment $n = 1$ der Zahnspulenwicklungen nach Gleichung (4.115) bzw. (4.117) auf jenes nach (4.123) bezogen. Dabei folgt mit $p = p' t_p$ direkt Gleichung (4.124).

$$\frac{\bar{M}^{q<1}}{\bar{M}^{q=1}} = \frac{N_w^{q<1}}{N_w^{q=1}} 2 \xi_w(p') \frac{q_z^*}{p'} \quad (\text{UW 1.Art}) \quad \frac{\bar{M}^{q<1}}{\bar{M}^{q=1}} = \frac{N_w^{q<1}}{N_w^{q=1}} \xi_w(p') \frac{q_z}{p'} \quad (\text{UW 2.Art}) \quad (4.124)$$

Gleichung (4.124) ist völlig identisch mit dem Ergebnis nach (4.122). Damit ist die Äquivalenz hergestellt.

Tabelle 4.6: Vergleich der induzierten Spannung bzw. des Rippelmomentes einer Zweischichtausführung mit einer konzentrierten Wicklung

m	p/Q	q	$\text{Thd}_{\text{EMK}}^{q<1}$	$\frac{\text{Thd}_{\text{EMK}}^{q<1}}{\text{Thd}_{\text{EMK}}^{q=1}}$	$\text{Thd}_M^{q<1}$	$\frac{\text{Thd}_M^{q<1}}{\text{Thd}_M^{q=1}}$	$\Delta M^{q<1}$	$\frac{\Delta M^{q<1}}{\Delta M^{q=1}}$
-	-	-	%	p.u.	%	p.u.	%	p.u.
3	5/12	$\frac{2}{5}$	24.66	0.52	1.51	0.25	3.83	0.28
3	5/9	$\frac{3}{10}$	23.53	0.49	4.58	0.77	8.52	0.62
3	7/12	$\frac{2}{7}$	24.66	0.52	1.51	0.25	3.83	0.28
3	7/18	$\frac{3}{7}$	16.87	0.35	3.75	0.63	7.25	0.53
3	7/15	$\frac{5}{14}$	23.02	0.48	5.68	0.96	9.92	0.72
3	11/18	$\frac{3}{11}$	16.86	0.35	3.75	0.63	7.25	0.53
3	11/21	$\frac{7}{22}$	22.90	0.48	5.96	1.00	11.19	0.81
3	11/27	$\frac{9}{22}$	15.55	0.33	1.80	0.30	3.76	0.27
3	14/30	$\frac{5}{14}$	23.02	0.48	5.68	0.96	9.92	0.72
3	14/9	$\frac{3}{28}$	23.53	0.49	4.58	0.77	8.51	0.62
3	14/27	$\frac{9}{28}$	22.82	0.48	6.08	1.02	11.93	0.87
5	7/15	$\frac{3}{14}$	31.99	0.67	1.54	0.73	2.89	0.59
5	11/20	$\frac{2}{11}$	31.61	0.66	0.52	0.25	1.25	0.26
5	11/30	$\frac{3}{11}$	15.86	0.33	1.63	0.78	3.05	0.63
5	11/25	$\frac{5}{22}$	26.82	0.56	0.97	0.46	1.70	0.35
5	14/10	$\frac{1}{14}$	29.73	0.62	2.10	1.00	4.96	1.02
5	14/30	$\frac{3}{14}$	31.99	0.67	1.54	0.73	2.89	0.59
5	14/25	$\frac{5}{28}$	26.82	0.56	0.97	0.46	1.70	0.35
6	5/12	$\frac{1}{5}$	31.51	0.66	1.45	1.00	3.38	1.00
6	7/12	$\frac{1}{7}$	31.51	0.66	1.45	1.00	3.38	1.00
9	7/18	$\frac{1}{7}$	28.96	0.61	0.64	1.00	1.50	1.00
9	11/18	$\frac{1}{11}$	28.96	0.61	0.64	1.00	1.50	1.00
9	11/27	$\frac{3}{22}$	24.42	0.51	0.44	0.69	0.84	0.56
9	14/27	$\frac{3}{28}$	38.71	0.81	0.46	0.72	0.87	0.58

Der Oberschwingungsgehalt in den induzierten Spannungen der Zweischichtwicklungen ist deutlich geringer als bei den konzentrierten Wicklungen. Speziell die Kombinationen 5/11/30, 3/7/18 und 3/11/18 nach Tabelle 4.6 sind dabei hervorzuheben. Der Oberschwingungsgehalt des Drehmomentes (Spalte 6 u.7) reduziert sich, wie erwartet, bei einer

Erhöhung der Phasenanzahl.

In Tabelle 4.7 ist wiederum der direkte Vergleich zwischen Ein- und Zweischichtwicklung dargestellt. Die meisten Einschichtvarianten besitzen ein größeres Oberschwingungsspektrum im Durchflutungsverlauf. Die ist anhand der induzierten Spannungen (Spalte 5) dem Drehmomentenrippel (Spalte 7) und auch anhand der größeren Induktivitäten zu erkennen.

Tabelle 4.7: Vergleich der induzierten Spannung bzw. des Rippelmomentes zwischen Einschicht- und Zweischichtausführung

m	p/Q	q	$\text{Thd}_{\text{EMK}}^{\text{EW}}$	$\frac{\text{Thd}_{\text{EMK}}^{\text{EW}}}{\text{Thd}_{\text{EMK}}^{\text{ZW}}}$	$\text{Thd}_{\text{M}}^{\text{EW}}$	$\frac{\text{Thd}_{\text{M}}^{\text{EW}}}{\text{Thd}_{\text{M}}^{\text{ZW}}}$	ΔM^{EW}	$\frac{\Delta M^{\text{EW}}}{\Delta M^{\text{ZW}}}$
-	-	-	%	p.u.	%	p.u.	%	p.u.
3	5/12	$\frac{2}{5}$	31.51	1.28	10.16	6.72	18.60	4.85
3	7/12	$\frac{2}{7}$	31.51	1.28	10.16	6.72	18.60	4.85
3	7/18	$\frac{3}{7}$	16.87	1.00	3.78	1.01	7.55	1.03
3	11/18	$\frac{3}{11}$	16.86	1.00	3.78	1.01	7.54	1.03
3	14/30	$\frac{5}{14}$	23.02	1.00	5.67	1.00	10.43	1.01
5	11/20	$\frac{2}{11}$	36.83	1.16	3.55	6.78	6.46	5.17
5	11/30	$\frac{3}{11}$	15.86	1.00	1.64	1.01	3.06	1
5	14/10	$\frac{1}{14}$	29.73	1.00	2.10	1.00	4.94	1
5	14/30	$\frac{3}{14}$	31.99	1.00	1.53	1.00	2.86	0.99
9	7/18	$\frac{1}{7}$	28.96	1.00	0.64	1.00	1.52	1.02
9	11/18	$\frac{1}{11}$	28.96	1.00	0.64	1.00	1.52	1.02

Bestimmte Nut/Pol/Phasen- Kombinationen können unter Umständen einen verhältnismäßig großen Drehmomentenrippel besitzen. Eine Drehmomentenanalyse ist somit in Zusammenhang mit Zahnspulenausführungen sehr wichtig.

Als Beispiel sei dabei auf die Zeile 1 in Tabelle 4.7 hingewiesen. Die 3/5/12 Einschichtvariante zeigt einen um fast dem Faktor fünf größeren maximalen Drehmomentenrippel als die Zweischichtausführung. Beide Ausführungen besitzen exakt das gleiche Erregerfeld. Die Ursache liegt somit im Spektrum der vom Stator erzeugten Durchflutung. Bei Speisung mit sinusförmigen Phasenströmen hängt die Durchflutung nur von der Wicklungsfunktion der Phasen ab. Das Ergebnis der analytischen Drehmomentenberechnung für diesen Fall ist in Abbildung 4.17 gezeigt. Dabei sieht man den deutlich größeren Drehmomentenrippel der Einschichtausführung. Zusätzlich ist noch jener der Zweischichtausführung und jener der vergleichbaren Maschine mit einer konzentrierten Wicklung gezeigt. Es ist eine deutliche Dominanz der sechsten Oberschwingung im Drehmoment erkennbar. Aus Gleichung (4.114) folgt, dass diese die sechste Zeitharmonische durch die fünfte Ordnung der Erregerfeldwelle und den Durchflutungswellen der 25. und 35. Ordnung hervorgerufen

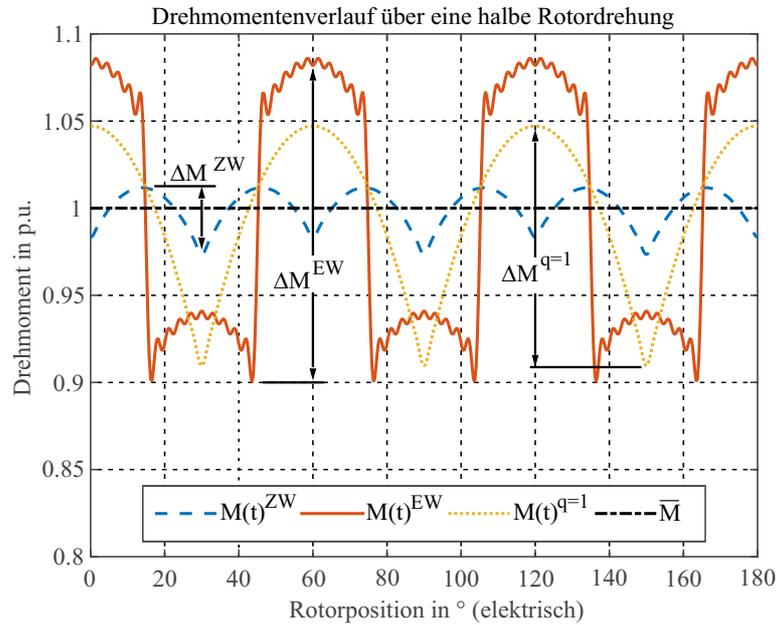


Abbildung 4.17: Drehmomentenverlauf über eine halbe Rotordrehung

wird. Die Wickelfaktoren der beiden Ordnungen einer Zweischichtwicklung ergeben sich zu $\xi_w(25) = 0.13$ und $\xi_w(35) = -0.13$. Jene der Einschichtausführung sind mit $\xi_w(25) = 0.25$ und $\xi_w(35) = 0.25$ nicht nur doppelt so groß, sondern auch vom gleichen Vorzeichen. Dies ist der Grund für den erhöhten Drehmomentenrippel der Einschichtausführung. Die Bestimmung der Wicklungsfaktoren erfolgt dabei mit Hilfe der Winkelinformation aus Tabelle 3.1 und den Gleichungen (3.10) und (3.8).

Eine Reduktion des Drehmomentenrippels kann bei der Einschichtwicklung nur durch eine 20%ige Verringerung der Polbedeckung erfolgen. Dies reduziert jedoch auch die Grundwellenamplitude. Bei der 3/5/12 Zweischichtausführung hat die Rotorsehnung eine geringere Auswirkung und kann gegebenenfalls entfallen.

4.10 Zusammenfassung

Der erste Teil des Kapitels beschäftigt sich mit der Ermittlung des magnetischen Arbeitspunktes der Permanentmagnete. Mit Hilfe eines magnetischen Ersatzschaltbildes wird der Zusammenhang zwischen der Magnetkreisgeometrie und des sich dadurch ergebenden Arbeitspunktes geschaffen. Des Weiteren wird die Verschiebung eines möglichen Arbeitspunktes durch die Ankerrückwirkung diskutiert.

Im nächsten Unterabschnitt erfolgt die Herleitung der Flussverkettungen bzw. der induzierten Spannungen mit Hilfe der Wicklungsfunktionen.

Im nächsten Unterabschnitt werden die Haupt- und Oberwellenstreuinduktivitäten mit

Hilfe der Wicklungsfunktionen hergeleitet. Für Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung 1.Art wird zusätzlich das Ergebnis für einen nicht konstanten Luftspalt ermittelt. Im Anschluss erfolgt die Berechnung der Nutstreuinduktivitäten. Die Herleitung basiert auf den geometrischen Verhältnissen der Nut und die sich daraus ergebenden Nutstreuleitwerte.

Im nächsten Unterabschnitt wird aus den Wicklungsfunktionen für eine Urwicklung 1.Art und 2.Art die Durchflutungsverteilung sowie der Statorstrombelag abgeleitet. Die Ergebnisse sind für beliebige Phasenzahlen gültig. Anschließend erfolgt die Ableitung des von der Maschine erzeugten Drehmomentes. Die Gleichungen berücksichtigen neben dem konstanten Drehmoment auch noch einen möglichen Momentenrippel.

Der letzte Teil zeigt eine Gegenüberstellung möglicher Zahnspulenwicklungen der 1.Art und 2.Art mit einer konzentrierten Wicklung bzw. den direkten Vergleich einer Zweischichtwicklung mit einer Einschichtvariante gleicher Lochzahl. Alle betrachteten Maschinentypen besitzen gleiche geometrische Abmessungen und haben dasselbe Erregerfeld. Für eine gleiche Grundschwingungsflussverkettung benötigen die Zahnspulenvarianten eine höhere Anzahl an Windungen pro Spule. Dies bewirkt größere Induktivität. Der Unterschied ist bei den Einschichtvarianten noch deutlicher.

Im Vergleich zu einer konzentrierten Wicklung ist das Oberschwingungsspektrum der induzierten Spannungen und des Drehmomentenverlaufes bei den Zweischichtwicklungen größtenteils geringer. Bei den Einschichtvarianten sind speziell im Spektrum des Drehmomentes höhere Oberschwingungsamplituden festzustellen.

Kapitel 5

Entwurf und Realisierung eines Versuchsmotors

5.1 Allgemeines

In den Kapiteln zuvor wird ausführlich das Thema der Zahnspulenwicklung behandelt. Dabei wird die Phasen-, Pol- und Nutanzahl als Variable mitgeführt und die Betrachtungen bewusst allgemein gehalten. In diesem Kapitel erfolgt die Umsetzung eines konkreten Elektromotors. Das übergeordnete Ziel ist es, eine Maschine zu entwerfen, die als Grundlage für vielseitige Untersuchungsmöglichkeiten verwendet werden kann. Der Motor soll zum Beispiel einen 3-phasigen und 6-phasigen Betrieb erlauben. Dabei soll auch ein paralleler Umrichterbetrieb an räumlich verschobenen und übereinanderliegenden 3-Phasen-Systemen möglich sein. Die daraus ableitbaren Ergebnisse können für unterschiedlichste Bereiche der Antriebstechnik genützt werden.

Optimierungen hinsichtlich Verluste, Baugröße, Kühlung, Nutrastmoment etc. stehen jedoch nicht im Vordergrund und werden auch nicht detailliert behandelt.

Für die grundsätzliche Berechnung des Motors werden die in Kapitel 4 erarbeiteten Berechnungsmethoden angewendet. Zusätzlich wird zur Überprüfung eine FE-Simulation durchgeführt. Dabei wird ausschließlich die Software FEMM 4.2 [78] verwendet.

5.2 Ziele, Vorgaben und Randbedingungen

Die Anforderungen an den Motor verlangen ein möglichst flexibles Wicklungslayout. Im Vordergrund steht dabei, eine Nut/Polanzahl zu finden, die eine unsymmetrische 6-Phasen-Ausführung zulässt. Dieses Mehrphasensystem ist nach Abschnitt 2.2 dadurch gekennzeichnet, dass es zwei um 30 Grad räumlich phasenverschobene 3-Phasen-Systeme mit oder auch ohne gemeinsamen Sternpunkt beinhaltet. Des Weiteren soll auch ein 6-Phasen-Betrieb

ohne räumliche Verschiebung (zwei übereinanderliegende 3-Phasen-Systeme) möglich sein. Um nicht von der Verfügbarkeit eines 6-phasigen Wechselrichters abhängig zu sein, soll zusätzlich ein 3-phasiger Betrieb möglich sein. Abschließend soll der Motor noch als Einschicht- und Zweischichtausführung mit gleicher Loch- und Phasenanzahl betrieben werden können. Im Sinne einer kostengünstigen Umsetzung müssen alle diese Ziele in einer Maschine bzw. mit einem Stator-Design und fix platzierten Spulen realisiert werden. Der Übergang zwischen den Wicklungsvarianten darf nur durch entsprechendes Verschalten am Klemmbrett erfolgen.

Unter der genauer Betrachtung von Tabelle 2.1 und Tabelle 2.2 bieten sich die Varianten mit 12 Nuten und 5, 7 oder 17 Polpaaren an. Alle drei erlauben die Umsetzung einer un-symmetrischen 6-Phasen-Zweischichtzahnspulenwicklung. Des Weiteren kann in allen drei Fällen eine 3-phasige Ein- und Zweischichtvariante ausgeführt werden. Aufgrund des einfacheren Rotordesigns und der niedrigeren Grundschwingungsfrequenz wird die Variante mit fünf Polpaaren gewählt. Zusätzlich wird noch jede Zahnspule der Maschine in zwei separate Spulen entsprechend Abbildung 5.1 unterteilt. Dadurch ergibt sich u.a. die Möglichkeit, zwei räumlich übereinanderliegende 3-Phasen-Systeme zu realisieren.

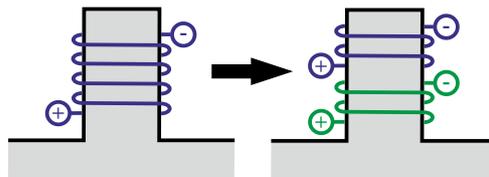


Abbildung 5.1: Aufteilung der Zahnspule in zwei getrennte Zahnspulen

Wegen der einfachen mechanischen Konstruktion soll der Rotor mit Oberflächenmagneten ausgeführt werden. Ein Rotordesign mit vergrabenen Magneten und der damit verbundenen höheren Reluktanz und/oder der Möglichkeit zur Flusskonzentration wäre jedoch die technisch interessantere Lösung. Der Rotordurchmesser bzw. Statorbohrungsinwenddurchmesser ist u.a. durch die Anzahl der Pole und den Dimensionen der vorhandenen Dauermagnete vorgegeben. Um die fünfte Ordnung der Erregerfeldwelle zu reduzieren, wird eine Polbedeckung von 80% gewählt. Die verwendeten Statorbleche werden individuell durch Laserschritt angefertigt und somit richtet sich der Statorblechaußendurchmesser hauptsächlich nach den verfügbaren standardisierten Gehäusegrößen.

Die Nenndrehzahl des Elektromotors ist mit 1500 U/min festgelegt. Dieser übliche Nenndrehzahlwert ermöglicht die Benutzung verfügbarer Belastungsmaschinen in deren Nennbetriebspunkten. Des Weiteren darf die maximal induzierte Phasenspannung nicht über 230V (effektiv) liegen. Jene Verschaltungsvariante mit der größten Anzahl an seriellen Windungen legt somit die Spulenwindungsanzahl fest.

5.3 Mechanische Abmessungen und Fertigung

Die mechanischen Abmessungen des Stator- und Rotorbleches sind in Abbildung 5.2 gegeben. Für eine detaillierte technische Zeichnung sei auf den Anhang B verwiesen. Der

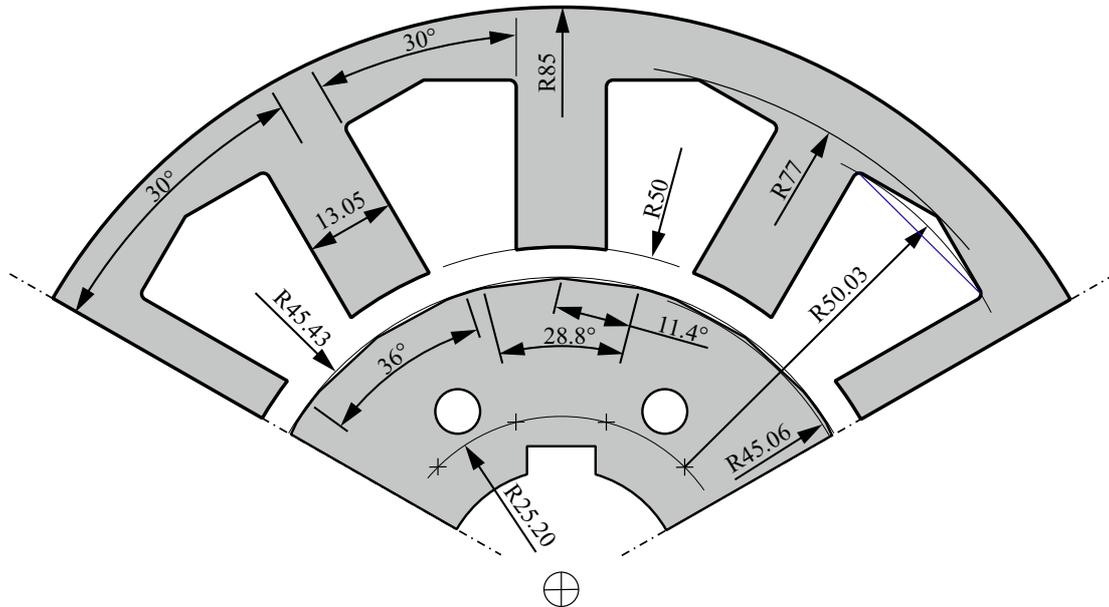


Abbildung 5.2: Dimensionen des Stator- und Rotorbleches

Polygonzug am Rotor dient als Auflagefläche für die Dauermagnete. Jeder Pol besteht aus zwei nebeneinander liegenden Dauermagneten.

Die wichtigsten mechanischen Dimensionen und Details sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Ergänzend muss zur Polbedeckung gesagt werden, dass der Wert von 80% eher theoretisch zu betrachten ist. Wegen den rechteckförmigen Dauermagneten wird der tatsächliche Wert von jenem in Tabelle 5.1 abweichen. Der mechanische Luftspalt wird durch die Bandagierung des Rotors und der Filmdicke des Magnetklebestoffes zusätzlich reduziert. Beides zusammen kann mit einer Höhe von ca. 0.5 mm angesetzt werden. Der verbleibende mechanische Abstand ist in Tabelle 5.1 mit δ'_{mech} angegeben.

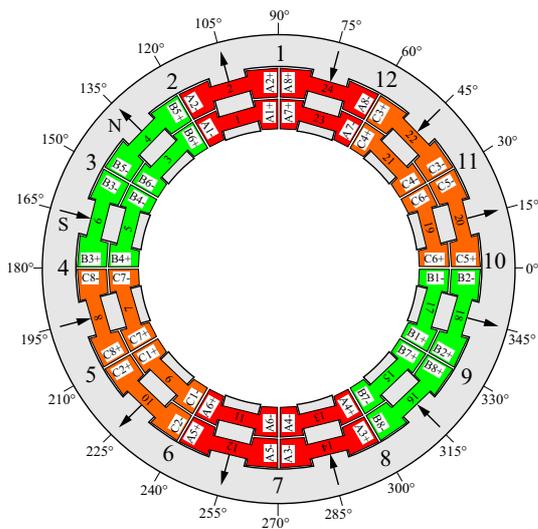
5.4 Anordnung der Spulen

In Abschnitt 5.2 wurden bereits die Anforderungen an das Wicklungsdesign festgehalten. In erster Linie soll es flexibel und zu unterschiedlichen Varianten verschaltbar sein. Eine genauere Betrachtung aller erforderlichen Wicklungslayouts lässt deutlich erkennen, dass zwar die Verschaltung der Spulen unterschiedlich ist, jedoch nicht ihre mechanische Position am Statorumfang. Zusätzlich sind auch die anhand des Wicklungssinns definierten Durchflutungsrichtungen gleich. Die Festlegung der positiven und negativen Spulenseiten

Tabelle 5.1: Spezifische Kenndaten des Versuchsmotors

Bezeichnung		Einheit	Maß/Bezeichnung
Blechdicke Stator/Rotor	b_{Fe}	mm	0.5
Blechtyp			M330-50A [79, 80, 81]
Dauermagnettyp (Nd-Fe-B)			VACODYM 677AP [56]
Magnetdimension (H/B/L)	$h_M/b_M/l_M$	mm	3.5/11/20
Remanenzflussdichte @20°C	B_r	T	1.13
Koerzitivfeldstärke @20°C	H_{CB}	kAm	860
Permiabilität	μ_{rM}		1.04
Temperaturkoeffizient	$TK(B_r)$	% pro K	≈ -0.09
Statoraußenradius	r_{S_o}	mm	85
Axiale Länge	l_{Fe}	mm	140
Statorinnenbohrradius	r_S	mm	50
Rotorradius	r_R	mm	45.43
Luftspalt min/max (magnetisch)	δ	mm	4.57/4.94
Luftspalt (mechanisch)	$\delta_{mech}/\delta'_{mech}$	mm	1.07/ ≈ 0.5
Polteilung	τ_p	Grad	36°
Nutteilung	τ_N	Grad	30°
Nutöffnung	b_N	Grad/mm	15°/13.05
Zahnbreite	b_Z	Grad/mm	15°/13.05
Polbedeckung	β_M	%/mm	80/28.8
nominale Stromdichte	J	A _{rms} /mm ²	4.8
Kupferquerschnitt	A_{Cu}	mm ²	2.5
Nutfüllfaktor			40%
Anzahl der Polpaare	p		5
Nenn Drehzahl	n_N	U/min	1500
Nennfrequenz	f_N	Hz	125

und ihre genauen mechanischen Positionen erfolgt über das MMK-Zeigerbildes für die 3/5/12 Kombination. Es handelt sich dabei um eine Urwicklung 1.Art mit einer Lochzahl von 2/5. In Abbildung 5.3a sind die Positionen der 2x12 Zahnspulen dargestellt. Die Nuten sind aufsteigend nummeriert und der Zahn 1 befindet sich zwischen der Nut 1 und 2. Die Pfeile signalisieren die vorgesehenen Durchflutungsrichtungen, wenn die Spulenströme das eingezeichnete Vorzeichen besitzen. Dabei gilt die Stromrichtung in das Blatt hinein als die positive Stromrichtung. Wenn man von der Antriebsseite auf die Maschine blickt, entsprechen die Positionen der Spulen exakt jenen in Abbildung 5.3a (siehe auch Anhang B). Alle Spulenseiten (A1-A8,B1-B8,C1-C8) sind auf das Klemmbrett geführt und können dort nach Wunsch verschaltet werden. Jede Spulenseite ist an die jeweils gleich nummerierte Buchse geführt. In Abbildung 5.4 ist das Klemmbrett abgebildet. Buchsen mit gleicher Bezeichnung sind intern miteinander verbunden.

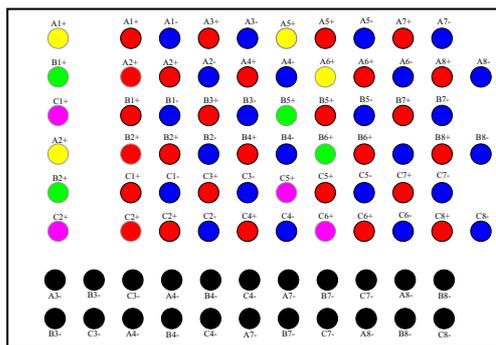


(a) Konstruktionszeichnung

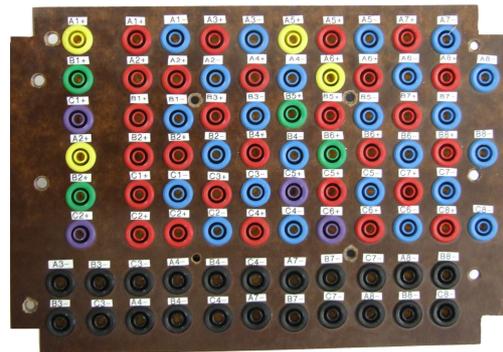


(b) Fotografie

Abbildung 5.3: Anordnung der Spulen über den Umfang



(a) Konstruktionszeichnung



(b) Fotografie

Abbildung 5.4: Klemmbrett des Elektromotors

5.5 Schaltvariantenunabhängigen elektrischen Parameter

Durch die Fixierung der Geometrie und der Position der Spulen können bereits wichtige elektrische Parameter, die nicht von der Verschaltung der Spulen abhängen, bestimmt werden. Dabei zählt in erster Linie der magnetische Arbeitspunkt der Dauermagneten und die daraus resultierende Flussdichte im Luftspalt. In weiterer Folge können die für die Spulenseiten einer Nut gültigen Streu- und Koppelstreuinduktivitäten berechnet werden. Der ohmsche Widerstand einer Spule bzw. das Nutrastmoment ist von der Verschaltung der Spulen auch nicht beeinflusst.

5.5.1 Luftspaltfeld, Erregerfeld

Basierend auf die Ausarbeitung in Abschnitt 4.2 erfolgt die Berechnung des Arbeitspunktes bzw. der Arbeitsgeraden ($\Theta_{Spule} = 0$) der Dauermagnete mit den Gleichungen (4.10) und (4.14). Die für die Berechnung notwendigen Daten sind aus Tabelle 5.1 zu entnehmen. Die sich aus den geometrischen Verhältnissen ergebende Arbeitsgerade ist in Abbildung 5.5 eingezeichnet.

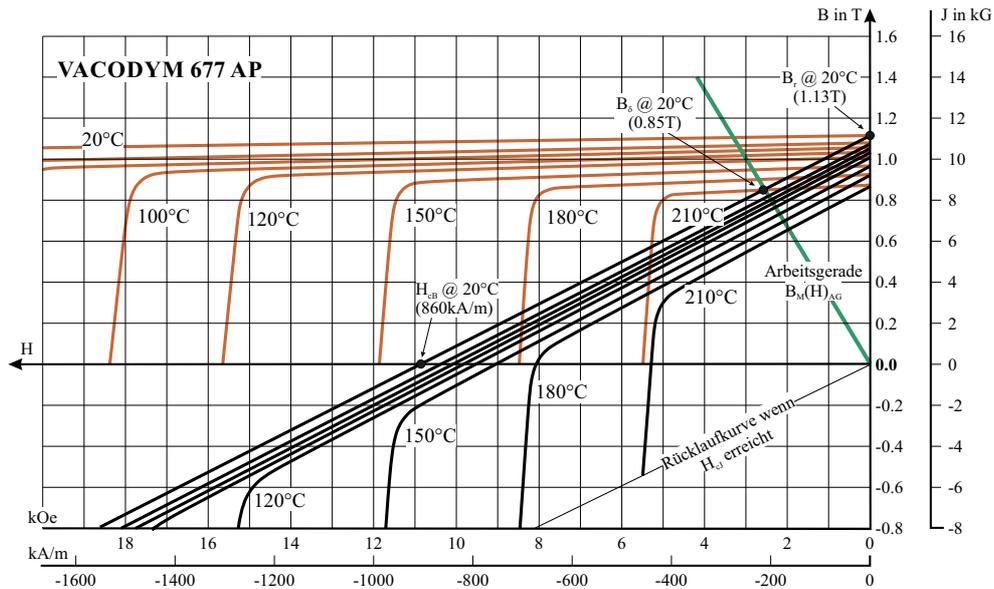


Abbildung 5.5: Entmagnetisierungskurven VACODYM 677AP [56]

Der Einfluss der Statornuten wird über den Carter-Faktor k_c nach Unterabschnitt 4.2.2 berücksichtigt. Die maximale Flussdichte im Zahn folgt aus Gleichung (4.17). In Tabelle 5.2 sind die Ergebnisse gesammelt dargestellt.

Tabelle 5.2: Zusammengefasst die wichtigsten Kenndaten des Erregerfeldes

Bezeichnung		Einheit	Maß
max. Flussdichte	B_δ	T	0.85
Carter-Faktor	k_c		0.79
nutzbare max. Flussdichte	\overline{B}_δ	T	0.67
max. Flussdichte im Zahn	$B_{z,max}$	T	1.05

5.5.2 Nutstreueinduktivitäten, Spulenwiderstand

Durch die Festlegung der Nutgeometrie und der Anzahl an Windungen pro Spulenseite ist die Ermittlung der Selbst- und Gegeninduktivität aufgrund der Nutform möglich. Des Weiteren kann auch die Zahnkopfstromung ermittelt werden. Abbildung 5.6a zeigt die tatsächliche Nutform inklusive des magnetisch relevanten Luftspaltes. In Abbildung 5.6b ist die für die Berechnung angepasste Nutform gezeigt. Für die Berechnung ist das Formelwerk aus Unterabschnitt 4.4.3 anzuwenden. Jede Nut beheimatet vier Spulenseiten. Nach

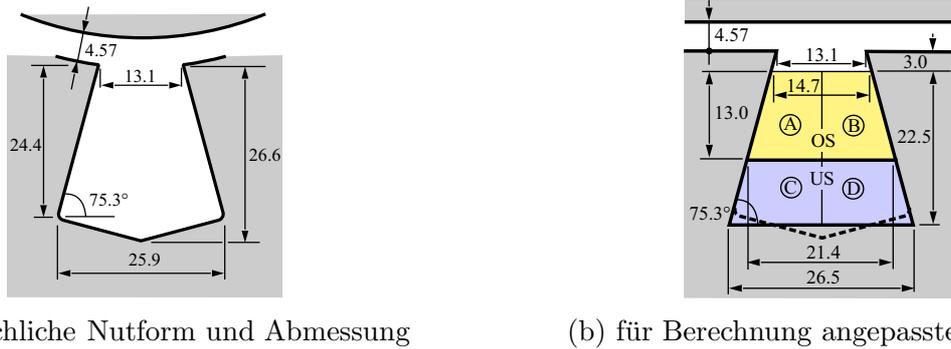


Abbildung 5.6: Nutform zur Berechnung der Nutstreueinduktivität

Abbildung 5.6b liegen die Spulenseiten A und B in der Oberschicht (OS) und die Spulenseiten C und D in der Unterschicht. Für die Berechnung wird angenommen, dass jede Spulenseite die gleich große Fläche einnimmt.

Jede Spulenseite besitzt eine Selbstinduktivität bzw. eine Gegeninduktivität zu einer benachbarten Spule. Aus (4.88) folgt, dass die Selbstinduktivität der Spulenseite A gleich jener von B ist. Selbiges gilt für C und D . Hinsichtlich der Gegeninduktivität folgt aus (4.89), (4.90) und (4.91), dass die Gegeninduktivität zwischen A und B der Selbstinduktivität von A oder B entspricht. Wiederum gilt selbiges für C und D . Die Gegeninduktivitäten zwischen A/C , A/D , B/C und B/D sind alle gleich groß.

Die Zahnkopfstromung nach Abschnitt 4.4.3 ist Teil der Nutstromung und wird durch (4.94) berechnet und ist für alle Spulenseiten gleich groß.

$$\underline{\underline{L}}_{\sigma Nut} = \begin{array}{c} \text{Spulen} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{bmatrix} A & B & C & D \\ L_{s\sigma}^T & L_{s\sigma}^T & L_{c\sigma}^{T/B} & L_{c\sigma}^{T/B} \\ L_{s\sigma}^T & L_{s\sigma}^T & L_{c\sigma}^{T/B} & L_{c\sigma}^{T/B} \\ L_{c\sigma}^{T/B} & L_{c\sigma}^{T/B} & L_{s\sigma}^B & L_{s\sigma}^B \\ L_{c\sigma}^{T/B} & L_{c\sigma}^{T/B} & L_{s\sigma}^B & L_{s\sigma}^B \end{bmatrix} + L_{\sigma K} \quad (5.1)$$

Die Terme $L_{s\sigma}^T$ und $L_{s\sigma}^B$ folgen mit den Abmessungen nach Abbildung 5.6b und Gleichung (4.78). Der Term $L_{c\sigma}^{T/B}$ wird mit Gleichung (4.86) bestimmt. Die Ergebnisse für die Spu-

lenseiten sind in der Matrix nach (5.2) zusammengefasst.

$$L_{\sigma Nut} = \begin{bmatrix} \mathbf{51.5} & 51.5 & 59.9 & 59.9 \\ 51.5 & \mathbf{51.5} & 59.9 & 59.9 \\ 59.9 & 59.9 & \mathbf{93.3} & 93.3 \\ 59.9 & 59.9 & 93.3 & \mathbf{93.3} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Die Ergebnisse in (5.2) sind in μH gegeben. Der ohmsche Widerstandswert einer Spule folgt mit dem Leiterquerschnitt nach Tabelle 5.1 und den beiden Gleichungen (4.98) und (4.99) zu (5.3). Die mittlere Länge einer Windung ergibt sich zu 350mm .

$$R_{Spule} = \underline{50\text{m}\Omega} (@20^\circ\text{C}) \quad (5.3)$$

5.5.3 Berechnung des Nutrastmomentes

Die Berechnung des Nutrastmomentes erfolgt mittels FE-Simulation. Das kleinste gemeinsame Vielfache der Nut und Polzahl ergibt sich zu 60 (siehe auch Tabelle 4.1 in Abschnitt 4.8). Dies ergibt 60 Perioden des Nutrastmomentes während einer mechanischen Umdrehung. Für die Berechnung einer Periode genügt es, den Rotor zwischen 0 bis 6° (mechanisch) rotieren zu lassen. Für eine ausreichend genau Auflösung soll die Schrittweite der Rotordrehung 0.15° betragen. Zusätzlich soll der Umkreisradius der Finiten Elemente ca. 0.05mm betragen. Die Berechnung des Momentes erfolgt über den Maxwell'schen Spannungstensor nach (4.108) bei einem Radius von 49.45mm .

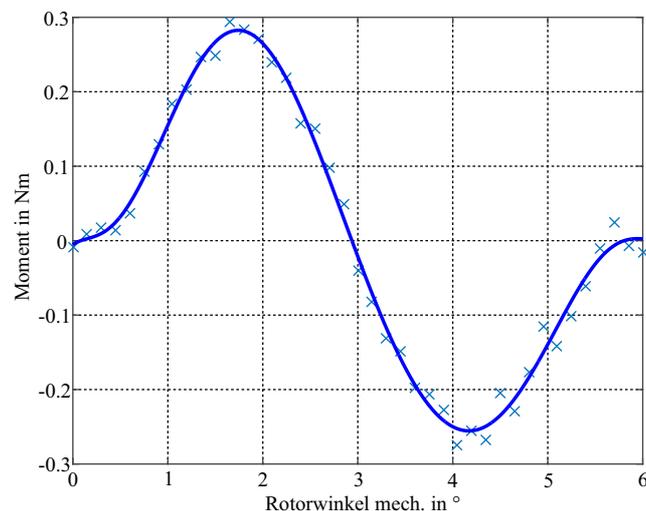


Abbildung 5.7: Verlauf des Nutrastmomentes über eine Periode die mechanisch mechanisch 6° ($360^\circ/60$) entspricht

5.6 Beschreibung der unterschiedlichen Schaltungsvarianten und deren elektrischen Eigenschaften

Die mechanischen Positionen der Spulen wurde in Abschnitt 5.4 festgelegt. In diesem Abschnitt folgt die Beschreibung der notwendigen Verschaltung der Spulenseiten, um das gewünschte Wicklungslayout zu erhalten. Dabei wird auf die 3-Phasen-Zweischicht- (3PhZW) und Einschichtvariante (3PhEW) näher eingegangen. Des Weiteren werden zwei unterschiedliche 6-Phasen-Verschaltungen behandelt. Die erste in Folge zwei räumlich übereinanderliegenden 3-Phasen-Systeme. Diese Ausführung wird zukünftig als 6-Phasen-Zweischicht-Dualstatorvariante (6PhZWDS) bezeichnet. Jene Schaltungsvariante, in denen alle sechs Phasen eine räumliche Trennung aufweisen, wird als 6-Phasen-Zweischichtvariante (6PhZW) bezeichnet. Bei allen präsentierten Varianten handelt es sich um eine Urwicklungen 1.Art.

Neben der notwendigen Verschaltung der Spulen wird noch der Verlauf der induzierten Spannung bei Nenndrehzahl ermittelt. Zusätzlich erfolgt die Bestimmung der jeweils gültigen Induktivitätsmatrix. Der Verlauf des Drehmomentes ist jeweils am Ende gezeigt. Für die Drehmomentenrechnung werden sinusförmige Phasenströme angenommen. Das Nutrastmoment wird vernachlässigt. Alle Verläufe gelten für eine Rotordrehung gegen den Uhrzeigersinn. Der Zeitpunkt $t = 0$ ist mit dem elektr. Rotorwinkel $\theta_r = 0$ gleichzusetzen.

5.6.1 3-Phasen-Zweischichtvariante (3PhZW)

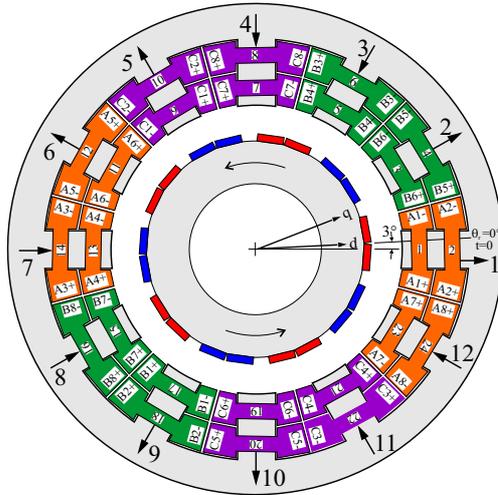
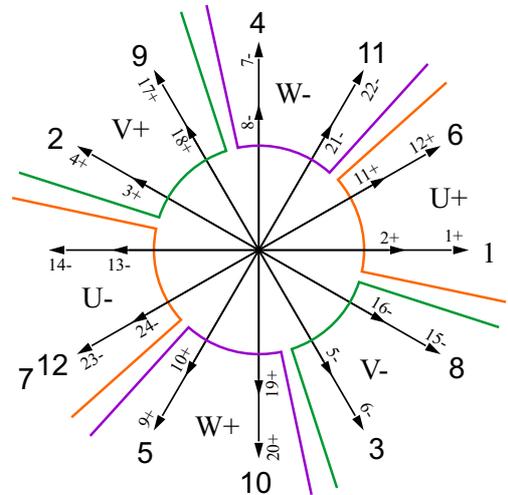
Die 3PhZW besitzt eine Lochzahl von $q = 2/5$. Die Zuteilung der Spulen zu den einzelnen Phasen erfolgt mit Hilfe des MMK-Zeigerbildes nach Abbildung 5.8b und den Ausführungen in Unterabschnitt 2.6.1. In Abbildung 5.8a ist der Zonenplan, passend zum MMK-Zeigerbild, für diese Schaltungsvariante gezeigt.

Jeder Zahn des Ständers trägt zwei Spulen. Die beiden am selben Zahn befindlichen Spulen können nun in Serie oder auch parallel verschaltet werden. Für die weitere Beschreibung erfolgt eine Serienverschaltung, wodurch sich die Anzahl an effektiv betrachteten Spulen auf 12 Stück, mit jeweils 40 Windungen ($N_w = 2 \times 20 = 40 \text{Wdg.}$), reduziert. Die Parallelerschaltung kann als eine zusätzliche Variante innerhalb der 3-Phasen-Zweischichtausführung betrachtet werden. Diese wird jedoch hier nicht weiter behandelt.

In Abbildung 5.9 sind die notwendigen Verbindungen der Spulenseiten, für die 3PhZW-Verschaltung, gezeigt.

Die induzierten Spannungen werden mit Gleichung (4.24) und der maximalen Flussdichte des Erregerfeldes nach Tabelle 5.2, bestimmt. Die Verläufe ergeben sich zu Abbildung 5.10a. Die Amplitude der Grundschwingung bei Nenndrehzahl ist 214V . Zur Überprüfung ist in Abbildung 5.10b das Ergebnis der FE-Simulation gezeigt. Die beiden Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung.

Im nächsten Schritt erfolgt die Auswertung der Induktivitäten. Die analytische Ermittlung der Induktivitätsmatrix wird für die Nutstreuinduktivität und der Haupt- plus Oberwel-


 (a) Zonenplan für 3PhZW bzw. Rotorposition bei $\theta_r = 0^\circ$


(b) MMK- Zeigerbild für die Ordnung der Hauptwelle (3PhZW)

Abbildung 5.8: Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 3PhZW

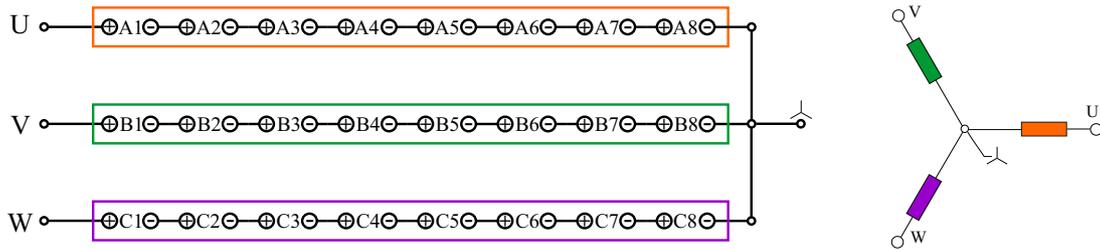


Abbildung 5.9: Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 3PhZW-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle

lenstreuinduktivität getrennt durchgeführt. Die allgemeine Form der Induktivitätsmatrix für eine 3-phasige Variante ist nach (5.4) gegeben.

$$\underline{\underline{L}}(\theta_r)^{3 \times 3} = \begin{array}{c} \text{Phasen} \\ U \\ V \\ W \end{array} \begin{array}{ccc} U & V & W \\ \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{L}_1 & L_c & L_c \\ L_c & \mathbf{L}_1 & L_c \\ L_c & L_c & \mathbf{L}_1 \end{array} \right] & - L_{2s} & \left[\begin{array}{ccc} c(2\theta_r) & 0 & 0 \\ 0 & c(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & c(2\theta_r - 2\pi/3) \end{array} \right] \end{array} \quad (5.4)$$

Die Nutstreuinduktivität der einzelnen Phasen folgt mit den Ergebnissen nach (5.2) und den Ausarbeitungen in Abschnitt 4.4.3. Für die Berechnung der Nutstreuinduktivität bzw. der Gegeninduktivität aufgrund des Nutstreufusses ist es wichtig zu beachten, dass jeder Zahn zwei Spulen beheimatet. Mit Hilfe des Zonenplanes nach Abbildung 5.8a folgt für die Selbstinduktion, aufgrund des Nutstreufusses, Gleichung (5.5).

$$L_{\sigma_x} = L_{s\sigma} = 8 L_{s\sigma}^T + 8 L_{s\sigma}^B + 4 L_{s\sigma}^T + 4 L_{s\sigma}^B + 24 L_{s\sigma}^{T/B} = \underline{\underline{3.17mH}} \quad (5.5)$$

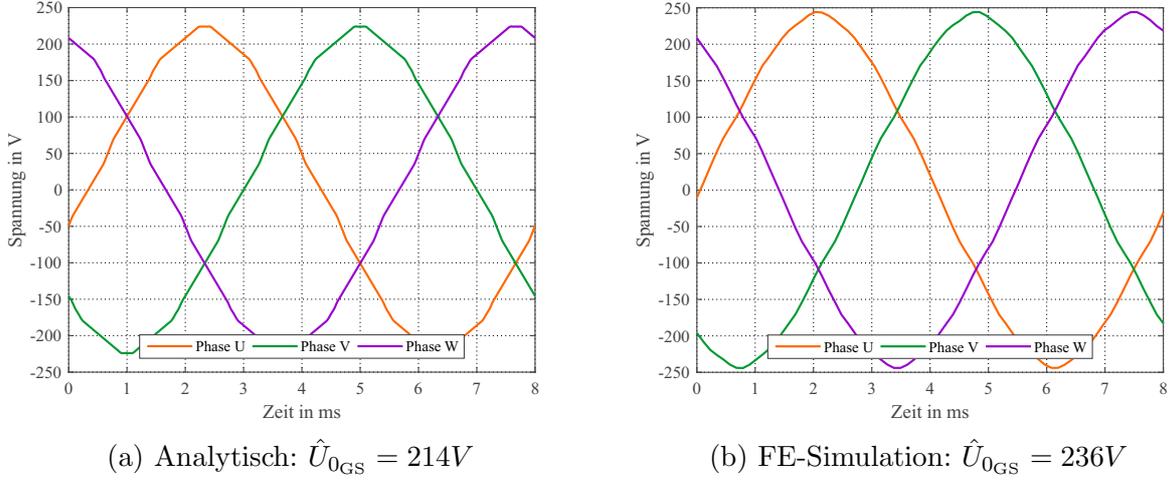


Abbildung 5.10: Verlauf der induzierten Spannungen der 3PhZW-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)

Die Gegeninduktivität folgt auf ähnlicher Weise zu Gleichung (5.6).

$$L_{\sigma_{xy}} = L_{c\sigma} = -2 L_{s\sigma}^T - 2 L_{s\sigma}^B - 4 L_{s\sigma}^{T/B} = \underline{-0.53mH} \quad (5.6)$$

Die Haupt- plus Oberwellenstreuinduktivität folgt mit den Abmessungen nach Tabelle 5.1 und der Gleichung (4.53). Der sich leicht über den Umfang ändernde Luftspalt wird berücksichtigt. Die Ergebnisse sind in (5.7) gezeigt.

$$L_{0s} = \underline{3.9mH} \quad L_{2s} = \underline{0.07mH} \quad (5.7)$$

Die Elemente der Induktivitätsmatrix nach (5.4) ergeben sich abschließend zu Gleichung (5.8).

$$\boxed{L_1 = L_{0s} + L_{s\sigma} = 7.07mH \quad L_{2s} = 0.07mH \quad L_c = L_{c\sigma} = -0.53mH} \quad (5.8)$$

Zur Überprüfung, folgt aus der FE-Simulation, die Elemente der Induktivitätsmatrix zu (5.9).

$$\boxed{L_1 = 6.78mH \quad L_{2s} = 0.02mH \quad L_c = L_{c\sigma} = -0.26mH} \quad (5.9)$$

Die Phasen sind miteinander nur über den Nutstreiffluss verkettet. Der Nutstreiffluss zeigt eine leichte Abhängigkeit mit der Polradlage. Dies ergibt die FE-Simulation und ist auf die vom Luftspalt abhängige Zahnkopfstreuung zurückzuführen. Aufgrund des geringen Ausmaßes wird der veränderliche Anteil vernachlässigt.

Zwischen den Ergebnissen aus (5.8) und (5.9) ist eine Abweichung von ca. $0.2mH$ zu erkennen. Da jedoch der Reluktanzanteil L_{2s} davon nicht betroffen ist, kann die Ursache nur in der analytischen Berechnung der Nutstreuung liegen. Zur verbesserten Vorstellung der Induktivitätsverläufe ist das FE-Simulationsergebnis in Abbildung 5.11 gegeben.

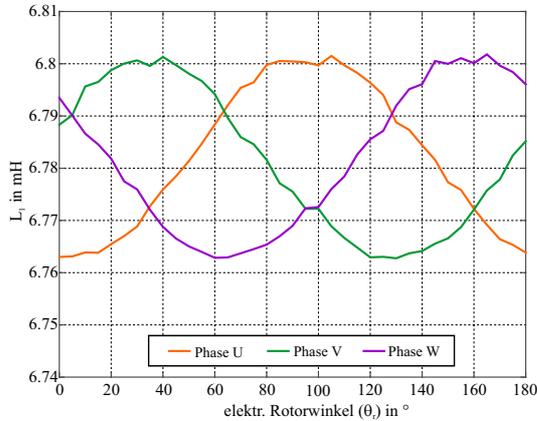


Abbildung 5.11: FE-Ergebnis der Selbstinduktivitäten in Abhängigkeit der elektrischen Rotorposition θ_r (3PhZW-Variante)

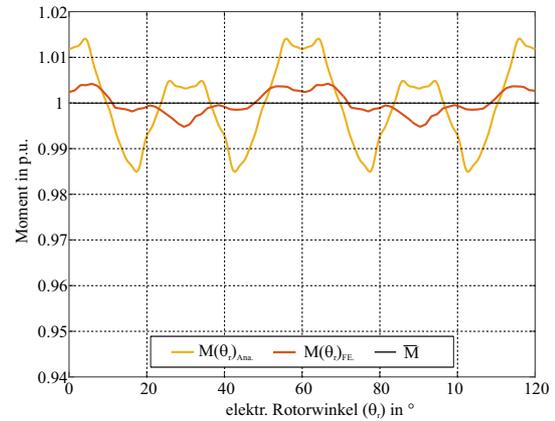


Abbildung 5.12: Momentenverläufe über die elektrische Rotorposition; $\overline{M}_{FE} = 38Nm$, $\overline{M}_{Ana} = 36Nm$

Die Drehmomentenverläufe nach Gleichung (4.114) bzw. der FE-Simulation sind in Abbildung 5.12 gezeigt. Das Nutrastmoment ist dabei nicht berücksichtigt und die speisenden Ströme wurden als rein sinusförmig angenommen. Um die beide Verläufe besser vergleichen zu können, sind sie auf ihr mittleres Moment bezogen. Der Anteil des Rippelmomentes ist beim FE-Ergebnis geringer. Daraus lässt sich ableiten, dass das Oberwellenspektrum des Erregerfeldes geringer als angenommen ist. Dies zeigt sich auch im sinusförmigeren Verlauf der induzierten Spannung. Die Grundschwingung der induzierten Spannung bzw. der Mittelwert des Drehmomentes ist jeweils beim FE-Ergebnis größer. Demnach ist die effektiv nutzbare Grundwelle des Erregerfeldes größer als jener Wert in Tabelle 5.2.

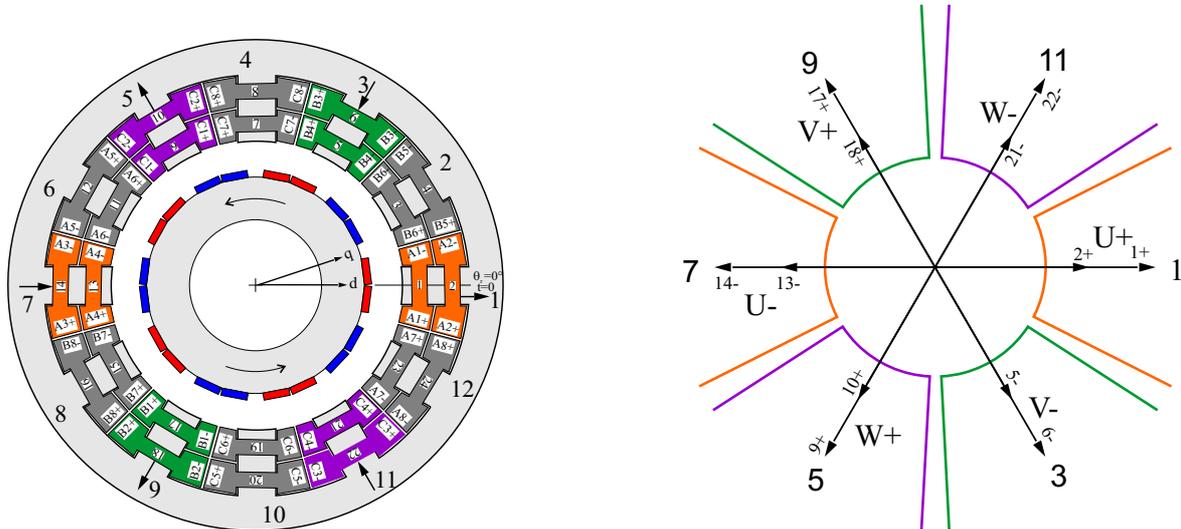
Tabelle 5.3: Zusammenfassung der Ergebnisse für 3PhZW-Ausführung

Bezeichnung	FE-Berechnung		Analytisch	
	SI	p.u.	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{0GS}$	0.300Vs	1	0.272Vs	1
\hat{U}_{0GS}	236V	1	214V	1
\hat{I}_{GS}	17A	1	17A	1
R_s			0.4Ω	0.032

5.6.2 3-Phasen-Einschichtvariante (3PhEW)

Die 3PhEW besitzt eine Lochzahl von $q = 2/5$. Die Zuteilung der Spulen zu den unterschiedlichen Phasen erfolgt wiederum durch das MMK-Zeigerbild nach Abbildung 5.13b.

Grundsätzlich ist bei der Einschichtwicklung nur jeder zweite Zahn bewickelt, demnach kommen im MMK-Zeigerbild auch nur Zeiger mit ungeradzahligem Index vor. Das ge-



(a) Zonenplan für 3PhEW bzw. Rotorposition bei $\theta_r = 0^\circ$

(b) MMK-Zeigerbild für die Ordnung der Hauptwelle (3PhEW)

Abbildung 5.13: Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 3PhEW

naue Wickelbild kann mit den Ausarbeitungen in Unterabschnitt 2.6.1 bestimmt werden. In diesem konkreten Fall erfolgt eine Überführung einer Zweischicht- in eine Einschichtausführung. Das geschieht lediglich durch Ignorieren der Spulen auf Zähnen mit geradzahligem Index. Die dafür erforderliche Verschaltung der Spulenseiten ist in Abbildung 5.14

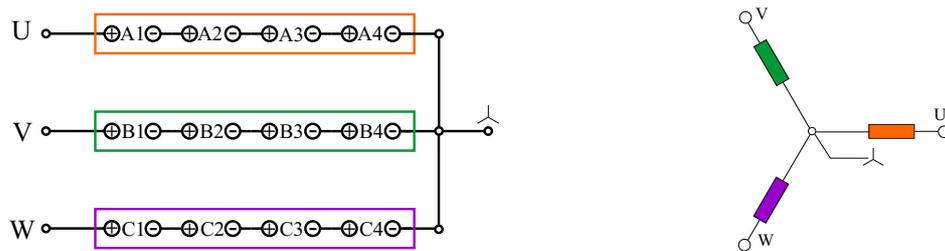


Abbildung 5.14: Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 3PhEW-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle

gezeigt.

Normalerweise wird bei einer Einschichtwicklung die gesamte Nutfläche für eine Spulenseite genützt. In diesem konkreten Design ist zwar elektrisch gesehen nur eine Spulenseite pro Nut relevant, mechanisch gesehen sind jedoch zwei vorhanden. Nach Abbildung 3.5 ist bei vollständig geöffneten Nuten der Nutschlitzfaktor durch die Breite der Spulenseiten

bestimmt. Demnach muss für die 3PhZW und 3PhEW der gleiche Winkel im Nutschlitzfaktor berücksichtigt werden. Wie in Unterabschnitt 5.6.1 erläutert, werden auch bei der Einschichtverschaltung die beiden Spulen jedes Zahnes in Serie verschaltet und die Spulen können im Sinne der Wicklungsfunktion als eine einzige Spule mit 40 Windungen betrachtet werden. Eine Parallelschaltung dieser beiden Spulen kann als weitere hier nicht näher erläuterte Schaltvariante gesehen werden.

Die induzierten Spannungen folgen auf analytischem Wege nach Gleichung (4.24) und sind in Abbildung 5.15a dargestellt. Die Kurvenformen der numerischen Berechnung sind

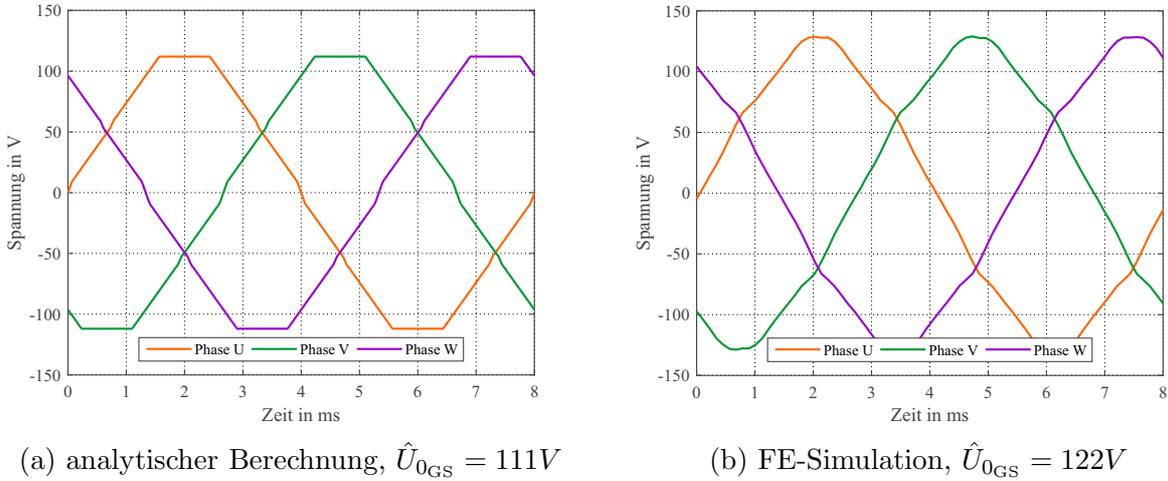


Abbildung 5.15: Verlauf der induzierten Spannungen der 3PhEW-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125\text{ Hz}$)

in Abbildung 5.15b gezeigt. Die Kurvenformen unterscheiden sich deutlicher als bei der 3PhZW. Der Hauptgrund dafür liegt in der Amplitude der Erregerfeldwelle mit der fünften Ordnung. Durch eine Polbedeckung von genau 80% wird diese idealerweise eliminiert. Durch die getroffene Anordnung der Rotormagnete wird dieser Wert nicht erreicht und die Polbedeckung liegt darunter. Dadurch kommt es zusätzlich zu einer Vorzeichenänderung dieser Oberwelle. Der Wicklungsfaktor für diese Oberwellenordnung ist für die Einschichtwicklung doppelt so groß als für die Zweischichtausführung. Aus diesem Grund ist der Einfluss bei der 3PhEW deutlicher. Im Vergleich der Hauptwellenausnutzung zwischen Einschicht- und Zweischichtvariante ist der bessere Wicklungsfaktor anhand des Verhältnisses der Grundschwingungsamplituden zu erkennen. Für eine gleiche Hauptwellenflussverkettung benötigt die Einschichtvariante die 1.93-fache Anzahl an Windungen pro Spule. Dies entspricht dem in Tabelle 4.5 ermittelten Wert.

Die NutstreuSelbstinduktivität der Phasen wird ähnlich der 3PhZW berechnet und ist in (5.10) gezeigt.

$$L_{\sigma_x} = L_{s\sigma} = 4 L_{s\sigma}^T + 4 L_{s\sigma}^B + 8 L_{s\sigma}^{T/B} = \underline{1.06\text{ mH}} \quad (5.10)$$

Bei der Einschichtvariante teilen sich keine Spulenseiten unterschiedlicher Phase eine Nut. Demnach ist die magnetische Kopplung über den Nutstreiffluss theoretischerweise Null.

$$L_{c\sigma} = \underline{0} \quad (5.11)$$

Die Haupt- plus Oberwellenstreuintduktivität folgt mit den Abmessungen nach Tabelle 5.1 und Gleichung (4.53).

$$L_{0s} = \underline{1.97mH} \quad L_{2s} = \underline{0.04mH} \quad (5.12)$$

Die Elemente der Induktivitätsmatrix nach (5.4) ergeben sich zu (5.13).

$$\boxed{L_1 = L_{0s} + L_{s\sigma} = 3.03mH \quad L_{2s} = 0.04mH \quad L_c = L_{c\sigma} = 0mH} \quad (5.13)$$

In Gleichung (5.14) sind die Ergebnisse der FE-Simulation gezeigt.

$$\boxed{L_1 = 3.13mH \quad L_{2s} = 0.01mH \quad L_c = L_{c\sigma} \approx 0mH} \quad (5.14)$$

Die Abweichung zwischen dem analytischen und numerischen Ergebnis ist wiederum mit den getroffenen Annahmen zur analytischen Berechnung der Nutstreuung begründet. Die Selbstinduktivität L_1 entspricht ca. 50% des Wertes der 3PhZW. Bei gleicher Hauptwellenflussverkettung und der damit verbundenen 1.93-fachen Windungszahl pro Spule wäre die resultierende Selbstinduktivität um mindestens das 1.7-fache größer. Auch diese Aussage deckt sich mit den theoretischen Überlegungen in Tabelle 4.5. Die Verläufe der Selbstinduktivität nach Abbildung 5.16 der einzelnen Phasen stammen aus der FE-Simulation.

In Abbildung 5.17 ist der Verlauf des Drehmomentes dargestellt. Wie bei der Zweischichtvariante, sind die Verläufe der analytischen Berechnung mit jenen der FE-Simulation gegenüber gestellt und auf ihren Mittelwert bezogen.

Im Vergleich des Rippelmomentes beider Berechnungsarten zeigt sich für die FE-Simulation ein größeres Rippelmoment. Bei der Gegenüberstellung der induzierten Spannungen nach Abbildung 5.15 ist deutlich, dass die tatsächliche Polbedeckung kleiner als 80% sein muss. Dadurch verschwindet die Oberwelle mit der fünften Ordnung nicht und jene mit der siebenten Ordnung wird schwächer gedämpft. Dies ist auch deutlich im Momentenverlauf der FE-Simulation zu beobachten. Diese beiden Erregerfeldwellen sind die Ursache für die sehr dominante Oberschwingung mit der sechsten Ordnung. In der analytischen Berechnung wird eine 80%-ige Polbedeckung vorausgesetzt. Als Nachweis ist der Verlauf einer analytischen Drehmomentenberechnung für eine Polbedeckung von 73% in Abbildung 5.17 zu sehen. Der Einfluss der besagten Oberwellen ist dabei eindeutig.

5.6.3 6-Phasen-Zweischicht-Dualstatorvariante (6PhZWDS)

Bei dieser Variante handelt es sich grundsätzlich um eine 3-Phasen-Zweischichtausführung. Da jedoch beide Spulen eines Zahnes elektrisch zugänglich sind, ist es möglich, zwei

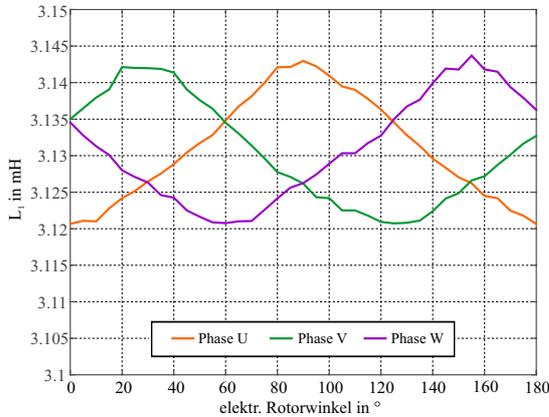


Abbildung 5.16: FE-Ergebnis der Selbstinduktivitäten in Abhängigkeit der elektrischen Rotorposition θ_r (3PhEW-Variante)

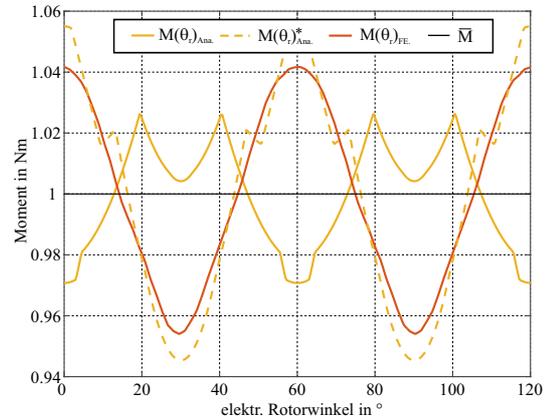


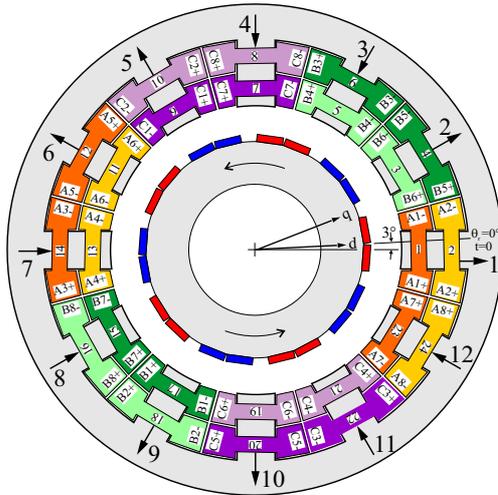
Abbildung 5.17: Momentenverläufe über die elektrische Rotorposition; $\overline{M}_{FE} = 19.7 Nm$, $\overline{M}_{Ana} = 18.9 Nm$

Tabelle 5.4: Zusammenfassung der Ergebnisse für 3PhEW-Ausführung

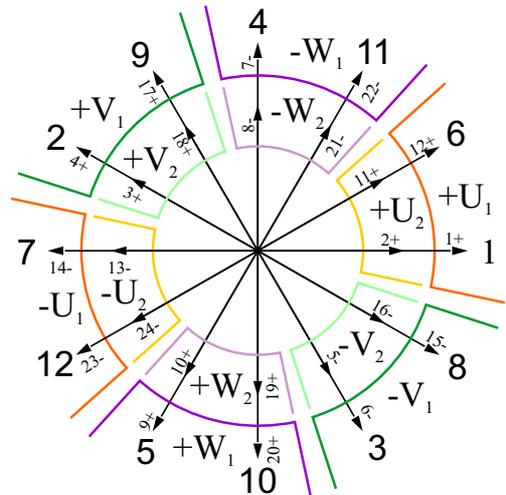
Bezeichnung	FE-Berechnung		Analytisch	
	SI	p.u.	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{0GS}$	0.155Vs	1	0.141Vs	1
\hat{U}_{0GS}	122V	1	11V	1
\hat{I}_{GS}	17A	1	17A	1
R_s			0.2Ω	0.027

räumlich übereinanderliegende 3-Phasen-Systeme zu verschalten. Die Zuteilung der 24 Spulen auf die 6 Phasen erfolgt wiederum mit dem MMK-Zeigerbild nach Abbildung 5.18b. Für die Zuteilung der Spulen zu den Phasen gilt es Folgendes zu beachten. Im Sinne einer gleichmäßigen Nutstreueinduktivität muss jede Phase die gleiche Anzahl an Spulen in der Ober- bzw. in der Unterschicht besitzen (Abbildung 5.6b). Des Weiteren soll die magnetische Kopplung über den Nutstreuefluss für jede Phase innerhalb des jeweiligen 3-Phasen-Systemes die gleiche sein. Diese Anforderungen werden durch die Spulenzuordnung nach Abbildung 5.18b erfüllt. Der Zonenplan nach Abbildung 5.18a zeigt die Zuteilung der Phasen etwas übersichtlicher. Die notwendige Verschaltung der Spulenseiten ist in Abbildung 5.19 gezeigt.

Die analytische Berechnung der induzierten Spannung erfolgt wiederum über Gleichung (4.24). In diesem Fall besitzt jede Spule 20 Windungen. In Abbildung 5.20a und Abbildung 5.20b sind die Verläufe der induzierten Spannungen dargestellt. Es wird wiederum das Ergebnis der analytischen Berechnung mit jenem der FE-Simulation gegenübergestellt. An den Kurvenformen ist deutlich, dass es sich exakt um die Verläufe der



(a) Zonenplan für 6PhZWDS bzw. Rotorposition bei $\theta_r = 0^\circ$



(b) MMK-Zeigerbild für die Ordnung der Hauptwelle (6PhZWDS)

Abbildung 5.18: Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 6PhZWDS

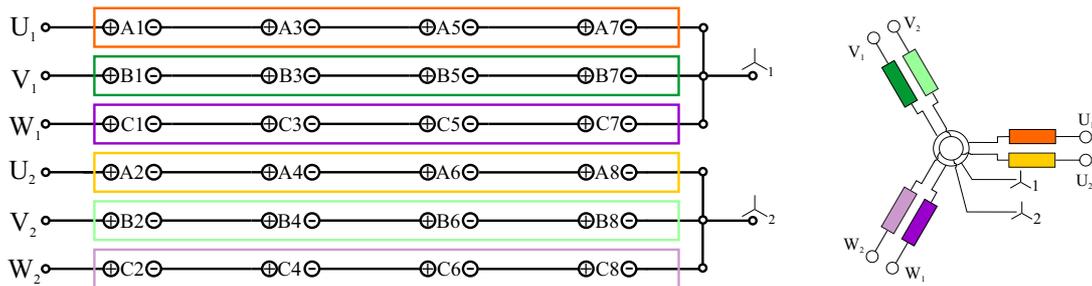
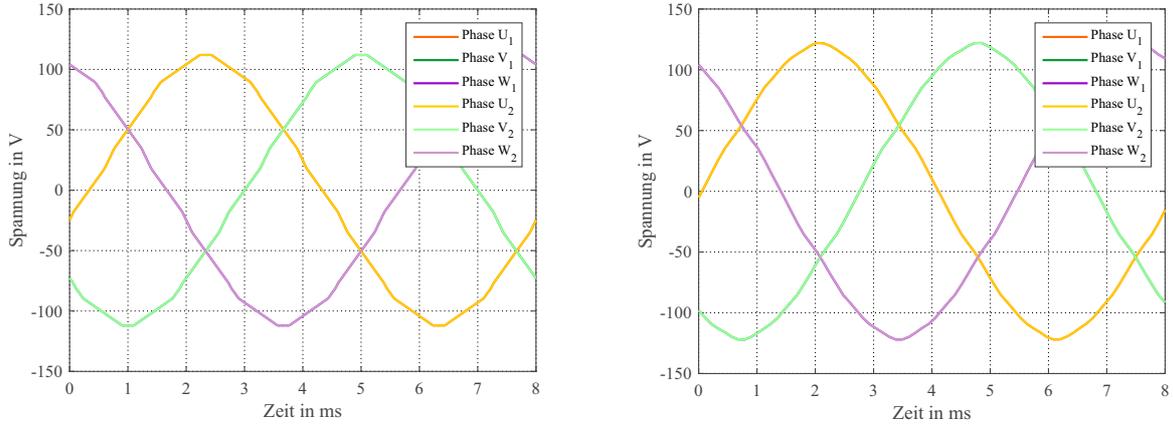


Abbildung 5.19: Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 6PhZWDS-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle

3PhZW-Variante handelt. Aufgrund der halben Windungszahlen ist lediglich die Amplitude um 50% reduziert. Die Spannungen U_1/U_2 , V_1/V_2 bzw. W_1/W_2 besitzen keine Phasenverschiebung zueinander, weshalb U_1 , V_1 und W_1 von den Spannungen des zweiten Systemes verdeckt sind.

Gleichung (5.15) zeigt die Zusammensetzung der Induktivitätsmatrix der 6PhZWDS-Variante. Die ersten drei Elemente der Hauptdiagonale entsprechen den Selbstinduktivitäten der Phasen U_1 bis W_1 . In den Elementen drei bis sechs ist selbiges für das zweite System zu finden. Die Gegeninduktivität zwischen den Phasen U_1 und U_2 bzw. V_1/V_2 oder W_1/W_2 ist in den Elementen mit der Bezeichnung L_{12} zu finden. Diese besagte Induktivität


 (a) Analytische: $\hat{U}_{0GS}^1 / \hat{U}_{0GS}^2 = 107V / 107V$

 (b) FE-Simulation: $\hat{U}_{0GS}^1 / \hat{U}_{0GS}^2 = 118V / 118V$

 Abbildung 5.20: Verlauf der induzierten Spannungen der 6PhZWDS-Verschaltung bei Nenn Drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)

liegt im Bereich der Selbstinduktivität und ist auch rotorlageabhängig.

$$\underline{\underline{L}}(\theta_r)^{6 \times 6} = \begin{matrix} \text{Phasen} \\ U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ W_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & L_{c1} & L_{c1} & \mathbf{L}_{12} & L_{c12} & L_{c12} \\ L_{c1} & \mathbf{L}_1 & L_{c1} & L_{c12} & \mathbf{L}_{12} & L_{c12} \\ L_{c1} & L_{c1} & \mathbf{L}_1 & L_{c12} & L_{c12} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{12} & L_{c12} & L_{c12} & \mathbf{L}_2 & L_{c2} & L_{c2} \\ L_{c12} & \mathbf{L}_{12} & L_{c12} & L_{c2} & \mathbf{L}_2 & L_{c2} \\ L_{c12} & L_{c12} & \mathbf{L}_{12} & L_{c2} & L_{c2} & \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} - \quad (5.15)$$

$$-L_{2s} \begin{bmatrix} c(2\theta_r) & 0 & 0 & c(2\theta_r) & 0 & 0 \\ 0 & c(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 & 0 & c(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & c(2\theta_r - 2\pi/3) & 0 & 0 & c(2\theta_r - 2\pi/3) \\ c(2\theta_r) & 0 & 0 & c(2\theta_r) & 0 & 0 \\ 0 & c(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 & 0 & c(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & c(2\theta_r - 2\pi/3) & 0 & 0 & c(2\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

Das abgekürzte c steht für \cos und wird als Platzgründen in der Matrixdarstellung verwendet.

Im Folgenden werden die Elemente der Induktivitätsmatrix bestimmt. Die für alle Phasen in gleicherweise gültige Selbstinduktivität aufgrund der Nutstreuung folgt zu (5.16).

$$L_{s\sigma_1} = L_{s\sigma_2} = 4 (L_{s\sigma}^T + L_{s\sigma}^B) + 2 (L_{s\sigma}^T + L_{s\sigma}^B) = \underline{0.87mH} \quad (5.16)$$

Wegen des Nutstreuflusses kommt es auch in dieser Schaltvariante zu einer magnetischen Kopplung zwischen den Phasen.

Für Phasen, die räumlich an der selben Position liegen, ergibt sich die Gegeninduktivität

nach Gleichung (5.17).

$$L_{c\sigma_{12}}^* = 12 L_{s\sigma}^{T/B} = \underline{0.72mH} \quad (5.17)$$

Für Phasen, die zu unterschiedlichen Systemen gehören und räumlich verschoben sind, muss Gleichung (5.18) angewandt werden.

$$L_{c\sigma_{12}} = -L_{s\sigma}^T - L_{s\sigma}^B = \underline{-0.15mH} \quad (5.18)$$

Für die Gegeninduktivität, zwischen Phasen des gleichen Systemes, folgt (5.19).

$$L_{c\sigma_1} = L_{c\sigma_2} = -2 L_{s\sigma}^{T/B} = \underline{-0.12mH} \quad (5.19)$$

Die Haupt- und Oberwellenstreuinduktivität erfolgt über Gleichung (4.53). Das Ergebnis ist in (5.20) zu finden.

$$L_{0s} = \underline{0.98mH} \quad L_{2s} = \underline{0.018mH} \quad (5.20)$$

Durch die Haupt- und Oberwellenstreuinduktivität kommt es zu einer magnetischen Kopplung zwischen den phasengleichen Strängen. Da die betroffenen Phasen räumlich übereinander liegen, gleicht dieser Wert der Selbstinduktivität nach (5.20). Aus den einzelnen analytisch ermittelten Induktivitätswerten folgen die Elemente der Induktivitätsmatrix zu (5.21).

$$\boxed{\begin{array}{l} L_1 = L_2 = L_{0s} + L_{s\sigma_1} = 1.85mH \quad L_{c1} = L_{c2} = L_{c\sigma_1} = -0.12mH \\ L_{2s} = 0.018mH \quad L_{12} = L_{0s} + L_{c\sigma_{12}}^* = 1.7mH \quad L_{c12} = L_{c\sigma_{12}} = -0.15mH \end{array}} \quad (5.21)$$

Die aus der FE-Simulation erhaltenen Werte sind in (5.22) gegeben. In Bezug auf die Abweichung der beiden Ergebnisse sei auf die Diskussion in Unterabschnitt 5.6.1 verwiesen.

$$\boxed{\begin{array}{l} L_1 = L_2 = 1.78mH \quad L_{c1} = L_{c2} = -0.06mH \\ L_{2s} = 0.005mH \quad L_{12} = 1.6mH \quad L_{c12} = L_{c\sigma_{12}} = -0.07mH \end{array}} \quad (5.22)$$

Die Kurvenform und Phasenlage entspricht exakt jenen aus Abbildung 5.11. Werden beide Systeme mit amplituden- und phasengleichen sinusförmigen Strömen beaufschlagt, ergibt sich der gleiche Momentenverlauf wie in Abbildung 5.13a.

Jedes 3-Phasen-System kann unabhängig voneinander betrieben werden, sprich die drei Ströme der beiden Systeme können sich in Phase und Amplitude unterscheiden. Eine Verringerung des Momentenrippels könnte erreicht werden, wenn die jeweiligen Ströme der beiden Phasen elektrisch um 36° phasenverschoben sind. Dies würde den Einfluss einer Oberwelle mit der fünften Ordnung im Erregerfeld kompensieren. Der Einfluss einer Erregerfeldwelle der siebenten Ordnung kann mit ca. 27° Phasenverschiebung eliminiert werden. Bei gleichbleibender Stromamplitude sinkt wegen der gegenseitigen zeitlichen Phasenverschiebung in beiden Fällen das zeitlich konstante Drehmoment.

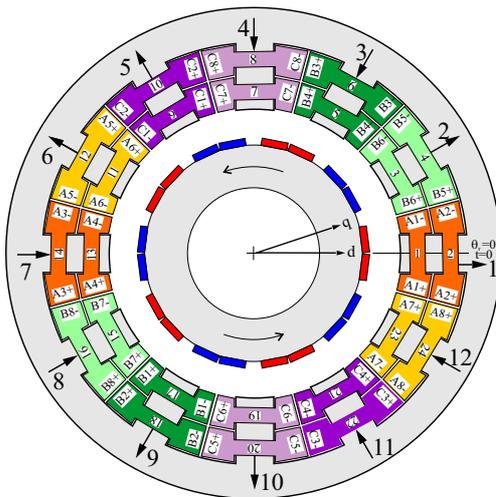
Als eine weitere Schaltungsvariante wäre die 6-Phasen-Einschicht-Dualstatorvariante zu nennen. Diese ist aus dem bestehenden System durch Ignorieren der Spulen an geradzahigen Zähnen leicht umsetzbar.

Tabelle 5.5: Zusammenfassung der Ergebnisse für 6PhZWDS-Ausführung

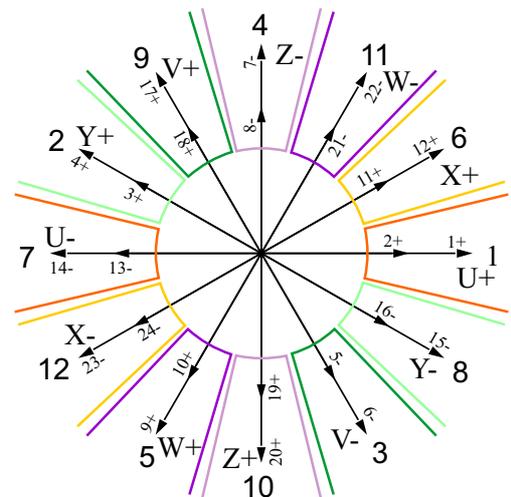
Bezeichnung	FE-Berechnung		Analytisch	
	SI	p.u.	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{10GS}/\hat{\psi}_{20GS}$	0.150/0.150Vs	1/1	0.136/0.136Vs	1
$\hat{U}_{10GS}/\hat{U}_{20GS}$	118/118V	1/1	107/107V	1/1
$\hat{I}_{1GS}/\hat{I}_{2GS}$	17/17A	1	17/17A	1/1
R_s			0.2Ω	0.031

5.6.4 6-Phasen-Zweischichtvariante (6PhZW)

Bei der 6PhZW-Verschaltung besitzen alle Phasen eine räumliche Phasenverschiebung zueinander. Wie in den Varianten davor erfolgt die Zuteilung der Spulen auf die unterschiedlichen Phasen über das MMK-Zeigerbild für die Hauptwelle nach Abbildung 5.21b. Der für das Wickelschema gültige Zonenplan ist in Abbildung 5.21a gegeben.



(a) Zonenplan für 6PhZW bzw. Rotorposition bei $\theta_r = 0^\circ$



(b) MMK-Zeigerbild für die Ordnung der Hauptwelle (6PhZW)

Abbildung 5.21: Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 6PhZW

Wie in der 3PhZW und 3PhEW-Ausführung erfolgt werden auch hier die beiden Spulen einer Phase in Serie verschaltet. Eine Parallelschaltung der Spulen stellt eine weitere, mögliche Variante dar. Diese wird jedoch nicht genauer betrachtet.

Die notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 6PhZW-Ausführung ist in Abbildung 5.22 gezeigt.

Bei näherer Betrachtung des MMK-Zeigerbildes bzw. des Zonenplanes fällt auf, dass die Anzahl der Spulen pro Phase gleich wie bei der 3PhEW-Variante ist. Zusätzlich sind

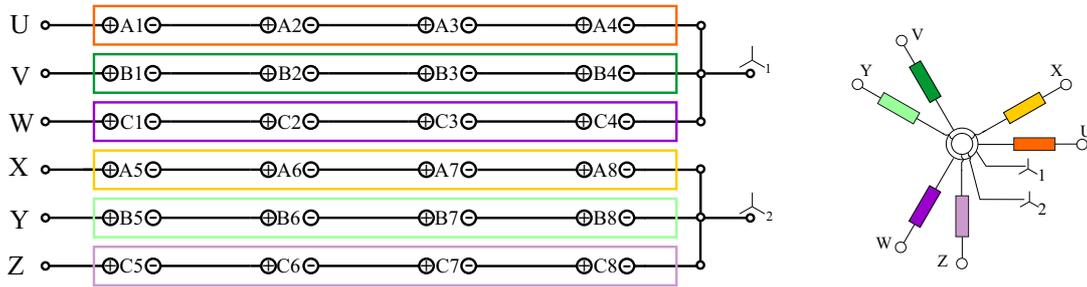


Abbildung 5.22: Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 6PhZW-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle

die räumlichen Positionen der Phasen U , V und W völlig ident mit jenen der 3PhEW-Ausführung. Das zweite, räumlich um 30° phasenverschobene System wird aus den Spulen der Zähne mit geradem Index konstruiert. Diese Spulen werden bei der 3PhEW-Ausführung nicht benötigt.

Die Amplituden und die Kurvenform der induzierten Spannung der 6PhZW-Variante sind in Abbildung 5.23a und Abbildung 5.23b gegeben. Dabei entsprechen Kurvenform und Amplituden den Phasenspannungen der 3PhEW-Ausführung. Dies ist aufgrund der obig erkannten Äquivalenz zwischen 6PhZW und 3PhEW zu erwarten. Die Ursachen für die

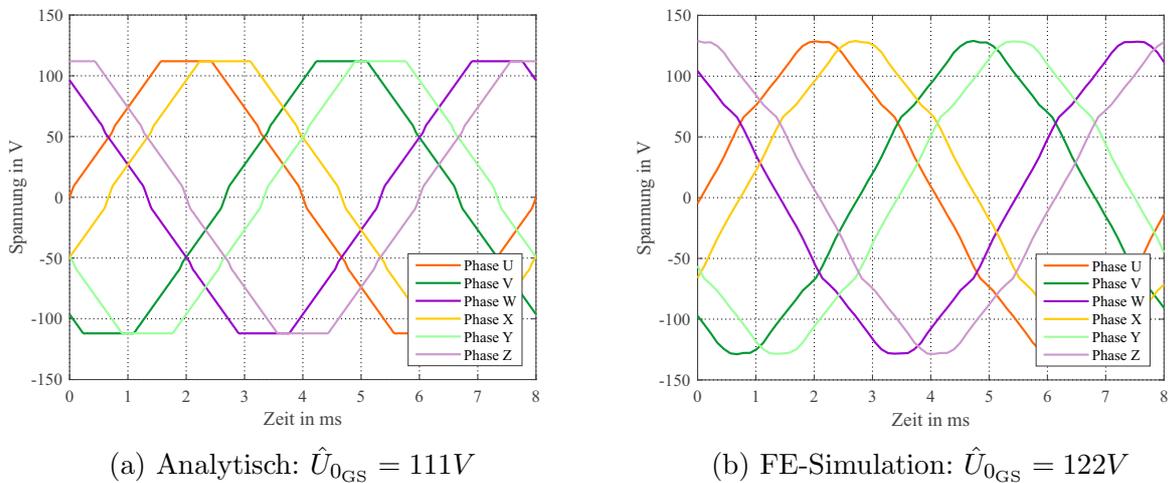


Abbildung 5.23: Verlauf der induzierten Spannungen der 6PhZW-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)

Abweichungen der Kurvenverläufe zwischen der analytischen Berechnung und der numerischen Simulation wurde bereits in Unterabschnitt 5.6.2 diskutiert. Die dafür genannten Gründe treffen auch für die 6PhZW-Ausführung zu.

Die Induktivitätsmatrix der 6PhZW-Anordnung mit der Phasenfolge $U - V - W$ und $X - Y - Z$ ist in (5.23) gegeben. Aufgrund der Topologie dieser Variante kommt es auch

hier zu einer Gegeninduktivität bedingt durch die Nutstreuung.

$$\underline{\underline{L}}(\theta_r)^{6 \times 6} = \begin{array}{c} \text{Phasen} \\ U \\ V \\ W \\ X \\ Y \\ Z \end{array} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & 0 & 0 & L_c & -L_c & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_1 & 0 & 0 & L_c & -L_c \\ 0 & 0 & \mathbf{L}_1 & -L_c & 0 & L_c \\ L_c & 0 & -L_c & \mathbf{L}_1 & 0 & 0 \\ -L_c & L_c & 0 & 0 & \mathbf{L}_1 & 0 \\ 0 & -L_c & L_c & 0 & 0 & \mathbf{L}_1 \end{bmatrix} - \quad (5.23)$$

$$-L_{2s} \begin{bmatrix} c(2\theta_r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c(2\theta_r - 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c(2\theta_r - \pi/3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c(2\theta_r + \pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c(2\theta_r - \pi) \end{bmatrix}$$

Die durch die Nutstreuung bedingte Selbstinduktivität der Phasen ist mit (5.24) gegeben.

$$L_{s\sigma} = 4 (L_{s\sigma}^T + L_{s\sigma}^B) + 8 L_{s\sigma}^{T/B} + L_{s\sigma}^B = \underline{1.06mH} \quad (5.24)$$

Für die Gegeninduktivität folgt Gleichung (5.25).

$$L_{c\sigma} = 2 (L_{s\sigma}^T + L_{s\sigma}^B) + 4 L_{s\sigma}^{T/B} = \underline{0.53mH} \quad (5.25)$$

Die Anteil der Haupt- plus Oberwellenstreuinduktivität wird mit Gleichung (4.53) ermittelt und resultiert zu (5.26).

$$L_{0s} = \underline{1.97mH} \quad L_{2s} = \underline{0.04mH} \quad (5.26)$$

Das Ergebnis der Haupt- plus Oberwellenstreuinduktivität entspricht jenen der 3PhEW-Ausführung. Dies ist so zu erwarten. Zusammengefasst ergeben sich die Elemente der Induktivitätsmatrix anhand der analytischen Berechnung zu (5.27).

$$\boxed{L_1 = L_{0s} + L_{s\sigma} = 3.03mH \quad L_{2s} = 0.04mH \quad L_c = L_{c\sigma} = 0.53mH} \quad (5.27)$$

Aus der FE-Simulation folgen die Elemente der Induktivitätsmatrix zu (5.28).

$$\boxed{L_1 = 3.13mH \quad L_{2s} = 0.012mH \quad L_c = L_{c\sigma} = 0.26mH} \quad (5.28)$$

Der Verlauf der Selbstinduktivitäten bei unterschiedlichen Rotorpositionen ist in Abbildung 5.24 gezeigt. Die Kurvenform kann als *cosinus*-Funktion angesehen werden. Eine Phasenverschiebung von 60° zwischen den Kurven ist deutlich zu sehen.

In Abbildung 5.25 ist der Drehmomentenverlauf der analytischen Berechnung sowie jener der FE-Simulation gezeigt. Beide sind wiederum auf ihren Mittelwert bezogen. Erwartungsgemäß zeigt die 6PhZW-Variante den geringsten Drehmomentenrippel. Die Abweichung zwischen numerischem und analytischem Verlauf wird hier diskutiert. Der analytische Verlauf zeigt eine deutliche Dominanz der Schwingung mit der 12. Ordnung. Diese

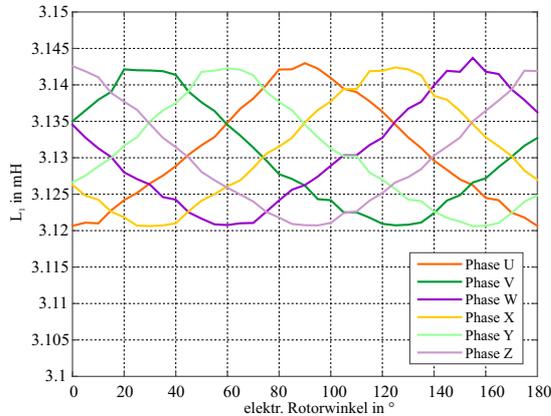


Abbildung 5.24: FE-Ergebnis der Selbstinduktivitäten in Abhängigkeit der elektrischen Rotorposition θ_r (6PhZW-Variante)

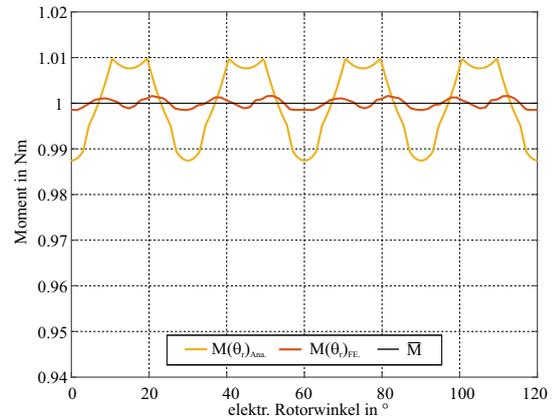


Abbildung 5.25: Momentenverläufe über die elektrische Rotorposition; $\overline{M}_{FE} = 39.4Nm$, $\overline{M}_{Ana} = 37.8Nm$

ist im FE-Ergebnis fast nicht sichtbar. Die Ursache für eine 12. Ordnung im Drehmomentenverlauf sind die Erregerfeldwellen der 11. und 13. Ordnung. Die analytische Berechnung sieht eine Polbedeckung von 80% vor. Eine Sehnung dieses Ausmaßes reduziert die Erregerfeldwelle der 11. Ordnung um 5% und jene der 13. Ordnung um 40%. Wie bereits in Unterabschnitt 5.6.2 behandelt, entspricht die tatsächliche Polbedeckung jedoch nur 73%. Eine Sehnung in dieser Größenordnung reduziert die Wellen der 11. und 13. Ordnung um 97% bzw. um 50%. Dadurch ist die Irrelevanz dieser beiden Erregerfeldwellen im Momentenverlauf der FE-Simulation erklärt.

In Tabelle 5.6 sind wiederum die Ergebnisse zusammengefasst. Im Unterschied zu den Varianten davor sind hier auch die Amplituden der induzierten Spannungen bzw. der Flussverkettungen der 3. und 5. Ordnung der Grundschwingung gegeben. Auf deren Bedeutung im Zusammenhang mit der 6PhZW-Ausführung wird im Kapitel 6 hingewiesen.

Tabelle 5.6: Zusammenfassung der Ergebnisse für 6PhZW-Ausführung

Bezeichnung	FE-Berechnung		Analytisch	
	SI	p.u.	SI	p.u.
$\hat{U}_{GS}^1 / \hat{\psi}_{GS}^1$	122V/0.155Vs	1/1	110V/0.140Vs	1/1
$\hat{U}_{GS}^3 / \hat{\psi}_{GS}^3$	3V/1.27mVs	0.024/8.21e ⁻³	5V/1.27mVs	0.045/9.07e ⁻³
$\hat{U}_{GS}^5 / \hat{\psi}_{GS}^5$	3.9V/0.99mVs	0.031/6.4e ⁻³	0V/0Vs	0/0
\hat{I}_{GS}	17A	1	17A	1
R_s			0.2Ω	0.031

5.7 Zusammenfassung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Auslegung und Beschreibung des realisierten Versuchsmotors. Im vorderen Teil des Kapitels werden die wichtigsten mechanischen Abmessungen vorgestellt. Tabellarisch sind im Anschluss mechanische und elektrische Eigenschaften des Motors aufgelistet.

Der Hauptteil widmet sich den Anforderungen an das Wicklungsdesign. Unter Beibehalten der mechanischen Positionen der Spulen soll der Motor in unterschiedlichen Varianten betrieben werden können. Im Detail wird die 3-Phasen-Zwei- und Einschichtausführung mit einer Lochzahl von 2/5 behandelt. Für einen 6-phasigen Betrieb wird zwischen der klassischen Ausführung und der Dualstator-Ausführung unterschieden. Die Verschaltung der Spulen zu den unterschiedlichen Varianten erfolgt über das Klemmbrett. Das notwendige Schaltmuster ist für jede Variante angeführt. Für jede im Detail besprochene Ausführung sind die Verläufe der induzierten Spannungen sowie der des Drehmomentes gezeigt. Zusätzlich wird die Induktivitätsmatrix für jede Variante bestimmt. Alle Ergebnisse sind analytisch gerechnet und werden über eine FE-Simulation überprüft. Abweichungen zwischen den Ergebnissen werden diskutiert. Am Beispiel der falsch angenommenen Polbedeckung, zeigen sich die besonders guten Analysemöglichkeiten mit den in dieser Arbeit vorgestellten analytischen Berechnungsmitteln.

Kapitel 6

Beschreibung der Maschinengleichungen im dq-Koordinatensystem

6.1 Allgemein

Dieses Kapitel befasst sich mit der Transformation der Maschinengleichungen in das rotierende dq -Koordinatensystem. Ausführlich wird jedoch nur die Transformation der klassischen 6-Phasen-Maschine (als unsymmetrisches Mehrphasensystem) durchgeführt. Alle 3-phasigen Varianten, sowie jene die direkt daraus ableitbar sind, werden nur am Rande behandelt bzw. es werden die einzelnen Ergebnisse direkt angeschrieben.

Die einzelnen Transformationen und die Beschreibung im dq -System basiert auf dem Raumzeigerkalkül [82], [83].

6.2 Beschreibung der 6-Phasen-Maschine im dq -System

Eine 6-Phasen-Maschine kann über einen Wechselrichter mit gleicher Phasenanzahl betrieben werden. Des Weiteren ist es auch üblich, die Maschine über zwei getrennte 3-Phasen-Wechselrichter anzusteuern. Im Sinne einer feldorientierten Regelung und der damit notwendigen Beschreibung im dq -System muss zwischen den beiden Topologien unterschieden werden. Der Betrieb über zwei getrennte 3-Phasen-Wechselrichter wird im Folgenden auch 2x3-Phasen-Betrieb genannt bzw. es wird in diesem Zusammenhang von der 2x3-Phasen-Maschine gesprochen. Dies darf nicht mit der Dualstator-Maschine verwechselt werden, da im 2x3-Phasen-Betrieb zwei räumlich getrennte 3-Phasen-Systeme gespeist werden.

6.2.1 $\alpha\beta$ -Transformation für den 6-Phasen-Betrieb

Damit eine 6-Phase-Maschine in einem rotierenden dq -System beschrieben werden kann, müssen zuerst alle Größen als Raumzeiger dargestellt werden. Aus diesem Grund ist die Festlegung einer Transformationsmatrix notwendig. Im ersten Schritt sei angenommen, dass die Wicklungen einer jeden Phase sinusförmig über den Umfang verteilt sind und dass jede Phase mit einem reinen sinusförmigen Strom (nur Grundschwingung) gespeist wird. Die dadurch in der Maschine umlaufende Durchflutungswelle ist dem Stromraumzeiger proportional. Dieser kann wiederum mit der räumlichen Lage der Wicklungsachsen nach Gleichung (6.1) konstruiert werden.

$$\underline{I}_{s1} = \frac{2}{6} \left(i_u + i_v e^{i\frac{2\pi}{3}} + i_w e^{-i\frac{2\pi}{3}} + i_x e^{i\frac{\pi}{6}} + i_y e^{i\frac{5\pi}{6}} + i_z e^{-i\frac{\pi}{6}} \right) \quad (6.1)$$

Die Phasenströme i_u bis i_z entsprechen dabei Augenblickswerten. Durch die Skalierung von $2/6$ entspricht die Raumzeigerlänge den Amplituden der Phasenströme. Besitzen die Phasenströme zusätzlich noch Oberschwingungen, die ein ungeradzahliges Vielfaches der Grundschwingung betragen, so ist der Raumzeiger nach (6.1) für alle harmonischen Schwingungen mit den Ordnungszahlen nach (6.2) ungleich Null.

$$\underline{I}_{s1} \neq 0 \quad \text{für alle } n_1 = 2m[0, 1, 2, \dots, \infty] \pm 1 \quad \text{wobei } m = 6 \quad (6.2)$$

Der Index (1) dient lediglich der Kennzeichnung, dass es sich um den Raumzeiger der Grundschwingung handelt. Der Raumzeiger kann auch als Real- und Imaginärteil dargestellt werden. Dabei wird der Realteil mit α_1 und der Imaginärteil mit β_1 gekennzeichnet.

$$\underline{I}_{s1} = I_{\alpha 1} + iI_{\beta 1} \quad (6.3)$$

Im nächsten Schritt besitzen die Wicklungsverteilungen der Phasen zusätzlich noch eine dritte und fünfte Raumharmonische. Bei Speisung dieser Wicklungen mit Phasenströmen, die ebenfalls eine dritte (ein gemeinsamer Sternpunkt ist die Voraussetzung) bzw. fünfte Oberschwingung besitzen, entstehen in der Maschine Durchflutungswellen, die mit der 3-fachen bzw. fünffachen Winkelgeschwindigkeit rotieren. Im Falle einer 6-phasigen Maschine können somit zwei weitere Raumzeiger in zwei weiteren $\alpha\beta$ -Koordinatensystemen konstruiert werden. Mit den jeweils gültigen Wicklungsachsen für die dritte bzw. fünfte Raumharmonische folgen die Raumzeiger für die dritte bzw. fünfte Ordnung der Grundschwingung zu (6.4) und (6.5). Diese werden mit den Indizes (3) und (5) gekennzeichnet.

$$\underline{I}_{s3} = \frac{2}{6} \left(i_u + i_v e^{i2\pi} + i_w e^{-i2\pi} + i_x e^{i\frac{\pi}{2}} + i_y e^{i\frac{5\pi}{2}} + i_z e^{-i\frac{3\pi}{2}} \right) \quad (6.4)$$

$$\underline{I}_{s5} = \frac{2}{6} \left(i_u + i_v e^{i\frac{10\pi}{3}} + i_w e^{-i\frac{10\pi}{3}} + i_x e^{i\frac{5\pi}{6}} + i_y e^{i\frac{25\pi}{6}} + i_z e^{-i\frac{5\pi}{6}} \right) \quad (6.5)$$

Wie für den Raumzeiger nach (6.1) sind auch diese beiden Raumzeiger nur für Ströme der Ordnung nach (6.6) und (6.7) definiert.

$$\underline{I}_{s3} \neq 0 \quad \text{für alle } n_3 = 2m[0, 1, 2, \dots, \infty] \pm 3 \quad \text{wobei } m = 6 \quad (6.6)$$

$$\underline{I}_{s5} \neq 0 \quad \text{für alle } n_5 = 2m[0, 1, 2, \dots, \infty] \pm 5 \quad \text{wobei } m = 6 \quad (6.7)$$

Dargestellt als Real- und Imaginärteil folgt (6.8) und (6.9).

$$\underline{I}_{s3} = I_{\alpha3} + iI_{\beta3} \quad (6.8)$$

$$\underline{I}_{s5} = I_{\alpha5} + iI_{\beta5} \quad (6.9)$$

Durch Zusammenfassen von Gleichung (6.1), (6.4) und (6.5) kann die Raumzeigertransformation der 6-Phasen-Maschine in Matrixform nach (6.10) dargestellt werden.

$$\begin{bmatrix} I_{\alpha1} \\ I_{\beta1} \\ I_{\alpha3} \\ I_{\beta3} \\ I_{\alpha5} \\ I_{\beta5} \end{bmatrix} = \frac{2}{6} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(0) & \cos(2\pi/3) & \cos(-2\pi/3) & \cos(\pi/6) & \cos(5\pi/6) & \cos(-\pi/2) \\ \sin(0) & \sin(2\pi/3) & \sin(-2\pi/3) & \sin(\pi/6) & \sin(5\pi/6) & \sin(-\pi/2) \\ \cos(0) & \cos(2\pi) & \cos(-2\pi) & \cos(\pi/2) & \cos(\pi/2) & \cos(\pi/2) \\ \sin(0) & \sin(2\pi) & \sin(-2\pi) & \sin(\pi/2) & \sin(\pi/2) & \sin(\pi/2) \\ \cos(0) & \cos(-2\pi/3) & \cos(2\pi/3) & \cos(5\pi/6) & \cos(\pi/6) & \cos(-\pi/2) \\ \sin(0) & \sin(-2\pi/3) & \sin(2\pi/3) & \sin(5\pi/6) & \sin(\pi/6) & \sin(-\pi/2) \end{bmatrix}}_{T_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Die Transformationsmatrix $T_{\alpha\beta}$ entspricht den Ergebnissen in [84] und [31]. Alle drei Raumzeiger werden in einem eigenen zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystem abgebildet, wobei alle drei Koordinatensysteme orthogonal aufeinander stehen. Diese Gegebenheit ist ausführlich in [84] und [31] diskutiert. Abbildung 6.1 zeigt die Transformation eines überschwingungsbehafteten Stromes mit den Ordnungszahlen von 1 bis 17. Dabei

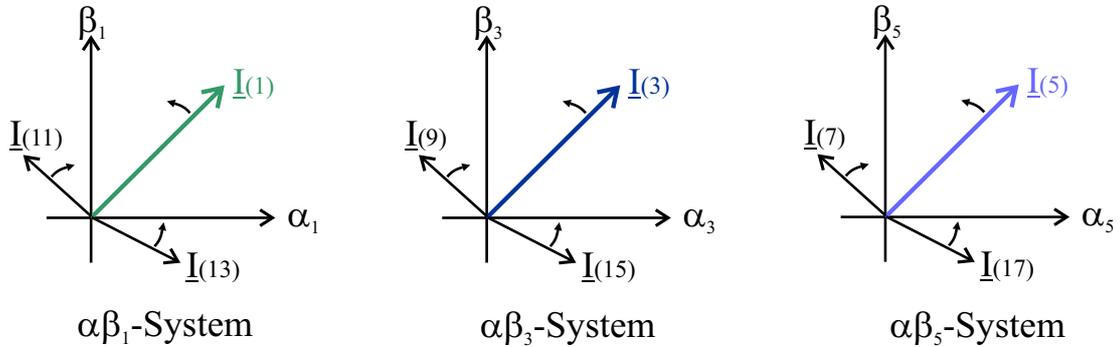


Abbildung 6.1: Abbildung der Raumzeiger von Strömen mit den Ordnungszahlen von 1 bis 17 in unterschiedliche $\alpha\beta$ -Systeme die zueinander orthogonal sind

werden neun unterschiedliche Raumzeiger in drei orthogonal aufeinander stehende $\alpha\beta$ -Koordinatensysteme abgebildet. Die Pfeile bei den Zeigern geben die jeweilige Rotationsrichtung an.

Eine Rücktransformation erfolgt durch Invertieren von $\underline{T}_{\alpha\beta}$ und ist nach (6.11) definiert.

$$\underline{T}_{\alpha\beta}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(0) & \sin(0) & \cos(0) & \sin(0) & \cos(0) & \sin(0) \\ \cos(2\pi/3) & \sin(2\pi/3) & \cos(2\pi) & \sin(2\pi) & \cos(-2\pi/3) & \sin(-2\pi/3) \\ \cos(-2\pi/3) & \sin(-2\pi/3) & \cos(-2\pi) & \sin(-2\pi) & \cos(2\pi/3) & \sin(2\pi/3) \\ \cos(\pi/6) & \sin(\pi/6) & \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & \cos(5\pi/6) & \sin(5\pi/6) \\ \cos(5\pi/6) & \sin(5\pi/6) & \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/6) & \sin(\pi/6) \\ \cos(-\pi/2) & \sin(-\pi/2) & \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & \cos(-\pi/2) & \sin(-\pi/2) \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

6.2.2 dq-Transformation für den 6-Phasen-Betrieb

Physikalische Größen von elektrischen Maschinen können in unterschiedlichen Koordinatensystemen beschrieben werden. Die im vorigen Abschnitt behandelten $\alpha\beta$ -Systeme sind ortsfest und mit dem Ständer der Maschine verbunden. Im Sinne einer feldorientierten Regelung erfolgt jedoch die Beschreibung der Maschinengleichung nicht im stationären $\alpha\beta$ -System, sondern in einem rotierenden dq -Koordinatensystem.

Ein komplexer Zeiger ist nach Abbildung 6.2 im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem bzw. im dq -Koordinatensystem durch (6.12) und (6.13) definiert.

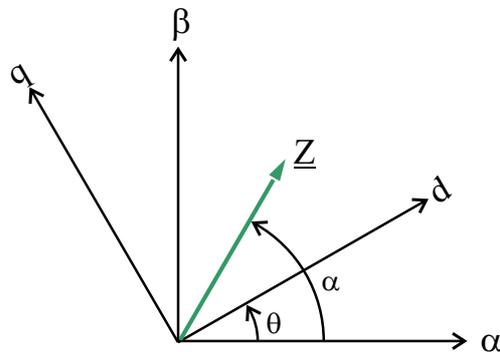


Abbildung 6.2: Transformation zwischen zwei Koordinatensystemen

$$\underline{Z}_{\alpha\beta} = |Z| e^{i\alpha} \quad (6.12)$$

$$\underline{Z}_{dq} = |Z| e^{i(\alpha-\theta)} \quad (6.13)$$

Durch Umformen nach dem Betrag des Zeigers in (6.12) und Ersetzen in (6.13) folgt die Transformationsvorschrift nach Gleichung (6.14) bzw. Rücktransformationsvorschrift nach (6.15).

$$\underline{Z}_{dq} = \underline{Z}_{\alpha\beta} e^{-i\theta} \quad (6.14)$$

$$\underline{Z}_{\alpha\beta} = \underline{Z}_{dq} e^{i\theta} \quad (6.15)$$

In Matrixschreibweise, getrennt für Real und Imaginärteil, ergibt sich daraus die aus der Literatur bekannte Park'sche Transformation bzw. Rücktransformation nach (6.16).

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_\alpha \\ Z_\beta \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{bmatrix} Z_\alpha \\ Z_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_d \\ Z_q \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Der Winkel θ ist frei wählbar. Wird nach Abbildung 6.2 der Winkel θ gleich dem Winkel α gesetzt, ist die d -Achse des rotierenden Koordinatensystems mit dem Zeiger \underline{Z} ausgerichtet.

In Unterabschnitt 6.2.1 ist gezeigt, dass die 6-phasige Maschine über drei zueinander orthogonale $\alpha\beta$ -Systeme beschrieben werden kann. Demnach existieren auch drei dq -Systeme. Für die hier behandelte 6-Phasen-Maschine kann die Park'sche Transformation nach (6.16) auf alle drei $\alpha\beta$ -Koordinatensystem angewandt werden und es folgt Gleichung (6.17) [31].

$$\begin{bmatrix} I_{d1} \\ I_{q1} \\ I_{d3} \\ I_{q3} \\ I_{d5} \\ I_{q5} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) \end{bmatrix}}_{\underline{R}_{dq}(\theta)} \begin{bmatrix} I_{\alpha 1} \\ I_{\beta 1} \\ I_{\alpha 3} \\ I_{\beta 3} \\ I_{\alpha 5} \\ I_{\beta 5} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Die Rücktransformation folgt wiederum durch Invertieren der Matrix $\underline{R}_{dq}(\theta)$.

$$\underline{R}_{dq}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

Die Winkel θ_1 , θ_3 und θ_5 sind dabei die im jeweiligen $\alpha\beta$ -Koordinatensystem frei wählbare Bezugswinkel zum Ausrichten der jeweiligen d -Achse.

Eine direkte Transformation von den Phasengrößen in das gewünschte dq -System wird durch die Transformationsmatrix $\underline{T}(\theta)_{dq}$ beschrieben und folgt aus dem Produkt $\underline{R}(\theta) \cdot \underline{T}_{\alpha\beta}$.

$$\underline{T}(\theta)_{dq} = \frac{2}{6} \cdot \begin{bmatrix} c(\theta_1) & c(\theta_1 - 2\pi/3) & c(\theta_1 + 2\pi/3) & c(\theta_1 - \pi/6) & c(\theta_1 - 5\pi/6) & c(\theta_1 + \pi/2) \\ -s(\theta_1) & -s(\theta_1 - 2\pi/3) & -s(\theta_1 + 2\pi/3) & -s(\theta_1 - \pi/6) & -s(\theta_1 - 5\pi/6) & -s(\theta_1 + \pi/2) \\ c(\theta_3) & c(\theta_3) & c(\theta_3) & c(\theta_3 - \pi/2) & c(\theta_3 - \pi/2) & c(\theta_3 - \pi/2) \\ -s(\theta_3) & -s(\theta_3) & -s(\theta_3) & -s(\theta_3 - \pi/2) & -s(\theta_3 - \pi/2) & -s(\theta_3 - \pi/2) \\ c(\theta_5) & c(\theta_5 + 2\pi/3) & c(\theta_5 - 2\pi/3) & c(\theta_5 - 5\pi/6) & c(\theta_5 - \pi/6) & c(\theta_5 + \pi/2) \\ -s(\theta_5) & -s(\theta_5 + 2\pi/3) & -s(\theta_5 - 2\pi/3) & -s(\theta_5 - 5\pi/6) & -s(\theta_5 - \pi/6) & -s(\theta_5 + \pi/2) \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Die Rücktransformationsmatrix folgt durch Invertieren von $\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}$ und resultiert zu Gleichung (6.20).

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} c(\theta_1) & -s(\theta_1) & c(\theta_3) & -s(\theta_3) & c(\theta_5) & -s(\theta_5) \\ c(\theta_1 - 2\pi/3) & -s(\theta_1 - 2\pi/3) & c(\theta_3) & -s(\theta_3) & c(\theta_5 + 2\pi/3) & -s(\theta_5 + 2\pi/3) \\ c(\theta_1 + 2\pi/3) & -s(\theta_1 + 2\pi/3) & c(\theta_3) & -s(\theta_3) & c(\theta_5 - 2\pi/3) & -s(\theta_5 - 2\pi/3) \\ c(\theta_1 - \pi/6) & -s(\theta_1 - \pi/6) & c(\theta_3 - \pi/2) & -s(\theta_3 - \pi/2) & c(\theta_5 - 5\pi/6) & -s(\theta_5 - 5\pi/6) \\ c(\theta_1 - 5\pi/6) & -s(\theta_1 - 5\pi/6) & c(\theta_3 - \pi/2) & -s(\theta_3 - \pi/2) & c(\theta_5 - \pi/6) & -s(\theta_5 - \pi/6) \\ c(\theta_1 + \pi/2) & -s(\theta_1 + \pi/2) & c(\theta_3 - \pi/2) & -s(\theta_3 - \pi/2) & c(\theta_5 + \pi/2) & -s(\theta_5 + \pi/2) \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Die Abkürzungen c und s in Gleichung (6.19) und (6.20) stehen für die sinus und cosinus Funktion.

Grundsätzlich gilt für das Invertieren der Gleichungen (6.11) und (6.20) die Bedingungen in (6.21).

$$\boxed{\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} = \frac{6}{2} \cdot \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^\top \quad \text{bzw.} \quad \underline{\underline{T}}_{\alpha\beta}^{-1} = \frac{6}{2} \cdot \underline{\underline{T}}_{\alpha\beta}^\top} \quad (6.21)$$

6.2.3 Maschinengleichung im dq-System für 6-Phasen-Betrieb

Wie aus der 3-phasigen Anwendung bekannt ist, bedarf es für eine feldorientierte Regelung die Beschreibung der Maschinengleichungen in einem mit dem Rotorfluss rotierendem dq-Koordinatensystem. Die Darstellung im dq-System eignet sich auch zum Erstellen eines Maschinenmodells zu Simulationszwecken. Mit Hilfe der in Unterabschnitt 6.2.2 erarbeiteten Transformationsmatrizen soll dies nun für den 6-Phasen-Betrieb erfolgen.

Die mathematische Beschreibung der Maschine zu Simulationszwecken kann jedoch auch in Wechselgrößen erfolgen. Dies ist mit dem Nachteil verbunden, dass rotorpositionsabhängige Induktivitätsterme bestehen bleiben. Ein Vorteil ist jedoch, dass sich ein Maschinenmodell basierend auf Wechselgrößen gut zur Simulation von Phasenausfällen eignet. Wird zum Beispiel das Fehlerszenario geändert (Ausfall von zwei anstelle einer Phase), bedarf es nur wenig Modifikation am Maschinenmodell selber. Aus diesem Grund wird es als sinnvoll erachtet, kurz auch die Beschreibung in Wechselgrößen darzulegen.

Beschreibung in Wechselgrößen

Die Statorspannungsgleichung sowie der Ausdruck der Flussverkettung einer Synchronmaschine ist nach Gleichung (6.22) definiert.

$$\boxed{\underline{\underline{u}}(t) = \underline{\underline{R}}_s \underline{\underline{i}}(t) + \frac{d\underline{\underline{\psi}}(t)}{dt} \quad \text{wobei} \quad \underline{\underline{\psi}}(t) = \underline{\underline{L}}(\theta_r) \underline{\underline{i}}(t) + \underline{\underline{\psi}}_0(\theta_r)} \quad (6.22)$$

Zu beachten ist, dass alle Größen mit einem Unterstrich als Vektor bzw. jene mit zwei Unterstrichen als Matrix definiert sind. In diesem Sinne steckt in der Hauptdiagonale von $\underline{\underline{R}}_s$ der Ständerwiderstand. Die restlichen Elemente ergeben sich dabei zu Null. Die Variable $\underline{\underline{L}}(\theta_r)$ ist die Induktivitätsmatrix nach (5.23). Beide Matrizen sind wegen der 6-phasigen Betrachtung von der Dimension 6x6. Die Vektoren für die Ständerspannung bzw. für den Ständerstrom sind in (6.23) beschrieben.

$$\begin{aligned}\underline{\dot{i}}(t) &= [i_u(t), i_v(t), i_w(t), i_x(t), i_y(t), i_z(t)]^\top \\ \underline{u}(t) &= [u_u(t), u_v(t), u_w(t), u_x(t), u_y(t), u_z(t)]^\top\end{aligned}\quad (6.23)$$

Die Verkettung des magnetischen Flusses der Permanentmagnete mit den einzelnen Ständerphasen ist mit (6.24) festgelegt.

$$\underline{\psi}_0(\theta_r) = \psi_0 \cos \left[\theta_r, \theta_r - \frac{2\pi}{3}, \theta_r + \frac{2\pi}{3}, \theta_r - \frac{\pi}{3}, \theta_r - \frac{5\pi}{3}, \theta_r + \frac{\pi}{2} \right]^\top \quad (6.24)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (6.22) bis (6.24) kann die Maschine beschrieben werden. Dabei kann die Ständerspannung oder auch der Ständerstrom als Eingangsgröße definiert werden. Das von der Maschine erzeugte Drehmoment wird anhand der aufgenommenen elektrischen Leistung nach (6.25) hergeleitet.

$$\begin{aligned}P_e &= \underline{\dot{i}}(t)^\top \underline{u}(t) = \\ &= \underbrace{\underline{\dot{i}}(t)^\top \underline{\underline{R}} \underline{\dot{i}}(t)}_{P_{vcu}} + \underbrace{\underline{\dot{i}}(t)^\top \underline{\underline{L}}(\theta_r) \frac{d\underline{\dot{i}}(t)}{dt}}_{dW_m/dt} + \underbrace{\frac{d\theta_r}{dt} \underline{\dot{i}}(t)^\top \frac{d\underline{\underline{L}}(\theta_r)}{d\theta_r} \underline{\dot{i}}(t)}_{P_m} + \underbrace{\frac{d\theta_r}{dt} \underline{\dot{i}}(t)^\top \frac{d\underline{\psi}_0(\theta_r)}{d\theta_r}}_{P_m}\end{aligned}\quad (6.25)$$

Dabei entspricht der erste Term den Kupferverlusten im Ständer, der zweite Term beschreibt die Änderung der magnetischen Energie [82] und die beiden verbleibenden Terme repräsentieren die mechanische Leistung. Daraus folgt das von der Maschine elektrisch erzeugte Drehmoment nach (6.26).

$$M = \frac{P_m}{\omega_m} = p \left(\underline{\dot{i}}(t)^\top \frac{d\underline{\psi}_0(\theta_r)}{d\theta_r} + \underline{\dot{i}}(t)^\top \frac{d\underline{\underline{L}}(\theta_r)}{d\theta_r} \underline{\dot{i}}(t) \right) \quad \text{mit} \quad \omega_e = p \omega_m = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (6.26)$$

Der erste Term in (6.26) repräsentiert die Momentenbildung basierend auf die Lorenzkraft. Der zweite Term berücksichtigt den Beitrag eines möglichen Reluktanzmomentes.

Transformation der Maschinengleichungen in das dq-System

Die Ständerspannungsgleichung nach (6.22) kann auch in der Form nach (6.27) angeschrieben werden.

$$\begin{aligned}\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{u}_{dq} &= \underline{\underline{R}} \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{\dot{i}}_{dq} + \frac{d(\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{\psi}_0)}{dt} = \\ \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{u}_{dq} &= \underline{\underline{R}} \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{\dot{i}}_{dq} + \frac{d\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1}}{dt} \underline{\psi}_{dq} + \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} \frac{d\underline{\psi}_{dq}}{dt}\end{aligned}\quad (6.27)$$

Durch Multiplizieren der Gleichung (6.27) mit $\underline{T}(\theta)_{dq}$ folgt (6.28).

$$\underline{i}_{dq} = \underbrace{\underline{T}(\theta)_{dq} \underline{R} \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1}}_A \underline{i}_{dq} + \underbrace{\underline{T}(\theta)_{dq} \frac{d\underline{T}(\theta)_{dq}^{-1}}{dt}}_B \underline{\psi}_{dq} + \frac{d\underline{\psi}_{dq}}{dt} \quad (6.28)$$

Die Flussverkettungsgleichung nach (6.22) kann durch selbes Vorgehen in Gleichung (6.29) umgewandelt werden.

$$\underline{\psi}_{dq} = \underbrace{\underline{T}(\theta)_{dq} \underline{L}(\theta_r) \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1}}_C \underline{i}_{dq} + \underline{\psi}_{0dq} \quad (6.29)$$

Für die weiteren Betrachtungen wird festgelegt, dass die jeweiligen d -Achsen der drei Koordinatensysteme mit dem Flussraumzeiger im jeweiligen $\alpha\beta$ -System ausgerichtet sind und mit der gleichen Geschwindigkeit rotieren. Die Winkel in der Transformationsmatrix müssen somit nach (6.30) definiert sein.

$$\theta_1 = \theta_r \quad \theta_3 = 3\theta_r \quad \theta_5 = 5\theta_r \quad (6.30)$$

Dies bedeutet in weiterer Folge, dass die Grundschwingung der Flussverkettung im dq_1 -System nur einen d -Anteil und keinen q -Anteil besitzt. Selbiges gilt für die dritte bzw. fünfte Oberschwingung der Flussverkettung im dq_3 - und dq_5 -System. Mit der Bedingung aus (6.30) können die Terme A-C weiter vereinfacht werden.

$$\underline{T}(\theta)_{dq} \underline{R}_s \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (\text{Term A}) \quad (6.31)$$

$$\underline{T}(\theta)_{dq} \frac{d\underline{T}(\theta)_{dq}^{-1}}{dt} = \omega_e \underline{D} = \underbrace{\frac{d\theta_r}{dt}}_{\omega_e} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Term B}) \quad (6.32)$$

Für die Berechnung des Terms C wird die Induktivitätsmatrix nach (5.23) verwendet. In (6.33) ist das Ergebnis dargestellt. Die ersten beiden Zeilen entsprechen den Induktivitäten im dq_1 -System. Jene in den Zeilen drei und vier bzw. fünf und sechs ergeben die Induktivitäten im dq_3 - bzw. dq_5 -System.

$$\underline{T}(\theta)_{dq} \underline{L}(\theta_r) \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{d1} & 0 & -M_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_{q1} & 0 & -M_{13} & 0 & 0 \\ -M_{13} & 0 & \mathbf{L}_{d3} & 0 & -M_{35} & 0 \\ 0 & -M_{13} & 0 & \mathbf{L}_{q3} & 0 & -M_{35} \\ 0 & 0 & -M_{35} & 0 & \mathbf{L}_{d5}(\theta_r) & M_{dq5}(\theta_r) \\ 0 & 0 & 0 & -M_{35} & M_{dq5}(\theta_r) & \mathbf{L}_{q5}(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

Die Elemente für das dq_1 -System berechnen sich im Detail zu (6.34).

$$\boxed{L_{d1} = L_1 + \sqrt{3}L_c - \frac{L_{2s}}{2} \quad L_{q1} = L_1 + \sqrt{3}L_c + \frac{L_{2s}}{2}} \quad (6.34)$$

Für das dq_3 -System folgt im Detail Gleichung (6.35). Dabei ist interessant, dass im dq_3 -System eine Reluktanz keine Rolle spielt.

$$\boxed{L_{d3} = L_{q3} = L_1} \quad (6.35)$$

Für das dq_5 -System werden die Ergebnisse nach Gleichung (6.36) ermittelt. Die Abhängigkeit der Induktivität von der Rotorposition bleibt bestehen.

$$\boxed{L_{d5}(\theta_r) = L_1 - \sqrt{3}L_c - \frac{L_{2s}}{2} \cos(12\theta_r) \quad L_{q5}(\theta_r) = L_1 - \sqrt{3}L_c + \frac{L_{2s}}{2} \cos(12\theta_r)} \quad (6.36)$$

Im Falle von polradlageabhängigen Induktivitäten kommt es zusätzlich zu einer Verkopplung zwischen den dq -Systemen. Dabei gilt für die Koppelinduktivität zwischen dem dq_1 - und dq_3 - bzw. dem dq_3 - und dem dq_5 -System Gleichung (6.37). Zusätzlich ist im dq_5 -System die d_5 - und q_5 -Achse miteinander gekoppelt. Die dafür relevante Induktivität ist auch in (6.37) zu finden.

$$\boxed{M_{13} = M_{35} = \frac{L_{2s}}{2} \quad M_{dq5}(\theta_r) = L_{2s} \sin(12\theta_r)} \quad (6.37)$$

Nachdem alle Induktivitäten ermittelt wurden, ist die 6-Phasen-Maschine vollständig durch drei dq -Systeme beschrieben. Zusammenfassend sind die Spannungs- und Flussgleichungen in (6.38) angeführt.

<u>dq_1- System:</u>	
$u_{d1} = R_s i_{d1} - \omega_e \psi_{q1} + \frac{d\psi_{d1}}{dt}$	$\psi_{d1} = L_{d1} i_{d1} - M_{13} i_{d3} + \psi_{0d1}$
$u_{q1} = R_s i_{q1} + \omega_e \psi_{d1} + \frac{d\psi_{q1}}{dt}$	$\psi_{q1} = L_{q1} i_{q1} - M_{13} i_{q3}$
<u>dq_3- System:</u>	
$u_{d3} = R_s i_{d3} - 3\omega_e \psi_{q3} + \frac{d\psi_{d3}}{dt}$	$\psi_{d3} = L_{d3} i_{d3} - M_{13} i_{d1} - M_{35} i_{d5} + \psi_{0d3}$
$u_{q3} = R_s i_{q3} + 3\omega_e \psi_{d3} + \frac{d\psi_{q3}}{dt}$	$\psi_{q3} = L_{q3} i_{q3} - M_{13} i_{q1} - M_{35} i_{q5}$
<u>dq_5- System:</u>	
$u_{d5} = R_s i_{d5} - 5\omega_e \psi_{q5} + \frac{d\psi_{d5}}{dt}$	$\psi_{d5} = L_{d5} i_{d5} - M_{35} i_{d3} + M(\theta_r)_{dq5} i_{q5} + \psi_{0d5}$
$u_{q5} = R_s i_{q5} + 5\omega_e \psi_{d5} + \frac{d\psi_{q5}}{dt}$	$\psi_{q5} = L_{q5} i_{q5} - M_{35} i_{q3} + M(\theta_r)_{dq5} i_{d5}$

(6.38)

Die d -Achsen der drei rotierenden Koordinatensysteme sind jeweils mit dem Flussraumzeiger der Grundschwingung sowie mit jenem der dritten und fünften Oberschwingung ausgerichtet. Die Größe von ψ_{d03} und ψ_{d05} hängt u.a. von der Amplitude der Erregerfeldwellen der dritten und fünften Ordnung ab. Des Weiteren werden sie durch den Wicklungsfaktor für die Ordnungen $3p'$ und $5p'$ bestimmt (Abschnitt 4.3). Wird nur die Grundschwingung berücksichtigt, ergibt sich ψ_{d03} und ψ_{d05} zu Null. Wird nur die Hauptinduktivität betrachtet so sind die Induktivitätsterme im dq_3 - und dq_5 -System gleich Null.

Ganz allgemein erfolgt die Herleitung des Drehmomentes über die elektrisch aufgenommene Leistung. Dafür wird Gleichung (6.21) in Gleichung (6.39) umgewandelt.

$$\begin{aligned} P_e &= \underline{i}(t)^\top \underline{u}(t) = (\underline{T}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{i}_{dq})^\top \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{u}_{dq} = \\ &= \underline{i}_{dq}^\top \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1\top} \underline{T}(\theta)_{dq}^{-1} \underline{u}_{dq} \\ &= \frac{m}{2} \underline{i}_{dq}^\top \underline{u}_{dq} \end{aligned} \quad (6.39)$$

Gleichung (6.39) wird nachfolgend in (6.40) umgeschrieben und beschreibt die elektrische Leistung einer m -Phasen-Maschine.

$$P_e = \frac{m}{2} \left(\underbrace{\underline{i}_{dq}^\top \underline{R} \underline{i}_{dq}}_{P_{vcu}} + \underbrace{\underline{i}_{dq}^\top \frac{d\underline{\psi}_{dq}}{dt}}_{dW_m/dt} + \underbrace{\omega_e \underline{i}_{dq}^\top \underline{D} \underline{\psi}_{dq}}_{P_m} \right) \quad (6.40)$$

Der erste Term definiert die Kupferverluste, der zweite Term berücksichtigt die Änderung der magnetischen Energie und der dritte Term beschreibt die mechanische Leistung.

Aus der mechanischen Leistung und dem Zusammenhang $M = p P_m / \omega_e$ folgt das Drehmoment der 6-Phasen-Maschine zu Gleichung (6.41). Die Matrix \underline{D} ist dabei in (6.32) gegeben.

$$\begin{aligned} M(t) &= \frac{6}{2} p \left[\psi_{0d1} i_{q1} + 3 \psi_{0d3} i_{q3} + 5 \psi_{0d5} i_{q5} + \right. \\ &\quad + (L_{d1} - L_{q1}) i_{d1} i_{q1} + 2 M_{13} (i_{q1} i_{d3} - i_{d1} i_{q3}) + 2 M_{35} (i_{q3} i_{d5} - i_{d3} i_{q5}) + \\ &\quad \left. + 5 (L_{d5}(\theta_r) - L_{q5}(\theta_r)) i_{d5} i_{q5} + 5 M_{dq5}(\theta_r) (i_{q5}^2 - i_{d5}^2) \right] \end{aligned} \quad (6.41)$$

In der ersten Zeile der Drehmomentengleichung stehen die Terme, die auf der Lorenzkraft basieren. Existieren in der Flussverkettung Oberschwingungen der dritten bzw. fünften Ordnung, so kann durch einen Oberschwingungstrom der selben Ordnung ein konstantes Drehmoment erzeugt werden. In diesem Zusammenhang sei auch auf [5, 6, 7] verwiesen. Die zweite bzw. dritte Zeile beschreibt das Vermögen der Maschine, ein Reluktanzmoment zu entwickeln. Dabei ist ein zeitlich konstantes Drehmoment nur mit den Termen der

zweiten Zeile möglich. Durch einen Oberschwingungsstrom der fünften Ordnung kommt es zusätzlich zu einem Rippelmoment. Dies beschreibt die letzte Zeile in (6.41). Mit der Drehmomentengleichung ist die 6-Phasen-Maschine vollständig bestimmt.

Mit den Gleichungen nach (6.38) können die Übertragungsfunktionen für eine Auslegung der Stromregler in den drei dq -Systemen bestimmt werden. Ein 6-Phasen-Wechselrichter kann dadurch gezielt Ströme in den einzelnen Systemen vorgeben. Das Vorhandensein einer Oberschwingung der dritten bzw. fünften Ordnung in der Flussverkettung kann auch Nachteile haben [85]. So kann dadurch ein Oberschwingungsstrom der gleichen Ordnung entstehen, der nur durch die möglicherweise kleinen Induktivitäten im dq_3 - bzw. dq_5 -System begrenzt wird. Eine Stromregelung in diesen beiden Systemen müsste diese ungewollten Ströme wiederum ausregeln. Abschließend sei noch erwähnt, dass Ströme im dq_3 -System auch durch Isolieren der beiden Sternpunkte zueinander vermieden werden können.

6.2.4 Maschinengleichung im dq -System für den 2x3-Phasen-Betrieb

In dieser Betriebsart wird die Maschine über zwei getrennte 3-Phasen-Wechselrichter mit eingepprägten Spannungen angesteuert. Bekanntlich kann die Ausgangsspannung eines 6-Phasen-Wechselrichters aufgrund der Ventilanzahl nur Spannungsharmonische der Ordnungen $12 [1, 2, \dots] \pm 1$ beinhalten. Diese verursachen Ströme in der Maschine, die durch Haupt- und Streuinduktivitäten begrenzt werden. Im Sinne des in Unterabschnitt 6.2.3 vorgestellten Modelles werden diese Oberschwingungen im dq_1 -System abgebildet und von der dort gültigen Induktivität beeinflusst. 3-Phasen-Wechselrichter können ungewollte Spannungsharmonische der Ordnungen $6 [1, 2, \dots] \pm 1$ erzeugen. Somit können zusätzlich die Ordnungen 5, 7, 17, 19, ..., etc. in der Ausgangsspannung auftreten. Ströme aufgrund dieser Spannungsharmonischen werden nur durch die im dq_5 -System gültigen Induktivität begrenzt. Diese sind im Vergleich zum dq_1 -System kleiner. Laut Tabelle 4.4 besitzen Maschinen mit Zahnspulenwicklung größere Induktivitäten als jene mit einer vergleichbaren Durchmesserwicklungen ($q = 1$). Konkret gilt nach Zeile 19, dass die dortige 6-Phasen-Maschine eine um das 1.76-fache größere Induktivität im dq_1 -System besitzt. Aus dem hier nicht explizit niedergelegten Vergleich der beiden anderen Systeme folgt, dass die dortigen Induktivitäten um das 13- bzw. 26-fache größer sind (ohne Nutstreuinduktivität). Dies ist speziell im 2x3-phasigen Betrieb ein deutlicher Vorteil und macht die Zahnspulenwicklung (speziell die Einsichtvariante) zu einem guten Kandidaten für diese Anwendung. In [4] und [3] wird noch detaillierter auf den 2x3-Phasen-Betrieb eingegangen.

Die Überleitung der Maschinengleichungen in das dq -System für diesen Betrieb erfolgt über die Transformations- und Rücktransformationsmatrix nach (6.42) und (6.43). Die beiden Matrizen können aus dem Verständnis und der Kenntnis der 3-Phasen-Anwendung direkt

angeschrieben werden.

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} c(\theta) & c(\theta - 2\pi/3) & c(\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ -s(\theta) & -s(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta - \pi/6) & c(\theta - 5\pi/3) & c(\theta + \pi/2) \\ 0 & 0 & 0 & -s(\theta - \pi/6) & -s(\theta - 5\pi/3) & -s(\theta + \pi/2) \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} c(\theta) & -s(\theta) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ c(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta - 2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ c(\theta + 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta - \pi/6) & -s(\theta - \pi/6) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta - 5\pi/3) & -s(\theta - 5\pi/6) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta + \pi/2) & -s(\theta + \pi/2) & 1 \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

Mit obigen Matrizen können die Maschinengleichungen im dq -System nach der gleichen Vorgehensweise, wie in Abschnitt 6.2.3, bestimmt werden. Die Transformation ergibt diesmal zwei dq -Systeme.

Die in den beiden dq -System gültigen Induktivitäten sind mit Gleichung (6.44) definiert.

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq} \underline{\underline{L}}(\theta_r) \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{d1} & 0 & M_{d10} & \mathbf{M}_{d12} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_{q1} & M_{q10} & 0 & \mathbf{M}_{q12} & 0 \\ M_{d10}/2 & M_{q10}/2 & L_{01} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{M}_{d12} & 0 & 0 & \mathbf{L}_{d2} & 0 & M_{d20} \\ 0 & \mathbf{M}_{q12} & 0 & 0 & \mathbf{L}_{q2} & M_{q20} \\ 0 & 0 & 0 & M_{d20}/2 & M_{q20}/2 & L_{02} \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

Im Detail folgen die jeweiligen Induktivitäten der d - und q -Achse zu (6.45).

$$\boxed{\begin{array}{ll} L_{d1} = L_1 - \frac{L_{2s}}{2} & L_{q1} = L_1 + \frac{L_{2s}}{2} \\ L_{d2} = L_1 - \frac{L_{2s}}{2} & L_{q2} = L_1 + \frac{L_{2s}}{2} \end{array}} \quad (6.45)$$

Die magnetische Kopplung zwischen den beiden dq -Systemen wird über (6.46) berücksichtigt.

$$\boxed{M_{d12} = M_{q12} = \sqrt{3}L_c} \quad (6.46)$$

Die für das Nullsystem relevanten Induktivitäten sind aufgrund der Vollständigkeit in (6.47) angeführt. Bei getrennten und isolierten Sternpunkten besitzen diese Systeme keine Relevanz.

$$\begin{array}{lll} L_{01} = L_1 & M_{d01} = L_{2s} \cos(3\theta_r) & M_{q01} = -L_{2s} \sin(3\theta_r) \\ L_{02} = L_1 & M_{d02} = L_{2s} \sin(3\theta_r) & M_{q02} = L_{2s} \cos(3\theta_r) \end{array} \quad (6.47)$$

Nachdem alle Induktivitäten feststehen, folgen die Spannungs- und Flussgleichungen in Komponentenschreibweise zu (6.48). Das Nullsystem wird, wie zuvor erläutert, nicht beachtet.

<p><u>dq_1- System:</u></p> $u_{d1} = R_s i_{d1} - \omega_e \psi_{q1} + \frac{d\psi_{d1}}{dt} \quad \psi_{d1} = L_{d1} i_{d1} + M_{d12} i_{d2} + \psi_{0d1}$ $u_{q1} = R_s i_{q1} + \omega_e \psi_{d1} + \frac{d\psi_{q1}}{dt} \quad \psi_{q1} = L_{q1} i_{q1} + M_{q12} i_{q2}$	(6.48)
<p><u>dq_2- System:</u></p> $u_{d2} = R_s i_{d2} - \omega_e \psi_{q2} + \frac{d\psi_{d2}}{dt} \quad \psi_{d2} = L_{d2} i_{d2} + M_{d12} i_{d1} + \psi_{0d2}$ $u_{q2} = R_s i_{q2} + \omega_e \psi_{d2} + \frac{d\psi_{q2}}{dt} \quad \psi_{q2} = L_{q2} i_{q2} + M_{q12} i_{q1}$	

Das elektrische Drehmoment folgt wiederum mit dem Ansatz nach (6.40) und den Flussgleichungen aus (6.48).

$$M = \frac{3}{2} p \{ \psi_{0d1} i_{q1} + \psi_{0d2} i_{q2} + (L_{d1} - L_{q1}) i_{d1} i_{q1} + (L_{d2} - L_{q2}) i_{d2} i_{q2} + (M_{d12} - M_{q12}) (i_{q1} i_{d2} + i_{d1} i_{q2}) \} \quad (6.49)$$

Unter der Voraussetzung, dass beide 3-Phasen-Systeme die gleiche Grundschwingungsflussverkettung besitzen ($\psi_{0d1} = \psi_{0d2} = \psi_{0d}$), folgt für das Drehmoment Gleichung (6.50).

$M = \frac{3}{2} p \{ \psi_{0d} (i_{q1} + i_{q2}) + (L_{d1} - L_{q1}) i_{d1} i_{q1} + (L_{d2} - L_{q2}) i_{d2} i_{q2} + (M_{d12} - M_{q12}) (i_{q1} i_{d2} + i_{d1} i_{q2}) \} \quad (6.50)$
--

Das in diesem Abschnitt erarbeitete Formelwerk stimmt mit den Ergebnissen aus [4] überein. Bei dem 2x3-Phasen-Betrieb ist darauf zu achten, dass beide Systeme mit Strömen gleicher Amplitude gespeist werden. Ist das nicht der Fall, kommt es zu einer Vergrößerung des Oberwellenspektrums der Statordurchflutung, was sich z.B. negativ auf die Verluste der Maschine auswirken kann. Des Weiteren erhöht sich dadurch auch der Drehmomenten-rippel.

6.3 Beschreibung der 6-Phasen-Dualstatormaschine in dq-System

Die 6-Phasen-Dualstatormaschine besteht aus zwei räumlich übereinanderliegenden 3-Phasen-Systemen. Die beiden Sternpunkte der Systeme sind in der Regel zueinander iso-

liert ausgeführt. Üblicherweise wird jedes 3-Phasen-System durch einen eigenen Wechselrichter versorgt. Für eine feldorientierte Regelung muss somit jedes 3-Phasen-System, in ein eigenes dq -System transformiert werden. Die dafür notwendige Transformations- und Rücktransformationsmatrix folgt zu (6.51) und (6.52). Diese können direkt aus der 3-Phasen-Anwendung gewonnen werden. Die Matrix gilt für die Phasenfolge $U_1/V_1/W_1 - U_2/V_2/W_2$.

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} c(\theta) & c(\theta - 2\pi/3) & c(\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ -s(\theta) & -s(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta) & c(\theta - 2\pi/3) & c(\theta + 2\pi/3) \\ 0 & 0 & 0 & -s(\theta) & -s(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} c(\theta) & -s(\theta) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ c(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta - 2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ c(\theta + 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta) & -s(\theta) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c(\theta + 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Die Transformation in die beiden dq -Systeme erfolgt gleich wie in Unterabschnitt 6.2.4. Es existieren zwei dq -Systeme, jeweils eines für jedes 3-Phasen-System. Diese werden mit dq_1 und dq_2 gekennzeichnet.

Für die Ermittlung der Induktivitäten in den beiden dq -Systemen wird die Transformations- und Rücktransformationsmatrix nach (6.51) und (6.52) auf die Induktivitätsmatrix nach (5.15) angewandt. Es folgt mit Ausnahme der Terme für das Nullsystem wiederum Gleichung (6.44). Unterschiedlich zum 2x3-Phasen Betrieb ist jedoch die Zusammensetzung der Induktivitäten in den beiden dq -Systemen. Die einzelnen Terme ergeben sich im Detail zu (6.53) und (6.54).

$$\boxed{\begin{array}{ll} L_{d1} = L_1 - L_{c1} - L_{2s} & L_{q1} = L_1 - L_{c1} + L_{2s} \\ L_{d2} = L_2 - L_{c2} - L_{2s} & L_{q2} = L_2 - L_{c2} + L_{2s} \end{array}} \quad (6.53)$$

Die Koppelinduktivität zwischen den beiden Systemen folgen zu (6.54). Dabei sind immer nur die jeweiligen d - bzw. q -Achsen miteinander gekoppelt.

$$\boxed{M_{d12} = L_{12} - L_{c12} - L_{2s} \quad M_{q12} = L_{12} - L_{c12} + L_{2s}} \quad (6.54)$$

Auf die Berechnung der Terme für das Nullsystem wird an dieser Stelle wie erläutert verzichtet.

Die Spannungs- und Flussgleichungen in den beiden dq -Systemen entsprechen exakt jenen

aus (6.48). Gleiches gilt für die Gleichung des Drehmomentes. Diese ist wiederum durch (6.50) beschrieben.

Hinsichtlich der Oberschwingungserscheinungen ist die Dualstator-Variante gleich wie eine herkömmliche 3-Phasen-Ausführung zu betrachten. Eine Parallelschaltung zweier 3-Phasen-Wechselrichter ist in dieser Konstellation leichter zu bewerkstelligen.

6.4 Beschreibung der 3-Phasen-Maschine in dq -System

Die Transformation der 3-Phasen-Maschine ist bestens aus der Literatur bekannt. In diesem Abschnitt werden nur die zur Beschreibung im dq -System notwendigen Gleichungen angeführt. Aus [82] folgt für die Transformations- bzw. Rücktransformationsmatrix Gleichung (6.55).

$$\begin{aligned} \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq} &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} c(\theta) & c(\theta - 2\pi/3) & c(\theta + 2\pi/3) \\ -s(\theta) & -s(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} &= \begin{bmatrix} c(\theta) & -s(\theta) & 1 \\ c(\theta - 2\pi/3) & -s(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ c(\theta + 2\pi/3) & -s(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.55)$$

Mit (5.23) folgt die Induktivitätsmatrix im dq -System zu (6.56).

$$\underline{\underline{T}}(\theta)_{dq} \underline{\underline{L}}(\theta_r) \underline{\underline{T}}(\theta)_{dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_d & 0 & \dots \\ 0 & \mathbf{L}_q & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

Dabei sind die Induktivitäten in dq -Richtung durch (6.57) spezifiziert.

$$\boxed{L_d = L_1 - L_{c1} - L_{2s} \quad L_q = L_1 - L_{c1} + L_{2s}} \quad (6.57)$$

Die Spannungs- und Flussgleichung im dq -System folgen aus [82] zu (6.58).

$$\boxed{\begin{aligned} u_d &= R_s i_d - \omega_e \psi_q + \frac{d\psi_d}{dt} & \psi_d &= L_d i_d + \psi_{0d} \\ u_q &= R_s i_q + \omega_e \psi_d + \frac{d\psi_q}{dt} & \psi_q &= L_q i_q \end{aligned}} \quad (6.58)$$

Abschließend ist noch das elektrische Drehmoment durch (6.59) definiert.

$$M = \frac{3}{2} p \{ \psi_{0d} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \} \quad (6.59)$$

Wie bei allen bisher beschriebene Varianten erfolgt auch hier die Ausrichtung der d -Achse mit dem Flussraumzeiger.

6.5 Zusammenfassung

Dieses Kapitel erläutert für alle in Kapitel 5 behandelten Varianten die notwendigen Schritte für eine Beschreibung der Maschinengleichungen im rotierenden dq -System. Für einen 6-Phasen-Betrieb als unsymmetrisches Mehrphasensystem ist auch eine detaillierte Herleitung der Transformations- und Rücktransformationsmatrix gezeigt. Die Beschreibung der Maschinengleichungen erfolgt über drei orthogonal zueinander stehende rotierende dq -Systeme. Die hergeleitete Drehmomentengleichung zeigt, dass ein Oberschwingungsstrom der dritten und fünften Ordnung ein kontinuierliches Moment erzeugen kann.

Als zweite Variante wurde der 2x3-Phasen-Betrieb vorgestellt. Dabei werden zwei räumlich um 30° versetzte 3-Phasen-Systeme von jeweils einem eigenen Wechselrichter versorgt. Es ergeben sich zwei miteinander gekoppelte dq -Systeme. Auf die Problematik dieser Topologie hinsichtlich Oberschwingungen mit bestimmter Ordnungszahlen wird hingewiesen.

Die Darstellung der Maschinengleichungen der Dualstatorvariante im dq -System ist völlig ident mit jenem des 2x3-Phasen-Betrieb. Die Zusammensetzung der in den jeweilige Achsen gültigen Induktivitäten ist jedoch unterschiedlich. Vor allem die Kopplung zwischen den beiden dq -Systemen ist bei der Dualstatorvariante stärker ausgeprägt. Dies ist auf die räumlich übereinanderliegenden 3-Phasen-Systeme zurückzuführen.

Am Ende sind noch die dq -Gleichungen einer 3-Phasen-Maschine dargestellt.

Mit dem Formelwerk dieses Kapitels ist eine dynamische Beschreibung der unterschiedlichen Verschaltvarianten nach Kapitel 5 möglich. Die Auslegung von Regelkreisen für eine feldorientierte Regelung kann damit erfolgen.

Kapitel 7

Vermessung des Versuchsmotors

7.1 Allgemeines

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der messtechnischen Bestimmung der für eine dynamische Beschreibung nach Kapitel 6 notwendigen charakteristischen Größen. Dies wird für alle in Kapitel 5 beschriebenen Varianten durchgeführt. Abweichungen zwischen den Messergebnissen bzw. den nach Kapitel 5 berechneten Größen werden diskutiert.

Neben Standardmessequipments wie Multimeter, Oszilloskopes etc., wird die Messwertaufzeichnung über einen 16-Kanal Transientenrecorder der Firma Hioki [86] durchgeführt. Das Gerät besitzt 16, gegen Masse und zueinander isolierte Eingangskanäle. Die maximal nutzbare Abtastfrequenz beträgt 20MHz . Die Aufnahmedauer ist bestimmt durch die eingestellte Abtastfrequenz bzw. der Anzahl an verwendeten Eingangskanälen. Für die Vermessung des Entwurfsmotors wird eine Abtastfrequenz von 100kHz pro Kanal gewählt.



Abbildung 7.1: Hioki Transienten Recorder



Abbildung 7.2: Versuchsmotor

Die erfassten Daten können u.a als Textfile (*txt*-File) ausgegeben werden. Dies ermöglicht

eine rasche Weiterverarbeitung in Matlab.

Des Weiteren steht ein für Laborzwecke gebauter 3-Phasen 400V IGBT-Pulswechselrichter zu Verfügung. Das Umrichtersystem wird über ein dSPACE System (Controllerboard CP1103) angesteuert. Die Umrichtertakfrequenz ist mit $5kHz$ festgelegt. Zur Erfassung der Phasenströme bzw. Spannungen verfügt das Umrichtersystem über jeweils drei Strom- und Spannungsmessungen. Die für eine weitere Messdatenverarbeitung aufbereiteten Strom- und Spannungssignale werden noch zusätzlich über einen analogen Butterwoth Filter der 4. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von $2kHz$ geführt. Die gefilterten Spannungs- und Stromsignale sind auch extern zugänglich und können somit vom Transientenrecorder unmittelbar aufgenommen werden.

Der erfasste Rotorwinkel wird zu jedem Berechnungszyklus über einen D/A-Wandler ausgegeben. Eine Erfassung durch den Transientenrecorder ist damit direkt möglich.

Der Versuchsmotor ist mechanisch an eine $13kW$ Asynchronmaschine gekoppelt. Die Belastungsmaschine wird über einen Frequenzumrichter betrieben. Es können Betriebspunkte bei Drehzahlen zwischen 0 und $3510U/min$ eingestellt werden. Das Nennmoment der Asynchronmaschine beträgt dabei $36Nm$.

7.2 Widerstand einer Spule

Die Ermittlung des ohmschen Widerstandswertes einer Spule wird durch eine spannungsrichtige Messung durchgeführt. Dafür werden alle 24 Spulen der Maschine vermessen und ein über alle Ergebnisse gemittelter Wert berechnet.

$$R_{Spule} = 53.6m\Omega \quad (7.1)$$

Die Messung wird bei ausgekühlter Maschine durchgeführt. Die Spulentemperatur entspricht dabei Raumtemperatur (ca. 25°). Der theoretisch ermittelte Wert nach (5.3) ergibt $50m\Omega$ bei 20° . Aufgrund der geringen Abweichung zwischen Mess- und Rechenwert ist die Abschätzung der mittleren Spulenlänge nach Abschnitt 4.5 korrekt.

7.3 3-Phasen-Zweischichtvariante (3PhZW)

Die Vermessung der induzierten Spannung erfolgt bei Nenndrehzahl. Der aufgezeichnete Verlauf der Spannungen für eine Periode ist in Abbildung 7.3a gegeben. Die gemessenen Verläufe stimmen gut mit den in Unterabschnitt 5.6.1 theoretisch ermittelten Verläufen überein. Nur in den Amplituden ist eine Abweichung von ca. $10V$ zu bemerken. Das daraus berechnete Spektrum der induzierten Spannungen ist in Abbildung 7.3b gezeigt. Zum Spektrum sei angemerkt, dass nur ungeradzahlige Vielfache der Grundschwingung gezeigt sind. Geradzahlige und zwischenharmonische Ordnungen der Grundschwingung sind aus

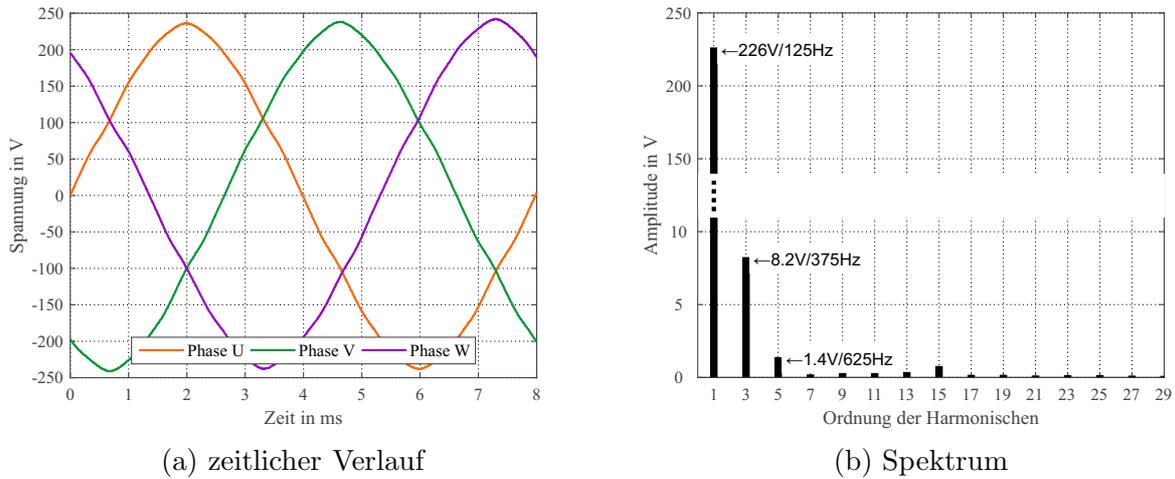


Abbildung 7.3: Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannungen bei $n = 1500 \text{ U/min}$ (3PhZW-Variante)

dem Spektrum entfernt. Zur besseren Sichtbarkeit von Schwingungen mit kleiner Amplitude, ist der Bereich zwischen 10V und 150V in Abbildung 7.3b nicht gezeigt.

Im nächsten Schritt erfolgt die Ermittlung der Induktivitätsmatrix. Dazu wird der Rotor in d -Richtung ausgerichtet (siehe Rotorposition Abbildung 5.8a) und dort festgebremst. Die Ausrichtung geschieht durch Anlegen einer DC-Spannung an die Phase U .

Nachdem der Rotor fixiert ist, wird eine Wechselspannung, idealerweise mit der Nennfrequenz, an die Phase U angelegt. In diesem Versuch wird die verfügbare Netzfrequenz von 50 Hz verwendet. Die Höhe der angelegten Spannung wird so gewählt, dass ein Strom von ca. 5 A Spitze fließt. Durch einen zu großen Strom in der d -Achsrichtung kann es zu Sättigungserscheinungen kommen. Der von der Phase U erzeugte magnetische Fluss folgt

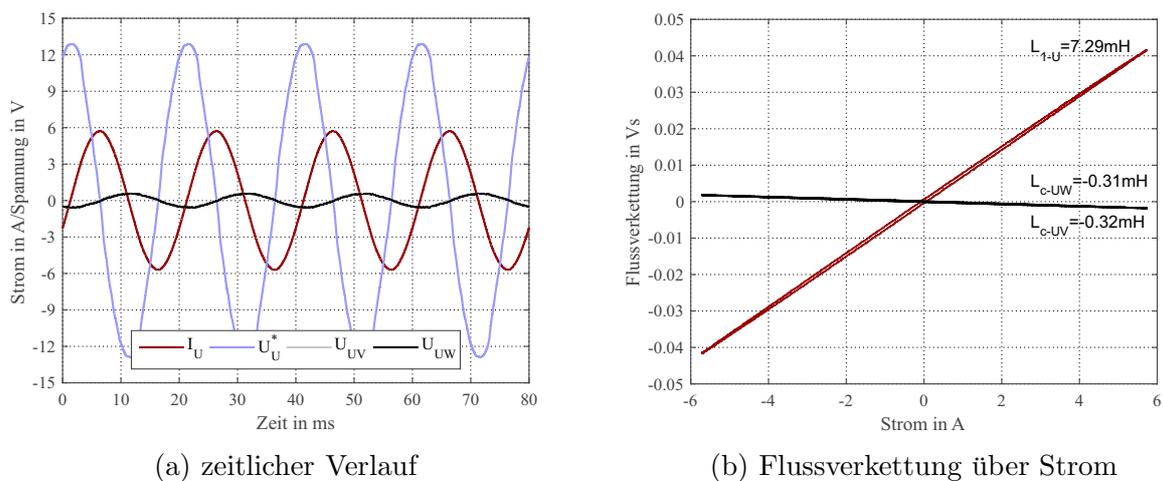


Abbildung 7.4: Vermessung der Selbst- und Gegeninduktivität (3PhZW-Variante)

durch Integrieren der an dieser Phase angelegten Spannung. Diese muss jedoch vorher um den Spannungsabfall am Widerstand berichtigt werden. Durch die Integration der an den beiden Phasen V und W gemessenen Spannungen kann die Flussverkettung zwischen den Phasen U - V und U - W bestimmt werden. In Abbildung 7.4b ist der Fluss der Phase U sowie die Flussverkettungen mit den Phasen V und W gezeigt. Die Steigung der Kurven entsprechen dabei den zu bestimmenden Induktivitäten. Abbildung 7.4a zeigt die dazugehörigen zeitlichen Verläufe der gemessenen Signale. Dabei entspricht der zeitliche Verlauf von U_U^* der angelegten Spannung abzüglich des Spannungsabfalles am Phasenwiderstand. Das hier verwendete Messverfahren stammt aus [31].

Das Ergebnis der Selbstinduktivität zeigt eine leichte Abweichung zu den berechneten Ergebnissen nach Unterabschnitt 5.6.1. Die Koppelinduktivitäten passen wiederum sehr gut zu der aus der FE-Analyse stammenden Lösung.

Die Abweichung in der Selbstinduktivität ist auf den Beitrag der Wickelkopfstreuung zurückzuführen. Dieser wird weder bei der analytischen noch bei der FE-Analyse berücksichtigt. Die induktive Kopplung über die Wickelkopfstreuung ist gering einzustufen, deshalb ist die Abweichung bei diesem Parameter auch vernachlässigbar. Mit Gleichung (6.57) folgt die Induktivität in d - und q -Richtung zu (7.2).

$$\underline{L_d = L_q = 7.3mH + 0.3mH = \underline{7.6mH}} \quad (7.2)$$

Für die Bestimmung der Induktivitäten in q -Richtung muss der Rotor um 90° elektrisch verdreht werden und selbiger Messvorgang wiederholt werden. Wegen der aus der Berechnung ermittelten jedoch sehr geringen Reluktanz wird auf diese Messung verzichtet.

Im nächsten Versuch wird die 3PhZW-Ausführung am Wechselrichter feldorientiert bei einer Drehzahl von $600U/min$ betrieben. Es wird jeweils ein Betriebspunkt mit reinem Feldstrom (d -Strom) und einer mit reinem Drehmomentenstrom (q -Strom) eingestellt. Abbildung 7.5 zeigt die Strom und Spannungsverläufe im dq -System. Aus den gemittelten Werten für i_d/i_q und u_d/u_q können mit den Gleichungen aus (6.58) wiederum die Induktivitäten L_d bzw. L_q berechnet werden. Die Ergebnisse folgen zu (7.3).

$$L_d = 7.55mH \quad L_q = 7.2mH \quad (7.3)$$

Es hat sich gezeigt, dass die Ermittlung der Induktivitäten L_d und L_q auch direkt aus dem Umrichterbetrieb möglich ist. Dabei lässt sich die Induktivität in d -Richtung (bekanntermaßen) genauer als jene in q -Richtung bestimmen. Das zeigt auch der Vergleich zwischen (7.2) und (7.3). In Tabelle 7.2 sind die wichtigsten Kenngrößen der 3PhZW-Ausführung zusammengefasst.

7.4 3-Phasen-Einschichtvariante (3PhEW)

Die gemessenen zeitlichen Verläufe der induzierten Spannungen bei Nenndrehzahl sind in Abbildung 7.6a gezeigt. Wie bei der 3PhZW-Ausführung stimmen die Kurven der Messung

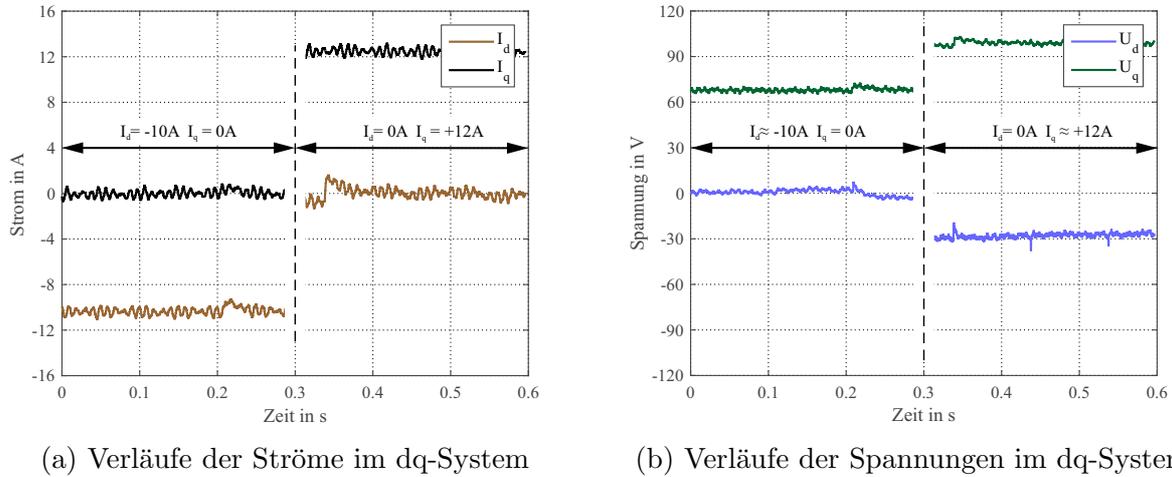


Abbildung 7.5: Darstellung der Ströme und Spannungen des dq-Systems in zwei unterschiedliche Betriebspunkte bei $600U/min$ (3PhZW-Variante)

Tabelle 7.1: Zusammenfassung der Ergebnisse für 3PhZW-Ausführung

Bezeichnung	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{0GS}$	$0.29Vs$	1
\hat{U}_{0GS}	$226V$	1
\hat{I}_{GS}	$17A$	1
$L_d = L_q$	$7.5mH$	0.44
R_s	0.43Ω	0.032

mit jener aus der FE-Simulation nach Unterabschnitt 5.6.2 sehr gut überein. Der gemessene Verlauf zeigt eine um $5V$ geringere Amplitude. Das aus den gemessenen Verläufen berechenbare Spektrum ist in Abbildung 7.6b dargestellt. Wie im Abschnitt 7.3 sind auch hier nur die ungeradzahligen Vielfachen der Grundschwingung gezeigt.

Im direkten Vergleich der beiden Grundschwingungsamplituden aus Abbildung 7.6b und Abbildung 7.3b ist der bereits besprochene bessere Wicklungsfaktor der Einschichtvariante für die Hauptwelle sichtbar. Die Einschichtverschaltung besitzt verglichen mit der Zweischichtausführung genau 50% der Windungen pro Phase. Die Amplitude der Grundschwingung ist jedoch nur um 48% geringer. Für eine gleiche Grundschwingungsflussverkettung müsste die Windungszahl der 3PhEW-Ausführung um das 1.93-fache erhöht werden. Das bestätigen die in Abschnitt 4.9 durchgeführten Vergleiche. Im Vergleich der dritten und fünften Ordnung der Oberschwingungen ist das höhere Oberschwingungsspektrum der Einschichtausführung sichtbar.

Die Induktivitäten werden in gleicher Weise wie in Abschnitt 7.3 bestimmt. Für eine nähere Erklärung sei somit auf Abschnitt 7.3 verwiesen. Das Ergebnis der Messung ist

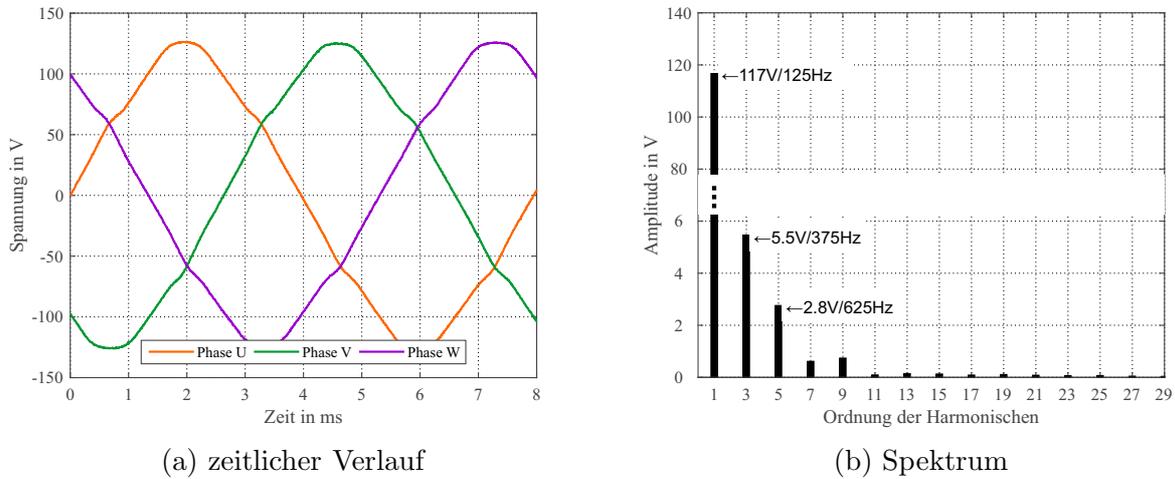


Abbildung 7.6: Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannungen bei $n = 1500U/min$ (3PhEW-Variante)

in Abbildung 7.7 dargestellt. Das Resultat für die Selbstinduktivität weicht wiederum um

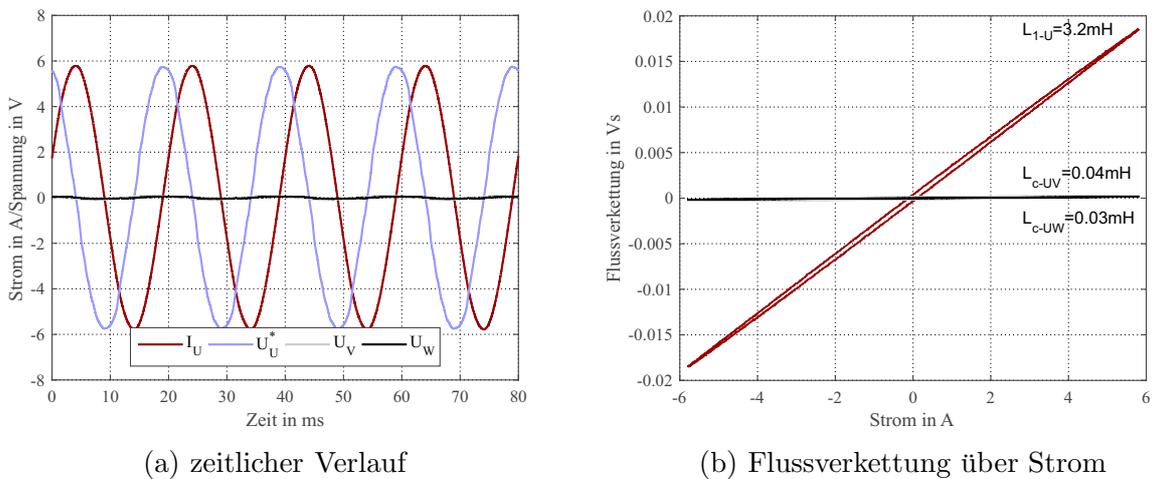


Abbildung 7.7: Vermessung der Selbst- und Gegeninduktivität (3PhEW-Variante)

den Beitrag der Wickelkopfstreuung von jenem in Unterabschnitt 5.6.2 ab. Die Differenz zwischen der Messung und der FE-Simulation beträgt ca. $0.2mH$. Bei der Zweischichtwicklung sind es ca. $0.4mH$. Die Anzahl an Spulen zwischen 3PhZW und 3PhEW unterscheiden sich genau um den Faktor zwei. Folgerichtig lässt sich somit die Wickelkopfstreuung mit $\sim 0.1mH$ pro Statorspule festlegen. In Abbildung 7.7 ist auch die quasi nicht vorhandene magnetische Kopplung zwischen den Phasen ersichtlich. Dies wiederum bestätigt auch den vernachlässigbaren Beitrag des Wickelkopfes an der Flussverkettung zwischen den Phasen. Die Induktivität in d - und q -Richtung ergeben sich mit den Messergebnissen und Gleichung

(6.57) zu (7.4).

$$\underline{L_d = L_q = 3.2mH} \quad (7.4)$$

In gleicher Weise wie in Abschnitt 7.3 könnten auch hier L_d und L_q aus den gemessenen Werten für i_d und i_q bzw. u_d und u_q bestimmt werden. In Tabelle 7.2 sind die wichtigsten Ergebnisse der 3PhEW-Variante gegeben.

Tabelle 7.2: Zusammenfassung der Ergebnisse für die 3PhEW-Ausführung

Bezeichnung	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{0GS}$	$0.15Vs$	1
\hat{U}_{0GS}	$117V$	1
\hat{I}_{GS}	$17A$	1
$L_d = L_q$	$3.2mH$	0.36
R_s	0.21Ω	0.03

7.5 6-Phasen-Zweischicht-Dualstatorvariante (6PhZWDS)

Die gemessenen Verläufe der sechs induzierten Phasenspannungen sind in Abbildung 7.8a gegeben. Die Spannungen der beiden Systeme sind hinsichtlich Amplitude und Kurvenform vollkommen gleichwertig. Aus diesem Grund sind U_1 , V_1 und W_1 von den Phasenspannungen des zweiten Systemes verdeckt. Das Spektrum der induzierten Spannungen

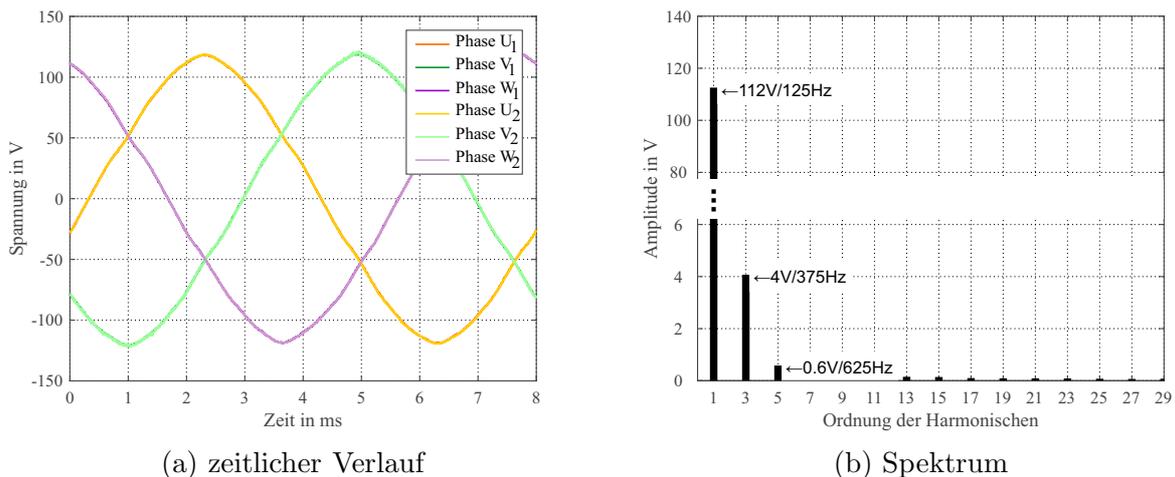


Abbildung 7.8: Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannung bei $n = 1500U/min$ (6PhZWDS-Variante)

nach Abbildung 7.8b zeigt, dass die Amplituden der Grundschnwingungen genau 50% jener der Zweischichtvariante nach Abschnitt 7.3 betragen. Zusätzlich ist auch der prozentuale Oberschwingungsgehalt der induzierten Spannungen gleich.

Die Vermessung der Induktivitäten erfolgt in gleicher Weise wie in Abschnitt 7.3. Von besonderem Interesse ist die magnetische Kopplung zwischen den beiden 3-Phasen-Systemen. Für eine korrekte Messung muss der Rotor in d -Richtung ausgerichtet sein (siehe Abbildung 5.18a). Abbildung 7.9a zeigt die Selbstinduktivität der Phase U_1 des ersten 3-

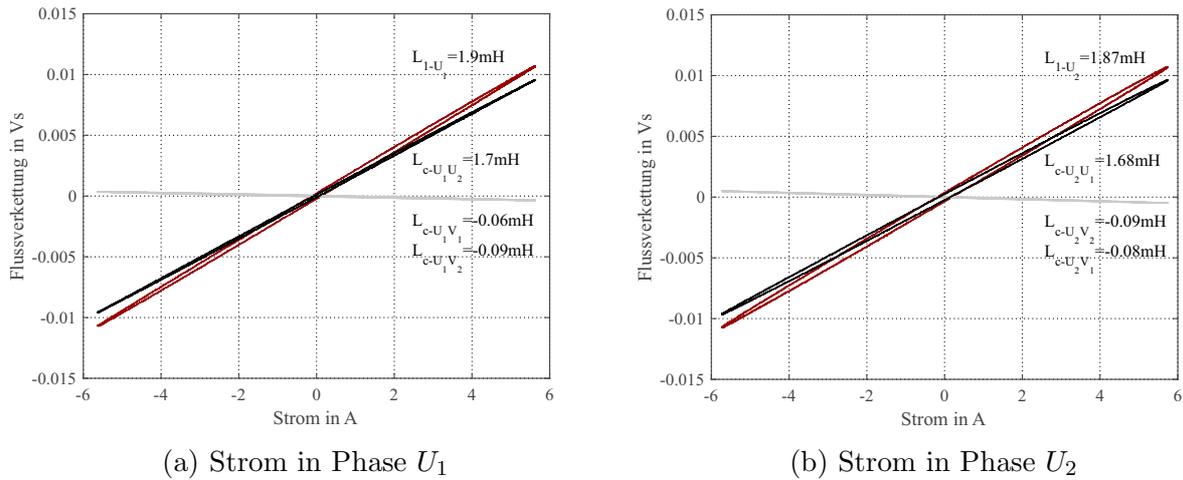


Abbildung 7.9: Vermessung der Selbst- und Gegeninduktivität (6PhZWDS-Variante)

Phasen-Systems. Zusätzlich sind die Gegeninduktivitäten zu der Phase V_1 bzw. zu den Phasen U_2 und V_2 gezeigt. Dabei ist die Gegeninduktivität zur Phase U_2 besonders bemerkenswert, da sie keine räumliche Phasenverschiebung zur Phase U_1 besitzt. Abbildung 7.9b zeigt den gleichen Versuch, jedoch wird die Phase U_2 des zweiten Systems bestromt. Die beiden Messungen zeigen sehr gute Übereinstimmung, was gleiche induktive Verhältnisse der beiden Systeme nachweist. Das ist eine wichtige Bedingung für die Ausführung einer 6PhZWDS-Variante.

Die Werte passen auch sehr gut zu den in Unterabschnitt 5.6.3 berechneten Induktivitäten. Die Abweichung durch den Einfluss der Wickelkopfstreuung liegt mit 0.2mH exakt in der erwarteten Größenordnung. Mit Hilfe der Gleichungen (6.45) und (6.46) folgen die Induktivitäten der beiden dq -Systeme zu (7.5).

Dabei werden die gemessenen Werte der Selbst- und Koppelinduktivitäten gemittelt. Aus Grund der sehr geringen Reluktanz gelten die Ergebnisse gleichermaßen für die q -Richtung.

$$\begin{aligned} L_{d1} = L_{q1} = L_{d2} = L_{q2} &= 1.9\text{mH} + 0.06\text{mH} = \underline{1.96\text{mH}} \\ M_{d12} = M_{q12} &= 1.7\text{mH} + 0.09\text{mH} = \underline{1.79\text{mH}} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Durch die Gleichung (7.5) wird die starke magnetische Kopplung zwischen den beiden dq -Systemen deutlich.

Der Einfluss dieser magnetischen Kopplung wird durch den feldorientierten Betrieb des ersten 3-Phasen-Systems am Wechselrichter gezeigt. Dazu wird ein feldschwächender Strom (i_{d1}) im System 1 eingeprägt. Anhand der Spannungsänderung im System 2 ($U_2/V_2/W_2$) ist der Einfluss der Kopplung sichtbar. In Abbildung 7.10a sind die Ströme des dq_1 -Systemes

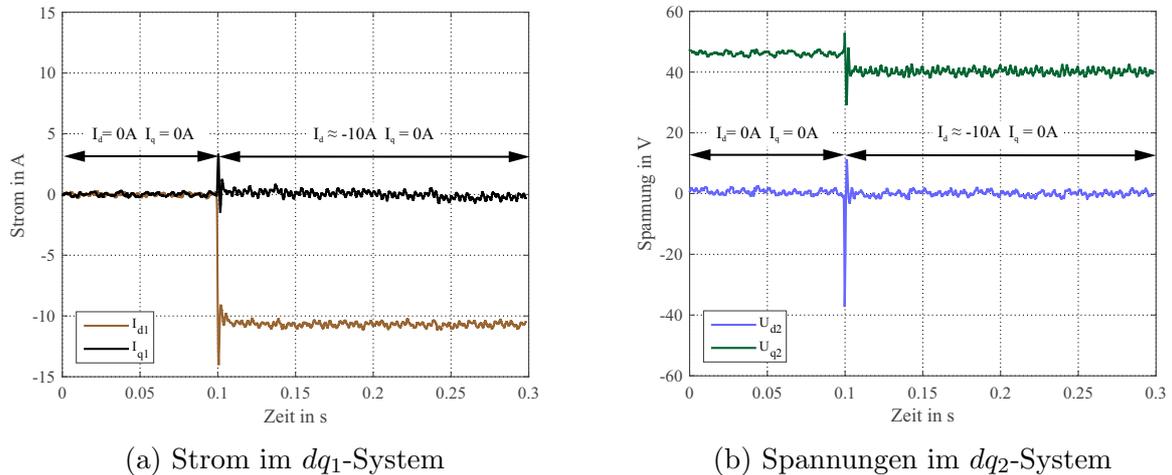


Abbildung 7.10: Einfluss der Gegeninduktivität zwischen dem dq_1 - und dem dq_2 -System bei einer Rotordrehzahl von $600U/min$ (6PhZWDS-Variante)

gezeigt. Zum Zeitpunkt $t = 0,1s$ beginnt ein feldschwächender Strom im ersten System zu fließen. Wie in Abbildung 7.10 gezeigt wird, verursacht der Strom eine Änderung der Spannungen im dq_2 -System. Aus den Gleichanteilen der gezeigten Verläufe wird die Kopplinduktivität zur Überprüfung mit den Spannungsgleichungen für das dq_2 -System mit (6.48) ermittelt. Die Gegeninduktivität M_{d12} ergibt sich zu $1,77mH$. Dies passt sehr gut zu den Ergebnissen in (7.5). Die magnetische Kopplung in q -Richtung kann grundsätzlich durch Vorgabe eines reinen Drehmomentenstromes überprüft werden. Bekanntlich ist jedoch die Auswertung der Induktivität in Querrichtung stärker von Messungenauigkeiten beeinflusst.

Grundsätzlich müssen für die Durchführung dieses Versuches die Spannungen (U_2, V_2, W_2) des zweiten Systems gemessen werden. Sobald der Wechselrichter das erste System bestromt, entsteht ein stark verrauschtes Spannungssignal im zweiten System. Für ein verwendbares Messergebnis werden die gemessenen Spannungssignale des zweiten Systemes über analoge Tiefpassfilter (*Butterworth 4. Ord*, $f_g = 2000kHz$) geglättet.

Zusammenfassend ergeben sich für die 6PhZWDS-Variante die gemessenen spezifischen Werte nach Tabelle 7.3.

Tabelle 7.3: Zusammenfassung der Ergebnisse für die 6PhZWDS-Ausführung

Bezeichnung	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{0_{GS}}$	$0.14Vs$	1
$\hat{U}_{0_{GS}}$	$113V$	1
\hat{I}_{GS}	$17A$	1
$L_{d1/d2} = L_{q1/q2}$	$1.96mH$	0.22
$M_{d12} = M_{q12}$	$1.79mH$	0.20
R_s	0.21Ω	0.03

7.6 6-Phasen-Zweischichtvariante (6PhZW)

In diesem Unterabschnitt erfolgt die Vermessung der 6PhZW-Variante. Dabei wird zwischen zwei unterschiedlichen Betriebsarten unterschieden. Die beiden Betriebsarten sind in Abschnitt 6.2 als 6-Phasen- bzw. 2x3-Phasen-Betrieb bezeichnet. Für beide Fälle gilt jedoch die gemessene induzierte Spannung sowie das daraus berechnete Spektrum nach Abbildung 7.11. Die Kurvenformen und Amplituden der Phasen U, V, W entsprechen

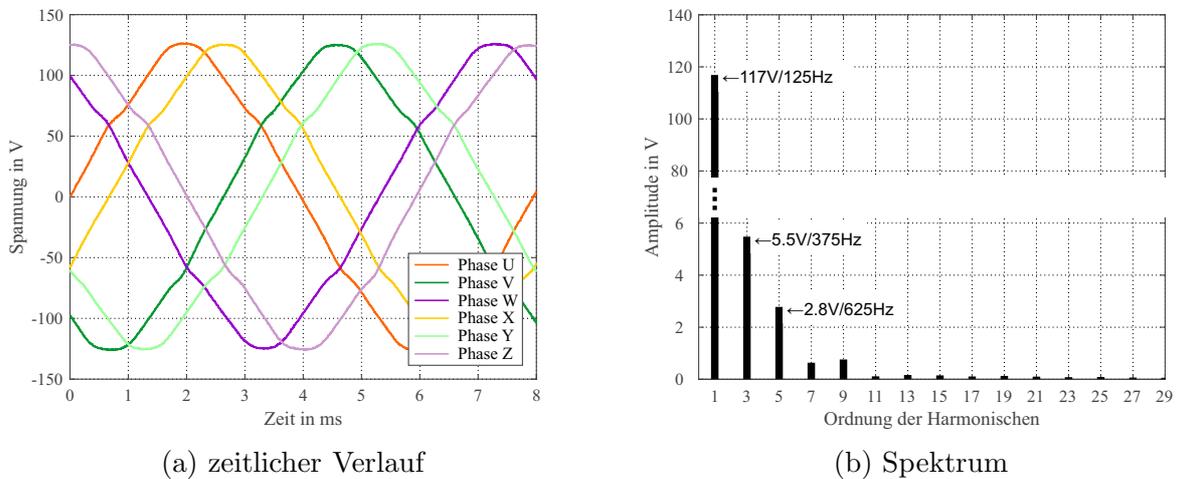


Abbildung 7.11: Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannung bei $n = 1500U/min$ (6PhZW-Variante)

genau jener der 3PhEW-Verschaltung. Dies ist auch im Vergleich der Spektren der induzierten Spannungen ersichtlich. Der Grund liegt einfach darin, dass die Phasen U, V, W aus den gleichen Spulen wie die drei Phasen der Einschichtvariante bestehen. Die gemessenen Spannungen der Phasen X, Y, Z sind erwartungsgemäß um 30° phasenverschoben. In Amplitude und Kurvenform sind sie mit den Spannungen U, V, W völlig gleichwertig.

Aufgrund der Ähnlichkeit zur 3PhEW-Ausführung kann für die Selbstinduktivitäten der Phasen das Ergebnis nach Abbildung 7.7b verwendet werden. Für eine vollständige Beschreibung sind noch die Gegeninduktivitäten zwischen den beiden Phasen $U-X$, $V-Y$, $W-Z$ zu bestimmen. Bei genauer Betrachtung des Zonenplanes nach Abbildung 5.21a und Unterabschnitt 5.6.1 fällt auf, dass dies exakt der Gegeninduktivität zwischen zwei Phasen der 3PhZW-Ausführung entsprechen muss. Somit sind alle notwendigen Induktivitäten schon aus den Messungen der 3PhEW- und 3PhZW-Variante bekannt und können hier direkt weiterverwendet werden. Zur besseren Übersicht sind sie in (7.6) nochmal angeführt.

$$L_1 = 3.2mH \quad L_c = 0.3mH \quad (7.6)$$

7.6.1 6-Phasen-Betrieb

Die klassische 6-Phasen-Ausführung sieht den Betrieb der Maschine an einem 6-Phasen-Wechselrichter vor. Diese Betriebsart ist in Abschnitt 6.2 behandelt. Die in den drei dq -Systemen gültigen Induktivitäten folgen durch die Gleichungen (6.34) bis (6.37) und mit den Werten nach (7.6). Der Einfluss der Reluktanz wird aufgrund des geringen Ausmaßes vernachlässigt.

$$\underline{L_{d1}} = \underline{L_{q1}} = 3.2mH + \sqrt{3}0.3mH = \underline{3.7mH} \quad (7.7)$$

Für das dq_3 - und dq_5 -System folgt Gleichung (7.8).

$$\begin{aligned} \underline{L_{d3}} &= \underline{L_{q3}} = \underline{3.2mH} \\ \underline{L_{d5}} &= \underline{L_{q5}} = 3.2mH - \sqrt{3}0.3mH = \underline{2.7mH} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Da die Maschine keine nennenswerte Reluktanz besitzt, sind die Koppelterme in (6.33) zu vernachlässigen.

$$\underline{M_{13}} = \underline{M_{35}} = \underline{M_{dq5}(\theta_r)} = \underline{0} \quad (7.9)$$

Als weitere Möglichkeit, die relevanten Induktivitäten in den einzelnen dq -Systemen zu bestimmen, sei die kapazitive Belastung genannt. Die kapazitive Last verursacht Ströme, die näherungsweise rein der d -Achse zuordenbar sind. Alternativ kann dies auch mit einer induktiven Belastung erfolgen. Jedoch sind 6-phasige Induktivitäten in exakt gleicher Höhe schwierig zusammenzustellen. Zusätzlich sind für die Bestimmung der Induktivitäten im dq_3 - und dq_5 -System die Stromamplituden der dritten und fünften Ordnung der Stromüberschwingung wichtig. Diese werden im Unterschied zur induktiven Belastung bei einer kapazitiven Last besser sichtbar. Zu Bedenken ist jedoch, dass der damit verbundene kapazitive Strom feldstärkend in der Maschine wirkt. Dies kann zu unerwünschten Sättigungen und zu einer Verfälschung der Messergebnisse führen. Des Weiteren gilt es, mögliche Resonanzerscheinungen zu erkennen. Die Induktivitäten der Maschine und die Kapazitäten der Last können bei bestimmten Drehzahlen in Resonanz geraten. Dies gilt auch für die harmonischen Schwingungen oberhalb der Grundschwingung.

Der zu Verfügung stehende Kapazitätswert entspricht $67\mu F$ pro Phase. Um mögliche Resonanzerscheinungen zu vermeiden, wird die Drehzahl mit $600U/min$ festgelegt. Dies ergibt eine Frequenz von $50Hz$. Abbildung 7.12 zeigt das berechnete Spektrum des Statorstromes, gemittelt über alle Phasen. Die dunklen Balken entsprechen dabei dem Spektrum bei verbundenem Sternpunkt zwischen der Last und jenem der Maschine. Dies bedeutet, dass Ströme mit der Ordnung 3, 9, ... fließen können. Dies ist auch deutlich an der 3. und 9. Ordnung zu sehen.

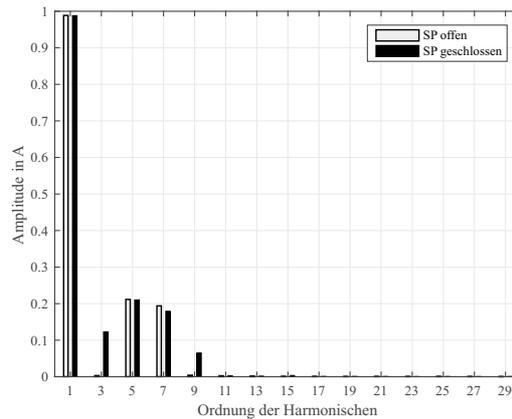


Abbildung 7.12: Spektrum des Stromes bei verbundenem und voneinander isoliertem Sternpunkten

Durch die Transformation des Stromes in die drei dq -Systeme nach Abschnitt 6.2 erscheint die dritte bzw. fünfte Ordnung des Grundschwingungsstromes jeweils als Gleichanteil im dq_3 - bzw. dq_5 -System. Für die Bestimmung der Induktivitäten in den einzelnen dq -Systemen muss nun selbiges mit den induzierten Spannungen bzw. mit den Klemmenspannungen bei kapazitiver Belastung durchgeführt werden. Wiederum erscheinen Spannungsharmonische der dritten und fünften Ordnung als Gleichanteil im dq_3 - bzw. dq_5 -System. Die Induktivitäten in d -Richtung können abschließend durch Umformen von Gleichungen (6.38) bestimmt werden. Es folgen die Ergebnisse zu (7.10).

$$L_{d1} = L_{q1} \approx 3.8mH \quad L_{d3} = L_{q3} \approx 3.6mH \quad L_{d5} = L_{q5} \approx 2.6mH \quad (7.10)$$

Die Ergebnisse aus (7.10) stimmen dabei gut mit den Resultaten nach Gleichung (7.7) zusammen. Die Bestimmung der Induktivitäten in q -Richtung kann durch eine rein ohmsche Belastung realisiert werden. Dadurch stellt sich ein näherungsweise reiner q -Strom ein. Die Bestimmung der Induktivitäten in q -Richtung ist jedoch ungenauer. Zusammenfassend ergeben sich für den klassischen 6-Phasen-Betrieb die spezifischen Werte nach Tabelle 7.4. Die hochgestellte Ziffer steht für die Ordnung der harmonischen Schwingung.

Tabelle 7.4: Zusammenfassung der Ergebnisse für die 6PhZW-Ausführung

Bezeichnung	SI	p.u.
$\hat{U}_{\text{GS}}/\hat{\psi}_{\text{GS}}$	117V/0.15Vs	1/1
$\hat{U}^3/\hat{\psi}^3$	5.5V/2.33mVs	0.047/15.3e ⁻³
$\hat{U}^5/\hat{\psi}^5$	2.8V/0.71mVs	0.024/4.6e ⁻³
\hat{I}_{GS}	17A	1
L_{d1}/L_{q1}	3.7mH	0.45
L_{d3}/L_{q3}	3.2mH	0.39
L_{d5}/L_{q5}	2.7mH	0.32
$M_{13}/M_{35}/M_{dq5}$	0.0mH	0.00
R_s	0.21Ω	0.03

7.6.2 2x3-Phasen-Betrieb

Wie in Unterabschnitt 6.2.4 beschrieben, ist die 2x3-Phasen-Verschaltung für den parallelen Betrieb zweier 3-Phasen-Wechselrichter vorgesehen. Die für diese Betriebsart relevanten Induktivitäten der beiden dq -Systeme sind in (7.11) angeführt. Dafür werden die Messergebnisse nach (7.6) und die Zusammenhänge aus (6.45) miteinander verknüpft. Der Term L_{2s} wird aufgrund des geringen Reluktanzeffektes vernachlässigt.

$$\underline{L}_{d1} = \underline{L}_{d2} = \underline{L}_{q1} = \underline{L}_{q2} = \underline{3.2mH} \quad (7.11)$$

Für die Kopplung zwischen den beiden dq -Systemen folgt durch (6.46) Gleichung (7.12).

$$\underline{M}_{d12} = \underline{M}_{q12} = \sqrt{3}0.3mH = 0.5mH \quad (7.12)$$

Die Terme des Nullsystemes werden wegen der geringen Bedeutung nicht berücksichtigt. Die Kopplung zwischen den beiden dq -Systemen ist deutlich geringer als bei der 6PhZWDS-Variante nach Abschnitt 7.6. Der Einfluss der Kopplung ist wiederum anhand des Betriebes an einem Wechselrichter demonstriert. Die Versuchsdurchführung ist gleich der 6PhZWDS nach Abschnitt 7.6. Durch einen feldschwächenden Strom im dq_1 -System kommt es zu einer Beeinflussung der Spannungen im dq_2 -System. Dies ist in Abbildung 7.13 zu sehen. Bei gleichem Betrag des Stromes i_{d1} ist die Änderung der Spannung u_{q2} deutlich geringer als im Falle der Dualstatorverschaltung. Dies zeigt die geringere magnetische Kopplung der 2x3-Phasen-Verschaltung. Die aus den Kurvenverläufen nach Abbildung 7.13 und den Zusammenhängen in (6.48) ermittelte Koppelinduktivität M_{d12} folgt zu 0.6mH. Dieser Wert entspricht in guter Genauigkeit jenen aus (7.12). Zusammenfassend ergibt sich für die 2x3-Phasen-Variante die spezifischen Werte nach Tabelle 7.5.

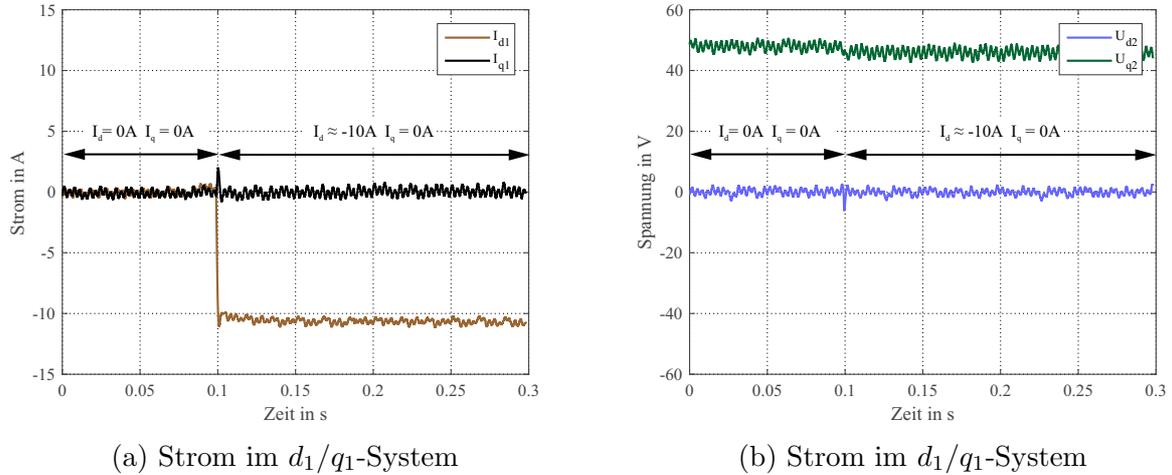


Abbildung 7.13: Einfluss der Gegeninduktivität zwischen dem dq_1 - und dem dq_2 -System bei einer Rotordrehzahl von $600U/min$ (2x3-Phasen-Betrieb)

Tabelle 7.5: Zusammenfassung der Ergebnisse für 2x3-Phasen-Verschaltung

Bezeichnung	SI	p.u.
$\hat{\psi}_{0GS}$	$0.15Vs$	1
\hat{U}_{0GS}	$117V$	1
\hat{I}_{GS}	$17A$	1
$L_{d1/d2} = L_{q1/q2}$	$3.2mH$	0.36
$M_{d12} = M_{q12}$	$0.5mH$	0.06
R	0.21Ω	0.03

7.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden alle in Abschnitt 5.5 vorgestellten Varianten vermessen. Dabei werden nur jene Parameter erfasst, die für eine dynamische Modellierung nach Kapitel 6 benötigt werden.

Für jede Variante folgt zu Beginn der Verlauf sowie das Spektrum der induzierten Spannungen. Die Kurvenformen und Amplituden stimmen dabei für alle Varianten gut mit den Ergebnissen in Abschnitt 5.6 überein. Danach erfolgt die Ermittlung der jeweiligen Selbst- und Gegeninduktivitäten. Durch den geringen Einfluss der Reluktanz genügt es, die Induktivitätsmessung bei einer einzigen Rotorposition durchzuführen. Die Ergebnisse aller Varianten stimmen grundsätzlich mit jenen in Abschnitt 5.6 überein. Eine Abweichung ist aufgrund der in Abschnitt 5.6 nicht berücksichtigten Wickelkopfstreuung zu bemerken. Der genauen Beitrag der Wickelkopfstreuung ist mit $0.1mH$ pro Spule ermittelt worden.

Bei Schaltungsvarianten für den parallelen Umrichterbetrieb wurde der Einfluss der magnetischen Kopplung anhand eines feldorientierten Wechselrichterbetriebes demonstriert. Am Ende jeder beschriebenen Variante erfolgt eine tabellarische Zusammenfassung der Ergebnisse.

Kapitel 8

Feldorientierter Betrieb der 6-Phasen-Maschine bei Phasenausfall

8.1 Allgemeines

Eine sehr attraktive Eigenschaft von Mehrphasenmaschinen ist es, im Falle eines Phasenausfalles weiterhin betriebsfähig zu sein. Bei einer 3-Phasen-Maschine mit isoliertem Sternpunkt kann bei einem Phasenausfall kein zeitlich konstantes Drehmoment mehr erzeugt werden. In Mehrphasenmaschinen mit einem gemeinsamen Sternpunkt können hingegen m minus 3 Phasen ausfallen und ein Betrieb mit konstantem Drehmoment ist weiterhin möglich. Diese Art des Betriebes wird im Folgenden als gestörter bzw. phasendezimierter Betrieb bezeichnet. Unter Ausfall versteht man das Wegschalten der betreffenden Phase(n) (stromloser Zustand). Eine Reihe von Literaturhinweisen zu diesem Thema, die hier bewusst nicht angeführt werden, ist in [9] zu finden.

In jedem Fall ist es das Ziel, die Amplituden und Phasenlagen der verbleibenden Phasenströme derart zu regeln, dass ein konstantes Drehmoment entwickelt wird. Dies kann nur durch eine rotierende Durchflutungswelle mit konstanter Amplitude erfolgen. Bei mehr als drei verbleibenden Phasen können die zusätzlichen Freiheitsgrade für eine optimale Stromaufteilung unter den Phasen verwendet werden. Dadurch könnten noch zusätzlich die Kupferverluste im phasendezimierten Betrieb minimiert sowie die aktiven Phasenausgänge des Wechselrichters in gleicher Strombeanspruchung genutzt werden. Hinsichtlich der Ermittlung optimaler Amplituden und Phasenlagen sei auf [87], [88], [89] und [90] verwiesen. Alle diese Vorschläge benötigen für eine praktische Umsetzung eine Toleranzbandstromregelung. Damit können die ermittelten Ströme als Wechselsignale direkt in die Maschine eingepreßt werden.

Das Ziel dieses Kapitel ist es, eine feldorientierte Regelung des 6-Phasen-Versuchsmotors für den phasendezimierten Betriebsfall zu entwerfen. Dabei soll die Maschine wie im ungestörten Betrieb in einem oder mehreren rotierenden dq -Systemen beschrieben werden.

Die Literatur ist in diesem Punkt wenig ausgiebig. Die Autoren in [91] greifen das Thema auf und stellen ein Konzept für eine 5-phasige PMSM vor. Es wird beispielhaft der Ausfall einer Phase behandelt. Die Vorgehensweise ist jedoch für den hier dargestellten Ansatz nicht weiter hilfreich. Eine Entwurf der feldorientierten Regelung einer 6-Phasen-Asynchronmaschine ist in [92] und [93] behandelt. Unter dem Begriff „*Space Vector Decomposition*“ wird eine Matrix zur Raumzeigertransformation abhängig der Anzahl an ausgefallenen Phasen hergeleitet. Wie beim ungestörten Betrieb kann die Maschine abhängig von der verbleibenden Phasenzahl m' in mehrere zueinander orthogonalen Koordinatensysteme abgebildet werden.

In den nächsten Abschnitten erfolgt eine Herleitung zur feldorientierten Regelung einer 6-Phasen-PMSM. Anhand des Ausfalls der Phasen U , X und Y soll die Vorgehensweise zu Entwicklung der Maschinengleichungen im dq -System erläutert werden. Die offenen Phasen werden als nicht vorhanden gesehen und somit weggelassen. Die verbleibenden Phasen sind für die Ordnung der Hauptwelle nach Abbildung 8.1 angeordnet. Der Verlauf der induzierten Spannungen ist in Abbildung 8.2 gezeigt.

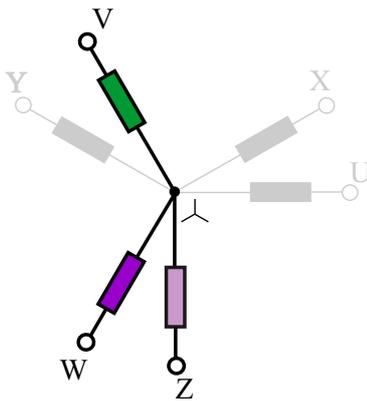


Abbildung 8.1: Elektrisch gültige Position der Phasen V , W und Z für die Ordnung der Hauptwelle

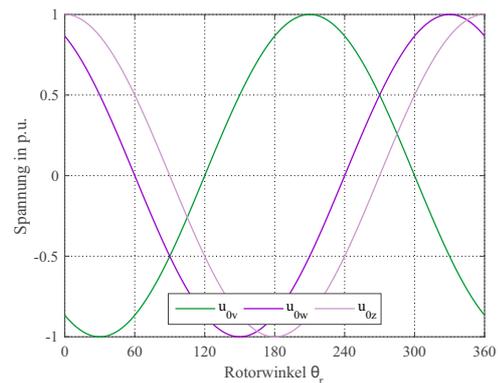


Abbildung 8.2: Verlauf der induzierten Spannungen der Stränge V , W und Z für den phasendezierten Betrieb

8.2 Raumzeigertransformation für den phasendezierten Betriebsfall

Wie im ungestörten Betrieb ist es das Ziel eine rotierende, durch den Strom der Phasen erzeugte und in der Amplitude konstante Durchflutungswelle (Hauptwelle) zu erzeugen. Demnach müssen die Ströme in den verbleibenden m' -Phasen einen mit konstanter Länge rotierenden Raumzeiger erzeugen. Im Falle der nach Abbildung 8.1 verfügbaren Phasen

erfolgt die Definition des Raumzeigers zu Gleichung (8.1).

$$\underline{I}_s = i_v e^{i\frac{2\pi}{3}} + i_w e^{-i\frac{2\pi}{3}} + i_z e^{-i\frac{\pi}{2}} \quad (8.1)$$

Wie im ungestörten Betrieb kann (8.1) in Matrixform nach (8.2) dargestellt werden.

$$\begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi/3) & \cos(-2\pi/3) & \cos(-\pi/2) \\ \sin(2\pi/3) & \sin(-2\pi/3) & \sin(-\pi/2) \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_v \\ i_w \\ i_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & -1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}}_{T_i} \begin{bmatrix} i_v \\ i_w \\ i_z \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

Damit die Matrix vollständig definiert ist, müssen die Elemente der letzten Zeile bestimmt werden. Mathematisch betrachtet, entspricht jede Zeile in der Matrix T_i einem dreidimensionalen Vektor. Die Elemente a_1, a_2 und a_3 sind nun derart zu bestimmen, dass der daraus entstehende Vektor orthogonal auf die beiden anderen steht [60]. Dabei wird das Element $a_3 = 1$ gewählt und die anderen ergeben sich zu (8.3).

$$\begin{aligned} [-0.5 \quad -0.5 \quad 0] [a_1 \quad a_2 \quad -1]^\top &= 0 \quad \text{und} \quad [\sqrt{3}/2 \quad -\sqrt{3}/2 \quad 1] [a_1 \quad a_2 \quad 1]^\top = 0 \\ \rightarrow a_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \quad a_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad a_3 = 1 \end{aligned} \quad (8.3)$$

Allgemein gilt, dass in der $m' \times m'$ Transformationsmatrix die Elemente der ersten beiden Zeilen durch die ungestörten Wicklungsachsen der Phasen bestimmt sind. Das Auffinden der restlichen $m' - 2$ Zeilen der Matrix erfolgt dabei ähnlich wie bei (8.3). Wichtig dabei ist immer, dass die verbleibenden $m' - 2$ Vektoren immer orthogonal zueinander bzw. auf die ersten beiden stehen müssen.

In [60] wird an dieser Stelle jede Zeile der Matrix auf eins normiert. Auf diesen Schritt wird hier bewusst verzichtet und mit folgendem Ansatz fortgesetzt:

Die induzierten Spannungen nach Abbildung 8.2 und folglich auch die Flussverkettungen sind im Unterschied zu den Strömen in Phasenlage und Amplitude stets an die Drehzahl und Position des Polrades gebunden und somit nicht veränderbar. Das Anwenden der Transformationsmatrix T_i auf diese Größen ergibt somit keinen mit gleichbleibender Länge auf einer Kreisbahn rotierenden Raumzeiger. Dies ist unbefriedigend und deshalb soll für diese Größen eine eigene Transformationsmatrix gefunden werden.

Für ein zeitlich konstantes Drehmoment muss das Produkt der Raumzeiger für die Phasenströme und den induzierten Spannungen einen Gleichanteil ergeben. Demnach muss Gleichung (8.4) gelten.

$$\overline{M} \frac{\omega_e}{p} = P_m = \underline{i}^\top \underline{u}_0 \stackrel{!}{=} (T_i^{-1} \underline{I}_{\alpha,\beta})^\top \cdot T_u^{-1} \underline{U}_{0,\alpha,\beta} = \underline{I}_{\alpha,\beta}^\top \underbrace{T_i^{-1\top} T_u^{-1}}_{\stackrel{!}{=} I(3 \times 3)} \underline{U}_{0,\alpha,\beta} \quad (8.4)$$

$$\underline{u}_0 = [u_{0v}, u_{0w}, u_{0z}] \quad \underline{i} = [i_v, i_w, i_z]$$

Im Unterschied zum ungestörten Betrieb werden in Gleichung (8.4) die Transformationsmatritzen für Strom und Spannung als unterschiedlich angenommen. Mit Da T_i bekannt

ist, kann T_u durch Gleichung (8.5) ermittelt werden.

$$\boxed{T_i^{-1\top} T_u^{-1} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow T_u = (T_i^\top)^{-1} \quad \text{bzw.} \quad T_i^{-1} = T_u^\top} \quad (8.5)$$

Mit dieser Bedingung und T_i nach (8.2) folgt T_u , für das hier konkret behandelte Szenario zu Gleichung (8.6).

$$T_u = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ \sqrt{3}/5 & -\sqrt{3}/5 & -2/5 \\ \sqrt{3}/5 & -\sqrt{3}/5 & 3/5 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 2 \cdot \\ 2/5 \cdot \\ 3/5 \cdot \end{matrix} \underbrace{\begin{bmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & -1 \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}}_{T_i} \quad (8.6)$$

Wenn die beiden dreidimensionalen Vektoren der ersten beiden Zeilen von T_i orthogonal aufeinander stehen, kann aus jeder Zeile von T_u ein konstanter Faktor herausgehoben werden. Die Faktoren entsprechen dabei den jeweiligen quadratischen Summen der Zeileneinträge von T_u bzw. dem Kehrwert der jeweiligen quadratischen Zeilensumme von T_i .

Orthogonalität zwischen den beiden Vektoren der ersten beiden Zeilen von T_i herrscht nur für den Betrieb mit den verbleibenden Phasen $U/V/X$, $W/Y/Z$, $V/W/Z$, $U/X/Y$, $U/W/Y$ und $V/X/Z$. In all den anderen Fällen gilt zwar (8.5) nach wie vor, nur kann T_u nicht so einfach aus T_i wie in (8.6) gezeigt, umgeformt werden.

Die Matrixen T_u und T_i sind nicht skaliert. Die Länge des Spannungsraumzeigers, berechnet durch T_u , entspricht der Amplitude der induzierten Spannungen. Die Länge des Stromraumzeigers entspricht keiner der drei unterschiedlichen Stromamplituden. Hier könnte zukünftig eine entsprechende anschauliche Skalierung überlegt werden.

8.3 dq -Transformation für den phasendezimierten Betriebsfall

Wie für den ungestörten Betriebsfall können die Raumzeiger vom stationären in das mit dem Rotor rotierende Koordinatensystem nach (6.13) transformiert werden. Die dafür notwendige Matrix ist in (8.7) gegeben.

$$\underline{\underline{R}}_{dq}(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 0 \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{R}}_{dq}(\theta_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) & 0 \\ \sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

Der Rotorflussraumzeiger ist wiederum mit der d -Achse ausgerichtet. Die Polradlage, in der $\theta_r = 0$ gilt, entspricht jener des ungestörten Betriebes (siehe Abbildung 5.21a).

Wie im ungestörten Betrieb ist auch hier ein direkter Übergang von den Wechselgrößen in das rotierende dq -System durch die Gleichungen in (8.8) möglich.

$$\begin{aligned}\underline{T}_{dq_u} &= \underline{R}_{dq}(\theta_r) \underline{T}_u & \underline{T}_{dq_i} &= \underline{R}_{dq}(\theta_r) \underline{T}_i \\ \underline{T}_{dq_u}^{-1} &= \underline{T}_u^{-1} \underline{R}_{dq}(\theta_r)^{-1} & \underline{T}_{dq_i}^{-1} &= \underline{T}_i^{-1} \underline{R}_{dq}(\theta_r)^{-1}\end{aligned}\quad (8.8)$$

Durch die Gleichungen nach (8.8) können nun die Ständerspannungsgleichungen sowie die Flussverkettungsgleichungen für den phasendezimierten Betrieb im dq -System erstellt werden. Zu beachten ist, dass alle Stromterme mit \underline{T}_{dq_i} und alle Spannungs- bzw. Flussterme mit \underline{T}_{dq_u} in das dq -System bezogen werden. Es folgt somit (8.9), wobei die Einheitsmatrix mit I abgekürzt wird.

$$\begin{aligned}\underbrace{\underline{T}_{dq_u} \underline{T}_{dq_u}^{-1}}_{I(3 \times 3)} \underline{u}_{dq} &= \underbrace{\underline{T}_{dq_u} \underline{R}_s \underline{T}_{dq_i}^{-1}}_A \underline{i}_{dq} + \underbrace{\underline{T}_{dq_u} \frac{d\underline{T}_{dq_u}^{-1}}{dt}}_B \underline{\psi}_{dq} + \underbrace{\underline{T}_{dq_u} \underline{T}_{dq_u}^{-1}}_{I(3 \times 3)} \frac{d\underline{\psi}_{dq}}{dt} \\ \underbrace{\underline{T}_{dq_u} \underline{T}_{dq_u}^{-1}}_{I(3 \times 3)} \underline{\psi}_{dq} &= \underbrace{\underline{T}_{dq_u} \underline{L}(\theta_r) \underline{T}_{dq_i}^{-1}}_C \underline{i}_{dq} + \underbrace{\underline{T}_{dq_u} \underline{T}_{dq_u}^{-1}}_{I(3 \times 3)} \underline{\psi}_{0dq}\end{aligned}\quad (8.9)$$

Die Terme A , B und C aus Gleichung (8.9) gilt es nun näher zu betrachten.

Entscheidend ist der mit C gekennzeichnete Term. Die gültige Induktivitätsmatrix $\underline{L}(\theta_r)$ für den hier betrachteten Betriebsfall folgt zu (8.10). Dabei werden nur jene Zeilen und Spalten aus (5.15) berücksichtigt, die den Phasen V , W und Z entsprechen.

$$\underline{L}(\theta_r) = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & -L_c \\ 0 & L_1 & L_c \\ -L_c & L_c & L_1 \end{bmatrix} - L_{2s} \begin{bmatrix} \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & -\cos(2\theta_r) \end{bmatrix}\quad (8.10)$$

Als Ergebnis für den Term C folgt (8.11) mit den Detaillösungen nach (8.12). Die vollständige induktive Entkopplung der Achsen bzw. das Eliminieren der rotorpositionsabhängigen Induktivität ist nur für die Betrachtung der Hauptinduktivität möglich. Durch den Einfluss der Oberwellenstreu- und Nutstreuinduktivität bleiben koppel- und rotorpositionsabhängige Terme bestehen.

$$\underline{T}_{dq_u} \underline{L}(\theta_r) \underline{T}_{dq_i}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_d + \mathbf{L}_d^{\sim}(\theta_r) & M_{dq}^{\sim}(\theta_r) & M_{dm}^{\sim}(\theta_r) \\ M_{dq}^{\sim}(\theta_r) & \mathbf{L}_q + \mathbf{L}_q^{\sim}(\theta_r) & M_{qm}^{\sim}(\theta_r) \\ M_{dm}^{\sim}(\theta_r) & M_{qm}^{\sim}(\theta_r) & \mathbf{L}_m + \mathbf{L}_m^{\sim}(\theta_r) \end{bmatrix}\quad (8.11)$$

Alle Elemente in (8.11), die sich aufgrund der Rotorposition ändern, sind mit \sim gekennzeichnet. Kopplungsterme sind durch den Buchstaben M ersichtlich. Neben den dq -Achsen existiert noch die mit dem Index m gekennzeichnete dritte Achse. Dieses System besitzt

Ähnlichkeit mit einem Nullsystem, ist jedoch von der Funktionalität nicht als solches zu betrachten.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} L_d \\ L_q \end{bmatrix} &= \frac{6}{5}L_1 + \frac{4\sqrt{3}}{25}L_c + \frac{6}{50} \begin{bmatrix} -L_{2s} \\ L_{2s} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \tilde{L}_d(\theta_r) \\ \tilde{L}_q(\theta_r) \\ \tilde{M}_{dq}(\theta_r) \end{bmatrix} &= \frac{4}{5} \left(L_1 - \frac{\sqrt{3}}{5}L_c \right) \begin{bmatrix} \cos(2\theta_r) \\ -\cos(2\theta_r) \\ -\sin(2\theta_r) \end{bmatrix} + \frac{16L_{2s}}{25} \begin{bmatrix} \cos(2\theta_r) \\ \cos(2\theta_r) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{12L_{2s}}{25} \begin{bmatrix} \cos(4\theta_r) \\ -\cos(4\theta_r) \\ -\sin(4\theta_r) \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \tilde{M}_{dm}(\theta_r) \\ \tilde{M}_{qm}(\theta_r) \end{bmatrix} &= -\frac{2\sqrt{3}L_c + 6L_{2s}}{25} \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \cos(\theta_r) \end{bmatrix} - \frac{9}{25}L_{2s} \begin{bmatrix} \sin(3\theta_r) \\ \cos(3\theta_r) \end{bmatrix} \\
 L_m &= \frac{15L_1 - 12\sqrt{3}L_c}{25} \quad L_m^\sim = \frac{12}{25}L_{2s} \cos(2\theta_r)
 \end{aligned} \tag{8.12}$$

An den Ergebnissen ist deutlich zu erkennen, dass die Induktivitäten der jeweiligen Achsen einen von der Polradlage abhängigen Anteil besitzen. Des Weiteren besteht eine Verkopplung zwischen der d -, q - und m -Achsen. Der hier betrachtete Betriebsfall gilt als sehr unsymmetrisch, zumindest was die Verteilung der verbleibenden Wicklungsachsen über den Umfang betrifft. In mehr symmetrischen Fehlerfällen (z.B. Ausfall nur einer Phase) sind die oben angesprochenen Koppel- bzw. und Wechselanteile nicht so stark ausgeprägt. Um die Gleichungen der Maschine im dq -System anschreiben zu können, müssen noch die Terme A und B aus (8.9) bestimmt werden.

$$\text{Term A: } \frac{R_s}{5} \begin{bmatrix} \underbrace{6 + 4 \cos(2\theta_r)}_{R_d + R_d^\sim(\theta_r)} & \underbrace{-4 \sin(2\theta_r)}_{R_{dq}^\sim(\theta_r)} & 0 \\ -4 \sin(2\theta_r) & \underbrace{6 - 4 \cos(2\theta_r)}_{R_q + R_q^\sim(\theta_r)} & 0 \\ \underbrace{0}_{R_{dq}^\sim(\theta_r)} & \underbrace{0}_{R_q + R_q^\sim(\theta_r)} & \underbrace{3}_{R_m} \end{bmatrix} \quad \text{Term B: } \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{8.13}$$

Der jeweils gültige Widerstand im dq -System setzt sich als Gleich- und Wechselanteil zusammen. Ein konstantes Drehmoment wird durch einen konstanten Strom i_q hervorgerufen. Konstantes Drehmoment heißt jedoch nicht, dass der Motor konstante Wirkleistung mit dem Wechselrichter austauscht. Demnach macht das Ergebnis nach (8.13) durchaus Sinn. Die Maschinengleichungen im $dq(m)$ -System inklusive der Flussverkettungsgleichungen sind nach (8.14) gegeben.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_d + R_d^\sim(\theta_r) & R_{dq}^\sim(\theta_r) & 0 \\ R_{dq}^\sim(\theta_r) & R_q + R_q^\sim(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_m \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_m \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_d + \mathbf{L}_d^\sim(\theta_r) & M_{dq}^\sim(\theta_r) & M_{dm}^\sim(\theta_r) \\ M_{dq}^\sim(\theta_r) & \mathbf{L}_q + \mathbf{L}_q^\sim(\theta_r) & M_{qm}^\sim(\theta_r) \\ M_{dm}^\sim(\theta_r) & M_{qm}^\sim(\theta_r) & \mathbf{L}_m + \mathbf{L}_m^\sim(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{0d} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

Abschließend erfolgt noch die Herleitung des Drehmomentes über den Ansatz der elektrischen aufgenommenen Leistung.

$$P_e = \underline{i}(t)^\top \underline{u}(t) = i_{dq}^T T_i^{-1\top} T_u^{-1} u_{dq} = \underline{i}_{dq}^T \underline{u}_{dq} \quad (8.15)$$

Mit der Drehzahl folgt das Drehmoment zu (8.16).

$$M(t) = p \left[\underbrace{\psi_{0d} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q}_{\text{kst. Moment}} + \underbrace{(L_d^{\sim}(\theta_r) - L_q^{\sim}(\theta_r)) i_d i_q + M_{dq}^{\sim}(\theta_r) (i_d^2 - i_q^2) + (M_{dm}^{\sim}(\theta_r) i_d - M_{qm}^{\sim}(\theta_r) i_q) i_m}_{\text{Rippelmoment}} \right] \quad (8.16)$$

Die ersten beiden Terme in (8.16) beschreiben das zeitlich konstante Drehmoment. Die weiteren Terme ergeben ein Rippelmoment, das aufgrund der unterschiedlichen gegeneinander induktiven Verhältnisse, zwischen den einzelnen Phasen, entsteht.

Das bis jetzt nur am Rande erwähnte dritte System hat mehr Bedeutung als man im ersten Ansatz vermuten möchte. Wegen des isolierten Sternpunktes des 6-Phasen-Motors muss die Summe der Ströme in jedem Zeitaugenblick Null ergeben. Aus diesem Grund folgt auf einen Strom i_d oder i_q immer ein Strom i_m . Ein Strom i_m verursacht andererseits eine Spannung u_m . Auf die Vorsteuerung dieser Spannung u_m soll nicht verzichtet werden, um die Regelung zu entlasten.

8.4 Implementierung der feldorientierten Regelung für den phasendezimierten Betrieb

Mit den Maschinengleichungen nach (8.14) kann die feldorientierte Regelung erstellt werden. Die Vorgehensweise ist dabei gleich wie für den ungestörten Betrieb.

Durch die Verwendung von Vorsteuer- und Entkopplungstermen können die Spannungsgleichungen der d - und q -Achsen in die Form nach Gleichung (8.17) vereinfacht werden.

$$u_d = i_d R_d + \frac{di_d}{dt} L_d \quad \text{und} \quad u_q = i_q R_q + \frac{di_q}{dt} L_q \quad (8.17)$$

Mit Hilfe der Laplace-Transformation werden die Übertragungsfunktionen für die Stromregelung nach (8.18) bestimmt.

$$G_d(s) = \frac{i_d(s)}{u_d(s)} = \frac{1}{R_d} \frac{1}{1 + s \frac{L_d}{R_d}} \quad \text{und} \quad G_q(s) = \frac{i_q(s)}{u_q(s)} = \frac{1}{R_q} \frac{1}{1 + s \frac{L_q}{R_q}} \quad (8.18)$$

Die hier nicht angeführten Vorsteuer- und Koppelterme sind im Anhang A zu finden. Abbildung 8.3 zeigt das Blockschaltbild der Stromregelung für den redundanten Betrieb.

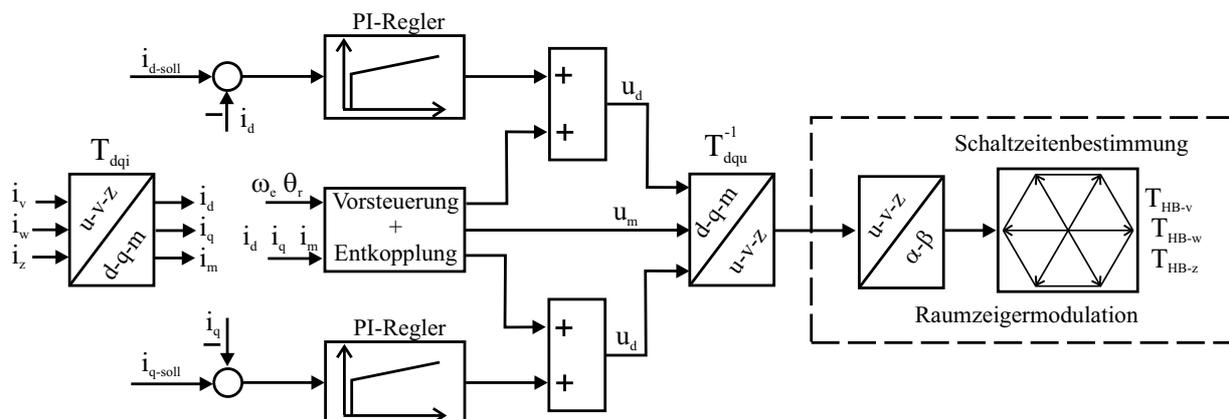


Abbildung 8.3: Blockschaltbild der Stromregelung für den redundanten Betrieb

Das Blockschaltbild ist dem Signalfussplan folgend von links nach rechts zu lesen und beginnt mit der Transformation der Phasenströme i_v , i_w , i_m in das $dq(m)$ -System. In der Struktur nach Abbildung 8.3 kann der Strom i_m nicht beeinflusst werden. Er ergibt sich aus der Bedingung, dass die Summe der Phasenströme null ergeben müssen.

Zur Bestimmung der Schaltzeiten der drei Halbbrücken werden die Spannungen u_d , u_q und u_m mit T_{dqu}^{-1} in die Wechselgrößen u_v , u_w , u_m rücktransformiert. Die Bestimmung der Schaltzeiten erfolgt in gleicher Weise wie für den konventionellen 3-Phasen-Betrieb. Dazu erfolgt die neuerliche Transformation in das $\alpha\beta$ -System mit der Clark'schen Transformationsvorschrift. Die Sektorenauswahl sowie Schaltzeitenbestimmung erfolgt in dieser Darstellung und ist gleich wie für den ungestörten 3-Phasen-Betrieb. Für eine ausführlichere Behandlung der Schaltzeitenbestimmung sei auf [94] und [95] verwiesen.

8.5 Simulations- und Messergebnisse zum phasendegradem Betrieb

Dieser Unterabschnitt beinhaltet die Mess- und Simulationsergebnisse des Betriebes mit nur drei der insgesamt 6 Phasen des Versuchsmotors. Es wird der stark unsymmetrische Betrieb mit den Phasen V , W und Z gezeigt. Zum Vergleich ist im Anschluss der redundante Betrieb mit den Phasen U , W und Y dargestellt.

Die feldorientierte Regelung für beide Betriebsfälle wurde auf einem dSPACE System realisiert. Es liegt die gleiche Konfiguration wie für die Messungen in Kapitel 7 vor. Die Aufzeichnungen der Strom- und Spannungsverläufe erfolgen wiederum mit dem in Kapitel 7 vorgestellten Transientenrecorder. Die Abtastfrequenz wird mit 100kHz pro Kanal gewählt. Die Simulation der Betriebsfälle erfolgt in Matlab/Simulink.

8.5.1 Betrieb mit den Phasen V, W und Z

In den vorigen Abschnitten wurde dieser Betriebsfall im Detail erklärt und hergeleitet. Die hier betrachtete Phasenkonfiguration gehört zu den am schwierigsten beherrschbaren Fehlerfällen.

Die Stromregler werden nach dem Symmetrischen Optimum [96] eingestellt. Die Zeitkonstanten der Strecken werden mit Gleichung (8.12) und den Messergebnissen aus Unterabschnitt 7.6.1 ermittelt.

$$L_d = L_q = 3.9mH \quad R_d = R_q = 0.25\Omega \quad T_d = T_q = 15.6ms \quad (8.19)$$

Abbildung 8.4 zeigt den zeitlichen Verlauf der Phasenströme sowie der Ströme i_d und i_q . Die Maschine wird mit einem reinen q -Strom beaufschlagt. Das Ergebnis der Simula-

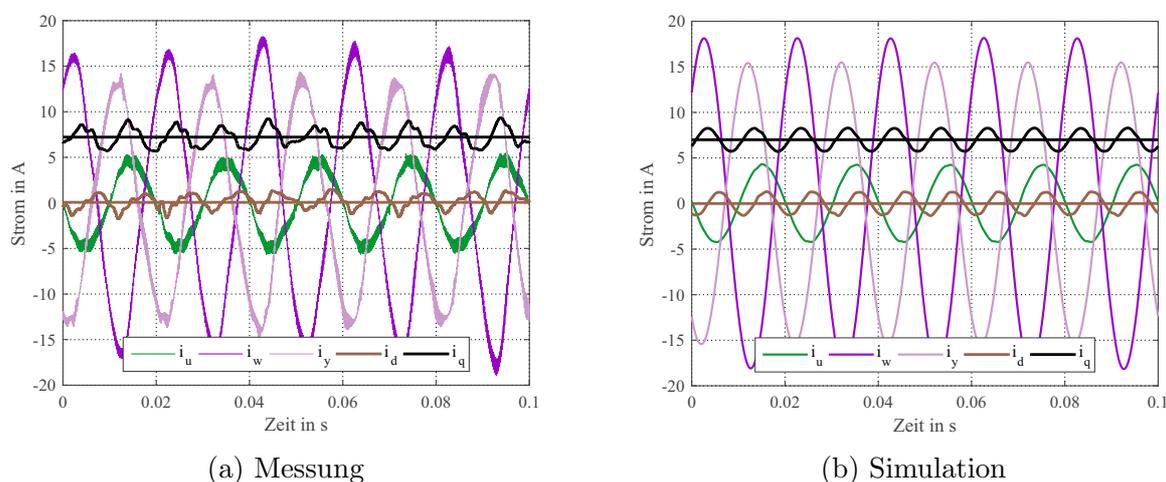


Abbildung 8.4: Zeitliche Verläufe der Ströme im Betrieb mit den Phasen V-W-Z bei $n = 600U/min$

tion stimmt sehr gut mit den Messergebnissen überein. In beiden Fällen besitzt der d - und q -Strom einen ungewollten Wechselanteil. Der Grund für den Wechselanteil liegt aller Voraussicht nach in der fehlenden Reglerbandbreite. Dies zeigt sich deutlich bei Verringerung der Drehzahl. In Abbildung 8.5 ist der angesprochene Wechselanteil deutlich geringer. Dieser Wechselanteil ist natürlich auch im Drehmoment sichtbar.

Eine Verbesserung würde mit Sicherheit eine Erhöhung der Taktfrequenz des Wechselrichters bzw. des Regelalgorithmus bringen. Des Weiteren könnte die eingangsseitige Stromfilterung wieder entfernt werden. Besser auf das zu regelnde System abgestimmte Reglerparameter würden eine weitere Verbesserung bringen. Das größte Potential wird jedoch in einer verbesserten Vorsteuerung der Spannung u_m vermutet. Im bestehenden Modell wird sie direkt aus den gemessenen Strömen i_d , i_q und i_m und den in (8.14) dargestellten Zusammenhänge berechnet. Des Weiteren werden die Ableitungsterme der drei Ströme in der Vorsteuerung derzeit nicht berücksichtigt.

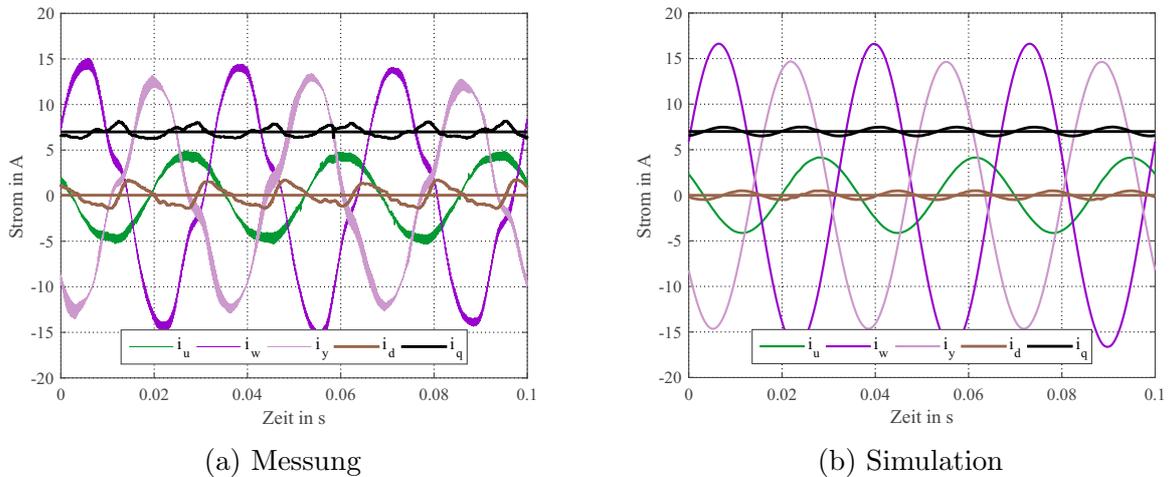


Abbildung 8.5: Zeitliche Verläufe der Ströme im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 360U/min$

Die drei Phasenströme verzeichnen große Unterschiede in den Amplituden ($\hat{i}_w = 3 \cdot \hat{i}_u$). Im Sinne eines guten Wirkungsgrades wären gleichmäßigere Amplituden sinnvoll [87].

Abbildung 8.6 zeigt den zeitlichen Verlauf der aufgenommenen Scheinleistung für den Betriebspunkt nach Abbildung 8.4. Zusätzlich wurden noch mit Hilfe der Phasenströme die Kupferverluste sowie mit dem Verlauf von i_q die mechanische Leistung berechnet. Die bereits in Abschnitt 8.3 angesprochene Änderung der Kupferverluste ist dabei sichtbar. Die hier dargestellten Kupferverluste liegen deutlich unter jenen des ungestörten Betriebes bei Nennstrom. Demnach können unter Beobachtung der Wicklungstemperatur die Phasenströme und das damit verbundene Drehmoment noch erhöht werden. Abbildung 8.7 zeigt

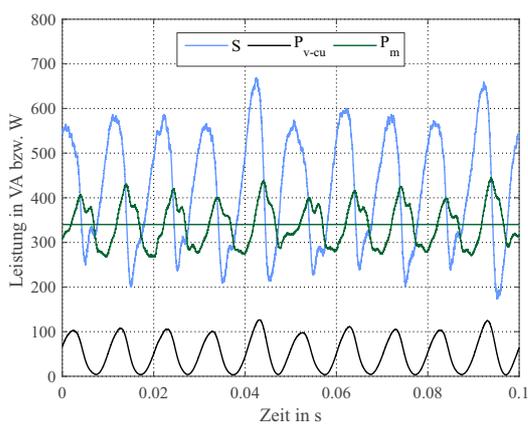


Abbildung 8.6: Aufgenommene Leistung im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 600U/min$

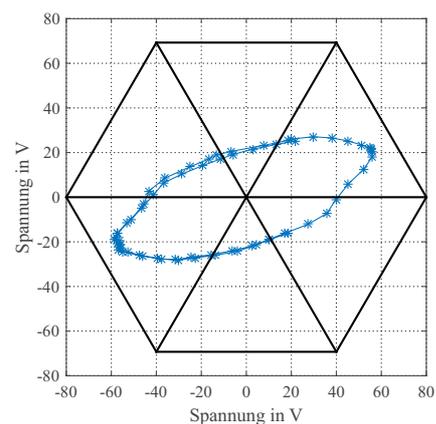


Abbildung 8.7: Spannungsraumzeiger zur PWM-Ermittlung im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 600U/min$

die Umlaufbahn des Ausgangsspannungsraumzeigers zur PWM-Ermittlung. Das eingezeichnete Sechseck dient rein zur Orientierung. Die Seitenlängen sind willkürlich gewählt und sind nicht auf die Zwischenkreisspannung des Wechselrichters bezogen. Für die gemessenen Punkte des Raumzeigers ist jedoch das eingezeichnete Raster zu verwenden.

In der nächsten Messung wird der Einfluss eines reinen d -Stromes auf die Länge des maximalen Ausgangsspannungsraumzeigers evaluiert. Abbildung 8.8 zeigt die Punkte des umlaufenden Spannungsraumzeigers für zwei unterschiedliche Ströme in d -Richtung. Die er-

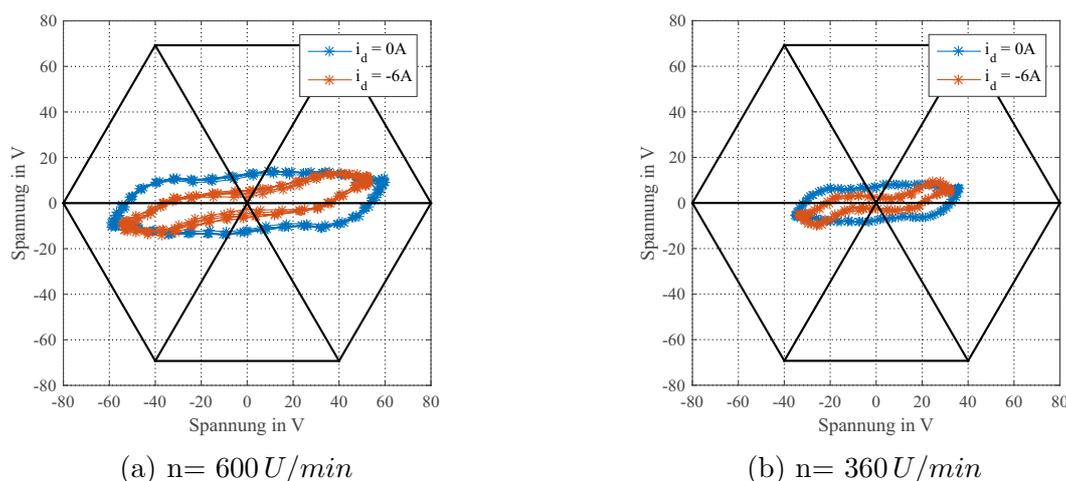


Abbildung 8.8: Ausgangsraumzeiger bei versuchter Feldschwächung

hoffte Verringerung der notwendigen Ausgangsspannung ist dabei nicht zu beobachten. Die elliptische Umlaufbahn des Ausgangsraumzeigers wird zwar schmaler, jedoch ist die maximal notwendige Länge des Raumzeigers davon nicht beeinflusst. Dies gilt bei einer geringeren Drehzahl in gleicher Weise.

8.5.2 Betrieb mit den Phasen U, W und Y

In diesem Unterabschnitt erfolgt der Betrieb des 6-Phasen-Versuchsmotors mit den Phasen U , W und Y . Zur besseren Vorstellung ist die räumliche Verteilung der Wicklungsachsen für die Hauptwelle nach Abbildung 8.9 gegeben. In Abbildung 8.10 sind die für diesen Betriebsfall relevanten induzierten Spannungen gezeigt. Es ist offensichtlich, dass in diesem Betriebsfall die verbleibenden Achsen gleichmäßiger über den Umfang verteilt sind. Für die Herleitung des Statorstromraumzeigers folgt Gleichung (8.20).

$$\underline{I}_s = i_v e^{i0} + i_w e^{-i\frac{2\pi}{3}} + i_z e^{i\frac{5\pi}{3}} \quad (8.20)$$

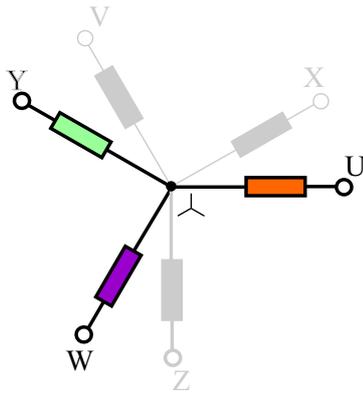


Abbildung 8.9: Elektrisch gültige Position der Phasen U , Y und W für die Ordnung der Hauptwelle

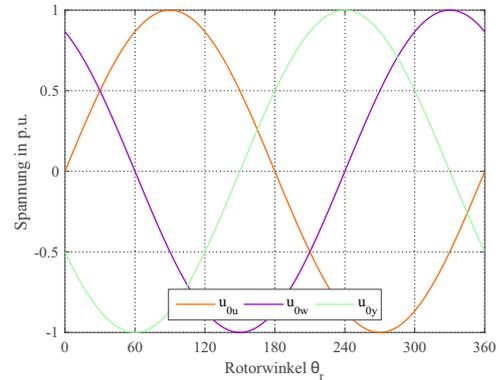


Abbildung 8.10: Verlauf der induzierten Spannungen der Stränge U , Y und W für den phasenduzimierten Betrieb

In ähnlicher Weise wie in Abschnitt 8.2 und unter der Anwendung der Bedingung nach (8.5) folgen die Transformationsvorschriften für diesen Betriebsfall zu (8.21).

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & 0.5 \\ 2/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \quad T_u = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.25 & -\sqrt{3}/4 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & 0.5 \\ \sqrt{3}/4 & \sqrt{3}/8 & 3/8 \end{bmatrix} \quad (8.21)$$

Die weitere Transformation in das dq -System erfolgt gleich wie in Abschnitt 8.2 und die Gleichungen nach (8.14) sind auch für diesen Betriebsfall gültig. Eine Unterscheidung gibt es jedoch, was die Zusammensetzung der Parameter nach (8.12) betrifft. Für den hier betrachteten Betriebsfall sind diese im Anhang A zu finden. Die für die Stromregelung relevanten Zeitkonstanten sind in (8.22) gegeben.

$$L_d = L_q = 2.5mH \quad R_d = R_q = 0.16\Omega \quad T_d = T_q = 15.6ms \quad (8.22)$$

Abbildung 8.11 zeigt die zeitlichen Verläufe des Phasenstromes sowie der Ströme in der d - und q -Achse für zwei unterschiedliche Drehzahlen. Dieser Betriebsfall zeichnet sich durch deutlich gleichmäßigere Phasenströme aus. Dadurch kann auch, unter Einhaltung der maximal erlaubten Amplituden, ein größeres Drehmoment als bei Unterabschnitt 8.5.1 erzeugt werden. Beträgt der Strom i_q im Betriebsfall nach Unterabschnitt 8.5.1 ca. $7A$, so sind es nach Abbildung 8.11 $20A$. Der Unterschied ist auch in der aufgenommenen Leistung nach Abbildung 8.12 zu sehen. Im Mittel sind die gesamten Kupferverluste des hier betrachteten Betriebsfalles größer. Einer mit der Drehzahl sich ändernder Wechselanteil im d - und q -Stromverlauf ist wie in Unterabschnitt 8.5.1 vorhanden. Abbildung 8.13 zeigt den Spannungsraumzeiger der PWM-Erzeugung. Die maximal notwendige Raumzeigerlänge ist dabei gleich wie im Betriebsfall nach Abbildung 8.7.

Abschließend ist noch der Einfluss eines reinen d -Stromes bei zwei unterschiedlichen Drehzahlen in Abbildung 8.14 gezeigt. Im Unterschied zu Abbildung 8.8 kann in diesem Be-

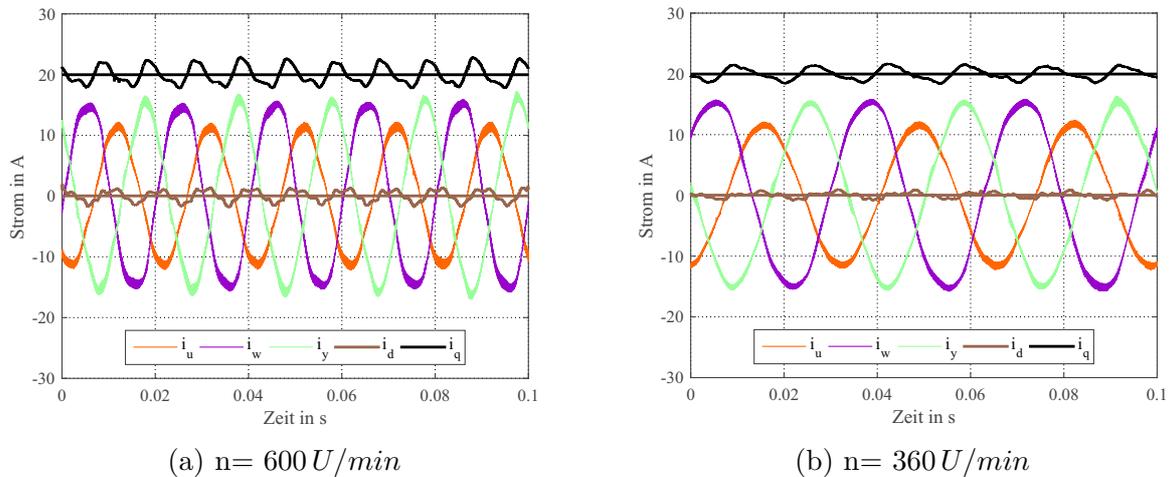


Abbildung 8.11: Zeitliche Verläufe der Ströme im redundanten Betrieb mit den Phasen U - W - Y

triebsfall die maximal notwendige Raumzeigerlänge durch Einprägen eines d -Stromes beeinflusst werden.

8.6 Zusammenfassung und Diskussion

Dieses Kapitel befasst sich mit dem phasendezimierten Betriebsfall einer 6-Phasen-Maschine. Ziel dabei ist es, die Maschine trotz reduzierter Phasenzahl in einem rotierendem dq -System zu beschreiben. Anschließend erfolgt die Implementierung einer feldorientierten Regelung. Zu diesem Zwecke wird ein alternativer Ansatz zur Raumzeigertransformation vorgestellt. Dieser sieht unterschiedliche Transformationsmatrizen für die Phasenströme und Spannungen bzw. Flussverkettungen vor. Eine erste Verifikation erfolgt über den gestörten Betrieb des Versuchsmotors mit drei anstelle von sechs Strängen. Dabei sind die Herleitung der Maschinengleichungen für das dq -System im Detail beschrieben. Das Szenario sieht den Betrieb mit den Phasen U , X und Y vor. Hinsichtlich der räumlichen Verteilung der am Betrieb beteiligten Phasen gilt dies als sehr unsymmetrische Konstellation.

Die Induktivitätsmatrix im dq -System zeigt, dass die Elimination von Gegeninduktivitäten sowie von rotorpositionsabhängigen Termen nur für die Hauptinduktivität vollständig funktioniert. Die verbleibenden Terme müssen somit in der Regelung durch Entkopplung bzw. Vorsteuerung berücksichtigt werden.

Anhand des realen Betriebes am Versuchsmotor ist die Funktionalität des Ansatzes nachgewiesen. Aufgrund unzureichender Regelparametrierung bzw. Vorsteuerung ist ein permanenter Wechselanteil an den Regelgrößen zu erkennen. Dieser sinkt bei Reduzierung der Drehzahl. Das Einprägen eines feldschwächenden Stromes zeigt, dass die Phasen un-

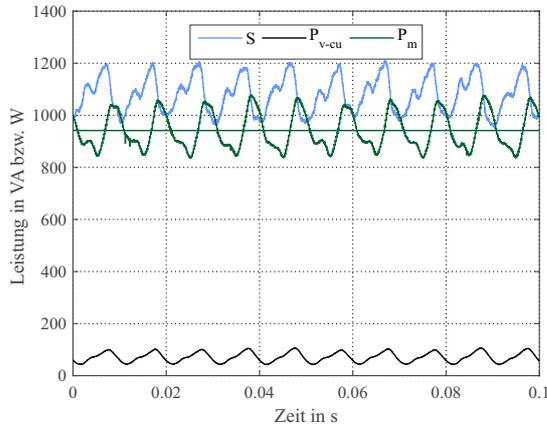


Abbildung 8.12: Leistungen im redundanten Betrieb bei $n=600 U/min$

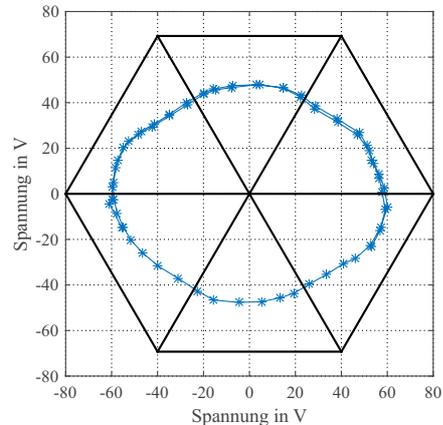
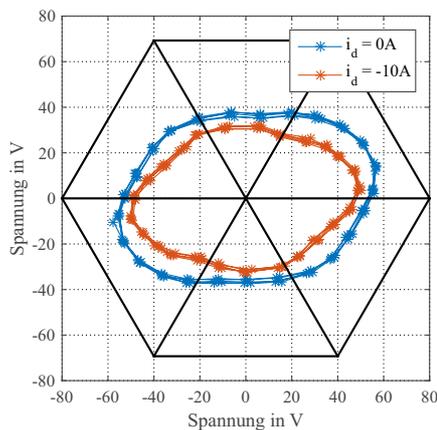
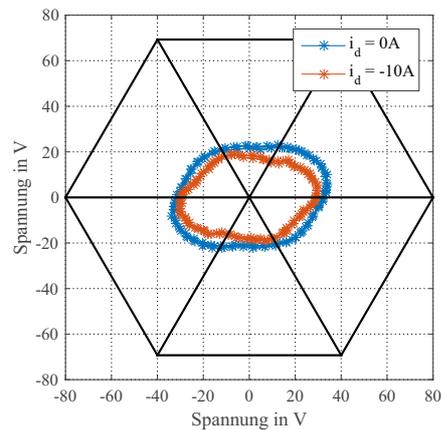


Abbildung 8.13: Spannungsraumzeiger zur PWM-Ermittlung bei $n=600 U/min$



(a) $n= 600 U/min$



(b) $n= 360 U/min$

Abbildung 8.14: Spannungsraumzeiger zur PWM-Ermittlung im Betrieb mit den Phasen $U-W-Y$

gleichmäßig davon betroffen sind und der Zweck einer Feldschwächung nicht erfüllt wird. Im Anschluss ist ein zweiter phasendezimierter Betriebsfall gezeigt. Dabei wird der Versuchsmotor nur über die Phasen U , W und Y betrieben. Die Phasen sind in diesem Szenario gleichmäßiger über den Umfang verteilt. Die Herleitung der Gleichungen erfolgt analog. Die Induktivitätswerte sind jedoch unterschiedlich. Die Messergebnisse zeigen eine gleichmäßigere Stromverteilung. Des Weiteren wird in dieser Konstellation deutlich mehr Drehmoment bei gleicher max. Stromamplitude erzeugt. Der Wechselanteil an den Regelgrößen ist auch hier zu bemerken. Das in beiden gestörten Betriebsfällen erzeugte Drehmoment der Maschine ist annähernd konstant. Dies konnte auch akustisch festgestellt werden. Im Unterschied zur obigen Konstellation erfolgt durch Einprägen eines feldschwächenden

Stromes eine gleichmäßigere Auswirkung auf alle sich im Betrieb befindlichen Phasen.

Der hier erarbeitete Ansatz bzw. Versuch der Herleitung einer feldorientierten Regelung einer Mehrphasenmaschine mit reduzierter Strangzahl steht am Beginn. Eine vollständige Evaluierung des Ansatzes für alle möglichen Fehlerfälle muss erst gemacht werden. Des Weiteren gilt es, den Regelkreis hinsichtlich seiner Bandbreite zu optimieren.

Sehr interessant könnten dabei jene Szenarien sein, in denen nur ein oder zwei Phasen ausfallen. In diesen Fällen existiert zum bekannten dq -System ein zweites, zweidimensionales Koordinatensystem. Dadurch ergeben sich zusätzliche Freiheitsgrade. Es gilt zu klären, inwieweit damit die Phasenströme hinsichtlich gleichmäßigerer Amplituden beeinflusst werden können.

In allen bisher gemachten Betrachtungen wurde nur die Grundschwingung berücksichtigt. Folgende Fragen treten noch auf:

- Welchen Einfluss haben die Oberschwingungen der Ordnung 3, 5, 7, 9 und 11 auf den Betrieb mit 3, 4 und 5 Phasen?
- In welchem Koordinatensystem werden sie abgebildet bzw. durch welche Induktivitäten begrenzt?
- Wie groß ist der Einfluss einer Reluktanz?
- Eignen sich Maschinen mit einer Durchmesserwicklung besser für den hier vorgestellten phasendezimierten Betrieb?

Die vorgestellte dq -Transformation für einen phasendezimierten Betrieb funktioniert sehr gut für die Betrachtung der Hauptinduktivität. Die Induktivitäten der Maschine lassen sich in diesem Fall wie im ungestörten Betrieb auf die dq -Achse abbilden. Es existiert weder eine Rotorpositionsabhängigkeit noch eine Verkopplung zwischen der d -, q - und m -Achse. Bei einer Maschine mit annähernd sinusförmig verteilter Wicklung ist dadurch der Einfluss der Störterme wesentlich geringer. Eine Gegenüberstellung der Zahnspulenwicklung und der Durchmesserwicklung wäre in diesem Zusammenhang interessant, bleibt jedoch künftigen Arbeiten vorbehalten.

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Themengebiet der mehrphasigen ($m \geq 3$) permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) mit Zahnspulenwicklungen. Dabei erfolgt im ersten Teil der Arbeit eine generelle Betrachtung von Maschinen mit Zahnspulenausführungen und m räumlich versetzten Phasen. Wie in der Literatur üblich, wurde auch hier grundsätzlich zwischen den Zahnspulenausführungen mit einer Urwicklung der 1. und 2. Art unterschieden. Des Weiteren wurde noch zwischen einer Einschicht- und Zweischichtausführung differenziert. Mit der Voraussicht auf weitere analytische Betrachtungen wurde das eigentliche Wicklungsdesign mit Hilfe des Nutsternes behandelt. Im Zuge dessen, wurden auch die notwendigen Kriterien für eine Ausführbarkeit diskutiert. Beispielsweise können Mehrphasenmaschinen mit einer geraden Anzahl an Phasen nur mit einer Urwicklung der 1. Art ausgeführt werden.

Für ausführbare Nut/Pol/Phasen Kombinationen wurde der Konstruktionsvorgang für die zugehörige Wicklungsfunktion vorgestellt. Aus mathematischer Sicht stellt die Wicklungsfunktion eine Fourierreihe dar. Somit ist eine genaue Betrachtung des Einflusses unterschiedlicher Raumharmonischer möglich. Der Konstruktionsvorgang wurde allgemein gehalten, sodass er sich sehr gut zum Implementieren auf einem Computer mittels Programmiersoftware eignet. Im Anschluss erfolgte die Ableitung spezifischer Größen einer Maschine mit Zahnspulenwicklung. Dazu zählen u.a. die Bestimmung der Flussverkettungen, der induzierten Spannungen, der Haupt- und Oberwellenstreuinduktivitäten und der Statordurchflutungsverteilungen, wobei aus letzterem das elektrische Drehmoment abgeleitet wurde. Eine Anpassung der einzelnen Formeln für eine spezifische Nut/Pol/Phasen Kombination erfolgt auf einfache Weise, denn es ist nur der gültige Nutstern für die betrachtete Zahnspulenwicklung notwendig. Das Formelwerk der obig genannten Größen lässt sich wiederum schnell in einer Programmiersoftware implementieren. Dadurch ist eine unmittelbare Berechnung unterschiedlichster PMSM mit Zahnspulenausführungen möglich. Dies wurde an einer ausgewählten Anzahl an Nut/Pol/Phasen Kombinationen demonstriert. Alle Ergebnisse wurden einer vergleichbaren Maschine mit Durchmesserwicklung und einer Lochzahl von eins (=konzentrierte Wicklung) gegenübergestellt. Dabei besit-

zen alle gegenübergestellte Varianten die gleichen mechanischen Abmessungen, die gleiche Pol- und Phasenanzahl sowie das gleiche Erregerfeld. Alle Zahnspulenausführungen benötigen für die gleiche Grundschwingungsflussverkettung eine größere Anzahl an Windungen als die Maschinen mit den konzentrierten Wicklungen. Daraus ergeben sich größere Induktivitäten für Maschinen mit Zahnspulenumwicklungen insbesondere für jene mit einer Einschichtausführung. Trotz der höheren Spulenwindungszahl ist das erforderliche Kupfervolumen in den meisten Fällen geringer als bei der konzentrierten Wicklung. Bei Zahnspulenumwicklungen mit einer Urwicklung der 1. Art in Zweischichtausführung kommt es nur aufgrund der Nutstreuung zu einer Gegeninduktivität zwischen den Strängen. Eine Einschichtausführung besitzt keine Gegeninduktivität zu einem anderen Strang. Bei einer Urwicklung der 2. Art existiert auch aufgrund der Haupt- und Oberwellenstreuinduktivität, unabhängig ob Einschicht- oder Zweischichtausführung, eine magnetische Verkopplung zwischen den Phasen.

Der Klirrfaktor (THD) der induzierten Spannungen ist bei den Zahnspulenausführungen geringer als bei einer konzentrierten Wicklung. Die Zweischichtausführung zeigt für bestimmte Lochzahlen kleinere Oberschwingungsamplituden als die Einschichtwicklung. Im direkten Vergleich des Drehmomentes besitzt speziell die Zweischichtausführung einen geringeren maximalen Rippel. In diesem Zusammenhang wurde bei diversen Nut/Pol/Phasen Kombinationen ein großer Unterschied zwischen der Ein- und Zweischichtausführung (mit gleicher Lochzahl) sichtbar, wie anhand einer 3-phasigen Ausführung mit $q = 2/5$ im Detail nachgewiesen wurde. Eine genaue Analyse der Ursache wurde abschließend demonstriert. Höherphasige Ausführungen zeigten, wie erwartet, einen geringeren Drehmomentenrippel. Im zweiten Teil der Arbeit erfolgt das Design einer PMSM mit einer Zahnspulenumwicklung und einer Urwicklung der 1. Art. Jede Zahnspule ist in zwei übereinander liegende Spulen unterteilt. Alle Spulen der Maschine sind zugänglich und auf das Klemmbrett geführt, sodass eine universelle Maschine geschaffen wurde, um eine Verschaltung in viele Wicklungsvarianten direkt realisieren zu können. Möglich sind dabei eine 3-phasige Ein- und Zweischichtausführung mit einer Lochzahl (q) von $2/5$. Des Weiteren kann sie als 6-Phasen-Variante mit zwei räumlich gleichwertigen 3-Phasen-Systemen (Zweischicht-Dualstator-Variante, $q = 2/5$) bzw. mit zwei um 30° räumlich getrennten Phasensystemen (6-Phasen-Zweischichtausführung, $q = 1/5$) verschaltet werden. Die beiden Sternpunkte der 3-Phasen-Systeme können voneinander isoliert oder elektrisch verbunden geschaltet werden.

Die Drehmomenten- sowie die Kurvenverläufe der induzierten Spannungen und Induktivitätswerte der unterschiedlichen Varianten wurden analytisch berechnet. Des Weiteren erfolgte auch die analytische Bestimmung der Induktivitäten inklusive des Beitrages der Nutstreuung. Durch eine FE-Simulation wurden die gewonnenen Ergebnisse überprüft. Speziell bei der 6-Phasen-Zweischichtausführung und der 3-Phasen-Einschichtausführung ergab sich ein erkennbarer Unterschied in der Kurvenform der Leerlaufspannung. Der in der analytischen Berechnung über die Geometrie angenommene Polbedeckungsfaktor war als zu groß angenommen. Alle beschriebenen Verschaltvarianten wurden dq transformiert, wobei speziell auf die 6-phasige Ausführung mit zwei räumlich getrennten 3-Phasen-Systemen näher eingegangen wurde. Dass man mit einer dritten Stromharmonischen ein Drehmo-

ment erzeugen kann, wurde nachgewiesen. Diesbezüglich ist auch eine dritte Harmonische im Erregerfeld bzw. in der induzierten Spannung notwendig. Im Anschluss erfolgte der messtechnische Nachweis der theoretisch erarbeiteten Maschinenparameter. Die Ergebnisse stimmten sehr gut mit der FE-Simulation überein und zeigten somit auch die diskutierten Abweichungen zu den analytischen Lösungen. Es wurde auch in der Messung nachgewiesen, dass die für den parallelen Umrichterbetrieb relevante Gegeninduktivität zwischen den beiden Dreiphasensystemen bei der Dualstator-Variante größer ist. Der Einfluss der magnetischen Kopplung – im parallelen Umrichterbetrieb – wurde messtechnisch sichtbar gemacht.

Im letzten Teil wurde ein Ansatz einer feldorientierten Regelung einer PMSM für einen phasendezimierten Betrieb präsentiert. Zu diesem Zwecke wurden wiederum die Maschinengleichungen in ein mit dem Rotorfluss rotierendes dq -System gebracht. Für das entsprechende Fehlerszenario wurden eigene Raumzeigertransformationsmatrizen hergeleitet. Dabei wurde erstmalig aus der Transformationsvorschrift der Phasenströme jene für die Spannungs- und Flussgrößen abgeleitet. Eine vollständige Trennung der Induktivitäten in d - und q -Richtung konnte nur für die Hauptinduktivität erreicht werden. Aufgrund von Streuinduktivitäten kommt es zu einer induktiven Verkopplung der beiden Achsen, die zusätzlich von der Rotorposition abhängen. Diese Störterme treten bei Zahnspulenwicklungen stärker als bei verteilten Wicklungen in Erscheinung. Zwei Ausfallszenarien mit jeweils drei ausgefallenen Phasen wurden dabei im Detail behandelt. In beiden Fällen war die Maschine in der Lage, ein annähernd konstantes Drehmoment zu erzeugen. Anhand der Messergebnisse wurde der Funktionsnachweis erbracht. Ein stationär verbleibender Wechselanteil an der zu regelnden Größe lässt auf eine nicht ausreichende Reglerbandbreite bzw. einer unzureichenden Vorsteuerung schließen.

Als wichtigste Punkte für weiterführende Arbeiten werden genannt:

- Erweitern des bereits bestehenden Berechnungsmodells um eine analytische Verlustberechnung:
Speziell die Rotor- und Statoreisenverluste sind dabei hervorzuheben. Im Unterschied zu einer verteilten Wicklung oder der Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung der 1. Art besitzen jene mit einer Urwicklung der 2. Art geradzahlige und ungeradzahlige Durchflutungswellen, wobei der damit verbundene Einfluss auf die Eisenverluste zu bestimmen ist.
- Erstellen eines zweiten, baugleichen Stators:
Die Wicklung des zweiten Ständers sollte jedoch als Einschichtausführung mit gleicher Lochzahl umgesetzt werden. Die Windungszahl einer jeden Spule sollte doppelt so groß wie die der Zweischichtwicklung sein. Durch die Verwendung des gleichen Rotors lassen sich Ein- und Zweischichtausführung besser gegenüberstellen.
- Aufbau eines 6-phasigen Umrichtersystemes, das gegebenenfalls auch in zwei 3-phasige Umrichter umgewandelt werden kann:
Damit kann der klassische 6-Phasen-Betrieb sowie der parallele Umrichterbetrieb besser untersucht werden.

- Untersuchung der Möglichkeit der Rotorlagebestimmung über Induktivitäten:
Die Induktivitäten des dq_5 -System (beim reinen 6-Phasen-Betrieb) zeigen bei einer vorhandenen Reluktanz eine Abhängigkeit von der Rotorposition.
- Untersuchung des Verbesserungspotenziales beim parallelen 3-Phasen-Umrichterbetrieb mit versetzter Taktung:
Bei magnetisch verkoppelten 3-Phasen-Systemen sind zusätzliche externe Induktivitäten erforderlich. Zahnspulenwicklungen mit einer Urwicklung der 1. Art in Einschichtausführung besitzen keine magnetische Kopplung zwischen den Strängen.
- Durchführen eines Erwärmungslaufes des vorhandenen Versuchsmotors:
Möglicherweise ist eine Erhöhung des Nennstromes unter Beibehalten des derzeitigen Designs möglich.
- Verbesserung der Vorsteuerung und der Reglerbandbreite im phasendezimierten Betrieb der 6-Phasen-Maschine:
Ziel ist die Verringerung des Wechselanteiles im q -Strom.
- Nutzung der verbleibenden Freiheitsgrade bei maximal zwei ausgefallenen Phasen:
Entwurf eines Regelkreises zur gleichmäßigeren Stromverteilung zwischen den Phasen und einer damit verbundenen Verbesserung des Wirkungsgrades.
- Untersuchung der erreichbaren Stromreglerdynamiken im phasendezimierten Betrieb.
- Ermittlung des Einfluss der Spannungsharmonischen in der Umrichterausgangsspannung der Ordnung 3, 5, 7, 9 und 11 auf den Betrieb mit nur 3, 4 und 5 Phasen.
- Der Unterschied im phasendezimierten Betrieb zwischen einer PMSM mit verteilter Wicklung und Zahnspulenwicklung, speziell im Falle stark ausgeprägter Reluktanz, ist zu untersuchen.

Literaturverzeichnis

- [1] P. L. Alger, E. Freiburghouse, and D. Chase, “Abridgment of double windings for turbine alternators,” *A.I.E.E., Journal of the*, vol. 49, pp. 225–228, March 1930.
- [2] E. E. Ward and H. H., “Preliminary investigation of an inverter-fed 5-phase induction motor,” *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 116, pp. 980–984, Jun 1969.
- [3] J. Karttunen, S. Kallio, P. Peltoniemi, P. Silventoinen, and O. Pyrhonen, “Decoupled vector control scheme for dual three-phase permanent magnet synchronous machines,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 61, pp. 2185–2196, May 2014.
- [4] J. Karttunen, S. Kallio, P. Peltoniemi, P. Silventoinen, and O. Pyrhonen, “Dual three-phase permanent magnet synchronous machine supplied by two independent voltage source inverters,” in *Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2012 International Symposium on*, pp. 741–747, June 2012.
- [5] H. Toliyat, S. Waikar, and T. Lipo, “Analysis and simulation of five-phase synchronous reluctance machines including third harmonic of airgap mmf,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 34, pp. 332–339, Mar 1998.
- [6] R. Lyra and T. Lipo, “Torque density improvement in a six-phase induction motor with third harmonic current injection,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 38, pp. 1351–1360, Sep 2002.
- [7] B. Stumberger, G. Stumberger, A. Hamler, M. Trlep, M. Jesenik, and V. Gorican, “Increasing of output power capability in a six-phase flux-weakened permanent magnet synchronous motor with a third harmonic current injection,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 39, pp. 3343–3345, Sept 2003.
- [8] F. Betin, G. Capolino, D. Casadei, B. Kawkabani, R. Bojoi, L. Harnefors, E. Levi, L. Parsa, and B. Fahimi, “Trends in electrical machines control: Samples for classical, sensorless, and fault-tolerant techniques,” *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, vol. 8, pp. 43–55, June 2014.

-
- [9] E. Levi, R. Bojoi, F. Profumo, H. Toliyat, and S. Williamson, “Multiphase induction motor drives - a technology status review,” *Electric Power Applications, IET*, vol. 1, pp. 489–516, July 2007.
- [10] E. Levi, “Multiphase electric machines for variable-speed applications,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 55, pp. 1893–1909, May 2008.
- [11] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, G. Friedrich, and P. Brochet, “Characterisation of radial vibration force and vibration behaviour of a pulse-width modulation-fed fractional-slot induction machine,” *Electric Power Applications, IET*, vol. 3, pp. 197–208, May 2009.
- [12] Z. Zhu, Z. Xia, L. Wu, and G. Jewell, “Influence of slot and pole number combination on radial force and vibration modes in fractional slot pm brushless machines having single- and double-layer windings,” in *Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE*, pp. 3443–3450, Sept 2009.
- [13] E. Fornasiero, L. Alberti, N. Bianchi, and S. Bolognani, “Considerations on selecting fractional-slot nonoverlapped coil windings,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 3, pp. 1316–1324, 2013.
- [14] A. EL-Refaie, “Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines: Opportunities and challenges,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 1, pp. 107–121, 2010.
- [15] D. Ishak, Z. Zhu, and D. Howe, “Comparison of pm brushless motors, having either all teeth or alternate teeth wound,” *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 21, pp. 95–103, March 2006.
- [16] F. Magnussen and C. Sadarangani, “Winding factors and joule losses of permanent magnet machines with concentrated windings,” in *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, vol. 1, pp. 333–339 vol.1, June 2003.
- [17] A. EL-Refaie and M. Shah, “Comparison of induction machine performance with distributed and fractional-slot concentrated windings,” in *Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE*, pp. 1–8, Oct 2008.
- [18] L. Alberti and N. Bianchi, “Design and tests on a fractional-slot induction machine,” in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2012 IEEE*, pp. 166–172, Sept 2012.
- [19] L. Alberti and N. Bianchi, “Analysis of asynchronous machines for direct drive wind power generation,” in *Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC '09. IEEE International*, pp. 1838–1843, May 2009.
- [20] T. Gundogdu, G. Komurgoz, and B. Mantar, “Implementation of fractional slot concentrated windings to induction machines,” in *Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2014), 7th IET International Conference on*, pp. 1–6, April 2014.

-
- [21] Y. Wang and Z. Deng, “Comparison of hybrid excitation topologies for flux-switching machines,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 48, pp. 2518–2527, Sept 2012.
- [22] J. Krenn, R. Krall, and F. Aschenbrenner, “Comparison of flux switching permanent magnet machines with hybrid excitation,” in *Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 2014 International Conference on*, pp. 338–341, May 2014.
- [23] J. Krenn, R. Krall, and A. Schmid, “Comparison of torque-speed-characteristic of flux switching machines with permanent magnet excitation and hybrid excitation,” in *Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE), 2014 12th International Conference on*, pp. 779–784, Oct 2014.
- [24] E. Sulaiman, T. Kosaka, and N. Matsui, “A novel hybrid excitation flux switching synchronous machine for a high-speed hybrid electric vehicle applications,” in *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, pp. 1–6, Aug 2011.
- [25] J. Cros and P. Viarouge, “Synthesis of high performance pm motors with concentrated windings,” in *Electric Machines and Drives, 1999. International Conference IEMD '99*, pp. 725–727, May 1999.
- [26] M. Scheidt, *Entwurfskriterien für permanent- magneteregte Synchronmaschine in Zahnpulstechnik unter besonderer Berücksichtigung der Zusatzverluste*. Shaker Verlag, 2009.
- [27] G. Müller, K. Vogt, and B. Ponick, *Berechnung elektrischer Maschinen*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2009.
- [28] D. C. Hanselman, *Brushless Permanent-Magnet Motor Design*. Mcgraw-Hill, 1994.
- [29] L. Alberti and N. Bianchi, “Theory and design of fractional-slot multilayer windings,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 49, pp. 841–849, March 2013.
- [30] P. Reddy, A. El-Refaie, and K.-K. Huh, “Effect of number of layers on performance of fractional-slot concentrated-windings interior permanent magnet machines,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 30, pp. 2205–2218, April 2015.
- [31] A. Rockhill, *On the Modelling and Control of High Phase Order Synchronous Machines*. PhD thesis, University of Wisconsin – Madison, 2012.
- [32] E. Klingshirn, “High phase order induction motors - part I-description and theoretical considerations,” *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-102, pp. 47–53, Jan 1983.
- [33] E. Klingshirn, “High phase order induction motors - part II-experimental results,” *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-102, pp. 54–59, Jan 1983.
- [34] H. Köfler, *Elektrische Maschinen - Vorlesungsskript*. Technische Universität Graz.

-
- [35] G. Müller and B. Ponick, *Theorie elektrischer Maschinen*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2009.
- [36] R. Krall, J. Krenn, and H. Weiss, “Six phase permanent magnet machine with fractional slot concentrated winding,” in *Electric Drives and Power Electronic, EDPE 2013, International Conference, Dubrovnik*, 2013.
- [37] G. Huth, “Permanent-magnet-excited ac servo motors in tooth-coil technology,” *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 2, pp. 300–307, 2005.
- [38] A. M. EL-Refai, *High Speed Operation of Permanent Magnet Machines*. PhD thesis, University of Wisconsin – Madison, 2005.
- [39] E. Tingley, “Two-phase and three-phase lap windings in unequal groups,” *Electrical Review and Western Electrician*, vol. Vol.66, no. 4, pp. 166–168, 1915.
- [40] N. Bianchi and M. Dai Pre, “Use of the star of slots in designing fractional-slot single-layer synchronous motors,” *Electric Power Applications, IEEE Proceedings*, vol. 153, no. 3, pp. 459–466, 2006.
- [41] N. Bianchi, S. Bolognani, M. Pre, and G. Grezzani, “Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 997–1006, July 2006.
- [42] E. Fornasiero, L. Alberti, N. Bianchi, and S. Bolognani, “Considerations on selecting fractional slot windings,” in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE*, pp. 1376–1383, Sept 2010.
- [43] N. Bianchi, M. Pre, G. Grezzani, and S. Bolognani, “Design considerations on fractional-slot fault-tolerant synchronous motors,” in *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, pp. 902–909, 2005.
- [44] T. Lipo, *Analysis of Synchronous Machines*. CRC Press, 2012.
- [45] R. Krall, J. Krenn, and A. Schmid, “Comparison of leakage inductance between fractional slot winding and distributed winding,” in *Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition (PEMC), 2014 16th International*, pp. 276–282, Sept 2014.
- [46] R. Krall, J. Krenn, and A. Schmid, “Fractional slot winding versus distributed winding using winding function method,” in *Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 2014 International Conference on*, pp. 437–444, May 2014.
- [47] Z. Fang, Z. Zhu, L. Wu, and Z. Xia, “Simple and accurate analytical estimation of slotting effect on magnet loss in fractional-slot surface-mounted pm machines,” in *Electrical Machines (ICEM), 2012 XXth International Conference on*, pp. 464–470, Sept 2012.

-
- [48] C. Mi, G. Slemon, and R. Bonert, "Modeling of iron losses of permanent-magnet synchronous motors," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 39, pp. 734–742, May 2003.
- [49] G. Slemon and X. Liu, "Core losses in permanent magnet motors," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 26, pp. 1653–1655, Sep 1990.
- [50] C. Mi, G. Slemon, and R. Bonert, "Minimization of iron losses of permanent magnet synchronous machines," in *Electrical Machines and Systems, 2001. ICEMS 2001. Proceedings of the Fifth International Conference on*, vol. 2, pp. 818–823 vol.2, Aug 2001.
- [51] K. Atallah, D. Howe, P. Mellor, and D. Stone, "Rotor loss in permanent-magnet brushless ac machines," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 36, pp. 1612–1618, Nov 2000.
- [52] D. Ishak, Z. Zhu, and D. Howe, "Eddy-current loss in the rotor magnets of permanent-magnet brushless machines having a fractional number of slots per pole," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 41, pp. 2462–2469, Sept 2005.
- [53] J. Wang, F. Papini, R. Chin, W. Arshad, and H. Lendenmann, "Computationally efficient approaches for evaluation of rotor eddy current loss in permanent magnet brushless machines," in *Electrical Machines and Systems, 2009. ICEMS 2009. International Conference on*, pp. 1–6, Nov 2009.
- [54] Z. Zhu, K. Ng, N. Schofield, and D. Howe, "Analytical prediction of rotor eddy current loss in brushless machines equipped with surface-mounted permanent magnets. i. magnetostatic field model," in *Electrical Machines and Systems, 2001. ICEMS 2001. Proceedings of the Fifth International Conference on*, vol. 2, pp. 806–809 vol.2, Aug 2001.
- [55] Z. Zhu, K. Ng, N. Schofield, and D. Howe, "Analytical prediction of rotor eddy current loss in brushless machines equipped with surface-mounted permanent magnets. ii. accounting for eddy current reaction field," in *Electrical Machines and Systems, 2001. ICEMS 2001. Proceedings of the Fifth International Conference on*, vol. 2, pp. 810–813 vol.2, Aug 2001.
- [56] Vacuumschmelze, *Selten-Erd-Dauermagnete, VACODYM-VACOMAX*.
- [57] S. Ruangsinchaiwanich, Z. Zhu, and D. Howe, "Influence of magnet shape on cogging torque and back-emf waveform in permanent magnet machines," in *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, vol. 1, pp. 284–289 Vol. 1, Sept 2005.
- [58] Z. Zhu, "Recent development of halbach permanent magnet machines and applications," in *Power Conversion Conference - Nagoya, 2007. PCC '07*, pp. K–9–K–16, April 2007.

-
- [59] Z. Zhu and D. Howe, “Halbach permanent magnet machines and applications: a review,” *Electric Power Applications, IEEE Proceedings* -, vol. 148, pp. 299–308, Jul 2001.
- [60] Z. Zhu, D. Howe, E. Bolte, and B. Ackermann, “Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors. i. open-circuit field,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 29, pp. 124–135, Jan 1993.
- [61] Z. Zhu, D. Howe, and C. Chan, “Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 38, pp. 229–238, Jan 2002.
- [62] D. Zarko, D. Ban, and T. Lipo, “Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 44, pp. 52–65, Jan 2008.
- [63] D. Zarko, D. Ban, and T. Lipo, “Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 1828–1837, July 2006.
- [64] F. Dubas and C. Espanet, “Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: No-load vector potential and flux density calculation,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 45, pp. 2097–2109, May 2009.
- [65] S. M. T. Lubin and A. Rezzoug, “Improved analytical model for surface-mounted pm motors considering slotting effects and armature reaction,” *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 25, pp. 293–314, 2010.
- [66] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “Two-dimensional analytical calculation of magnetic field and electromagnetic torque for surface-inset permanent-magnet motors,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 48, pp. 2080–2091, June 2012.
- [67] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, “2-d exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 47, pp. 479–492, Feb 2011.
- [68] D. W. Novotny and T. Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*. Oxford University Press Inc., 1996.
- [69] T. Lipo, *Introduction to AC Machine Design*. University of Wisconsin;third- edition, 2011.
- [70] Z. Zhu, D. Howe, and J. Mitchell, “Magnetic field analysis and inductances of brushless dc machines with surface-mounted magnets and non-overlapping stator windings,” *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 31, no. 3, pp. 2115–2118, 1995.

-
- [71] Z. Zhu and D. Howe, "Winding inductances of brushless machines with surface-mounted magnets," in *Electric Machines and Drives Conference Record, 1997. IEEE International*, pp. WB2/2.1–WB2/2.3, May 1997.
- [72] L. G. Cravero, *Entwurf, Auslegung und Betriebsverhalten von dauermagneterregten bürstenlosen Motoren kleiner Leistung*. PhD thesis, Technische Universität Ilmenau, 2005.
- [73] Z. Zhu and D. Howe, "Analytical prediction of the cogging torque in radial-field permanent magnet brushless motors," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 28, pp. 1371–1374, Mar 1992.
- [74] L. Wu, Z. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins, "Comparison of analytical models of cogging torque in surface-mounted pm machines," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 59, pp. 2414–2425, June 2012.
- [75] S.-M. Hwang, J.-B. Eom, Y.-H. Jung, D.-W. Lee, and B.-S. Kang, "Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 37, pp. 2806–2809, Jul 2001.
- [76] Z. Zhu and D. Howe, "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines," *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 15, pp. 407–412, Dec 2000.
- [77] Z. Zhu, S. Ruangsinchaiwanich, N. Schofield, and D. Howe, "Reduction of cogging torque in interior-magnet brushless machines," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 39, pp. 3238–3240, Sept 2003.
- [78] D. Meeker, "Finite Element Method Magnetics 4.2." <http://www.femm.info>, 2013.
- [79] "EN 10106:2008, Kaltgewalztes nicht kornorientiertes Elektroblech und -band im schlussgeglühten Zustand."
- [80] "EN 10027-1:2006, Bezeichnungssysteme für Stähle – Teil 1: Kurznamen," Februar 2006.
- [81] "EN 10027-2:2015, Bezeichnungssysteme für Stähle – Teil 2: Nummernsystem," Juni 2015.
- [82] G. Henneberger, *Elektrische Maschinen II - Vorlesungsskript*. Reinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, 2000.
- [83] D. Schröder, *Elektrische Antriebe- Regelung von Antriebssystemen*. Springer Verlag, 2009.
- [84] Y. Zhao, *Vector Space Decomposition Modeling and Control of Multiphase Induction Machines*. PhD thesis, University of Wisconsin – Madison, 1995.

- [85] A. Tessarolo and C. Bassi, “Stator harmonic currents in vsi-fed synchronous motors with multiple three-phase armature windings,” *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 25, pp. 974–982, Dec 2010.
- [86] “Hioki E.E. Cooperation – Memory Hicoder MR 8847.” <http://www.hioki.com>.
- [87] J.-R. Fu and T. Lipo, “Disturbance free operation of a multiphase current regulated motor drive with an opened phase,” in *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993., Conference Record of the 1993 IEEE*, pp. 637–644 vol.1, Oct 1993.
- [88] H. Toliyat, “Analysis and simulation of five-phase variable-speed induction motor drives under asymmetrical connections,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 13, pp. 748–756, Jul 1998.
- [89] H. Xu, H. Toliyat, and L. Petersen, “Resilient current control of five-phase induction motor under asymmetrical fault conditions,” in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002. APEC 2002. Seventeenth Annual IEEE*, vol. 1, pp. 64–71 vol.1, 2002.
- [90] S. Dwari and L. Parsa, “An optimal control technique for multiphase pm machines under open-circuit faults,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 55, pp. 1988–1995, May 2008.
- [91] H.-M. Ryu, J.-W. Kim, and S.-K. Sul, “Synchronous-frame current control of multiphase synchronous motor under asymmetric fault condition due to open phases,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 1062–1070, July 2006.
- [92] Y. Zhao and T. Lipo, “Modeling and control of a multi-phase induction machine with structural unbalance,” *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 11, pp. 570–577, Sep 1996.
- [93] Y. Zhao and T. Lipo, “Modeling and control of a multi-phase induction machine with structural unbalance,” *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 11, pp. 578–584, Sep 1996.
- [94] M. Schrödl, M. Hofer, and W. Staffler, *Aufbau hochdynamischer Drehstromantriebe feldorientiert betriebene Asynchronmaschine - Laborunterlagen*. Technische Universität Wien, 2008.
- [95] D. Holmes and T. Lipo, *Pulse Width Modulation For Power Converters*. IEEE Press, 2003.
- [96] H. Weiss, *Regel- und Systemtechnik-Skriptum*. Montanuniversität Leoben, 2010.
- [97] H. Czichos and M. Hennecke, *Hütte - Das Ingenieurwissen*. Springer Verlag Berlin, 2004.
- [98] “EMT - Ingenieurbüro für Elektro-Maschinenbau – Allgemeine Informationen zu Elektroblechen.” <http://www.elektrobleche.de>, 2015.

Abkürzungsverzeichnis

PMSM	Permanent-Magnet-Synchronmaschine
PM	Permanentmagnete
MMK	Magneto-Motorische-Kraft
EMK	Elektro-Motorische-Kraft
UW	Urwicklung
UW 1.Art	Urwicklung der 1.Art
UW 2.Art	Urwicklung der 2.Art
EW	Einschichtwicklung
ZW	Zweischichtwicklung
OS	Oberschicht
US	Unterschicht
3PhZW	3-Phasen-Zweischichtausführung
3PhEW	3-Phasen-Einschichtausführung
6PhZWDS	6-Phasen-Zweischicht-Dualstatorausführung
6PhZW	6-Phasen-Zweischichtausführung
FE	Finite Elemente
magn.	magnetisch
SP	Sternpunkt

Abbildungsverzeichnis

1.1	Mögliche Verschaltungsarten des Versuchsmotors: a) 3-phasig b) 6-phasig Dual-Stator c) 2x3-phasig d) 6-phasig	4
2.1	Definition von charakteristischen Größen einer Spule	5
2.2	Definition von Nut- und Polteilung	6
2.3	Definition der Stromrichtungen in den Spulenseiten	7
2.4	Prinzipielle Spulenanordnung bei einer Zweischicht- bzw. Einschichtzahnspulenumwicklung	8
2.5	Wicklungszonen innerhalb einer Polteilung, (a) $m=2$, (b) $m=3$ und (c) $m=6$	9
2.6	Praktische Realisierung von Mehrphasensystemen anhand $m=3$ (a), $m=6$ (b) und $m=4$ (c)	10
2.7	Magnetisierungsachsendarstellung einer symmetrischen (a) und unsymmetrischen (b) 9-Phasen-Anordnung	11
2.8	Magnetisierungsachsendarstellung einer symmetrischen (a) und unsymmetrischen (b) 6-Phasen-Anordnung	11
2.9	Nutstern für eine 3-phasige Einschichtganzlochwicklung mit 24 Nuten und 4 Polen, ($\nu = p' = 1$)	13
2.10	Zeiger der induzierten Spannung für $\nu = 1$ und $\nu = 5$	14
2.11	EMK-Zeiger einer beliebigen Spule für die Hauptwelle	15
2.12	EMK-Zeiger einer beliebigen Spulengruppe für die Hauptwelle	16
2.13	MMK-Zeigerbild und Zonenplan einer Zweischicht- und Einschichtwicklung für $m = 3$, $Q = 12$, $p = 5$ und $t_p = 1$	20
2.14	EMK-Zeiger einer beliebigen Spulengruppe für die Hauptwelle	21
3.1	Zylindrische Struktur mit konzentrierten Windungen	23
3.2	Windungs- und Wicklungsfunktion über 2π	24
3.3	Zylindrische Struktur mit verteilten Windungen	25
3.4	Wicklungsfunktion $W(\theta)$ über 2π	25
3.5	Verlauf der Wicklungsfunktion einer Zahnspule über 2π für eine Zweischichtwicklung (a) und Einschichtwicklung (b) mit offener Nut sowie einer Ein- oder Zweischichtwicklung (c) mit ideal geschlossener Nut [45],[46]	26
3.6	Nutstern und Wicklungsfunktion für Einschichtwicklung bei $m = 3$, $Q = 12$, $p = 5$ und $q = 2/5$	28

3.7	MMK-Zeigerdarstellung für Hauptwelle: (a) Zweischichtwicklung, (b) Einschichtwicklung [46]	29
3.8	Nutstern und Wicklungsfunktion für Zweischichtwicklung bei $m = 3$, $Q = 9$, $p = 5$ und $q = 3/10$	31
3.9	MMK-Zeigerdarstellung für Hauptwelle: (a) Zweischichtwicklung 2.Art $q_z > 3$, (b) Einschichtwicklung 2.Art $q_z = 3$, [46]	33
3.10	MMK-Zeigerdarstellung für Hauptwelle: (a) Zweischichtwicklung 2.Art $q_z = 1$, (b) Einschichtwicklung 2.Art $q_z = 1$ [46]	34
3.11	EW: $m = 3$, $Q = 18$, $p = 5$, $t_p = 1$, $\nu = 5$, $q = 3/5$, $\Delta\varphi = -14\alpha_z$, $\Delta\delta^- = 16\alpha_z$	36
4.1	$B(H)$ und $J(H)$ Hystereseschleife für Permanentmagnet	39
4.2	$B(H)$ Kurve für unterschiedliche Temperaturen	40
4.3	Darstellung einer Polteilung zum Erstellen des magnetischen Ersatzschaltbildes	41
4.4	Magnetisches Ersatzschaltbild gültig für eine Polteilung	41
4.5	Vereinfachtes magnetisches Ersatzschaltbild für eine Polteilung	42
4.6	Unterschiedliche Verläufe der Radialkomponenten des B-Feldes	45
4.7	Stator und Rotor mit zwei an beliebiger Stelle ϑ_x und ϑ_y befindlichen Phasen. Die Flussbeiträge der Phase x in den Spulen der Phase y heben sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf.	52
4.8	Wicklungsfunktion zweier beliebiger Phasen x und y an den Positionen ϑ_x und ϑ_y	53
4.9	(a) Stator mit Zahnspulenwicklung und sinusförmig veränderlichem magnetisch relevantem Luftspalt; (b) Verlauf der inversen Luftspaltfunktion $\delta^{-1}(\theta)$ über 2π (mechanisch)	54
4.10	Nut mit Integrationsweg (Kontur)	59
4.11	Nutdimensionen und Verlauf der Feldlinien	60
4.12	Trapezförmiger Bereich der Nut zur Ermittlung der Feldlinienlänge $x(y)$	61
4.13	Nutdimensionen und Feldlinienverlauf im Falle einer Zweischichtwicklung	62
4.14	Spulenseitenanordnung in der Nut bei Zweischicht- und Vierschichtwicklung	65
4.15	Konfiguration zur Berechnung der Zahnkopfstreuung	66
4.16	Spulenform zur Berechnung der mittleren Länge einer Windung für eine Einschicht- und Zweischichtausführung	68
4.17	Drehmomentenverlauf über eine halbe Rotordrehung	84
5.1	Aufteilung der Zahnspule in zwei getrennte Zahnspulen	87
5.2	Dimensionen des Stator- und Rotorbleches	88
5.3	Anordnung der Spulen über den Umfang	90
5.4	Klemmbrett des Elektromotors	90
5.5	Entmagnetisierungskurven VACODYM 677AP [56]	91
5.6	Nutform zur Berechnung der Nutstreuinduktivität	92
5.7	Verlauf des Nutrastmoments über eine Periode die mechanisch mechanisch 6° ($360^\circ/60$) entspricht	93

5.8	Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 3PhZW	95
5.9	Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 3PhZW-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle . .	95
5.10	Verlauf der induzierten Spannungen der 3PhZW-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)	96
5.11	FE-Ergebnis der Selbstinduktivitäten in Abhängigkeit der elektrischen Rotorposition θ_r (3PhZW-Variante)	97
5.12	Momentenverläufe über die elektrische Rotorposition; $\overline{M}_{FE} = 38Nm$, $\overline{M}_{Ana} = 36Nm$	97
5.13	Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 3PhEW	98
5.14	Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 3PhEW-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle . .	98
5.15	Verlauf der induzierten Spannungen der 3PhEW-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)	99
5.16	FE-Ergebnis der Selbstinduktivitäten in Abhängigkeit der elektrischen Rotorposition θ_r (3PhEW-Variante)	101
5.17	Momentenverläufe über die elektrische Rotorposition; $\overline{M}_{FE} = 19.7Nm$, $\overline{M}_{Ana} = 18.9Nm$	101
5.18	Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 6PhZWDS	102
5.19	Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 6PhZWDS-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle . .	102
5.20	Verlauf der induzierten Spannungen der 6PhZWDS-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)	103
5.21	Zonenplan und MMK-Zeigerbild für 6PhZW	105
5.22	Notwendige Verschaltung der Spulenseiten für die 6PhZW-Variante bzw. gültige Positionen der Wicklungsachsen für die Ordnung der Hauptwelle . .	106
5.23	Verlauf der induzierten Spannungen der 6PhZW-Verschaltung bei Nenn-drehzahl und Nennfrequenz ($f_N = 125Hz$)	106
5.24	FE-Ergebnis der Selbstinduktivitäten in Abhängigkeit der elektrischen Rotorposition θ_r (6PhZW-Variante)	108
5.25	Momentenverläufe über die elektrische Rotorposition; $\overline{M}_{FE} = 39.4Nm$, $\overline{M}_{Ana} = 37.8Nm$	108
6.1	Abbildung der Raumzeiger von Strömen mit den Ordnungszahlen von 1 bis 17 in unterschiedliche $\alpha\beta$ -Systeme die zueinander orthogonal sind	112
6.2	Transformation zwischen zwei Koordinatensystemen	113
7.1	Hioki Transienten Recorder	126
7.2	Versuchsmotor	126
7.3	Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannungen bei $n = 1500U/min$ (3PhZW-Variante)	128
7.4	Vermessung der Selbst- und Gegeninduktivität (3PhZW-Variante)	128

7.5	Darstellung der Ströme und Spannungen des dq-Systems in zwei unterschiedliche Betriebspunkte bei $600U/min$ (3PhZW-Variante)	130
7.6	Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannungen bei $n = 1500U/min$ (3PhEW-Variante)	131
7.7	Vermessung der Selbst- und Gegeninduktivität (3PhEW-Variante)	131
7.8	Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannung bei $n = 1500U/min$ (6PhZWDS-Variante)	132
7.9	Vermessung der Selbst- und Gegeninduktivität (6PhZWDS-Variante)	133
7.10	Einfluss der Gegeninduktivität zwischen dem dq_1 - und dem dq_2 -System bei einer Rotordrehzahl von $600U/min$ (6PhZWDS-Variante)	134
7.11	Gemessener zeitlicher Verlauf und Spektrum der induzierten Spannung bei $n = 1500U/min$ (6PhZW-Variante)	135
7.12	Spektrum des Stromes bei verbundenem und voneinander isoliertem Sternpunkten	137
7.13	Einfluss der Gegeninduktivität zwischen dem dq_1 - und dem dq_2 -System bei einer Rotordrehzahl von $600U/min$ (2x3-Phasen-Betrieb)	139
8.1	Elektrisch gültige Position der Phasen V , W und Z für die Ordnung der Hauptwelle	142
8.2	Verlauf der induzierten Spannungen der Stränge V , W und Z für den phasenzimierten Betrieb	142
8.3	Blockschaltbild der Stromregelung für den redundanten Betrieb	148
8.4	Zeitliche Verläufe der Ströme im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 600U/min$	149
8.5	Zeitliche Verläufe der Ströme im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 360U/min$	150
8.6	Aufgenommene Leistung im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 600U/min$	150
8.7	Spannungsraumzeiger zur PWM-Ermittlung im Betrieb mit den Phasen V - W - Z bei $n = 600U/min$	150
8.8	Ausgangsraumzeiger bei versuchter Feldschwächung	151
8.9	Elektrisch gültige Position der Phasen U , Y und W für die Ordnung der Hauptwelle	152
8.10	Verlauf der induzierten Spannungen der Stränge U , Y und W für den phasenzimierten Betrieb	152
8.11	Zeitliche Verläufe der Ströme im redundanten Betrieb mit den Phasen U - W - Y	153
8.12	Leistungen im redundanten Betrieb bei $n=600U/min$	154
8.13	Spannungsraumzeiger zur PWM-Ermittlung bei $n=600U/min$	154
8.14	Spannungsraumzeiger zur PWM-Ermittlung im Betrieb mit den Phasen U - W - Y	154
B.1	mechanische Positionen der Spulenseiten inklusive Rotor – Blickrichtung ist auf die Antriebsseite	178

B.2	Position der Temperatursensoren bei Blickrichtung auf die Nichtantriebsseite bzw. Anschlussbuchsen der Temperaturmessung	179
B.3	Übersicht der wichtigsten Verschaltungsvarianten	180
B.4	Anschlussbuchsen des Klemmbrettes inklusive interner Verdrahtung	181
B.5	Konstruktionszeichnung des Statorbleches	182
B.6	Konstruktionszeichnung des Rotorbleches	183
C.1	Rotor mit Oberflächenmagneten	184
C.2	Abmessung der Welle	185
C.3	Abmessungen Rotorblechpaket	186

Tabellenverzeichnis

2.1	Ausführbare $Q/p/m$ -Kombinationen [36]	17
2.2	Lochzahl q der ausführbaren $Q/p/m$ -Kombinationen	17
2.3	Kenngrößen von Zahnspulenwicklungen [27]	18
3.1	$\Delta\varphi$ als Vielfaches von α_z	31
3.2	$\Delta\varphi$ und $\Delta\delta^-$ als Vielfaches von α_z [46]	35
3.3	$\Delta\varphi/\Delta\delta^-$ als Vielfaches von α_z [46]	36
4.1	Kleinstes gemeinsames Vielfache (kgV) aus Q und $2p$	76
4.2	Einfluss der Nutöffnung auf den Wicklungsfaktor bei Zweischichtwicklungen	77
4.3	Einfluss der Nutöffnung auf den Wicklungsfaktor bei Einschichtwicklungen	78
4.4	Gegenüberstellung von Zweischichtwicklungsvarianten mit einer vergleichbaren konzentrierten Wicklungen	79
4.5	Gegenüberstellung von Zahnspulenwicklungen in Einschicht- und Zweischichtausführung	81
4.6	Vergleich der induzierten Spannung bzw. des Rippelmomentes einer Zweischichtausführung mit einer konzentrierten Wicklung	82
4.7	Vergleich der induzierten Spannung bzw. des Rippelmomentes zwischen Einschicht- und Zweischichtausführung	83
5.1	Spezifische Kenndaten des Versuchsmotors	89
5.2	Zusammengefasst die wichtigsten Kenndaten des Erregerfeldes	91
5.3	Zusammenfassung der Ergebnisse für 3PhZW-Ausführung	97
5.4	Zusammenfassung der Ergebnisse für 3PhEW-Ausführung	101
5.5	Zusammenfassung der Ergebnisse für 6PhZWDS-Ausführung	105
5.6	Zusammenfassung der Ergebnisse für 6PhZW-Ausführung	108
7.1	Zusammenfassung der Ergebnisse für 3PhZW-Ausführung	130
7.2	Zusammenfassung der Ergebnisse für die 3PhEW-Ausführung	132
7.3	Zusammenfassung der Ergebnisse für die 6PhZWDS-Ausführung	135
7.4	Zusammenfassung der Ergebnisse für die 6PhZW-Ausführung	138
7.5	Zusammenfassung der Ergebnisse für 2x3-Phasen-Verschaltung	139

Anhang A

Ergänzungen zum phasendezimierten Betrieb

Dieser Abschnitt beinhaltet die Spannungs- und Flussgleichungen im dq -System der 6-Phasen-Ausführung, wenn nur drei der ursprünglichen 6 Phasen zur Drehmomentbildung beitragen. Diese Gleichungen sind im Kapitel 8 bereits gezeigt und werden hier der Vollständigkeit nochmal wiederholt. Als Zusatz werden die für eine feldorientierte Regelung notwendigen Vorsteuerungs- und Entkopplungsterme dargestellt. Diese gelten für alle Fehlerszenarien mit drei verbleibenden Phasen. Abschließend ist noch die Induktivitätsmatrix im Detail für das in Unterabschnitt 8.5.2 behandelte Ausfallsszenario gezeigt.

Maschinengleichungen im dq -System

In (A.1) sind die Maschinengleichungen der 6-Phasen-Ausführung bei drei ausgefallenen Phasen gegeben.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_d + R_{\tilde{d}}(\theta_r) & R_{\tilde{dq}}(\theta_r) & 0 \\ R_{\tilde{dq}}(\theta_r) & R_q + R_{\tilde{q}}(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_m \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_m \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_d + \mathbf{L}_{\tilde{d}}(\theta_r) & M_{\tilde{dq}}(\theta_r) & M_{\tilde{dm}}(\theta_r) \\ M_{\tilde{dq}}(\theta_r) & \mathbf{L}_q + \mathbf{L}_{\tilde{q}}(\theta_r) & M_{\tilde{qm}}(\theta_r) \\ M_{\tilde{dm}}(\theta_r) & M_{\tilde{qm}}(\theta_r) & \mathbf{L}_m + \mathbf{L}_{\tilde{m}}(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{0d} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Die genaue Zusammensetzung der Elemente der Induktivitäts- und der Widerstandsmatrix nach (A.1) hängt von dem entsprechenden Ausfallsszenario ab. Die Spannungsgleichung in

d -Richtung ist in (A.2) gegeben.

$$\begin{aligned}
 u_d = & R_d i_d + L_d \dot{i}_d + \underbrace{R_d^{\sim}(\theta_r) i_d + L_d^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_d}_{\text{Vorsteuerungsterm}} - \\
 & - \omega_e \left(\underbrace{M_{dq}^{\sim}(\theta_r) - L_d^{\sim}(\theta_r)}_{\text{Vorsteuerungsterm}} \right) i_d + \underbrace{M_{dq}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_q + M_{dm}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_m + R_{dq}^{\sim}(\theta_r) i_q}_{\text{Koppelterm}} - \\
 & - \omega_e \left(\underbrace{(L_q + L_q^{\sim}(\theta_r)) i_q + M_{qm}^{\sim}(\theta_r) i_m - M_{dq}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_q - M_{qm}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_m}_{\text{Koppelterm}} \right)
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Die Spannungsgleichung in der q -Richtung ist nach (A.3) gegeben.

$$\begin{aligned}
 u_q = & R_q i_q + L_q \dot{i}_q + \underbrace{R_q^{\sim}(\theta_r) i_q + L_q^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_q}_{\text{Vorsteuerungsterm}} + \\
 & + \omega_e \left(\underbrace{M_{dq}^{\sim}(\theta_r) + L_q^{\sim}(\theta_r)}_{\text{Vorsteuerungsterm}} \right) i_q + \underbrace{M_{dq}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_d + M_{qm}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_m + R_{dq}^{\sim}(\theta_r) i_d}_{\text{Koppelterm}} + \\
 & + \omega_e \left(\underbrace{\psi_{0d} + (L_d + L_d^{\sim}(\theta_r)) i_d + M_{dm}^{\sim}(\theta_r) i_m - M_{dq}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_d - M_{qm}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_m}_{\text{Koppelterm}} \right)
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Für die Vorsteuerung der Spannung in der m -Achse folgt Gleichung (A.4).

$$\begin{aligned}
 u_m = & R_m i_m + L_m \dot{i}_m + L_m^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_m + M_{dm}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_d + M_{qm}^{\sim}(\theta_r) \dot{i}_q + \\
 & + \omega_e \left(L_m^{\sim}(\theta_r) i_m + M_{dm}^{\sim}(\theta_r) i_d + M_{qm}^{\sim}(\theta_r) i_q \right)
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Für die Ableitungen der Ströme und der Induktivitäten gilt (A.5).

$$\dot{i} = \frac{di}{dt} \quad L(\dot{\theta}_r) = \frac{dL(\theta_r)}{dt} = \omega_e \frac{dL(\theta_r)}{d\theta_r} \tag{A.5}$$

Betrieb mit den Phasen U, W, Y

Die gültige Induktivitätsmatrix für den Ausfall der Phasen V , X und Z ist nach (A.6) gegeben.

$$L(\theta_r) = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & -L_c \\ 0 & L_1 & 0 \\ -L_c & 0 & L_1 \end{bmatrix} - L_{2s} \begin{bmatrix} \cos(2\theta_r) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & 0 \\ 0 & 0 & \cos(2\theta_r - \pi/3) \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

Die genaue Zusammensetzung der Induktivitäten und Widerstände aus (A.1) ist in den Gleichungen (A.7) bis (A.17) gegeben.

Rotorlageunabhängige Terme des $dq(m)$ - Systems:

$$\begin{bmatrix} L_d \\ L_q \end{bmatrix} = \frac{3}{4}L_1 + \frac{\sqrt{3}}{8}L_c + \frac{21}{64} \begin{bmatrix} -L_{2s} \\ L_{2s} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$L_m = \frac{6L_1 - 3\sqrt{3}L_c}{16} \quad (\text{A.8})$$

$$R_d = R_q = \frac{3}{4}R_s \quad R_m = \frac{3}{8}R_s \quad (\text{A.9})$$

Rotorlageabhängige Terme des $dq(m)$ -Systems:

$$\begin{aligned} L_d^{\sim}(\theta_r) = & -\frac{8L_1 + 4\sqrt{3}L_c + L_{2s}}{32} \cos(2\theta_r) - \frac{8L_c + 3\sqrt{3}L_{2s}}{32} \sin(2\theta_r) \\ & + \frac{L_{2s}}{64} \left(3 \cos(4\theta_r) + 9\sqrt{3} \sin(4\theta_r) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} L_q^{\sim}(\theta_r) = & \frac{8L_1 - 4\sqrt{3}L_c - L_{2s}}{32} \cos(2\theta_r) + \frac{8L_c - 3\sqrt{3}L_{2s}}{32} \sin(2\theta_r) - \\ & - \frac{L_{2s}}{64} \left(3 \cos(4\theta_r) + 9\sqrt{3} \sin(4\theta_r) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$L_m^{\sim}(\theta_r) = L_{2s} \frac{3\sqrt{3}}{64} \sin(2\theta_r) - L_{2s} \frac{15}{64} \cos(2\theta_r) \quad (\text{A.12})$$

$$R_d^{\sim}(\theta_r) = -R_q^{\sim}(\theta_r) = \frac{R_s}{4} \cos(2\theta_r) \quad (\text{A.13})$$

Verkopplungsterme zwischen der d/q , d/m und q/m -Achse:

$$\begin{aligned} M_{dq}^{\sim}(\theta_r) = & \frac{2L_1 - \sqrt{3}L_c}{8} \sin(2\theta_r) - \frac{L_c}{4} \cos(2\theta_r) - \\ & - \frac{L_{2s}}{64} \left(\sqrt{3} - 9\sqrt{3} \cos(4\theta_r) + 3 \sin(4\theta_r) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{bmatrix} M_{dm}^{\sim}(\theta_r) \\ M_{qm}^{\sim}(\theta_r) \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{8}L_c \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \cos(\theta_r) \end{bmatrix} + L_{2s} \frac{3}{64} \begin{bmatrix} -\sin(\theta_r) \\ \cos(\theta_r) \end{bmatrix} + L_{2s} \frac{3\sqrt{3}}{64} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) \end{bmatrix} + \quad (\text{A.15})$$

$$+ L_{2s} \frac{9\sqrt{3}}{64} \begin{bmatrix} -\cos(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) \end{bmatrix} + L_{2s} \frac{9}{64} \begin{bmatrix} -\sin(3\theta_r) \\ \cos(3\theta_r) \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$R_{dq}^{\sim}(\theta_r) = \frac{R_s}{4} \sin(2\theta_r) \quad (\text{A.17})$$

Anhang B

Ergänzungen zum mechanischen Aufbau des Versuchsmotors

B.1 Mechanische Position der Spulen

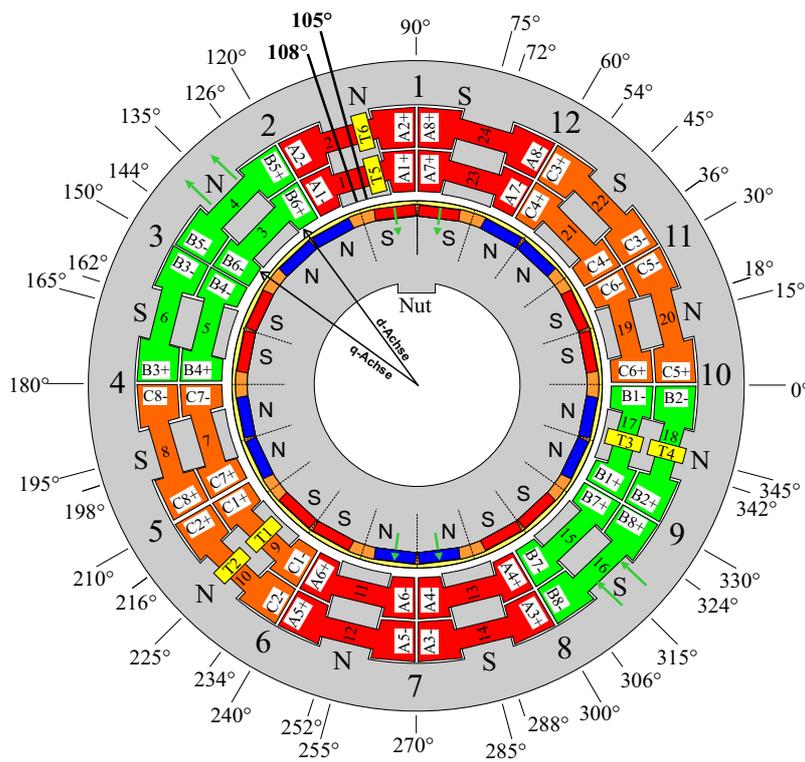
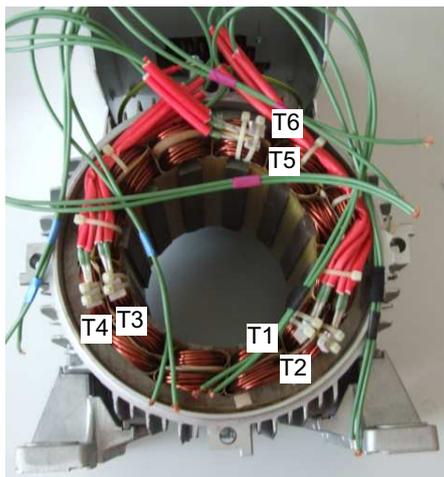


Abbildung B.1: mechanische Positionen der Spulenseiten inklusive Rotor – Blickrichtung ist auf die Antriebsseite

gerichtet Abbildung B.1 zeigt die tatsächliche Anordnung der Spulen am Stator. Die Bezeichnung der positiven und negativen Spulenseiten stimmen, wenn die Blickrichtung auf die Antriebsseite gerichtet ist. Des Weiteren ist der Rotor dargestellt. Die mechanische Position der Magnete und die der Nut an der Welle stimmen mit der tatsächlichen Ausführung überein. Wenn die eingezeichnete d -Achse des Rotors bei 108° liegt, so ist dieser für die Varianten 3PhZW und 6PhZWDS mit der d -Achse ausgerichtet. Liegt die eingezeichnet d -Achse des Rotors bei 105° , so entspricht dies gleich einer Ausrichtung in d -Richtung für die 3PhEW- und die 6PhZW-Ausführung.

B.2 Wicklungstemperaturmessung

Die Wicklung beinhaltet sechs PT1000 Temperatursensoren. Diese sind mit $T1$ bis $T6$ gekennzeichnet und sind an den Wickelköpfen an der Nichtantriebsseite nach Abbildung B.2a angebracht. In Abbildung B.1 sind die Positionen der Sensoren $T1$ bis $T6$ in gelb gekennzeichnet.



(a) Positionen der Temperatursensoren



(b) Anschlussbuchsen der Temperaturmessung

Abbildung B.2: Position der Temperatursensoren bei Blickrichtung auf die Nichtantriebsseite bzw. Anschlussbuchsen der Temperaturmessung

zeichnet. Da in Abbildung B.1 der Blickwinkel auf die Antriebsseite gerichtet ist, erscheinen die Positionen der Sensoren seitenverkehrt zu Abbildung B.2a.

B.3 Übersicht der wichtigsten Verschaltvarianten

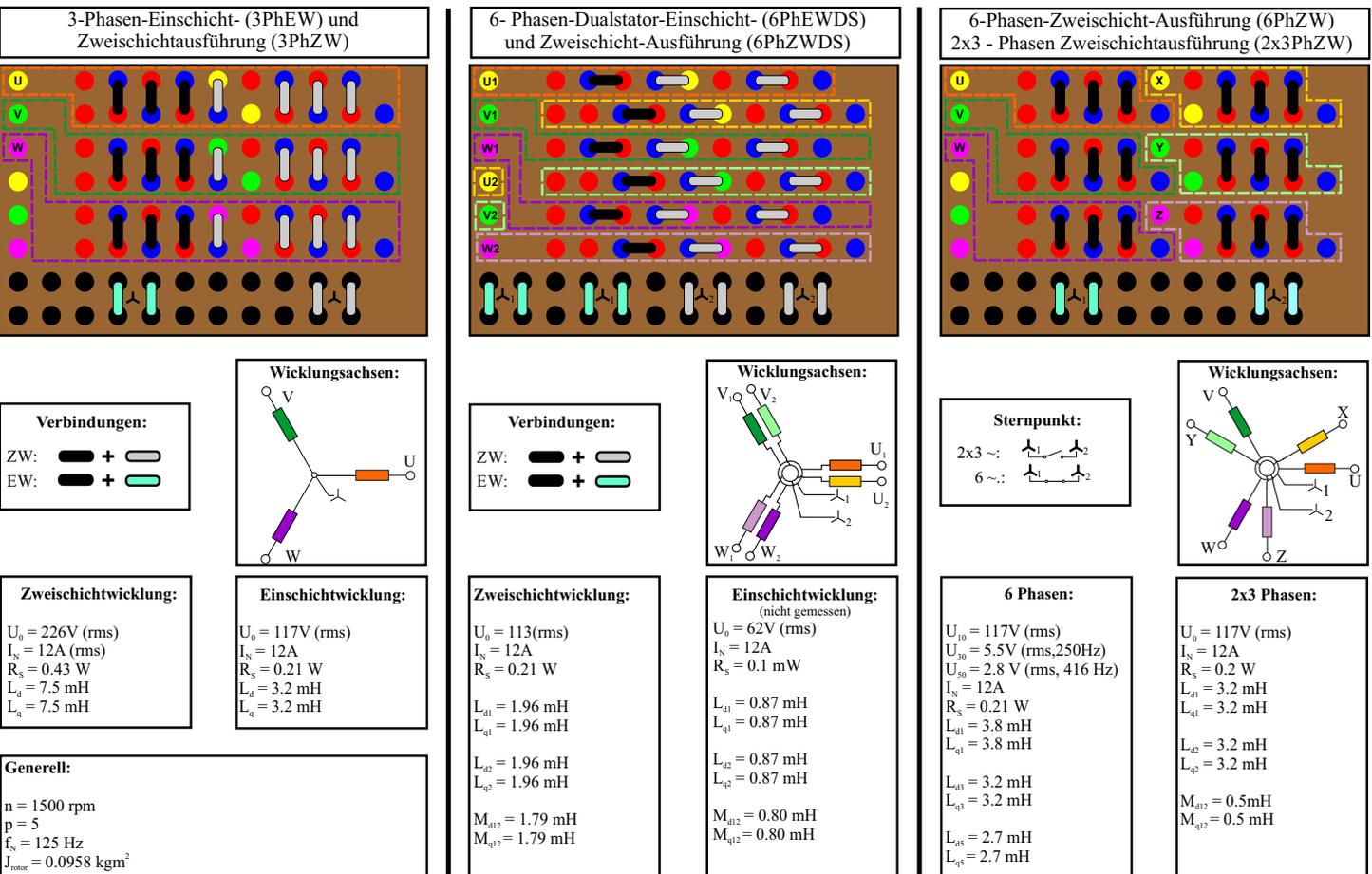


Abbildung B.3: Übersicht der wichtigsten Verschaltungsvarianten

B.4 Layout des Klemmbrettes

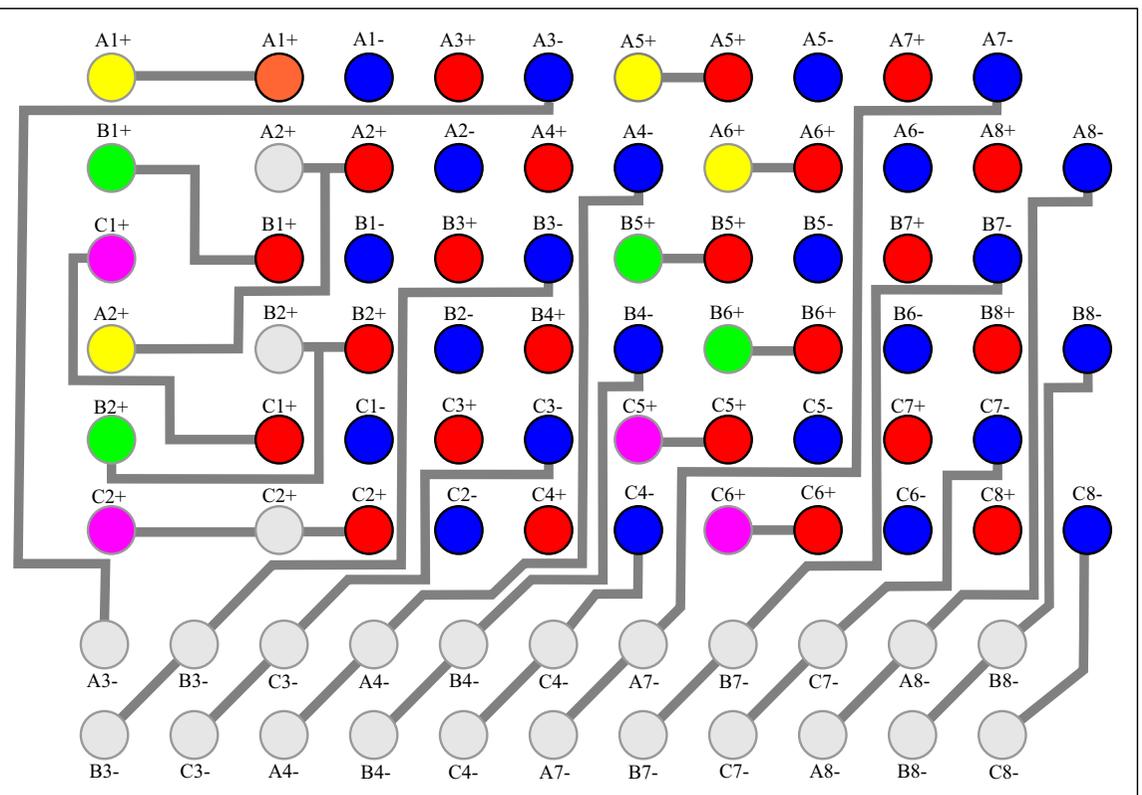


Abbildung B.4: Anschlussbuchsen des Klemmbrettes inklusive interner Verdrahtung

B.5 Zeichnung des Blechschnittes für den Stator

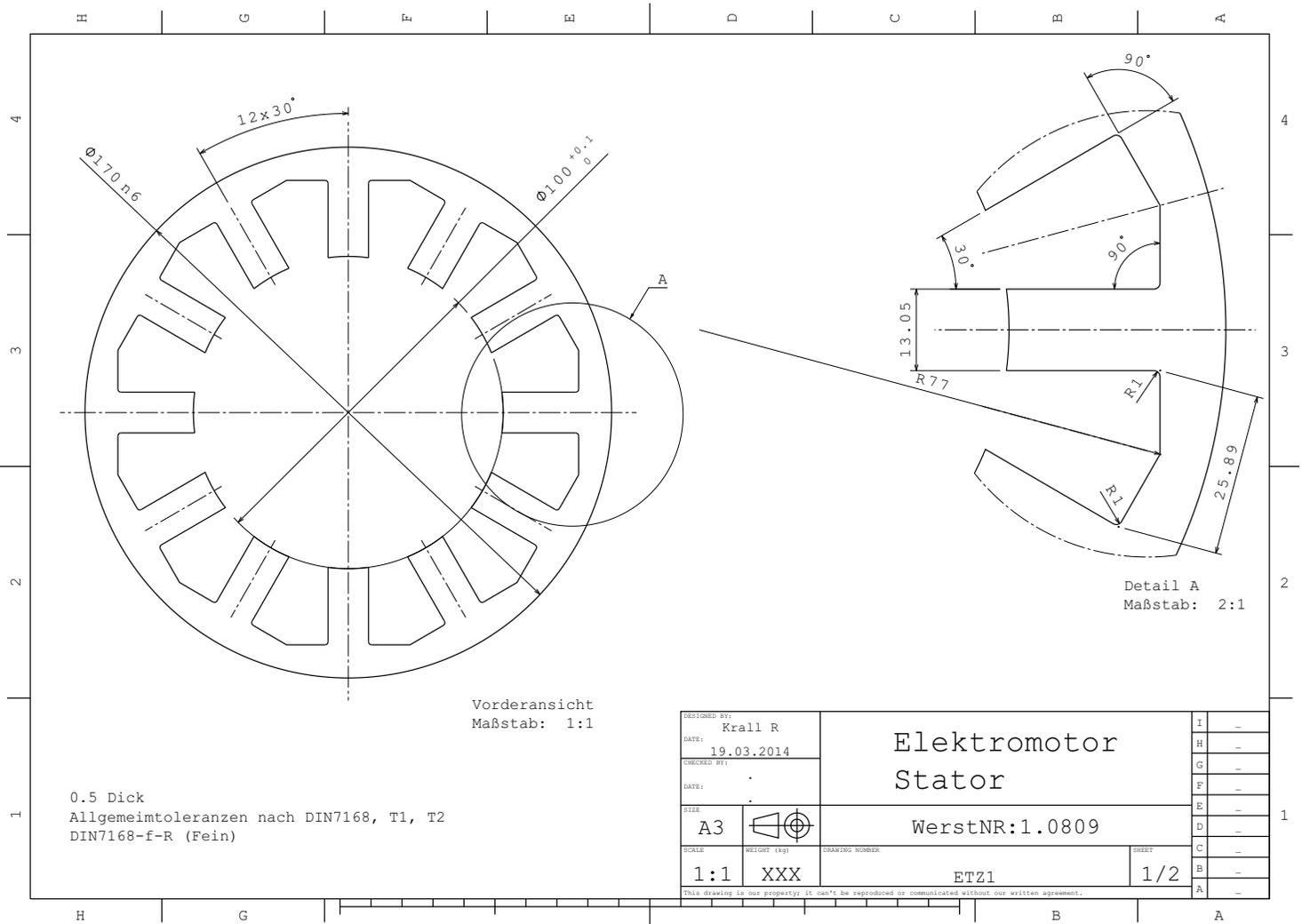


Abbildung B.5: Konstruktionszeichnung des Statorbleches

B.6 Zeichnung des Blechschnittes für den Rotor

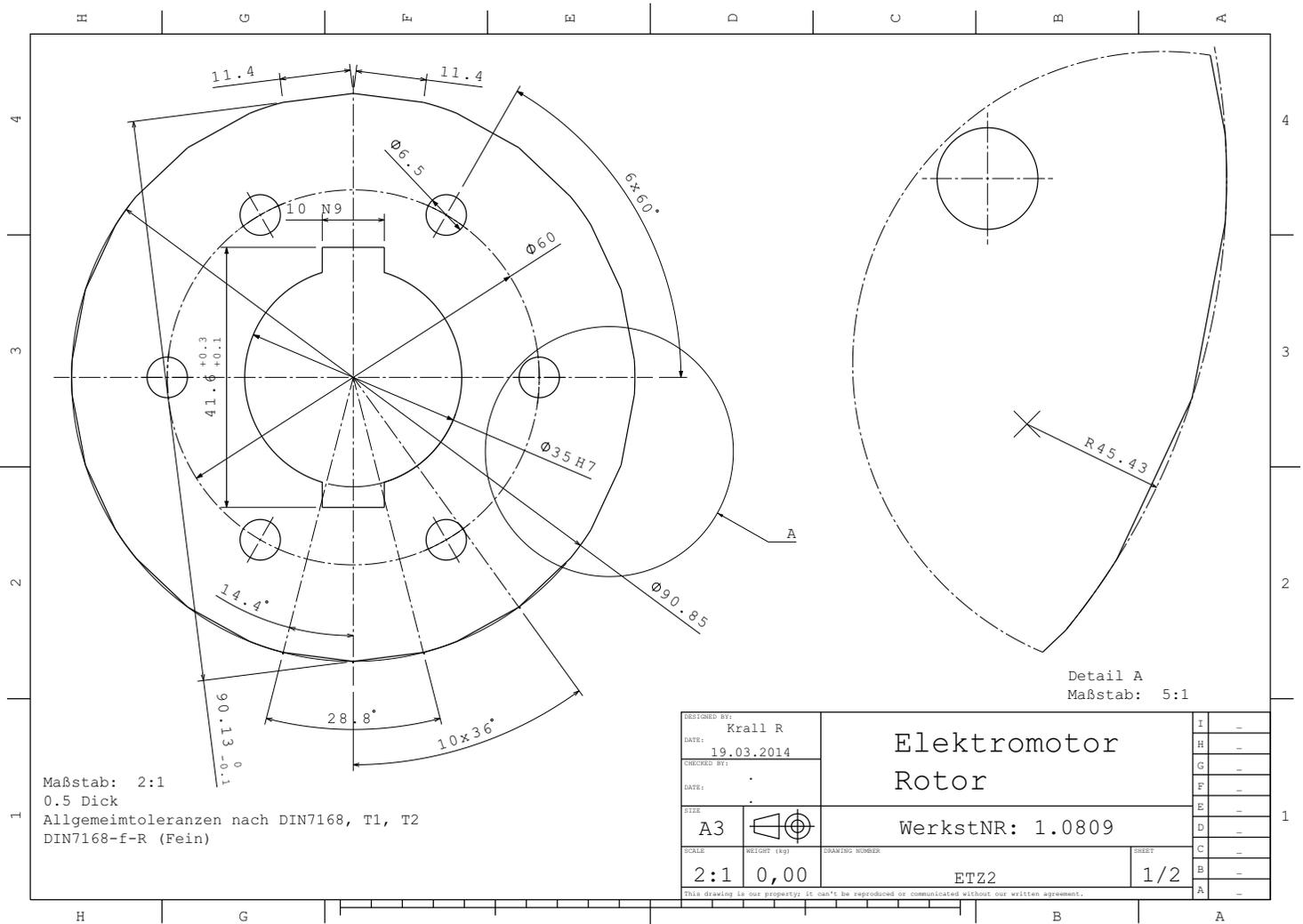


Abbildung B.6: Konstruktionszeichnung des Rotorbleches

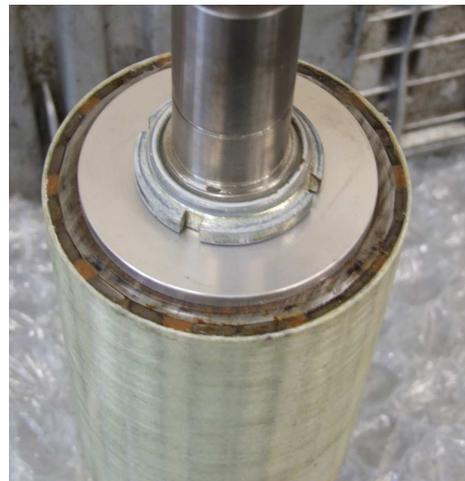
Anhang C

Bestimmung des Rotorträgheitsmomentes

In diesem Kapitel wird das Rotormassenträgheitsmoment anhand der Geometrien hergeleitet. Die Bezugsachse für das Trägheitsmoment ist die Rotationsachse des Rotors. Der Rotor besteht im Wesentlichen aus der Welle, dem Rotorblechpaket und den Dauermagneten. Die Bereiche zwischen den Dauermagneten sind mit einer Füllmasse (Epoxidharz) ausgefüllt. Das Rotorblechpaket ist auf die Welle aufgeschraubt und zusätzlich auf beiden Stirnseiten mit einer Aluscheibe und einer Nutmutter an der Welle befestigt. Der Aufbau des Rotors ist auch in Abbildung C.1 gezeigt. Zur Bestimmung des Massenträgheitsmomentes wird



(a) vor dem Bandagieren



(b) nach dem Bandagieren

Abbildung C.1: Rotor mit Oberflächenmagneten

der gesamte Rotor in einzelne Voll- und Hohlzylinder zerlegt. Die allgemeinen Gleichungen

zur Berechnung der Masse und des Trägheitsmomentes sind in (C.1) gegeben.

$$\begin{aligned} \text{Vollzylinder: } M_{VZ} &= r^2 \pi l \rho & J_{VZ} &= \frac{1}{2} M_{VZ} r^2 \\ \text{Hohlzylinder: } M_{HZ} &= (r_a^2 - r_i^2) \pi l \rho & J_{VZ} &= \frac{1}{2} M_{HZ} (r_a^2 + r_i^2) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Dabei stehen die Indices VZ und HZ für Voll- und Hohlzylinder. Die spezifische Dichte des Material ist durch ρ berücksichtigt und die axiale Länge durch l . Der Radius beim Vollzylinder entspricht r und der Außen- und Innenradius des Hohlzylinders ist mit r_a bzw. r_i gekennzeichnet. Abschließend repräsentiert die Variable M die Masse und J ist das Massenträgheitsmoment.

Rotorwelle

Die Dimensionen der Welle ist in Abbildung C.2 gegeben. Zur Vereinfachung wird die

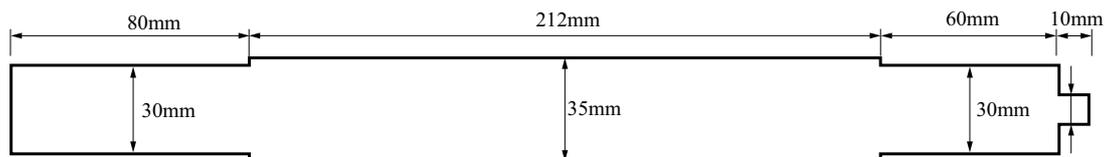


Abbildung C.2: Abmessung der Welle

Welle als Massiv angenommen. Das sich auf der Welle befindliche Gewinde bzw. die in die Welle eingefrästen Nuten werden vernachlässigt. Die Welle besteht aus Stahl, wodurch die Materialdichte mit $\rho = 7874 \text{ kg/m}^3$ nach [97] festgelegt ist. Die Welle kann unterteilt werden in einen Vollzylinder und zwei Hohlzylinder.

- Vollzylinder: $r = 5 \text{ mm}$ und $l = 362 \text{ mm}$

$$M_{VZ}^I = \frac{7874}{1000^3} \pi (5^2 \cdot 362) = 0.224 \text{ kg} \quad (\text{C.2})$$

$$J_{VZ}^I = \frac{1}{2} 0.224 \left(\frac{5}{1000} \right)^2 = 2.8 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \quad (\text{C.3})$$

- Hohlzylinder: $r_a = 15 \text{ mm}$, $r_i = 5 \text{ mm}$ und $l = 352 \text{ mm}$

$$M_{HZ}^I = \frac{7874}{1000^3} \pi (15^2 - 5^2) \cdot 352 = 1.74 \text{ kg} \quad (\text{C.4})$$

$$J_{HZ}^I = \frac{1}{2} 1.74 \frac{(15^2 + 5^2)}{1000^2} = 217.5 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \quad (\text{C.5})$$

- Hohlzylinder: $r_a = 17.5\text{mm}$, $r_i = 15\text{mm}$ und $l = 212\text{mm}$

$$M_{HZ}^{II} = \frac{7874}{1000^3} \pi (17.5^2 - 15^2) \cdot 212 = 0.426\text{kg} \quad (\text{C.6})$$

$$J_{HZ}^{II} = \frac{1}{2} \cdot 0.426 \frac{(17.5^2 + 15^2)}{1000^2} = 113.1 \cdot 10^{-6} \text{kg m}^2 \quad (\text{C.7})$$

In Summe ergibt sich die Masse und das Trägheitsmoment der Welle zu (C.8).

$$\begin{aligned} M_{Welle} &= M_{VZ}^I + M_{HZ}^I + M_{HZ}^{II} = 2.39\text{kg} \\ J_{Welle} &= J_{VZ}^I + J_{HZ}^I + J_{HZ}^{II} = 333.4 \cdot 10^{-6} \text{kg m}^2 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Rotorblechpaket

Das Rotorblechpaket wird als massiver Hohlzylinder mit den Abmessungen nach Abbildung C.3 angenommen. Der ausgefräste Polygonzug an der Oberfläche sowie die Bohrungen werden dabei vernachlässigt. Der Rotor ist im Detail nach Abbildung C.3 gegeben. Das

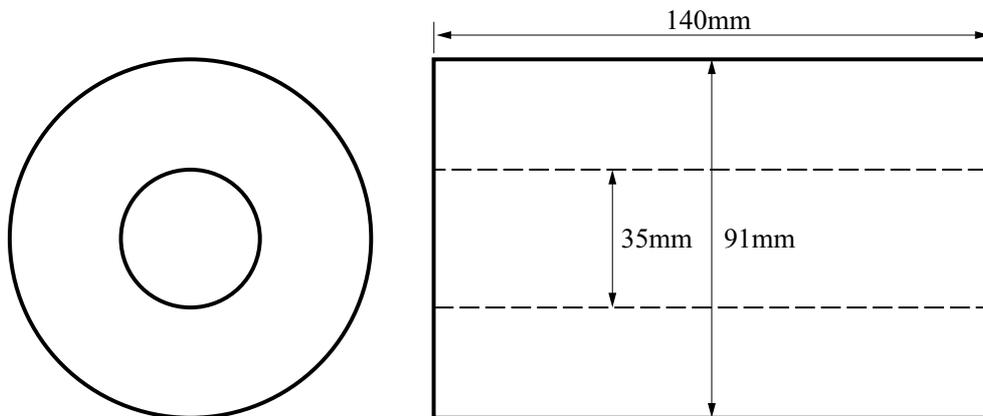


Abbildung C.3: Abmessungen Rotorblechpaket

Trägheitsmoment sowie die Masse wird direkt mit Gleichung (C.1) berechnet und ergibt sich zu (C.9). Dabei ist die Dichte des Materials mit $\rho = 7650\text{kg/m}^3$ laut [98] gegeben.

$$M_{Rot.Bl.} = \frac{7650}{1000^3} \pi (45.5^2 - 17.5^2) \cdot 140 = 5.93\text{kg} \quad (\text{C.9})$$

$$J_{Rot.Bl.} = \frac{1}{2} \cdot 5.93 \frac{(45.5^2 + 17.5^2)}{1000^2} = 7046.32 \cdot 10^{-6} \text{kg m}^2$$

Dauermagnete und Füllmasse (Epoxidharz)

Zur Bestimmung der Masse bzw. des Massenträgheitsmomentes der Dauermagnete und der Füllmasse (Harz) wird angenommen, dass diese beiden gemeinsam auch einen Hohlzylinder bilden. Dieser besitzt eine Länge von 140mm und eine Wandstärke von 3.5mm . Demnach ist $r_i = 45.5\text{mm}$ und $r_a = 49\text{mm}$. Die Magnete besitzen nach [56] eine Dichte von $\rho_{Mag} = 7700\text{kg/m}^3$ und die Dichte des Füllharzes ist laut [97] mit $\rho_{Harz} = 1000\text{kg/m}^3$ gegeben. Unter der Annahme, dass die Polbedeckung 80% beträgt, folgt für die Masse bzw. das Trägheitsmoment

$$M_{Mag} = \frac{(7700 \cdot 0.8 + 1000 \cdot 0.2)}{1000^3} \pi (49^2 - 45.5^2) \cdot 140 = 0.925\text{kg} \quad (\text{C.10})$$

$$J_{Mag} = \frac{1}{2} 0.925 \frac{(49^2 + 45.5^2)}{1000^2} = 2067.95 \cdot 10^{-6}\text{kg m}^2$$

Befestigungsmutter und Scheibe

Wie bereits angemerkt, wird das Rotorbleckpaket stirnseitig über jeweils eine Aluscheibe und eine Nutmutter befestigt. Die Aluscheibe und die Nutmutter besitzen eine Länge von 5mm und jeweils einen Innenradius r_i von 17.5mm . Der Außenradius ist bei der Aluscheibe mit $r_a = 40\text{mm}$ und bei der Nutmutter mit $r_a = 25\text{mm}$ gegeben. Die Dichte von Aluminium ist mit 2710kg/m^3 und jene der Stahlmutter mit 7874kg/m^3 nach [97] gegeben.

$$M_{Nutm.} = 2 \frac{7874}{1000^3} \pi (25^2 - 17.5^2) \cdot 5 = 0.078\text{kg} \quad (\text{C.11})$$

$$J_{Nutm.} = \frac{1}{2} 0.078 \frac{(25^2 + 17.5^2)}{1000^2} = 36.31 \cdot 10^{-6}\text{kg m}^2$$

$$M_{Alu} = 2 \frac{2710}{1000^3} \pi (40^2 - 17.5^2) \cdot 5 = 0.11\text{kg} \quad (\text{C.12})$$

$$J_{Alu} = \frac{1}{2} 0.11 \frac{(40^2 + 17.5^2)}{1000^2} = 104.8 \cdot 10^{-6}\text{kg m}^2$$

Masse und Massenträgheitsmoment des Rotors

Das gesamte Massenträgheitsmoment sowie die gesamte Masse des Rotors folgt aus der Addition aller Teilergebnisse. Als Endergebnis folgt Gleichung (C.13).

$$\underline{M_{Rotor} = 9.43\text{kg}} \quad \underline{J_{Rotor} = 9588.8 \cdot 10^{-6}\text{kg m}^2} \quad (\text{C.13})$$